
МЕХАНИКА МАШИН

УДК 621.865.8

**АНАЛИЗ ЖЕСТКОСТИ И ТОЧНОСТИ
ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ РОБОТА-ТРИПОДА**© 2020 г. Е. В. Гапоненко^{1,*}, Л. А. Рыбак¹, Л. Г. Вирабян¹¹Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, г. Белгород, Россия*e-mail: gaпоненкоel@gmail.com

Поступила в редакцию 06.04.2018 г.

Принята к публикации 25.10.2019 г.

В статье представлена методика определения жесткости и смещения выходного звена робота-трипода, входящего в состав роботизированного комплекса с модулями относительного манипулирования, с использованием матрицы Якоби. Показано, что карты жесткости позволяют выявить максимальную и минимальную жесткость в рабочем пространстве робота. Приведен алгоритм расчета погрешности, вызываемой смещением выходного звена под действием силы резания. Представлены результаты моделирования.

Ключевые слова: роботизированный комплекс, модуль относительного манипулирования, точность, карты жесткости, Якобиан, робот-трипод

DOI: 10.31857/S0235711920010071

При создании новых типов высокопроизводительного инновационного оборудования для различных применений (механической обработки, резки, сварки, сборки, окраски) возникают проблемы разработки новых схемно-технических решений, их компоновок, обеспечивающих сложные виды движений выходного звена в пространстве и высокую точность позиционирования. Одним из вариантов решения этих проблем является использование механизмов параллельной структуры для относительного манипулирования. В последнее время произошел значительный скачок в исследованиях механизмов параллельной структуры [1–7].

Одной из важных проблем при создании роботизированных комплексов на основе механизмов параллельной структуры является обеспечение требуемой точности механической обработки. В работах [8, 9], проведены экспериментальные исследования точности позиционирования, точности воспроизведения “эталонной” траектории, статической и динамической жесткости станка-гексапода “Гексамех-1”.

Для определения точности механизмов параллельной структуры-необходимо определить жесткость конструкции. Жесткость механизма во многом определяет его качество: производительность, надежность, долговечность и точность. Возрастающее значение высокой точности и динамических характеристик роботизированных систем параллельной структуры увеличило использование высокопрочных материалов и легких конструкций за счет значительного сокращения поперечных сечений звеньев и их массы. Но такие решения увеличивают структурные деформации и могут привести к интенсивным резонансным и самовозбуждающимся колебаниям высокой частоты. Поэтому исследование жесткости приобретает первостепенное значение при проектировании робототехнических систем параллельной структуры с целью правильного

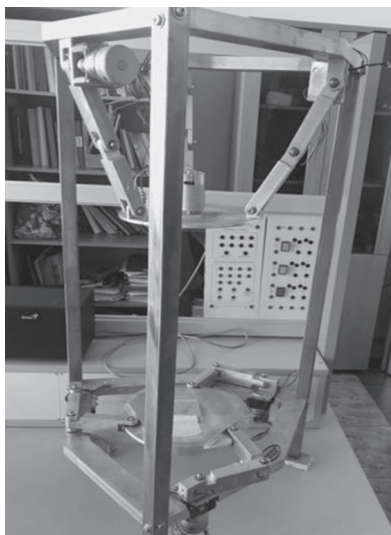


Рис. 1. Макет манипулятора.

выбора материалов, геометрии, формы и размеров элементов конструкции, а также взаимодействия каждого элемента с другими.

Общая жесткость манипулятора зависит от нескольких факторов, включая размеры и материал звеньев. Для реализации механизма высокой жесткости многие элементы конструкции должны быть большими и тяжелыми. Однако для достижения высокоскоростного движения необходимо, чтобы они были небольшими и легкими.

Для получения модели жесткости механизмов параллельной структуры используются четыре основных метода, основанных: 1) на вычислении матрицы Якоби [10–13]; 2) на анализе конечных элементов [14]; 3) на матричном структурном анализе [15, 16], 4) на использовании набора виртуальных соединений, которые описывают упругие свойства звеньев, соединений и пружин [17, 18].

