

УДК 532.5

НАГРЕВ ЖИДКОСТИ ПРИ СХЛОПЫВАНИИ ОДИНОЧНОГО КАВИТАЦИОННОГО ПУЗЫРЬКА

© 2020 г. А. А. Аганин¹, О. Р. Ганиев¹, А. И. Давлетшин^{1,*}, Л. Е. Украинский¹¹Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, г. Москва, Россия

*e-mail: anas.davletshin@gmail.com

Поступила в редакцию 17.04.2019 г.

Принята к публикации 25.10.2019 г.

Представлены результаты численного исследования процесса нагрева жидкости при схлопывании одиночного сферического кавитационного пузырька в воде при давлении жидкости 10 бар, ее температуре 20°C и начальном радиусе пузырька 500 мкм. При моделировании данного явления учитываются теплопроводность пара в пузырьке и окружающей жидкости, теплообмен и испарение/конденсация на поверхности пузырька, эффекты вязкости и сжимаемости жидкости. Показано, что в результате схлопывания пузырька жидкость нагревается в области с радиусом около 60 мкм. Температура в центре этой области примерно на 50°C, выше, чем у окружающей жидкости. Тепловая энергия, затраченная на нагрев жидкости в этой области, примерно равна 25 мкДж.

Ключевые слова: кавитационный пузырек, паровой пузырек, коллапс пузырька, захлопывание пузырька, радиальные пульсации пузырька, нагрев жидкости

DOI: 10.31857/S0235711920010022

Введение. Первоначально с кавитацией связывали понижение эффективности работы устройств [1], разрушение поверхностей тел, работающих в условиях кавитации (лопастей гребных винтов судов, лопаток гидротурбин, стенок проточных каналов гидронасосов и т.д. [1–3]), шум [4] и др. В настоящее время кавитация находит широкое применение для устранения отложений на трубах теплообменных аппаратов [5], для очистки подводных объектов от морских загрязнений (в частности, от нароста ракообразных) [6], для доставки лекарств в органические клетки посредством сонопорации [7], для повышения эффективности в волновых технологиях [8, 9], используемых во многих областях хозяйственной деятельности (нефтедобыча, химия, пищевая промышленность, экология, машиностроение и т.д.).

Кавитация считается одним из основных механизмов нагрева жидкости в разнообразных технологических установках, в частности, в вихревых теплогенераторах [10, 11]. В настоящей статье рассматривается процесс нагрева жидкости при захлопывании одиночного кавитационного пузырька в неограниченном объеме неподвижной жидкости.

Постановка задачи. Изучим процесс нагрева жидкости (воды) при захлопывании в ней одиночного сферического кавитационного (парового) пузырька. Изначально (в момент времени $t = 0$) жидкость и пар в пузырьке покоятся, пар находится в состоянии насыщения при температуре жидкости T_0 . Давление жидкости на большом удалении от пузырька постоянно и равно p_∞ . Рассмотрим вариант, когда $p_\infty = 10$ бар, $T_0 = 20^\circ\text{C}$, $R_0 = 500$ мкм. Давление жидкости p_∞ намного превышает начальное давление

в пузырьке, равное давлению насыщенного пара $p_s(T_0) = 0.022$ бар, что и вызывает схлопывание пузырька. Такие условия коллапса могут возникать в конце расширения пузырька, образованного лазерным или искровым пробоем жидкости [12], или в конце расширения пузырька, совершающего радиальные пульсации в пучности давления стоячей волны [13]. Такие условия можно использовать также и для приближенной оценки вызываемого кавитацией нагрева жидкости в различных технологических установках [9, 10].

В общем случае процесс захлопывания кавитационного пузырька в жидкости является весьма сложным как для физического, так и для математического моделирования. В настоящей статье для его описания применим сравнительно простую физическую модель, которая учитывает ряд основных физических особенностей рассматриваемого явления. В частности, считается, что пар в пузырьке и окружающая жидкость являются теплопроводными, а на поверхности пузырька реализуется теплообмен. Жидкость принимается слабосжимаемой. Эффект ее сжимаемости (акустическое излучение) учитывается лишь на большом удалении от пузырька. Влияние вязкости на преобразование механической энергии в тепловую вне поверхности пузырька не учитывается. Теплоемкость жидкости полагается постоянной. Пар в пузырьке считается совершенным газом с однородным по пространству давлением (т.е. зависящим только от времени).

