ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МЕХАНИКА, ДИАГНОСТИКА, ИСПЫТАНИЯ

УДК 517.958: 539.3

К ПРОГНОЗИРОВАНИЮ ОСТАТОЧНОГО РЕСУРСА КОНСТРУКЦИЙ С ПОВРЕЖДЕНИЯМИ, ПОДВЕРГАЕМЫХ В ЭКСПЛУАТАЦИИ УДАРНЫМ ВОЗДЕЙСТВИЯМ

© 2020 г. В.А. Петушков

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия e-mail: pva imash@bk.ru

> Поступила в редакцию 04.06.2018 г. Принята к публикации 25.12.2019 г.

Разработана методология математического моделирования предельных состояний машин и конструкций, подвергаемых квазистатическому эксплуатационному и ударному нагружению, с учетом возникновения больших (конечных) деформаций и деградации свойств материалов. В основе используемых математических моделей лежат известные результаты экспериментального изучения и современные представления мезомеханики о структуре, повреждаемости и нелинейных процессах вязкопластического деформирования и разрушения поликристаллических металлов в условиях высоких температур и скоростей нагружения. Представлены результаты моделирования предварительно нагруженной полосы с надрезом, расположенным в зоне соединения разнородных материалов, подвергаемой ударному воздействию. Подобные биметаллические соединения являются типичными для конструкций многих отраслей техники и требуют особого внимания в процессе эксплуатации. Показано влияние параметров квазистатического нагружения и деградации свойств материалов на волновые процессы деформирования и формирование важных для оценки ресурса предельных состояний.

Ключевые слова: мезомеханика, повреждаемость, ударные воздействия, трехмерные нелинейные процессы деформирования и разрушения, математическое моделирование, биметаллическое соединение, предельные состояния, оценка ресурса

DOI: 10.31857/S023571192002011X

Современная концепция прогнозирования безопасности и ресурса ответственных машин и конструкций, разрушение которых может привести к катастрофическим последствиям, предполагает наличие в их наиболее нагруженных зонах дефектов (трещин) с максимальными размерами, не обнаруживаемыми существующими методами контроля.

Такие дефекты могут возникать при изготовлении или со временем в результате эксплуатации. Потенциальными зонами для инициирования трещин являются локальные особенности в геометрии и структуре материалов, включая концентраторы напряжений, границы разнородных соединений и др., их распространение происходит вследствие циклического деформирования или зависящего от времени нагружения. Все последующие диагностика и оценки остаточного ресурса сводятся, таким образом, к прогнозированию роста трещин в этих зонах вплоть до катастрофического разрушения.

Динамические нагрузки: переходные, ударные или взрывные, обычно имеют уровни в десятки раз большие, чем любые другие в эксплуатации. Они являются причиной не контролируемого роста трещин в условиях ускоренного накопления и локализации повреждений, возникновения больших (конечных) деформаций, приводящих к бифуркации процессов деформирования и потере несущей способности. Последующие вибрации становятся важными только при повторяющихся в процессе эксплуатации подобных воздействиях [1, 2].

Процессы зарождения, роста и слияния повреждений в виде микропор, трещин и др. определяются скоростями и уровнями нелинейных деформаций и степенью объемности возникающих напряженных состояний [2]. Их изучение особенно актуально для оценки несущей способности и остаточного ресурса сосудов и трубопроводов под давлением в энергетике и химических производствах, газотурбинных двигателей и объектов аэрокосмической техники, транспорта и др., которые вместе с высокими эксплуатационными нагрузками могут подвергаться разнообразным динамическим воздействиям. С этой целью используются экспериментальные методы, включая методы неразрушающего контроля и испытания материалов. Однако их возможности оказываются весьма ограниченными из-за объемного характера и быстротечности указанных процессов. Более того, выполнение подобных исследований на натурных изделиях в целом ряде случаев невозможно из-за последствий разрушения или по экономическим соображениям.

Поэтому для изучения (и предсказания) поведения конструкций в экстремальных условиях нагружения наряду с экспериментальными методами широкое применение получили методы математического моделирования (вычислительный эксперимент), ориентированные на использование современных компьютерных технологий (рис. 1).

В этом случае появляется возможность анализа предельных состояний в конструкциях, которые подвергаются действию интенсивных физических полей различной природы для всех наиболее вероятных сценариев нагружения и разрушения, что особенно это актуально для задач нелинейной динамики конструкций со сложными во времени пространственными процессами деформирования [3] и др.

В настоящей статье, следуя рис. 1, приведены основные положения и результаты моделирования трехмерной неоднородной, предварительно нагруженной полосы с надрезом, расположенным в зоне соединения разнородных материалов, и подвергаемой ударному воздействию. Рассматриваемая задача актуальна для многих отраслей машиностроения, поскольку подобные соединения являются типичными в конструкциях и требуют особого внимания в процессе эксплуатации.