Однако работы, посвященные исследованию жесткости, не учитывают технологический процесс обработки, силу резания, оказывающую влияние на смещение выходного звена.

Рассмотрим использование метода на основе матрицы Якоби для нахождения жесткости и смещения выходного звена робота-трипода, входящего в состав роботизированного комплекса с модулями относительного манипулирования. Такой комплекс с шестью степенями свободы выполнен в виде соединения двух механизмов параллельной структуры с тремя степенями свободы каждый. На рис. 1 представлен макет манипулятора относительного манипулирования по патенту РФ [19], имеющегося в распоряжении Лаборатории мехатроники и робототехники БГТУ им. В.Г. Шухова.

На рис. 2 приведена 3D-модель роботизированного комплекса с модулями относительного манипулирования.

Механизм содержит модуль для установки инструмента и модуль для установки обрабатываемой детали на базе триподов. Использование таких механизмов позволит повысить техническую и эксплуатационную эффективность устройств манипулирования в пространстве по шести координатам. Важным преимуществом данного комплекса является отсутствие динамической связанности приводов, которая усложняет задачу моделирования и управления.

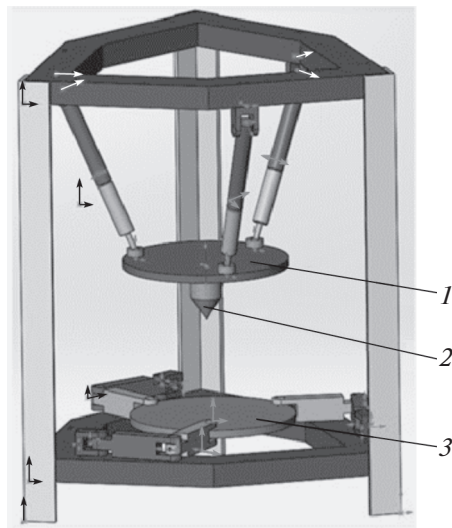


Рис. 2. 3D-модель роботизированного комплекса: 1 – модуль для установки инструмента; 2 – выходное звено; 3 – модуль для установки детали.

Верхний модуль для установки инструмента представляет собой трипод, который состоит из трех штанг переменной длины, соединенных вращательными шарнирами с основанием и рабочей платформой. Модуль может совершать вращение вокруг горизонтальных осей x и y , а также поступательное движение вдоль вертикальной оси z .

Нижний модуль для установки детали выполнен в виде плоского механизма параллельной структуры. Каждая кинематическая цепь имеет одну вращательную кинематическую пару, сопряженную с основанием, одну вращательную кинематическую пару, сопряженную с выходной платформой, и одну промежуточную вращательную кинематическую пару. Модуль имеет перемещения вдоль горизонтальных осей x и y , а также вращение вокруг вертикальной оси z .

Рассмотрим верхний модуль, выполненный в виде трипода. Основание и рабочая платформа верхнего модуля (рис. 3) представляют собой равносторонние треугольники, точки A_i , $i = 1, 2, 3$ и точек B_i , $i = 1, 2, 3$, соответственно расположены на вершинах равностороннего треугольника, минимальная и максимальная длины каждой штанги одинаковы. Поэтому механизм полностью симметричен.

Воспользуемся принципом виртуальной работы. В общем виде для трипода, представленного на рис. 2, работы, совершаемые силой резания и тремя силами, возникающими в штангах, можно выразить уравнением

$$\mathbf{F}_p^T \times \Delta \mathbf{P} = \mathbf{f}^T \times \Delta \mathbf{q}, \quad (1)$$

где $\mathbf{F}_p^T = [F_z, M_\varphi, M_\theta]^T$ – вектор силы резания; $\Delta \mathbf{P} = [\Delta z, \Delta \varphi, \Delta \theta]^T$ – вектор бесконечно малого перемещения выходного звена, возникающего под действием силы резания; $\mathbf{f}^T = [f_1, f_2, f_3]^T$ – вектор сил в штангах; $\Delta \mathbf{q} = [\Delta q_1, \Delta q_2, \Delta q_3]^T$ – вектор бесконечно малых деформаций, возникающих под действием сил в штангах, $\Delta q_1, \Delta q_2, \Delta q_3$ – обобщенные координаты. В данном случае за обобщенные координаты принимаем изменение длин штанг.