Математическая модель. В рамках принятых допущений математическая формулировка задачи сводится к системе дифференциальных уравнений [14] относительно скорости жидкости на поверхности пузырька u^+ , давления в пузырьке p^- , радиуса пузырька R , температуры T в пузырьке и жидкости

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{u^+}{c_L}\right) R\dot{u}^+ + \frac{3}{2}\left(1 - \frac{u^+}{3c_L}\right) u^{+2} + 2\left(1 - \frac{u^+}{4c_L}\right) u^+(\dot{R} - u^+) = \\ = \left(1 + \frac{\dot{R}}{c_L}\right) \frac{p^+ - p_\infty}{\rho_L} + \frac{R}{c_L} \frac{\dot{p}^+ - \dot{p}_\infty}{\rho_L}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\dot{p}^- = \frac{3}{R} [(\gamma - 1)(\kappa_v T_r)^- - \gamma p u^-], \quad (2)$$

$$\dot{R} = u^+ + \frac{j}{\rho_L}, \quad (3)$$

$$T_t + u T_r = \frac{(\gamma - 1)T}{\gamma p} \left(\dot{p}^- + \frac{1}{r^2} (r^2 \kappa_v T_r)_r \right), \quad (4)$$

$$\rho_L C r^2 \left(T_t + \frac{R^2}{r^2} u^+ T_r \right) = (\kappa_L r^2 T_r)_r. \quad (5)$$

Здесь точка сверху означает производную по времени t ; r – расстояние до центра пузырька; u – скорость; p – давление; j – скорость изменения массы при испарении/конденсации, отнесенная к единице площади; ρ – плотность; c – скорость звука; κ – коэффициент теплопроводности; нижние индексы L и v указывают на отношение к жидкости и пару соответственно, верхние знаки $+$ и $-$ указывают на отношение к поверхности пузырька со стороны жидкости и пара соответственно; γ – показатель адиабаты пара; C – удельная теплоемкость жидкости. Кроме того, имеем

$$p^+ = p^- - \frac{2\sigma}{R} - \frac{4\mu}{R} u^+, \quad u = \frac{r}{R} u^- + \frac{\gamma - 1}{\gamma p} \left(\kappa_v T_r - \frac{r}{R} (\kappa_v T_r)_r \right), \quad u^- = \frac{j}{\rho^-} - \dot{R}, \quad \rho^- = \frac{p^-}{R_v T^*},$$

$$j = \frac{\alpha_M}{\sqrt{2\pi R_v}} \left(\frac{p_S(T^*)}{\sqrt{T^*}} - \frac{\Gamma p^-}{\sqrt{T^*}} \right), \quad \Gamma = e^{-\Omega^2} - \Omega \sqrt{\pi} \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\Omega} e^{-x^2} dx \right), \quad \Omega = \frac{j}{p^-} \sqrt{\frac{R_v T^*}{2}},$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения; μ – коэффициент вязкости жидкости; R_v – газовая постоянная для пара; α_M – коэффициент аккомодации (испарения/конденсации); T^* – температура на поверхности пузырька; $p_S(T)$ – давление насыщенных паров при температуре T . При температурах выше критической T_{cr} различие между жидкостью и паром отсутствует. Поэтому при $T^* > T_{cr}$ массообмен на поверхности пузырька отсутствует (полагается $j = 0$).

Для уравнений теплопроводности (4), (5) примем граничные условия

$$T_r = 0 \quad (\text{при } r = 0), \quad (6)$$

$$T = T_0, \quad p = p_\infty \quad (\text{при } r = \infty), \quad (7)$$

$$(\kappa_L T_r)^+ - (\kappa_v T_r)^- = j l(p^-), \quad T^+ = T^- = T^* \quad (\text{при } r = R). \quad (8)$$

Здесь $l(p^-)$ – скрытая теплота парообразования при давлении p^- .

