
МЕХАНИКА МАШИН

УДК 621.833.6

**ГЕОМЕТРИЯ И ПОКАЗАТЕЛЬ ПРОЧНОСТИ
ВНУТРЕННЕГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ КОЛЕС ПЛАНЕТАРНОЙ ПЕРЕДАЧИ,
НАРЕЗАННЫХ НЕСТАНДАРТНЫМ ИНСТРУМЕНТОМ**© 2019 г. Ф. И. Плеханов^{1,*}, В. И. Гольдфарб¹¹ *Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова,
г. Ижевск, Россия*** e-mail: fplehanov@list.ru*Поступила в редакцию 13.03.2018 г.
Принята к публикации 25.06.2019 г.

Планетарные передачи находят все большее практическое применение. Рациональные их конструкции, содержащие роликовый механизм снятия движения с сателлитов, имеют сравнительно высокий коэффициент полезного действия. Лимитирует нагрузочную способность и ресурс этих передач изгибная прочность эвольвентных зубьев колес, которая находится в тесной зависимости от геометрии зацеплений, в связи с чем возникает потребность выбора рациональной формы зубьев для снижения напряжений в их основании. Предлагается использовать модифицированный исходный контур колес, позволяющий увеличить радиус кривизны переходной кривой профиля зуба и снизить концентрацию напряжений в месте его заделки в обод.

Ключевые слова: планетарная передача, модифицированный исходный контур, радиус кривизны

DOI: 10.1134/S0235711919050079

Среди множества конструкций планетарных зубчатых механизмов [1–5] передачи с эксцентриковым водилом и внутренними зацеплениями колес при малой разнице чисел их зубьев отличаются большим передаточным отношением в одной ступени и высокой нагрузочной способностью, обеспечиваемой многопарностью зацеплений [6–9]. Эти передачи находят все большее применение в различных областях техники [10–13]. Некоторые зарубежные фирмы наладили массовое производство планетарно-цевочных редукторов указанного типа с циклоидальным зацеплением колес. Однако передачи такого исполнения обладают существенными недостатками: требование высокой степени точности изготовления, большие нагрузки на подшипники, наличие трения скольжения в элементах цевочного механизма снятия движения с сателлитов. Планетарные передачи данного типа с эвольвентными зацеплениями колес и роликовым механизмом снятия движения с сателлитов в меньшей степени подвержены этим недостаткам, но имеют низкую изгибную прочность зубьев, которая лимитирует нагрузочную способность механического привода (рис. 1) [14–16]. В связи с этим актуальной является задача повышения изгибной прочности эвольвентных зубьев колес рациональной конструкции планетарной передачи с эксцентриковым водилом, содержащей роликовый механизм снятия движения с сателлитов. Для этого целесообразно колеса нарезать инструментом с модифицированным исходным производящим контуром, который позволяет при минимальной высоте зубьев, необходимой по усло-

