= МЕХАНИКА МАШИН 💳

УДК 531.8,621.01

ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЫХ ПОЛОЖЕНИЙ МЕХАНИЗМА ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ СЕМЕЙСТВА DELTA С ЧЕТЫРЬМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

© 2019 г. П. А. Ларюшкин¹, К. Г. Эрастова¹, К. А. Кобылкевич¹, С. А. Скворцов^{2,*}

¹Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, г. Москва, Россия ²Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, г. Москва, Россия *e-mail: 1691skvorcov@mail.ru

> Поступила в редакцию 25.04.2019 г. Принята к публикации 08.08.2019 г.

В статье представлены результаты исследования двух типов особых положений механизма параллельной структуры с четырьмя степенями свободы и четырьмя линейными приводами. Для решения задачи использован итерационный алгоритм, заключающийся в последовательном переборе точек рабочей зоны механизма и анализе поведения определителей матриц частных производных от входных и выходных координат. Решение поставленной задачи является необходимым для оценки размеров эффективной рабочей зоны механизма и является важным этапом его параметрического синтеза и проектирования.

Ключевые слова: механизмы параллельной структуры, особые положения, четыре степени свободы, Delta-робот

DOI: 10.1134/S0235711919060075

Введение. Механизмы параллельной структуры находят применение в различных отраслях техники: подъемно-транспортном оборудовании, станках, медицинских робототехнических инструментах, и многих других [1–3]. При этом одним из наиболее широко распространенных и повсеместно используемых механизмов является разработанный Р. Клавелем робот Delta [4]. Созданный специально для сортировочно-упаковочных линий пищевых производств, Delta-робот предназначен для высокоскоростных технологических операций при манипулировании изделий относительно малого веса (зачастую до одного килограмма). В качестве примера устройства, созданного на базе структурной схемы Delta, можно привести промышленный робот фирмы ABB серии IRB Flex-Picker (рис. 1а).

В классическом исполнении механизм имеет три кинематических цепи с вращательными приводами и промежуточными параллелограммами, что дает выходному звену три поступательные степени свободы. Дополнительно применяется телескопическое центральное звено, позволяющее вращать рабочий орган.

В последние несколько лет огромную популярность за счет широкого применения в 3D-принтерах получил вариант механизма с тремя линейными приводами (рис. 1б). Выходное звено имеет три поступательные степени свободы. Применение простых передач для преобразования вращательного движения относительно дешевых шаговых двигателей в поступательное (винт-гайка, ременная передача), вкупе с возможностью применения экструзионного алюминиевого профиля в качестве направляющих,



Рис. 1. Робот ABB IRB Flex-Picker на основе структурной схемы Delta (a), любительский 3D-принтер Tevo Little Monster на базе схемы Delta с линейными приводами (б).

позволило значительно удешевить конечный продукт и помогло принтерам, реализованным по данной схеме, завоевать большую долю рынка устройств 3D-печати. Основным преимуществом над классическими схемами является более высокая скорость печати без потери качества.

Несмотря на то, что указанные два варианта схемы Delta хорошо изучены [5–8], а также предложены различные способы улучшения их технологических параметров, модификации механизма, имеющие другое число степеней свободы, изучены мало.

Одной из возможных модификаций Delta-робота является механизм, схема и фото реального прототипа которого представлены на рис. 2. Использование четырех линейных приводов совместно с разделением одной из цепей с параллелограммом на две со структурой PUS (P – призматическая пара, U – шарнир Гука, S – сферический шарнир) или PUU позволяет реализовать дополнительную вращательную степень свободы (вокруг оси, параллельной оси у и проходящей через выходное звено). Более подробно особенности структуры и кинематики рассматриваемого механизма изложены в [9].

При параметрическом синтезе любого механизма параллельной структуры необходимо исследовать возможность возникновения особых положений [10–13], т.к. при попадании в них наблюдается изменение подвижности выходного звена (потеря степени свободы или неуправляемость) [14]. Настоящая статья посвящена решению данной задачи для четырехстепенного механизма.

Постановка задачи и определение методов ее решения. Для анализа особых положений любого механизма параллельной структуры необходимо сначала решить обратную задачу о положениях, что можно сделать аналитически путем анализа структуры механизма и решения уравнений связи относительно входных координат [15].

Рассматриваемый механизм включает кинематические цепи двух типов: одинарную PUS (рис. 3а) и двойную PUS (рис. 3б) с параллелограммом.