Начальные условия (при $t = 0$) для уравнений (1)–(5) имеют вид

$$u^+ = 0, \quad p^- = p_S(T_0), \quad R = R_0; \quad T = T_0 \quad \text{при } 0 \leq r < \infty. \quad (9)$$

Учет сжимаемости жидкости в дальнем поле производится посредством слагаемых с множителем c_L^{-1} в уравнении (1). Подробное изложение идеологии разбиения окружающей пузырек жидкости на ближнее поле, где жидкость считается несжимаемой, и дальнее поле, где она считается малосжимаемой, а также вывод соответствующих уравнений можно найти в [15].

В системе (1)–(5) уравнения (4), (5) описывают изменение полей температуры в паре и жидкости, соответственно. В рассматриваемой задаче они используются для расчета тонких пограничных слоев в окрестности поверхности пузырька с большими градиентами температуры, что нужно для корректного описания тепломассообмена. При отсутствии тепломассообмена уравнения (4), (5) исключаются, уравнения (2), (3) упрощаются до $\dot{p}^- = -3\gamma p \dot{R}/R$, $\dot{R} = u^+$, а уравнение (1) превращается в известное уравнение Рейля–Плессета второго порядка для радиуса адиабатического пузырька.

В рамках принятых условий имеем: $\rho_L = 998.2$ кг/м³, $c_L = 1483$ м/с, $\kappa_L = 0.5984$ Вт/(м К), $\kappa_v = 0.018222$ Вт/(м К), $\gamma = 1.325$, $C = 4150$ Дж/(кг К), $\sigma = 0.0725$ Н/м, $\mu = 10^{-3}$ кг/(м с), $R_v = 461.912$ Дж/(кг К), $\alpha_M = 0.04$.

Основные положения метода расчета. В методике численного решения задачи (1)–(9) [16] применяется замена переменных $\eta = r/R$, $\tau = t$ в области пузырька $0 \leq r \leq R$ и замена переменных $\xi = R/r$, $\tau = t$ в области жидкости $R \leq r < \infty$. В результате для произвольной функции f имеем $f_t = f_\tau - \eta \frac{\dot{R}}{R} f_\eta$, $f_r = \frac{1}{R} f_\eta$, $f_r|_{r=R}^- = \frac{1}{R} f_\eta|_{\eta=1}$ в области пузырька

ка и $f_t = f_\tau + \xi \frac{\dot{R}}{R} f_\xi$, $f_r = -\frac{\xi^2}{R} f_\xi$, $f_r|_{r=R}^+ = -\frac{1}{R} f_\xi|_{\xi=1}$ в области жидкости. Алгоритм расчета в новых переменных основан на методе конечных разностей. При этом пространственные производные аппроксимируются центральными разностями всюду, за исключением поверхности пузырька. На поверхности пузырька используются односторонние аппроксимации, имеющие второй порядок точности. Замена пространственных производных конечными разностями сводит дифференциальные уравнения частных производных (4), (5) к системе обыкновенных дифференциальных уравнений относительно температуры T в узлах разностной сетки. Эта система оказы-

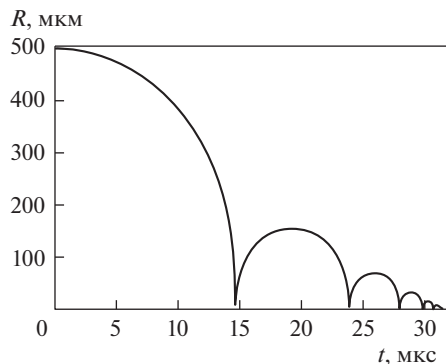


Рис. 1. Изменение радиуса пузырька при схлопывании.

вается связанной с обыкновенными дифференциальными уравнениями (1)–(3) относительно u^+ , \dot{R} и p^- лишь посредством параметров $j(T^*)$, κT_n^- и $l(p^-)$. Уравнения (1)–(3) решаются методом Дормана–Принса [17] (высокоточный вариант метода Рунге–Кутты с автоматическим выбором шага интегрирования), а указанная система относительно температуры T в узлах разностной сетки – частично неявным методом с использованием пятиточечной прогонки. Расчет ведется с применением единого временного шага, выбираемого методом Дормана–Принса. При этом на очередном временном шаге при расчете новых значений u^+ , \dot{R} , p^- считаются неизменными температура T^- и ее градиент T_r^- на поверхности пузырька, а при расчете нового поля температуры T в пузырьке и жидкости в качестве неизменных принимается давление p^- . В рамках рассматриваемой задачи принятая методика расчета оказалась весьма эффективной.