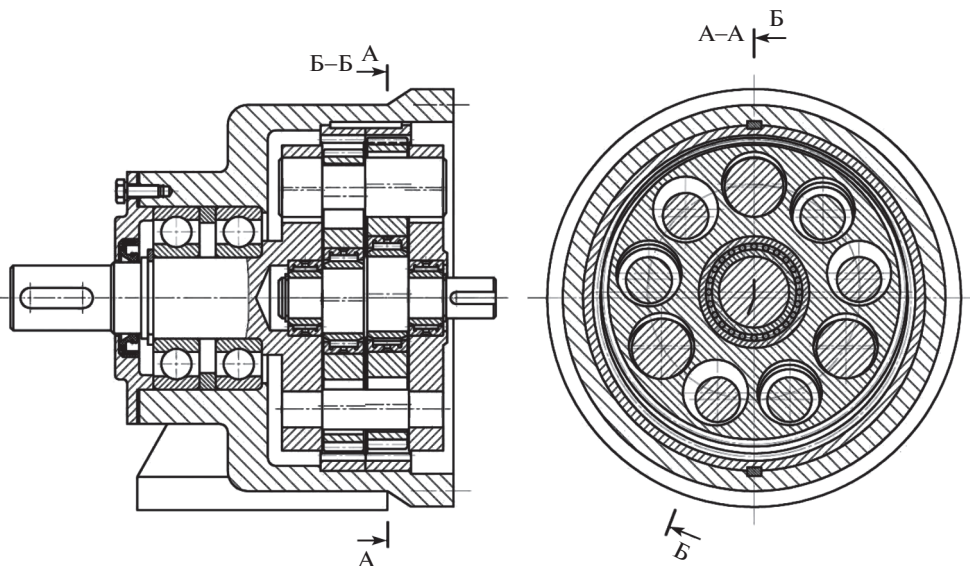


Рис. 1. Планетарная передача с внутренними зацеплениями колес и малой разницей чисел их зубьев (пат. на изобр. РФ № 2460916).

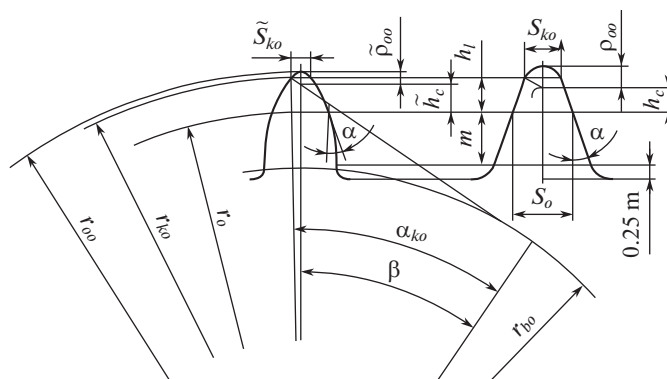


Рис. 2. Модифицированный исходный производящий контур и соответствующий ему профиль зуба производящего колеса в среднем сечении (коэффициент смещения $x_0 = 0$).

вию перекрытия, обеспечить максимальный радиус кривизны кривых их профилей, а, следовательно, минимальную концентрацию напряжений изгиба.

На рис. 2 представлены модифицированный исходный производящий контур и соответствующий ему профиль зуба производящего колеса (долбяка) в среднем сечении. Вершина зубьев такого режущего инструмента очерчена по дуге окружности радиуса ρ_{ao} или $\tilde{\rho}_{ao}$, а высота их делительной головки (h_{ao} или \tilde{h}_{ao}) уменьшена.

Параметры производящей рейки: $\alpha = 20^\circ$; $s_o = 0.5\pi m$ (m — модуль зубьев); $h_l = 0.75m$; $s_{ko} = s_o - 2h_l \operatorname{tg} \alpha$; $\rho_{ao} = 0.5s_{ko} / \cos \alpha$; $h_c = h_l - \rho_{ao} \sin \alpha$; $h_{ao} = h_c + \rho_{ao}$.

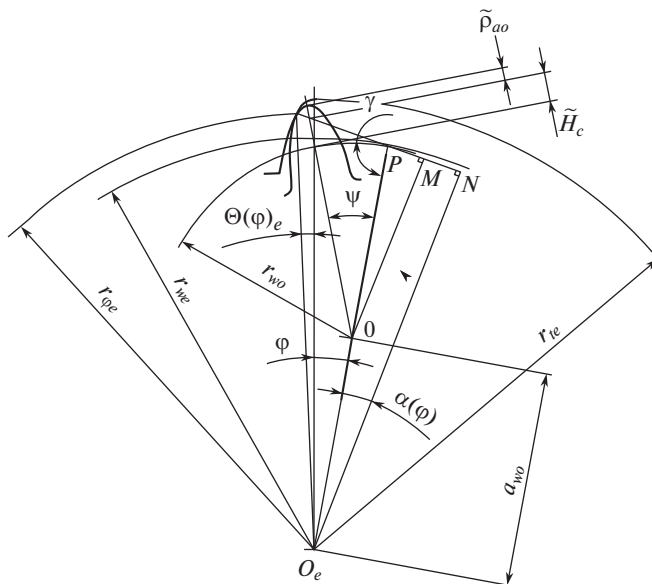


Рис. 3. Формообразование зубьев колеса долбяком с модифицированным исходным производящим контуром.