Положение выходного звена задается координатами *x*, *y*, *z* точки *E* в системе *Oxyz*, а ориентация углом поворота φ_y относительно оси *y*. Входной координатой цепи является $h = z_A$, ограниченная пределами h_{\min} и h_{\max} .



Рис. 2. Механизм семейства Delta с четырьмя степенями свободы.



Рис. 3. Кинематические цепи механизма: одинарная PUS (а) и двойная PUS с параллелограммом (б).

Если в некотором начальном положении выходное звено расположено горизонтально и точки *E* и *D* расположены строго над точкой *O*, то при известных геометрических размерах цепи координаты x'_{C0} , y'_{C0} , z'_{C0} точки *C* в начальном положении в системе *Ex*'y'z' можно считать заданными. Координаты x_C , y_C , z_C точки *C* (для цепи с параллелограммом — середины отрезка C_1C_2) в системе *Охуг* при заданных координатах и ориентации выходного звена можно определить по формуле

$$\begin{pmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \mathbf{R} \cdot \begin{pmatrix} x'_{C0} \\ y'_{C0} \\ z'_{C0} \end{pmatrix},$$
(1)

где **R** – матрица поворота на заданный угол ϕ_v

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_y) & 0 & \sin(\varphi_y) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\varphi_y) & 0 & \cos(\varphi_y) \end{pmatrix}.$$

При известной длине *l*_{BC}

$$(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 + (z_C - z_B)^2 - l_{BC}^2 = 0.$$
 (2)

Тогда при условии, что звено *AB* расположено горизонтально ($z_A = z_B$), обратная задача о положениях для данной цепи решается следующим образом

$$h = \pm \sqrt{l_{BC}^2 - (x_C - x_B)^2 - (y_C - y_B)^2} + z_C.$$

При этом знак "—" соответствует конфигурации, в которой платформа находится выше условной каретки (точка *A*), а знак "+" — ниже каретки.

Двойную цепь можно рассматривать в рамках той же самой модели, но в виде двух отдельных одинарных цепей с дополнительным условием равенства их входных координат: $h_1 = h_2$.

Для анализа собственно особых положений целесообразно применить подход, предложенный Х. Анджелесом и К. Госсленом [12]. Для этого дифференцируем уравнения связи, полученные для каждой из четырех цепей. При этом каждое уравнение представляет собой выражение (2) с подстановкой в него выражения (1) в общем виде. Полученное уравнение можно записать в виде неявной функции $F_i(x, y, z, \varphi_y, h) = 0$ для *i*-й цепи. Согласно рассматриваемому подходу особые положения в общем случае можно определить по вырождению матриц частных производных

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \chi_1} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial \chi_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial \chi_1} & \dots & \frac{\partial F_n}{\partial \chi_n} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial q_1} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial F_n}{\partial q_n} \end{pmatrix},$$

где χ_j (j = 1...n) *j*-я выходная координата, а q_i (i = 1...n) *i*-я входная координата, n – число степеней свободы механизма, равное также числу его кинематических цепей. Для рассматриваемого механизма выходными координатами являются x, y, z, φ_y , а входными h_i .

Согласно Х. Анджелесу и К. Госслену, если вырождена матрица **B**, то механизм находится в особом положении первого типа и его выходное звено теряет степень свободы. Вырождение матрицы **A** говорит о наличии особого положения второго типа и возможностью неконтролируемого перемещения выходного звена.

Аналитическое решение данной задачи, как правило, или невозможно, или требует серьезных усилий и приводит к необходимости работать с очень сложными выражениями, что зачастую приводит к ошибкам. Поэтому более целесообразным является применение итерационного метода [16]. Для этого в каждой точке вычисляется опре-



Рис. 4. Теоретическая рабочая зона механизма 2-PUS.2-P(US)₂ при горизонтальной ориентации выходного звена в сравнении с его габаритами.

делитель соответствующей матрицы и исследуется поведение знака этого определителя: если знак определителя рассматриваемой матрицы между двумя соседними точками различен, то между двумя этими точками механизм попадает в особое положение соответствующего типа. Заметим, что при использовании такого подхода имеется теоретическая вероятность пропуска точек особых положений, если шаг сетки разбиения (перебора) рабочей зоны слишком велик. Совпадение знака определителя в двух соседних точках, в теории, не гарантирует, что между ними отсутствует особое положение. Если шаг сетки достаточно мал, то вероятность пропуска особого положения также невелика. Проанализировав все точки рабочей зоны, можно дать заключение о том, как особые положения влияют на ее размер и форму [16].