Результаты. На рис. 1 представлено уменьшение радиуса пузырька при его схлопывании. Видно, что схлопывание реализуется в виде ряда последовательно затухающих радиальных пульсаций, в результате которых пузырек довольно быстро уменьшается в размерах и исчезает. Время исчезновения пузырька можно оценить как $\delta t \approx \approx 2R_0/\sqrt{p_\infty/\rho_L} \approx 31.6$ мкс. Исчезновение пузырька обусловлено конденсацией пара на межфазной поверхности, а то, что пузырек исчезает довольно быстро, связано, главным образом, с эффектом сжимаемости жидкости.

Рисунок 2 иллюстрирует изменение температуры пара в центральной области пузырька и изменение давления пара, одинакового по всему объему пузырька. Видно, что в моменты экстремального сжатия как температура пара, так и его давление постепенно уменьшаются. В моменты же максимального расширения пузырька температура после первых двух сжатий несколько возрастает, а затем уменьшается, тогда как давление все время увеличивается.

Рисунок 3 характеризует изменение температуры в пузырьке и его небольшой окрестности при первом сжатии пузырька и его последующем расширении. Видно, что в процессе сжатия температура пара в пузырьке значительно возрастает. Это обусловлено сильным и быстрым уменьшением размеров пузырька. В результате этого пар в довольно большой центральной области пузырька фактически сжимается адиабатически. Это проявляется в том, что температура в этой области почти всюду одинакова. В результате сильного повышения температура пара в пузырьке становится намного выше температуры окружающей жидкости. Вследствие этого в небольшой окрестности поверхности пузырька возникает сравнительно тонкий тепловой пограничный слой, в котором температура пара резко понижается, а температура жидкости

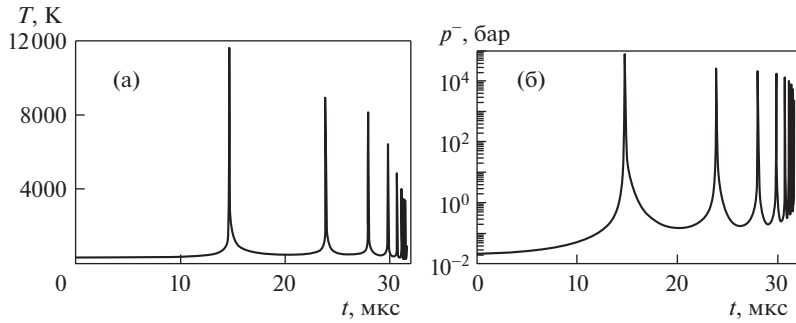


Рис. 2. Изменение температуры в центре пузырька (а) и давления в его полости (б) в процессе схлопывания.