Параметры производящего колеса: $\alpha = 20^\circ$; $r_o = 0.5mz_o$; $r_{bo} = r_o \cos \alpha$; $\tilde{s}_o = m(0.5\pi + 2x_o \operatorname{tg} \alpha)$; $\tilde{h}_l = 0.75m$; $r_{ko} = r_o + mx_o + \tilde{h}_l$; $\alpha_{ko} = \arccos(r_{bo}/r_{ko})$; $\tilde{s}_{ko} = 2r_{ko}[\operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{ko} + \tilde{s}_o/2r_o]$; $\beta = \alpha_{ko} - \tilde{s}_{ko}/2r_{ko}$; $\tilde{p}_{ao} = 0.5\tilde{s}_{ko}/\cos \beta$; $\tilde{h}_c = m(x_o + \tilde{h}_l/m) - \tilde{p}_{ao} \sin \beta$; $\tilde{h}_{ao} = \tilde{h}_c + \tilde{p}_{ao}$; $r_{ao} = r_o + \tilde{h}_{ao}$; z_o – число зубьев долбяка; x_o – коэффициент смещения его исходного контура.

В соответствии с этим параметры станочного зацепления долбяка **о** – колесо с внутренними зубьями **е** определим из следующих общеизвестных уравнений (рис. 3):

$$\operatorname{inv} \alpha_{wo} = \operatorname{inv} \alpha + \frac{x_e - x_o}{z_e - z_o} 2 \operatorname{tg} \alpha; \quad r_e = 0.5mz_e; \quad r_{be} = r_e \cos \alpha; \quad r_{we} = r_{be} / \cos \alpha_{wo}; \quad r_{wo} = r_{bo} / \cos \alpha_{wo};$$

$a_{wo} = r_{we} - r_{wo}$, где z_e – число зубьев колеса; x_e – коэффициент смещения его исходного контура.

Величина радиуса переходной кривой профиля зуба у основания оказывает большое влияние на напряжения его изгиба и является важным показателем прочности зацепления, лимитирующей нагрузочную способность передачи. Поэтому важно получить уравнения переходных кривых профилей зубьев колес при нарезании их инструментом разного типа и установить зависимости между радиусами их кривизны и геометрическими параметрами колес и инструмента.

Переходная кривая профиля зуба неподвижного центрального колеса представляет собой эквидистанту гипотрохи. Текущее значение радиус-вектора точки указанной кривой и соответствующего ему полярного угла выразим через параметр φ

$$r(\varphi)_e = \sqrt{(CP + \tilde{p}_{ao})^2 + r_{we}^2 - 2r_{we}(CP + \tilde{p}_{ao})^2 \cos \varphi}, \quad (1)$$

$$\Theta(\varphi)_e = \arccos \left[\frac{r(\varphi)_e^2 + r_{we}^2 - (CP + \tilde{p}_{ao})^2}{2r_{we}r(\varphi)_e} \right] - \varphi, \quad (2)$$

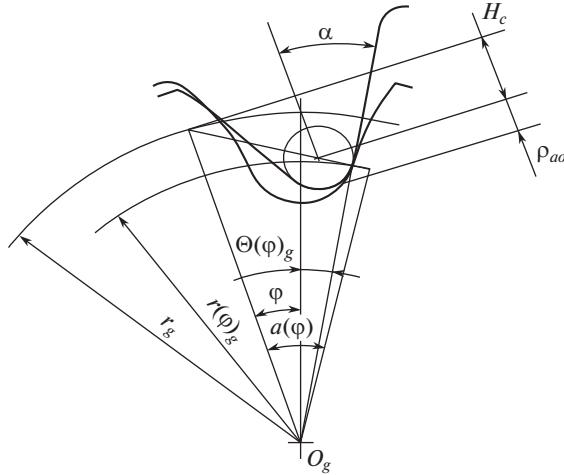


Рис. 4. Формообразование зубьев сателлита инструментом реечного типа с модифицированным исходным производящим контуром.

$$\text{где } CP = \sqrt{(r_{wo} + \tilde{H}_c)^2 + r_{wo}^2 - 2r_{wo}(r_{wo} + \tilde{H}_c) \cos(i_o\varphi)}, \quad \tilde{H}_c = \tilde{h}_c - r_{wo} + r_o, \quad i_o = \frac{z_e}{z_o}, \quad \cos\gamma = \frac{CP^2 + r_{wo}^2 - (r_{wo} + \tilde{H}_c)^2}{2r_{wo}CP}.$$