С учетом кинетики повреждаемости (деградации свойств) материалов среды изучено влияние начальных нагруженности и повреждений на ударные нелинейные процессы деформирования и разрушения, протекающие в полосе при конечных деформациях в условиях их стеснения. Полученные результаты направлены на обоснование и совершенствование существующих методов оценки ресурса и его продления.

Постановка задачи нелинейного деформирования и разрушения. Процессы неупругого деформирования и разрушения конструкционных поликристаллических металлов взаимосвязаны и протекают одновременно на различных уровнях их структуры [2, 5]. Многочисленные экспериментальные данные по температурному и скоростному деформированию таких материалов в большинстве случаев выявляют их высокую чувствительность, как к изменению температурных режимов, так и скоростей деформирования.

Квазистатические процессы деформирования большинства конструкций, находящихся в эксплуатации, обычно протекают при скоростях, не превышающих $10^{-4}-10^{-3}$ с⁻¹, с характерным временем нагружения, измеряемым часами. Тогда как динамические воздействия ограничиваются диапазоном скоростей деформирования от $\dot{\varepsilon} = 10^{-1}$ до 10^4 с⁻¹. Этот диапазон представляет основной интерес при изучении предельных со-



Рис. 1. Моделирование предельных состояний и прогнозирование ресурса.

стояний, оценке несущей способности и прогнозировании остаточного ресурса конструкций.

С подобными скоростями происходят процессы деформирования при землетрясениях и взрывах, или, например, в телах при скоростях соударения от 50 до 500 м/с, характерных для транспортных средств. Заметим, что продольное растяжение одномерного стержня со скоростью деформации 10^0 с⁻¹ означает 100% изменение его длины в секунду.

Вязкостные эффекты деформирования с выраженными волновыми процессами деформирования и разрушения становятся существенными для скоростей от 10 c^{-1} , что соответствует скоростям соударения, не превышающим 1000 м/с. Характерное время нагружения и отклика конструкций в этом случае измеряется милли- или микросекундами. При скоростях деформирования 10^4 c^{-1} и выше в деформируемых средах образуются ударные волны. Уровни напряжений на фронтах таких волн могут превосходить на порядок и более прочность материала, оказывается существенным переход от нормальных изотермических условий нагружения к адиабатическим.

Распространение волн в повреждаемой нелинейно-деформируемой среде сопровождается сложной картиной взаимодействия с отраженными волнами. Возникающие при этом напряженно-деформированные состояния и разрушение являются результатом повторяющихся процессов нагружения и разгрузки, образования и развития повреждений, обусловленных большими (конечными) деформациям, и деградации свойств материала.

Для моделирования таких процессов требуется математическое описание движения во времени деформируемой среды и связанного с ним состояния материала с учетом сложных траекторий нагружения и изменения свойств вследствие высоких температур и накопления повреждений. Математическая модель, объединяющая в себе описание диссипативных процессов нелинейного деформирования, повреждаемости и разрушения, должна удовлетворять основным принципам кинематики и термодинамики деформируемых сред и может быть представлена в следующем виде.

Пусть находящаяся в эксплуатации повреждаемая нелинейно-деформируемая поликристаллическая среда (конструкция, элемент конструкции) объема V занимает в момент времени t_r область $\Omega \subset \mathbb{R}^3$, ограниченную поверхностью $S = S_{\sigma} \cup S_u$, $S_{\sigma} \cap S_u = \emptyset$, где S_{σ} и S_u части поверхности с заданными усилиями и смещениями соответственно, и $t_r \in (0, \tau^*]$, где τ^* – прогнозируемый срок службы конструкции или ее ресурс.

Для учета больших (конечных) деформаций область Ω будем рассматривать в качестве начальной конфигурации $k^0(\Omega)$ и на момент импульсного воздействия отнесем ее к декартовой системе координат X^i . Тогда любое движение (деформирование) среды относительно исходной конфигурации $k^0(\Omega)$ в любой произвольный момент времени $t > t_r$ определяется следующим непрерывным погружением $x^i = \varphi(X^i, t)$,

$$X^{i} \in k^{0}(\Omega), \quad k^{0} : \Omega \Longrightarrow R^{3}, \quad t \subset D_{t} = (t_{r}, \tau'), \tag{1}$$

где $x^i = x^i (X^k, t)$ – лагранжевы координаты рассматриваемой точки в деформированной среде и τ' – длительность ударного воздействия в субсекундном измерении. Здесь и далее используются соглашения, принятые в тензорном исчислении.