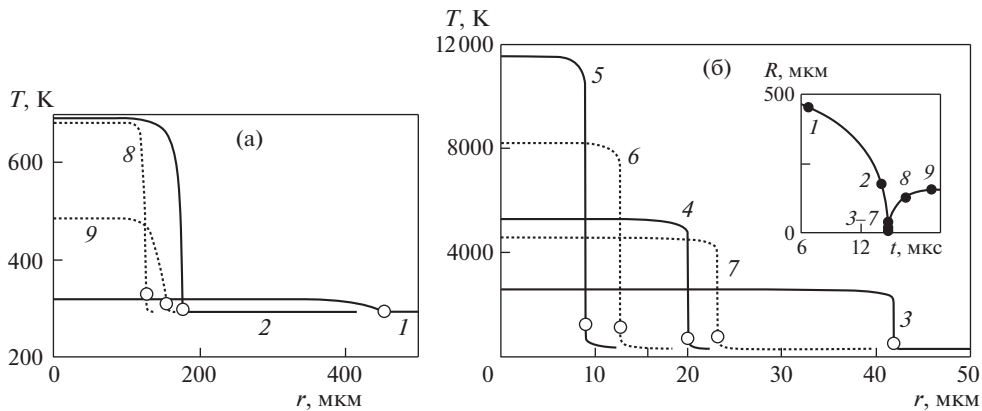


Рис. 3. Изменение температуры в пузырьке и его окрестности при первом сжатии и последующем расширении пузырька: (а) – начало сжатия и конец расширения (в области $r \leq 500$ мкм); (б) – конец сжатия и начало расширения (в области $r \leq 50$ мкм). Сплошные линии 1, 2, 3, 4 соответствуют фазе сжатия, пунктирные 6, 7, 8, 9 – фазе расширения, линия 5 – моменту экстремального сжатия. Кружками на кривых температуры указано значение на поверхности пузырька. Номера кривых соответствуют моментам времени, указанным во вставке на (б) точками на временных зависимостях радиуса пузырька.

резко возрастает. По мере сжатия температура на поверхности пузырька возрастает, что обусловлено увеличением температуры пара в результате сильного уменьшения объема пузырька.

В ходе следующего за сжатием расширения объем пузырька значительно возрастает. Это приводит к тому, что температура пара понижается. В центральной части пузырька расширение пара близко к адиабатическому. На поверхности пузырька увеличение его размеров проявляется в том, что температура на ней уменьшается.

Рисунок 4 характеризует изменение температуры в пузырьке и окружающей жидкости в моменты перехода 1–6 (указаны во вставке) от фаз расширения к фазам сжатия. Видно, что толщина слоя жидкости, в котором температура превышает начальное значение $T_0 = 293.15$ К, со временем возрастает. При этом температура в пузырьке сначала (от перехода 1 к переходу 2) возрастает, а затем убывает вплоть до значений, ниже тех, что достигаются на поверхности пузырька (переходы 5, 6). По-видимому, это связано с тем, что каждое последующее сжатие начинается при больших давлениях в пу-

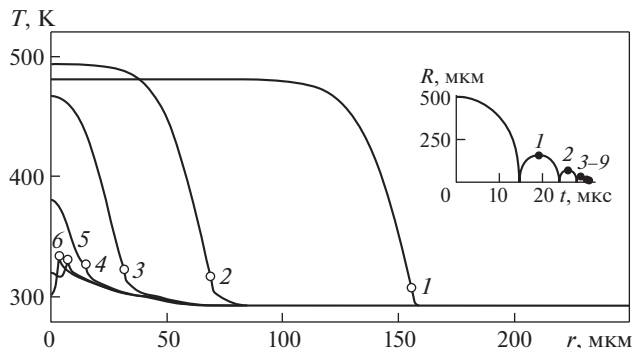


Рис. 4. Радиальные профили температуры в пузырьке и окружающей жидкости (кружками указаны значения на поверхности пузырька) в моменты перехода 1–6 от фаз расширения к фазам сжатия (моменты перехода отмечены во вставке точками с соответствующими номерами).

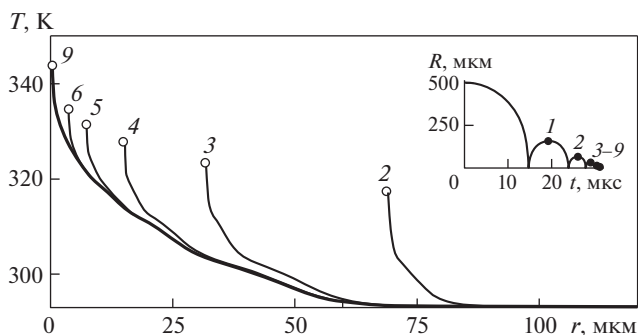


Рис. 5. Изменение радиальных профилей температуры жидкости в окрестности пузырька при переходах от фаз расширения к фазам сжатия (кружки указывают значения на поверхности пузырька). Номера кривых соответствуют моментам перехода, отмеченным во вставке точками на кривой радиуса пузырька.

зырьке (p^- , бар: 0.02 ($t = 0$), 0.15, 0.18, 0.20, 0.25, 0.32, 0.41, ...), что приводит к понижению степени сжатия пара в пузырьке в момент локального экстремального сжатия (рис. 2).