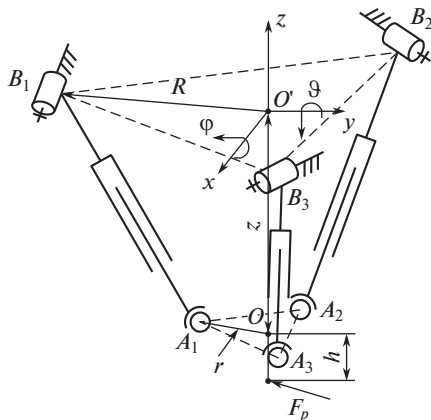


Рис. 3. Кинематическая схема трипода.

Длины штанг трипода определим на основе соотношений

$$\begin{aligned}
 q_i &= \sqrt{(x_{Ai} - x_{Bi})^2 + (y_{Ai} - y_{Bi})^2 + (z_{Ai} - z_{Bi})^2}, \\
 q_1 &= ((x + r(\cos \vartheta \cos \psi + \sin \varphi \sin \vartheta \sin \psi) - R)^2 + \\
 &\quad + (z + r(-\sin \vartheta \cos \psi + \sin \varphi \cos \vartheta \sin \psi))^2)^{0.5}, \\
 q_2 &= ((x + 0.5r((\cos \vartheta \cos \psi + \sin \varphi \sin \vartheta \sin \psi) + \\
 &\quad + \sqrt{3}(-\cos \vartheta \sin \psi + \sin \varphi \sin \vartheta \cos \psi)) - 0.5R)^2 + \\
 &\quad + \left(y - 0.5r(\cos \varphi \sin \psi + \sqrt{3} \cos \varphi \cos \psi) + \frac{\sqrt{3}}{2} R \right)^2 + \\
 &\quad + (z - 0.5r((-\sin \vartheta \cos \psi + \sin \varphi \cos \vartheta \sin \psi) + \\
 &\quad + \sqrt{3}(\sin \vartheta \sin \psi + \sin \psi \cos \vartheta \cos \psi)))^2)^{0.5}, \\
 q_3 &= \left((x - 0.5r((\cos \vartheta \cos \psi + \sin \varphi \sin \vartheta \sin \psi) - \right. \\
 &\quad \left. - \sqrt{3}(-\cos \vartheta \sin \psi + \sin \varphi \sin \vartheta \cos \psi)) + 0.5R)^2 + \right. \\
 &\quad \left. + \left(y - 0.5r(-\sin \vartheta \cos \psi + \sin \varphi \cos \vartheta \sin \psi) - \frac{\sqrt{3}}{2} R \right)^2 + \right. \\
 &\quad \left. + (z - 0.5r(\sin \vartheta \sin \psi - \sqrt{3}(\sin \vartheta \sin \psi + \sin \psi \cos \vartheta \cos \psi)))^2 \right)^{0.5},
 \end{aligned}$$

где φ и ϑ – углы поворота вокруг осей x и y соответственно, r – радиус окружности, описанной около треугольника A_i , $i = 1, 2, 3$, R – радиус окружности, описанной около треугольника B_i , $i = 1, 2, 3$, z – расстояние между точками O и O' , x, y, ψ – дополнительные смещения выходного звена при его поворотах относительно горизонтальных осей, налагаемых кинематическими цепями трипода [4, 20].