Пример расчета. Рассмотрим механизм 2-<u>P</u>US.2-<u>P</u>(US)₂ (рис. 4), который имеет две простых (i = 2 и i = 3) и две двойных (i = 1 и i = 4) цепи. Цепи расположены так, что вращение выходного звена возможно только вокруг оси y'. Геометрические размеры (м): длины звеньев (одинаковы для всех цепей): $l_{AB} = 0.05$, $l_{BC} = 0.3$, $l_{DE} = 0.05$, для двойных цепей $l_{B1B2} = l_{C1C2} = 0.08$; пределы перемещения каретки (одинаковы для всех цепей): $h_{\min} = 0.3$, $h_{\max} = 0.75$; координаты, определяющие положение и ориентацию вертикальной стойки механизма и звена AB: $x_{A1} = 0.2$, $y_{A1} = 0$, $x_{B1} = 0.15$, $y_{B1} = 0$, $x_{A2} =$ = 0.04, $y_{A2} = 0.24$, $x_{B2} = 0.04$, $y_{B2} = 0.19$, $x_{A3} = -0.04$, $y_{A3} = 0.24$, $x_{B3} = -0.04$, $y_{B3} = 0.19$, $x_{A4} = -0.2$, $y_{A4} = 0$, $x_{B4} = -0.15$, $y_{B4} = 0$; координаты точек C_i в начальном положении в системе Ex'y'z': $x'_{C01} = 0.08$, $y'_{C01} = 0$, $x'_{C02} = 0.04$, $y'_{C02} = 0.04$, $x'_{C03} = -0.04$, $y'_{C03} = 0.04$, $x'_{C04} = -0.08$, $y'_{C04} = 0$, для всех цепей $z'_{C0} = l_{DE} = 0.05$.

При этом условные точки B и C располагаются в серединах звеньев B_1B_2 и C_1C_2 соответственно, то есть на оси симметрии параллелограмма двойной цепи.

Для определения теоретической рабочей зоны механизма при нулевом угле поворота выходного звена (рис. 4) проведен итерационный анализ в интервалах координат:



Рис. 5. Знак определителя матрицы **A** в точках рабочей зоны ("+" – серый, "–" – черный) механизма 2-<u>PUS.2-P(US)</u>₂: $\phi_v = 15^\circ$ (а), $\phi_v = 30^\circ$ (б), $\phi_v = 45^\circ$ (в), $\phi_v = 60^\circ$ (г).

x = [-0.3; 0.3], y = [-0.3; 0.3], z = [-0.025; 0.5]. Шаг сетки равен 0.01 м по координатам x, y и 0.025 м по координате z. Таким образом, в объеме, ограниченном указанными пределами, проанализированы 81862 точки.

Для исследования особых положений типов 1 и 2 провели итерационный анализ с параметрами перебора, указанными выше. При этом помимо горизонтального положения выходного звена было рассмотрено еще четыре примера с разными углами поворота выходного звена вокруг оси y': 15°, 30°, 45° и 60°.

Особые положения типа 1 в рассматриваемом механизме, как и в подавляющем большинстве других механизмов параллельной структуры, возникают только на границе теоретической рабочей зоны, что подтверждается проведенным итерационным анализом: определитель матрицы **В** в каждой из рассмотренных точек имеет знак "+".

Отметим, что поскольку модель кинематики цепи с параллелограммом базируется на модели простой <u>PUS</u> цепи, то в матрице **A** изначально присутствуют частные производные по углам поворота φ_x и φ_z , а сама матрица имеет размер 4 × 6. Однако поворот механизма на данные углы не возможен, поэтому из указанной матрицы необходимо исключить столбцы 4 и 6, получив матрицу 4 × 4. Результаты анализа особых положений типа 2 (рис. 5):

- угол $\phi_v = 0^\circ$: 21280 точек в рабочей зоне, 0 точек с det(A) < 0;
- угол $\phi_v = 15^\circ$: 19986 точек в рабочей зоне, 19900 точек с det(A) < 0;
- угол $\phi_v = 30^\circ$: 17882 точки в рабочей зоне, 17473 точки с det(A) < 0;
- угол $\varphi_v = 45^\circ$: 15453 точки в рабочей зоне, 14364 точки с det(A) < 0;
- угол $\phi_v = 60^\circ$: 13025 точек в рабочей зоне, 10835 точек с det(A) < 0.

По данному примеру видно, что особые положения типа 2 отсутствуют при горизонтальной ориентации платформы, однако уже при угле наклона платформы $\varphi x = 45^{\circ}$ около 7% рабочей зоны отделено от оставшейся ее части особыми положениями указанного типа.