На рис. 5 представлены изменения радиальных профилей температуры жидкости в окрестности кавитационного пузырька при переходах от фаз расширения к фазам сжатия. Жирная кривая фактически представляет результат преобразования механической энергии в тепловую, реализующийся при полном исчезновении пузырька. В рассмотренном случае жидкость нагрелась в области $r \leq 60$ мкм. Нагрев неоднородный. В центре он наибольший (температура достигает около 50°C), а к периферии монотонно уменьшается до нуля. Профиль температуры имеет слегка волнистый характер, что обусловлено радиальными пульсациями пузырька.

Нагрев жидкости в рамках принятой модели реализуется в результате перекачки тепловой энергии из пузырька в окружающую жидкость. Приходящую из пузырька тепловую энергию \dot{q}_R можно рассчитать по формуле

$$\dot{q}_R = -4\pi\kappa_L T_r|_{r=R}^+ R^2, \quad (10)$$

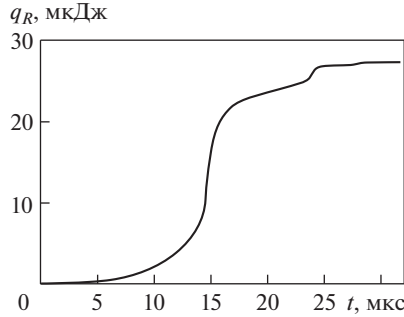


Рис. 6. Изменение тепловой энергии, приходящей из пузырька в жидкость на ее нагрев, в процессе схлопывания пузырька.

здесь $T_r|_{r=R}^+$ — градиент температуры на поверхности пузырька со стороны жидкости.

Изменение согласно (10) тепловой энергии q_R , приходящей из пузырька в жидкость на ее нагрев в процессе схлопывания пузырька, представлено на рис. 6. Сопоставление с рис. 1 показывает, что наибольшая часть энергии поступает в жидкость в ходе первого сжатия и последующего расширения пузырька. После второго расширения прирост энергии незначителен. Это объясняется тем, что площадь поверхности, через которую реализуется теплообмен между пузырьком и жидкостью в ходе схлопывания, довольно быстро уменьшается. Согласно рис. 6, энергия q_R , поступившая на нагрев жидкости, примерно равна 27 мкДж.

Тепловую энергию ΔE , затраченную на нагрев жидкости в некоторой области $r \leq R_*$ с радиусом R_* , можно рассчитать по профилю температуры в жидкости в конце схлопывания пузырька (жирная линия на рис. 5), воспользовавшись выражением

$$\Delta E(R_*) = 4\pi\rho_L C \int_0^{R_*} (T - T_0)r^2 dr. \quad (11)$$

Согласно (11), в конце схлопывания $\Delta E = \Delta E(R^* \rightarrow \infty) \approx \Delta E(R^* = 60 \text{ мкм}) \approx 25 \text{ мкДж}$. Некоторое различие между результатами расчетов тепловой энергии, затраченной на нагрев жидкости при схлопывании пузырька, по формуле (10), выражающей тепловой поток через поверхность пузырька ($q_R \approx 27 \text{ мкДж}$), и по формуле (11), основанной на профиле температуры в конце схлопывания ($\Delta E \approx 25 \text{ мкДж}$) обусловлено погрешностями вычислений.

Заключение. Представлены результаты численного исследования процесса нагрева жидкости при схлопывании одиночного кавитационного пузырька в воде при давлении жидкости $p_\infty = 10 \text{ бар}$, ее температуре $T_0 = 20^\circ\text{C}$ и начальном радиусе пузырька $R_0 = 500 \text{ мкм}$. Применяется физическая модель, в которой пар в пузырьке и окружающая жидкость считаются теплопроводными, а на поверхности пузырька реализуется теплообмен. Эффект сжимаемости жидкости учитывается лишь на большом удалении от пузырька. Влияние вязкости вне поверхности пузырька на преобразование механической энергии в тепловую не учитывается. Теплоемкость жидкости полагается постоянной. Пар в пузырьке считается совершенным газом с однородным по пространству давлением (т.е. зависящим только от времени).