Поле деформаций среды задается вектором смещений ее частиц $u^{i} = u^{i}(X^{k}, t)$ и определяется в векторной форме как

$$u = x - X. \tag{2}$$

Мерой деформации является градиент F

$$F = \frac{\partial \varphi}{\partial X}(X,t), \quad F^T = \frac{\partial X}{\partial x}(x,t), \quad J = \det(F) > 0, \tag{3}$$

или с учетом (2)

$$F_{ij} = \delta_{ij} + \frac{\partial u_i}{\partial X_i},\tag{3a}$$

где δ_{ij} – символ Кронекера. Тензор конечных деформаций Грина определяется соотношением

$$E = \frac{1}{2}(F^{T}F - I),$$
 (4)

или, принимая во внимание (3), запишем его компоненты є_{ії} в общепринятом виде

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (\nabla_i u_j + \nabla_j u_i + \nabla_i u_r \nabla_j u^r).$$
(4a)

Пространственный градиент скорости деформирования определяется соотношением

$$L_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \dot{F}_{ik} F_{kj}^{-1} = D_{ij} + W_{ij},$$

где $v_i = \dot{x}_i(X^k, t)$ – скорость движения деформируемой среды; D_{ij} и W_{ij} соответствующие градиенты скорости растяжения и вращения, причем

$$D_{ij} = \frac{1}{2} (\nabla_i v_j + \nabla_j v_i), \quad W_{ij} = \frac{1}{2} (\nabla_i v_j - \nabla_j v_i).$$
(5)

Следовательно, тензор скорости (4) можно представить в виде

$$\dot{E} = \frac{1}{2}(\dot{F}^{T}F + F^{T}\dot{F}) = F^{T}DF.$$
(6)

Локальные напряжения, возникающие при деформировании среды, определяются вторым симметричным тензором Пиола–Кирхгофа

$$T_{ij} = JF_{ik}^{-1}\sigma_{kl}F_{jl}^{-1} = F_{ik}^{-1}\tau_{kl}F_{jl}^{-1},$$
(7)

где σ_{ij} – истинные напряжения Коши, $\tau_{kl} = J\sigma_{kl}$ – тензор напряжений Кирхгофа, при этом тензор *T* относится к начальной конфигурации k^0 среды, а тензоры σ и τ к текущей – k^t . Под скоростями напряжений далее будем понимать выражение с учетом (7), (5)

$$\tau_{jk} = \dot{\tau}_{jk} - \tau_{jr}W_{rk} - \tau_{kr}W_{rj}, \tag{7a}$$

где t_{jk} — полная производная напряжений по времени.

Уравнения, описывающие вязкопластическое деформирование среды, могут быть представлены в виде

$$\rho(x^{i}, t)J = \rho_{0}(X^{i}),$$

$$\tau_{jk,k} + \rho_{0}b_{j} = \rho_{0}\dot{v}_{j},$$

$$\rho_{0}c\dot{\theta} = -\nabla q + \kappa\tau : \dot{E} + \rho_{0}h,$$

$$\rho\dot{\eta} + \nabla \frac{q}{\rho} - \rho \frac{r}{\rho} \ge 0; \quad \Omega \times D_{t},$$
(8)

где ρ – плотность среды; b – вектор массовых сил; θ – температура; c_v – удельная теплоемкость; h – плотность внутренних источников тепла; q – вектор теплопередачи; κ – числовой коэффициент; η – энтропия системы. Направление процесса обмена энергией, в том числе с окружающей средой, определяется вторым законом термодинамики – неравенством Клаузиса–Дюгема (8).

Для адиабатических процессов доля к механической работы, обусловленной нелинейным деформированием и переходящей в тепло, составляет примерно 0.85. Скорость изменения абсолютной температуры $\dot{\theta}$ в каждой точке деформируемой среды в этом случае определяется выражением

$$\dot{\theta} = \kappa \tau_{ii} \dot{\varepsilon}_{ii} / \rho c_v. \tag{9}$$

При скоростях нелинейного деформирования порядка 10^4 c^{-1} и более уровни возникающих температур могут превышать 600° K и оказывают существенное влияние на разупрочнение среды.

Уравнения (8) должны быть дополнены краевыми условиями для рассматриваемой конструкции или ее отдельного элемента и соотношениями, определяющими поведение нелинейно деформируемой среды с переменной структурой.