Из [21] эти смещения равны

$$\psi = \tan^{-1} \left(\frac{\sin \varphi \sin \vartheta}{\cos \varphi + \cos \vartheta} \right),$$

$$x = \frac{r}{2} (\cos \vartheta \cos \psi + \sin \varphi \sin \vartheta \sin \psi - \cos \psi \cos \varphi),$$

$$y = -r \cos \varphi \sin \psi.$$

Для преобразования уравнения (1) применим методику расчета, основанную на использовании матрицы Якоби. Учитывая, что погрешность позиционирования центра подвижной платформы можно найти из уравнения

$$\Delta \mathbf{P} = \mathbf{J} \cdot \Delta \mathbf{q}, \quad (2)$$

где \mathbf{J} – прямая матрица Якоби, подставим выражение (2) в уравнение (1)

$$\mathbf{F}_p \cdot \mathbf{J} \cdot \Delta \mathbf{q} = \mathbf{f}^T \cdot \Delta \mathbf{q}.$$

После преобразований выразим силу резания через усилия, возникающие в штангах

$$\mathbf{F}_p = \mathbf{J}^{-T} \cdot \mathbf{f}. \quad (3)$$

Для данного механизма силы, возникающие в штангах под действием силы резания, являются осевыми. Согласно закону Гука, справедливо выражение

$$\varepsilon = \frac{\Delta q_i}{q_i} = \frac{\sigma}{E} = \frac{f_i}{A \cdot E}, \quad (4)$$

где ε – относительная деформация, Δq_i – изменение длины штанги под действием силы резания, q_i – длина штанги, E – модуль упругости при растяжении и сжатии, A – площадь поперечного сечения штанги, f_i – сила в штанге, $\left(\frac{A \cdot E}{q_i} \right)$ – жесткость штанги на растяжение–сжатие.

Выразим из уравнения (4) силу, возникающую в штанге

$$f_i = \left(\frac{A \cdot E}{q_i} \right) \cdot \Delta q_i. \quad (5)$$

Запишем уравнение (5) с учетом жесткости трипода

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} \frac{A \cdot E}{q_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{A \cdot E}{q_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{A \cdot E}{q_3} \end{bmatrix} \cdot \Delta \mathbf{q} = \mathbf{K}_s \cdot \Delta \mathbf{q},$$

где \mathbf{K}_s – пространственная матрица жесткости трипода.

После преобразований получим

$$\mathbf{F}_p = \mathbf{J}^{-T} \cdot \mathbf{K}_s \cdot \mathbf{J}^{-1} \cdot \Delta \mathbf{P} = \mathbf{K}_c \cdot \Delta \mathbf{P}, \quad (6)$$

где $\mathbf{K}_c = \mathbf{J}^{-T} \cdot \mathbf{K}_s \cdot \mathbf{J}^{-1}$ – пространственная матрица жесткости механизма в декартовой системе координат основания.