Показано, что в результате схлопывания пузырька в жидкости остается теплое “пятно” с радиусом $r \leq 60 \text{ мкм}$, т.е. примерно $r < 0.1R_0$. Температура жидкости в центре

этого пятна приблизительно на 50°C превышает температуру жидкости T_0 . По мере удаления от центра этого пятна к периферии температура плавно уменьшается к температуре жидкости T_0 . Тепловая энергия, затраченная на нагрев жидкости в пределах этого пятна примерно равна 25 мкДж.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Philipp A., Lauterborn W.* Cavitation erosion by single laser-produced bubbles // *J. Fluid Mech.* 1998. V. 361. P. 75–116.3. *Pearsall I.S.* Cavitation. 1972. Mills and Boon Limited London.
2. *Pearsall I.S.* Cavitation. London: Mills and Boon Limited, 1972.
3. *Brennen C.E.* Hydrodynamics of pumps. Oxford university press, 1994.
4. *Harrison M.* An experimental study of single bubble cavitation noise // *JASA.* 1982. V. 24. № 6. P. 776.
5. *Kieser B., Phillion R., Smith S., McCartney T.* The application of industrial scale ultrasonic cleaning to heat exchangers // *Proceed of Int. Conf. on Heat exchanger fouling and cleaning.* 2011. P. 336.
6. *Guoa Sh., Khoo B.Ch., Teob S.L. M., Lee H.P.* The effect of cavitation bubbles on the removal of juvenile barnacles // *Colloids and Surfaces B: Biointerfaces.* 2013. V. 109. P. 219.
7. *Ohl C.-D., Arora M., Iking R., Jong N., Versluis M., Delius M., Lohse D.* Sonoporation from Jetting Cavitation Bubbles // *Biophysical J.* 2006. V. 91. P. 4285.
8. *Ганиев Р.Ф., Корнеев А.С., Украинский Л.Е.* Об эффекте волнового диспергирования газа в жидкости // *ДАН.* 2007. Т. 416. № 3. С. 329.
9. *Ганиев Р.Ф., Украинский Л.Е.* Нелинейная волновая механика и технологии. Волновые и колебательные явления в основе высоких технологий. Изд. 2-е, дополн. М.: Институт компьютерных исследований; Научно-издательский центр “Регулярная и хаотическая динамика”, 2011. С. 780.
10. *Бритвин Л.Н.* Теплогенератор кавитационно-вихревого типа. Патент РФ по заявке 99110397/06, 2001.
11. *Бирюк В.В., Серебряков Р.А., Достовалова С.С.* Вихревой гидравлический теплогенератор с улучшенными характеристиками // *Известия Самарской государственной сельскохозяйственной академии.* 2015. № 3. С. 70.
12. *Yang Y.X., Wang Q.X., Keat T.S.* Dynamic feature of a laser-induced cavitation bubble near a solid boundary // *Ultrasonics Sonochemistry.* 2013. V. 20. P. 1098.
13. *Taleyarkhan R.P., West C.D., Cho J.S., Lahey R.T. (Jr.), Nigmatulin R.I., Block R.C.* Evidence for nuclear emissions during acoustic cavitation // *Science.* 2002. V. 295. P. 1868.
14. *Nigmatulin R.I., Akhatov I.Sh., Topolnikov A.S., Bolotnova R.Kh., Vakhitova N.K., Lahey R.T. (Jr.), Taleyarkhan R.P.* The Theory of Supercompression of Vapor Bubbles and Nano-Scale Thermonuclear Fusion // *Physics of Fluid.* 2005. V. 17. 107106.
15. *Prosperetti A., Lezzi A.* Bubble dynamics in a compressible liquid. Part 1. First-order theory // *J. Fluid Mech.* 1986. V. 168. P. 457.
16. *Aganin A.A., Toporkov D.Yu.* Liquid viscosity effect in dynamics of a nonspherical bubble // *Proc. of The International Summer Scientific School “High Speed Hydrodynamics 2004”,* Cheboksary, Russia, 2004. P. 197.
17. *Хайрер Э., Нерсетт С., Виннер Г.* Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. М. Мир, 1990. С. 512.