В граничной точке профиля зуба колеса **перпендикуляры** к профильной нормали OM и O_eN равны радиусам основных окружностей r_{bo} и r_{be} , а угол $\alpha(\varphi) = \alpha_{wo}$ (рис. 3). Тогда величина радиус-вектора граничной точки

$$r_{le} = \sqrt{(\sqrt{r_{ko}^2 - r_{bo}^2} + a_{wo} \sin \alpha_{wo})^2 + r_{be}^2}$$

и соответствующий ей угол

$$\varphi_{le} = \frac{1}{i_o} \left[\arccos \left(\frac{r_{bo}}{r_{wo} + \tilde{H}_c} \right) - \alpha_{wo} \right].$$

Переходная кривая профиля зуба сателлита при нарезании его инструментом реечного типа имеет вид эквидистанты удлиненной эвольвенты (рис. 4), уравнения которой можно представить в параметрическом виде [16]

$$r(\varphi)_g = \sqrt{r_g^2 + \left(\rho_{ao} + \frac{H_c}{\sin \alpha(\varphi)} \right)^2 - 2r_g [H_c + \rho_{ao} \sin \alpha(\varphi)]}, \quad (3)$$

$$\Theta(\varphi) = \arcsin \left\{ \frac{\cos \alpha(\varphi) \left[\frac{H_c}{\sin \alpha(\varphi)} + \rho_{ao} \right]}{r(\varphi)_g} \right\} - \varphi, \quad (4)$$

здесь $H_c = h_c - x_g m$, $\alpha(\varphi) = \arctg(H_c / r_g)$, $r_g = 0.5mz_g$, z_g – число зубьев сателлита, x_g – коэффициент смещения его исходного контура.

В граничной точке профиля зуба сателлита $\alpha(\varphi) = \alpha$ и $r_{lg} = \sqrt{r_g^2 + \left(\rho_{ao} + \frac{H_c}{\sin \alpha} \right)^2 - 2r_g (H_c + \rho_{ao} \sin \alpha)}$, $\varphi_{lg} = \frac{H_c}{r_g \operatorname{tg} \alpha}$.

Таблица 1. Значения относительного радиуса кривизны переходной кривой профиля зуба колеса $\bar{\rho} = \rho/m$ на участке впадина ($\varphi = 0$) – граничная точка ($\varphi = \varphi_l$) при $x_e = 0.6$; $x_0 = 0$; $z_0 = 25$

φ	$Z_e = 80$		$Z_e = 100$		$Z_e = 140$	
	ГОСТ	–	ГОСТ	–	ГОСТ	–
0	0.05	0.54	0.06	0.55	0.08	0.55
$0.25\varphi_l$	0.07	0.55	0.09	0.55	0.11	0.56
$0.5\varphi_l$	0.14	0.56	0.17	0.56	0.21	0.58
$0.75\varphi_l$	0.27	0.57	0.34	0.59	0.43	0.62
φ_l	0.50	0.59	0.63	0.63	0.78	0.69

Таблица 2. Значения относительного радиуса кривизны переходной кривой профиля зуба сателлита $\bar{\rho} = \rho/m$ на участке впадина ($\varphi = 0$) – граничная точка ($\varphi = \varphi_l$) при $x_g = 0$ и нарезании реечным инструментом

φ	$z_g = 80$		$z_g = 100$		$z_g = 140$	
	ГОСТ	–	ГОСТ	–	ГОСТ	–
0	0.40	0.55	0.39	0.55	0.39	0.55
$0.25\varphi_l$	0.41	0.56	0.41	0.56	0.40	0.55
$0.5\varphi_l$	0.47	0.58	0.45	0.57	0.43	0.57
$0.75\varphi_l$	0.58	0.63	0.55	0.61	0.50	0.60
φ_l	0.78	0.72	0.71	0.69	0.62	0.65

Текущие значения радиусов кривизны переходных кривых профилей зубьев колеса и сателлита найдем по формулам дифференциальной геометрии

$$\rho(\varphi) = \frac{\sqrt{\{r(\varphi)^2 + [dr(\varphi)/d\theta(\varphi)]^2\}^3}}{r(\varphi)^2 + 2[dr(\varphi)/d\theta(\varphi)]^2 - r(\varphi)[d^2r(\varphi)/d\theta(\varphi)^2]}, \quad (5)$$