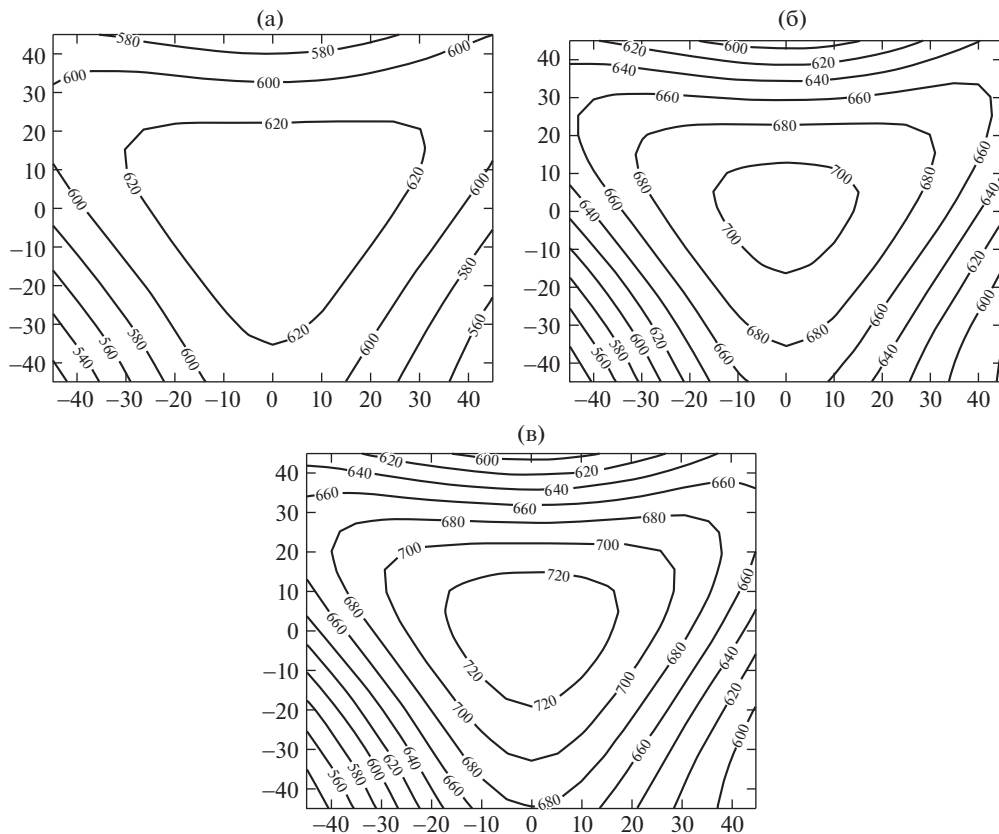


Рис. 4. Карта жесткости по координате z при изменении координат φ , ϑ : (а) $z = 250$ мм; (б) $z = 200$ мм; (в) $z = 180$ мм.

\mathbf{J}^{-1} – обратный Якобиан

$$\mathbf{J}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(z, \varphi, \vartheta)}{\partial z} & \frac{\partial f_1(z, \varphi, \vartheta)}{\partial \varphi} & \frac{\partial f_1(z, \varphi, \vartheta)}{\partial \vartheta} \\ \frac{\partial f_2(z, \varphi, \vartheta)}{\partial z} & \frac{\partial f_2(z, \varphi, \vartheta)}{\partial \varphi} & \frac{\partial f_2(z, \varphi, \vartheta)}{\partial \vartheta} \\ \frac{\partial f_3(z, \varphi, \vartheta)}{\partial z} & \frac{\partial f_3(z, \varphi, \vartheta)}{\partial \varphi} & \frac{\partial f_3(z, \varphi, \vartheta)}{\partial \vartheta} \end{bmatrix},$$

Выразим из уравнения (6) смещения центра платформы под действием силы резания

$$\Delta \mathbf{P} = \mathbf{K}_c^{-1} \cdot \mathbf{F}_p, \quad (7)$$

где \mathbf{K}_c^{-1} – матрица статической жесткости параллельного робота; \mathbf{F}_p – сила резания.

Механизм может не соответствовать требуемой жесткости в некоторых точках и областях рабочего пространства. Поэтому для механизма параллельной структуры полезно иметь атлас матриц жесткости в зависимости от положения. Из такого атласа можно выбрать рабочую конфигурацию, матрица жесткости в которой наиболее пол-