Заключение. В статье были исследованы особые положения типов 1 и 2 для механизма $2-\underline{P}US.2-\underline{P}(US)_2$ типа Delta. Для решения задачи был использован итерационный алгоритм, заключающийся в последовательном переборе точек рабочей зоны механизма и анализе поведения определителей матриц частных производных от входных и выходных координат при различных наклонах выходного звена. Зная расположение точек, соответствующих особым положениям различных типов, можно перейти к задаче рассмотрения критериев близости к ним. Решение данной задачи является необходимым для оценки размеров эффективной рабочей зоны механизма и является важным этапом его параметрического синтеза и проектирования.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках базовой части государственного задания № 9.5309.2017/8.9.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Glazunov V.A., Kheylo S.V., Tsarkov A.V. The Control Complex Robotic System on Parallel Mechanism // Smart Electromechanical Systems. Springer. 2018. Editors A.E. Gorodetskiy and I.L. Tarasova. P. 137.
- 2. *Ganiev R.F., Glazunov V.A., Filippov G.S.* Urgent Problems of Machine Science and Ways of Solving Them: Wave and Additive Technologies, the Machine Tool Industry, and Robot Surgery // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 2018. V. 47 (5). P. 399.
- Glazunov V., Nosova N., Ceccarelli M. Kinematics of a 6 DOFs Manipulator with a Interchangeable Translation and Rotation Motions. // Recent Advances in Mechanism Design for Robotics. Proceedings of the 3rd IFToMM Symposium on Mechanism Design for Robotics. Springer International Publishing Switzerland. 2015. P. 407.
- 4. *Clavel R.* Device for the Movement and Positioning of an Element in Space: pat. 4976582 USA. 1990.
- 5. *Miller K*. Experimental Verification of Modeling of DELTA Robot Dynamics by Direct Application of Hamilton's Principle. // Proceedings of 1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Nagoya, Japan, 1995. P. 532.
- Кулешова Е.М., Ларюшкин П.А. Кинематика механизмов типа "дельта" с различным числом степеней свободы // Ж. Машиноведение и инновации. Конференция молодых ученых и студентов (МИКМУС-2017). Материалы конференции. 2018. С. 305.
- Clavel R. Conception d'un Robot Parallèle Rapide à 4 Degrés de Liberté. Ph.D Thesis. École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1991. P. 133.
- 8. *Glazunov V., Nosova N., Ceccarelli M.* Kinematics of a 6 DOFs Manipulator with a Interchangeable Translation and Rotation Motions. Recent Advances in Mechanism Design for Robotics. Proceed-

ings of the 3rd IFToMM Symposium on Mechanism Design for Robotics. Springer International Publishing Switzerland. 2015. P. 407.

- 9. Ларюшкин П.А., Эрастова К.Г., Филиппов Г.С., Хейло С.В. К расчету механизмов типа DEL-ТА с линейными приводами и различным числом степеней свободы // Ж. Проблемы машиностроения и надежности машин. 2019. № 3. С. 37.
- Glazunov V., Kheylo S. Dynamics and Control of Planar, Translational and Spherical Parallel Manipulators. Dynamic Balancing of Mechanisms and Synthesizing of Parallel Robots. Springer 2016. P. 365.
- 11. Merlet J.-P. Parallel Robots. 2-nd edition. Springer, 2006. P. 402.
- 12. Gosselin C. M., Angeles J. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains. IEEE Transactions on Robotics and Automatics. 1990. V. 6 (3). P. 281.
- 13. Aleshin A.K., Glazunov V.A., Rashoyan G.V., Shai O. Analysis of kinematic screws that determine the topology of singular zones of parallel-structure robots // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 2018. V. 45 (4). P. 291.
- 14. *Glazunov V.A., Nosova N.Yu., Kheylo S.V., Tsarkov Andre.* Design and Analysis of the 6-DPF Decoupled Parallel Kinematics Mechanism. Dynamic Decoupling of Robot Manipulators. Springer. 2018. Ch. 6. P. 125.
- Fomin A., Glazunov V. A Novel Rotary Positioner with Single Drive: Structural Analysis and Kinematic Design. Advances in Robot Kinematics 2018. Springer. 2018. P. 364.
- 16. Эрастова К.Г., Ларюшкин П.А. Рабочие зоны механизмов параллельной структуры и способы определения их формы и размеров // Ж. Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2017. № 8. С. 78.