где $\frac{d^2r(\varphi)}{d\theta(\varphi)^2} = \frac{[d^2r(\varphi)/d\varphi^2][d\theta(\varphi)/d\varphi] - [d^2\theta(\varphi)/d\varphi^2][dr(\varphi)/d\varphi]}{[d\theta(\varphi)/d\varphi]^3}$, $\frac{dr(\varphi)}{d\theta(\varphi)} = \frac{dr(\varphi)/d\varphi}{d\theta(\varphi)/d\varphi}$.

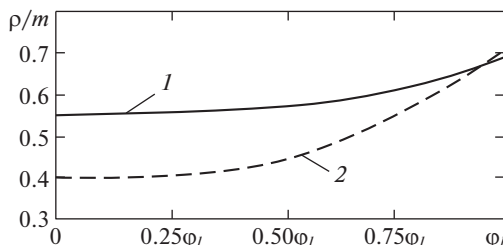


Рис. 5. Зависимость относительных радиусов кривизны переходных кривых профилей зубьев сателлита ($z_g = 100$, $x_g = 0$), нарезанного реечным инструментом, от параметра φ : 1 – модифицированный исходный производящий контур; 2 – исходный производящий контур по ГОСТ 13755-81.

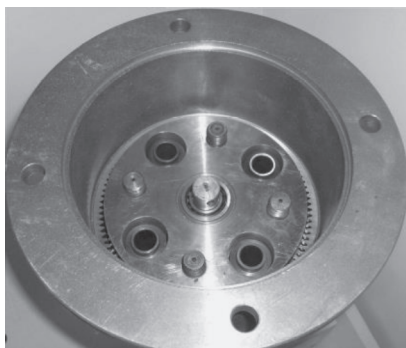


Рис. 6. Вариант планетарной передачи с внутренними зацеплениями колес и роликовым механизмом снятия движения с сателлитов.

Указанные производные функций определяются в соответствии с уравнениями (1)–(4).

В табл. 1, 2 и на рис. 5 представлены значения радиусов кривизны, отнесенных к модулю зацепления, рассчитанные по зависимости (5) для колеса планетарной передачи ($x_e = 0.6$) и сателлита ($x_g = 0$) при изменении параметра φ от нуля ($\varphi = 0$ соответствует впадине) до φ . Количество зубьев колес и коэффициенты смещения исходного контура приняты соответствующими предпочтительным значениям этих параметров для планетарной передачи с передаточным отношением $70 \geq i \geq 20$ и разницей чисел зубьев (2–4). Из них видно, что переходные кривые профилей стандартных зубьев у их основания имеют существенно большую кривизну, чем модифицированных, следовательно, концентрация напряжений изгиба у таких зубьев значительно выше, а их прочность ниже.

Толщина зуба колеса у основания больше толщины зуба сателлита, поэтому его изгибная прочность при одинаковой высоте превышает прочность зуба сателлита несмотря на то, что радиусы кривизны их переходных кривых близки друг другу. Оценка изгибной прочности зубьев колес с модифицированным исходным контуром, осуществленная методом конечно-элементного анализа с использованием программы Solid Works, показала, что прочность их намного выше прочности стандартных зубьев (прочность внутренних зубьев колеса выше примерно на 50%, сателлита – на 15%).

Геометрические параметры зацепления колес с малой разницей чисел их зубьев определяются из условий обеспечения требуемой величины коэффициента перекрытия ($\epsilon \geq 1$), исключения интерференции кромки зуба одного колеса с переходной поверхностью зуба другого и интерференции продольной кромки внешнего зуба с главной поверхностью внутреннего. Так как нагрузочная способность планетарной передачи с предложенным нестандартным исходным контуром колес лимитируется изгибной прочностью зубьев сателлита, радиусы окружностей вершин зубьев колеса r_{ae} и сателлита r_{ag} определяем из решения системы уравнений, обеспечивающей минимальную при заданном коэффициенте перекрытия ϵ высоту зуба сателлита и максимальную его изгибную прочность

$$\left. \begin{aligned} \epsilon \pi m \cos \alpha &= \sqrt{r_{ag}^2 - r_{bg}^2} - \sqrt{r_{lg}^2 - r_{bg}^2}, \\ \epsilon \pi m \cos \alpha &= \sqrt{r_{ag}^2 - r_{bg}^2} + a_w \sin \alpha_w - \sqrt{r_{ae}^2 - r_{be}^2}, \\ r_{ae} &\geq r_o + a_{wo} - m. \end{aligned} \right\}$$

Здесь α_w – угол зацепления, a_w – межосевое расстояние передачи, $x_0 = 0$.