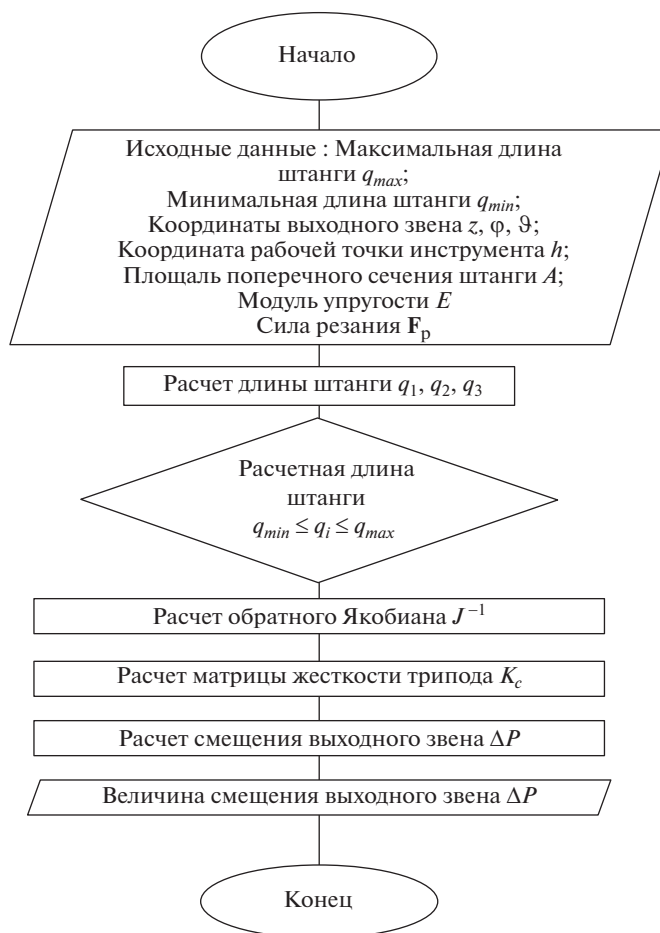


Рис. 5. Алгоритм расчета погрешности, вызываемой смещением выходного звена под действием силы резания.

но соответствует требованиям поставленной задачи. Механизм можно спроектировать таким образом, чтобы его матрица жесткости была близка к желаемой, по крайней мере, в некоторых положениях. В этом случае может потребоваться изменение геометрии и/или топологии структуры механизма. Карты позволяют выявить наличие зон, где жесткость неприемлема, а также помогают проектировщику, обеспечивая более точное представление о свойствах данного механизма.

Построим карты жесткости для роботизированного комплекса (рис. 3) с геометрическими размерами: $z = 200$ мм, $R = 200$ мм, $r = 100$ мм, $q_1, q_2, q_3 \in [170$ мм, 250 мм], модуль упругости для стержней из стали $E = 2 \times 10^5$ МПа.

На рис. 4 приведены карты жесткости по оси z при изменении углов ϑ и φ как множество кривых жесткости для различных значений z в программной среде Matlab. В ходе вычислений производился циклический перебор значений углов поворота ϑ и φ от -45° до 45° с шагом 5° . Сетка строится по области рабочего пространства, а матрица жесткости вычисляется на каждом узле сетки. Карты показывают минимальную и максимальную жесткость в рабочем пространстве робота. Из таких графиков можно

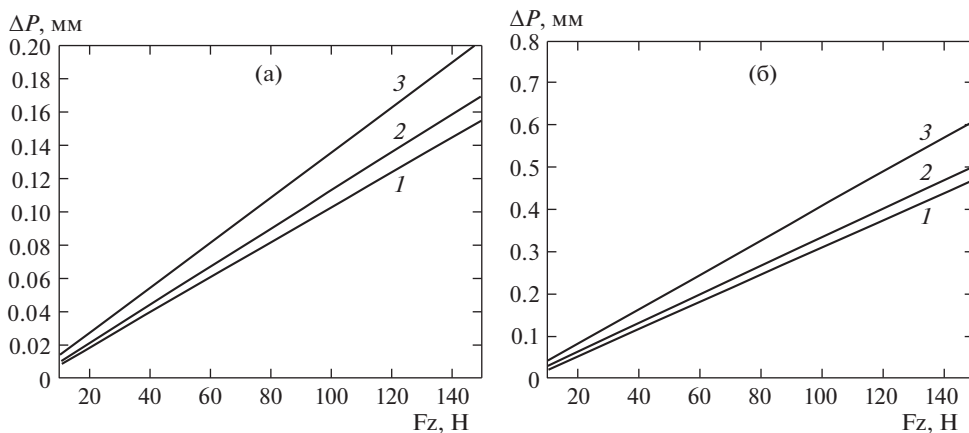


Рис. 6. Зависимость линейных смещений выходного звена от составляющей силы резания F_z при $1 - z = 180$ мм, $2 - z = 200$ мм, $3 - z = 250$ мм: (а) для стержней из стали; (б) для стержней из алюминия.

определить, какие области рабочего пространства удовлетворяют заданным критериям жесткости. Из рис. 4 видно, что жесткость по z выше вблизи центра рабочего пространства, что является наилучшим положением для поддержания вертикальных нагрузок (например, инструмента на рабочей платформе). Чем меньше z , тем выше жесткость, т.е. жесткость в верхней части механизма выше, т.к. рабочая платформа находится ближе к основанию.

Такая оценка жесткости может использоваться как инструмент для проектировщика с целью выбора между различными вариантами конструкции механизма или для оценки существующей структуры.

На рис. 5 представлен алгоритм расчета погрешности (7), вызываемой смещением выходного звена под действием силы резания для трипода (рис. 3). Среди полученных значений координат рабочего органа исключены значения, не удовлетворяющие условиям

$$q_{\min} \leq q_i \leq q_{\max},$$

где q_i — длина i -й штанги; q_{\min} — минимальное значение длины штанги; q_{\max} — максимальное значение длины штанги.

На основании предложенного алгоритма составлена программа в среде Matlab для нахождения жесткости и погрешности, вызываемой смещением выходного звена под действием силы резания для трипода (рис. 2).

По полученной программе в среде Matlab были построены зависимости смещения выходного звена по оси z от главной составляющей силы резания при чистовом фрезеровании F_z (рис. 6), которая изменялась в пределах от 10 до 150 Н, при трех различных конфигурациях механизма $z = 180$ мм, $z = 200$ мм, $z = 250$ мм и при, $\varphi = 30^\circ$, $\vartheta = 0^\circ$. На рис. 6а приведены зависимости для случая, когда стержни переменной длины изготовлены из стали, на рис. 6б — из алюминия.

Из графиков видно, что с увеличением расстояния между платформой и основанием механизма, увеличивается смещение выходного звена под действием силы резания. Например, при силе $F_z = 70$ Н, смещение выходного звена ΔP составляет 0.07 мм для $z = 180$ мм; $\Delta P = 0.076$ мм для $z = 200$ мм; $\Delta P = 0.09$ мм для $z = 250$ мм (рис. 6а). Из рис. 6б видно, что смещение выходного звена в случае использования штанг робота-трипода из алюминия выше, чем при использовании штанг из стали. При силе $F_z = 70$ Н

смещение выходного звена при $z = 200$ мм составляет $\Delta P = 0.076$ мм (рис. 6а) против $\Delta P = 0.2$ мм (рис. 6б). Целесообразно использовать данный механизм при небольших динамических нагрузках: для чистовой механической обработки, сварки, 3D-печати, покраски.