Таким образом, предложенный модифицированный исходный производящий контур зубьев колес, полученные параметрические уравнения переходных кривых их профилей и выполненный с учетом этих зависимостей геометрический синтез внутреннего зацепления позволяют существенно улучшить геометрические показатели изгибной прочности зубьев колес планетарной передачи с эксцентриковым водилом и роликовым механизмом снятия движения с сателлитов. Данная конструкция, по сравнению с планетарно-цевочной передачей с циклоидальным зацеплением колес, обладает меньшими потерями мощности на трение, меньшими нагрузками на подшипники (из-за меньшего угла давления на зубья), более высоким уровнем технологичности. Результаты исследования использованы при проектировании опытного образца планетарной передачи привода транспортера (рис. 6).

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Singh A. Epicyclic load sharing map – development and validation // Mechanism and Machine Theory. 2011. P. 632.
2. Нечаев А.И. Особенности планетарных механизмов с двумя центральными колесами и сдвоенным сателлитом // Ж. Вестник машиностроения. 2014. № 1. С. 20.
3. Drewniak I. Kinematical and Efficiency Analysis of Planetary Gear Trains by Means of Various Graph-Based Approaches / I. Drewniak, I. Kopek, S. Zawislak. Theory and Practice of Gearing and Transmissions. Mechanisms and Machine 34. Springer. 2016. P. 263.
4. Волков Г.Ю. Структурный синтез безводильных планетарных передач // Ж. Вестник машиностроения. 2014. № 4. С. 26.
5. Plekhanov F.I. Deformability of units of a planetary gear and its effect on load distribution in gear meshes // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 2015. Т. 44. № 3. С. 227.
6. Ражиков В.Н. Учет деформации подшипников сателлитов при проверке геометрических показателей качества зацепления в цилиндрических эвольвентных зубчатых передачах внутреннего зацепления с малой разностью чисел зубьев // Ж. Вестник машиностроения. 2017. № 2. С. 38.
7. Иванов А.С. Разработанная гамма высокоточных планетарно-цевочных редукторов // Ж. Вестник машиностроения. 2013. № 4. С. 15.
8. Ан И.К. Распределение усилий между звеньями планетарного механизма типа К-Н-V // Ж. Вестник машиностроения. 2016. № 5. С. 60.
9. Ражиков В.Н. Методика ускоренных ресурсных испытаний планетарной зубчатой передачи k-h-v, работающей с небольшой частотой вращения // Ж. Вестник машиностроения. 2017. № 1. С. 40.
10. Иванов А.С. Конструктивные исполнения планетарно-цевочных редукторов для высокоточных следящих систем // Ж. Вестник машиностроения. 2013. № 3. С. 9.
11. Сызранцев В.Н. Прецессирующая передача для приводов запорной арматуры нефтегазопроводов и редукторных вставок насосов для добычи тяжелых нефтей // Ж. Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. 2017. № 2. С. 15.
12. Румянцев Л.А. Анализ новых планетарных коробок передач // Ж. Вестник машиностроения. 2015. № 5. С. 22.
13. Привалихин Р.С. Планетарные передачи для привода лифтов // Ж. Вестник машиностроения. 2015. № 11. С. 35.
14. Плеханов Ф.И. Планетарная передача, РФ Патент 2460916, 2012.
15. Плеханов Ф.И. Планетарная передача, РФ Патент 2610785, 2017.
16. Plekhanov F.I. Rational Designs of planetary Transmissions, Geometry of gearing and Strength Parameters / Plekhanov F.I., Goldfarb V.I. Theory and Practice of Gearing and Transmissions. Mechanisms and Machine 34. Springer. 2016. P. 285.