Предложенные алгоритмы позволяют на стадии проектирования выбрать геометрические параметры механизма параллельной структуры, материал штанг для обеспечения требуемой жесткости и точности обработки. Пользователь может задавать любые исходные параметры моделирования. Используемая методология может применяться для анализа жесткости и точности параллельных механизмов других кинематических структур.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, соглашение № 17-79-10512.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kong H., Gosselin C.M. Type Synthesis of Parallel Mechanisms. Springer. 2007. P. 275.
2. Merlet J.-P. Parallel Robots. Springer. 2006. P. 402.
3. Крайнев А.Ф., Глазунов В.А., Муницына Н.В. Механизмы перемещения заготовки и инструмента для станка нетрадиционной компоновки // Станки и инструмент. 1995. № 7. С. 10.
4. Глазунов В.А., Ласточкин А.Б., Терехова А.Н. Об особенностях устройств относительного манипулирования // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2007. № 2. С. 77.
5. Глазунов В.А., Ласточкин А.Б., Шалюхин К.А. и др. К анализу и классификации устройств относительного манипулирования // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2009. № 4. С. 81.
6. Рыбак Л.А., Мамаев Ю.А., Виравян Л.Г. Синтез алгоритма коррекции траектории движения выходного звена робото-гексапода на основе теории искусственных нейронных сетей // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2016. № 12. С. 142.
7. Рыбак Л.А., Ержуков В.В., Чичварин А.В. Эффективные методы решения задач кинематики и динамики робота-станка параллельной структуры. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. С. 147.
8. Вайнштейн И.В., Серков Н.А., Сироткин Р.О. Экспериментальное исследование статической жесткости 5-координатного фрезерного станка с параллельной кинематикой // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2007. № 5. С. 102.
9. Мерзляков А.А., Серков Н.А., Сироткин Р.О. Экспериментальные исследования динамических свойств станка с параллельной кинематикой // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2008. № 1. С. 98.
10. Gosselin C.M. Stiffness mapping for parallel manipulator // IEEE Trans. On Robotics and Automation. 1990. V. 6. P. 377.
11. El-Khasawneh B.S., Ferreira P.M. Computation of stiffness and stiffness bounds for parallel link manipulator // Int. J. Machine Tools & Manufacture. 1999. V. 39. № 2. P. 321.
12. Company O., Pierrot F., Fauroux J.C. A method for modeling analytical stiffness of a lower mobility parallel manipulator // Proc. of IEEE ICRA: Int. Conf. On Robotic and Automation. 2010. V. 28. № 5. P. 719.
13. Qiang Zeng, Kornel F. Ehmman, Jian Cao. Tri-pyramid Robot: stiffness modeling of a 3-DOF translational parallel Manipulator // Robotica. 2016. V. 34. № 2. P. 383.
14. Corradini C., Fauroux J.C., Krut S., Company O. Evaluation of a 4 degree of freedom parallel manipulator stiffness // Proc. of the 11th Word Cong. In Mechanism & Machine Science, IFToMM'2004. 2004.

15. *Huang T., Zhao X., Whitehouse D.J.* Stiffness estimation of a tripod-based parallel kinematic machine // *IEEE Trans. on Robotics and Automation*. 2002. V. 18. № 1.
16. *Dong W., Du Z., Sun L.* Stiffness influence atlases of a novel flexure hinge-based parallel mechanism with large workspace // *Proc. of IEEE ICRA: Int. Conf. on Robotic and Automation*. 2005.
17. *Pashkevich A., Chablat D., Wenger P.* Stiffness analysis of overconstrained parallel manipulators // *Mechanism and Machine Theory*. 2009. V. 44. № 5. P. 966.
18. *Pashkevich A., Klimchik A., Caro S., Chablat D.* Cartesian stiffness matrix of manipulators with passive joints: Analytical approach // in *Proc. IEEE Int. Conf. Intell. Robots Syst.* 2011. P. 4034.
19. Робототехническая установка для обработки деталей: пат. 2415744 Рос. Федерация: МПК В25J 9/00 / В.А. Глазунов, К.А. Шалюхин, С.В. Левин, С.Д. Костерева; заявитель и патентообладатель Учреждение Российской академии наук Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН. № 2009112772/02; заявл. 06.04.2009; опубл. 10.04.2011, Бюл. № 10. 3 с.: ил.
20. *Lee K.-M., Shan D.K.* Kinematic Analysis of a Three-Degress-of-Freedom In-Parallel Actuated Manipulator // *IEEE. J. of Robotics and. Automation*. 1988. № 3.
21. *Pundru Srinivasa Rao, Nalluri Mohan Rao.* Position Analysis of Spatial 3-RPS Parallel Manipulator // *International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research*. 2013. V. 2. № 2. P. 80.