В качестве начальных условий краевой задачи принимаются деформированная после предшествующего квазистатического нагружения конфигурация Ω_r и распределение скоростей $v_i(X^i, t)$ и смещений / или напряжений $\tau_{jk}(X^i, t)$ на ней в начальный момент времени $t_r = t_0 = 0$

$$u_i(X^i, t_0) = \hat{u}_i(X^i) \quad \text{и} \quad v_i(X^i, t_0) = v_i(X^i);$$

или $\tau_{jk}(X^i, 0) = \tau_{jk}^0(X^i) \quad \text{и} \quad v_i(X^i, t_0) = v_i(X^i), \quad X^i \in \Omega_r.$ (10)

Граничные условия Неймана и Дирихле для усилий и перемещений, соответственно, запишем

$$p_{j} = \tau_{jk} n_{k} = p_{j}^{b}(X^{i}, t) \quad \text{на} \quad S_{\sigma} \times D_{t};$$

$$u_{j} = u_{j}^{b}(X^{i}, t) \quad \text{на} \quad S_{u} \times D_{t},$$
(11)

где $S_{\sigma} \cup S_u = S \subset \Omega_r$; n_j — компонента вектора внешней нормали к поверхности S в точке X^i . При наличии в области Ω_r внутренних известной формы границ Γ , обусловленных жестким соединением разнородных материалов или составных тел, условия (5) дополняются следующим

$$v_n^1 = v_n^2, \quad \dot{p}_j^1 = \dot{p}_j^2 \quad \text{ha} \quad \Gamma \times D_t, \tag{11a}$$

где цифрами 1, 2 обозначены тела (материалы), находящиеся по обе стороны от границы Γ , а j = n, τ_1 , τ_2 – нормальное и касательные к ней направления.

Математическая модель деформируемой среды. Вязкое разрушение конструкционных металлов происходит в основном за счет зарождения, роста и слияния пор (рис. 2) и всегда сопровождается большими (конечными) пластическими деформациями.

Связанные с ними структурные изменения, выявляемые микроскопией уже на мезоуровне, зависят как от условий нагружения конструкции при прохождении в ней ударной волны, так и возникающих в ней напряженных и деформированных состояний (НДС).

В зависимости от объемности НДС рост микропор может происходить в условиях разряжения (кавитации) (рис. 2a) и/или сдвига с их удлинением (рис. 2б). Характеристикой объемности является показатель η, определяемый как

$$\eta = \sigma_m / \sigma_e$$

где

$$\sigma_m = (1/3)\sigma_{jk}\delta_{jk} = -p, \tag{12}$$

- среднее напряжение, а

$$\sigma_e = \left(\frac{3}{2}S_{jk}S_{jk}\right)^{1/2} \tag{13}$$



Рис. 2. Фрактография поверхностей излома образца: (а) – чашечки сферических пор; (б) – сдвиговые ямочные углубления; (в) – слияние микропор с образованием трещины.

– эквивалентное напряжение Мизеса. *р* и $S_{jk} = \sigma_{jk} - \frac{1}{3}\sigma_{ll}\delta_{jk}$ – гидростатическое давление и девиатор тензора напряжений Коши соответственно.

Относительный объем выявляемых микропор часто принимается в качестве меры повреждаемости и используется для описания вязкого разрушения конструкционных металлов и деградации их свойств. Она определяется в каждый момент времени деформирования *t* в виде скалярно-значимой функции $\xi = \xi(x^i, t)$ как $\xi = v_d/v$, где v элементарный объем среды в точке x^i , а v_d – часть его, заполненная микропорами, $\xi \in [0,1]$.

В этом случае связь между поврежденным и неповрежденным состояниями деформируемой среды, например для тензора τ_{ii}, определяется соотношением [6]

$$\tau_{ij} = \tau_{ij}(1-\xi).$$
 (14)

Кинетика и скорость деградации свойств материала, его разрушения определяются скоростью повреждаемости $\xi(x^i, t)$, которая включает в себя скорости зарождения ξ_n и роста ξ_g микропор, т.е.

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = \dot{\boldsymbol{\xi}}_n + \dot{\boldsymbol{\xi}}_g. \tag{15}$$

Уровни накапливаемых повреждений в любой точке *xⁱ* материала вычисляются интегрированием этого уравнения по времени.

Образование новых микроповреждений (микропор) носит случайный характер, и повреждаемость за время Δt может быть определена, например, как [7]

$$\xi(t + \Delta t) = 8\pi N^{t} R_{n}^{3} \Delta t + \xi(t) \exp(3\Delta t(p - p_{g})/4\lambda),$$

$$N^{t} \Big|_{p > p_{0}} = N_{0}^{t} \exp((p - p_{n})/p_{1}); \quad N^{t} \Big|_{p \le p_{0}} = 0,$$
(16)

где p определено вышеж p_n , p_g – пороговое давление зарождения и роста микропор, соответственнож R_n – параметр распределения размеров вновь образованных микро-

порж λ – вязкость материалаж p_1 и N_0^t – параметр материалаж N^t – скоростная функция числа зарождающихся микропор. При этом начальный (исходный) уровень поврежденности материалов ξ_0 определяется существующими методами диагностики и испытаниями, в том числе так называемых образцов – свидетелей или темплетов для конструкций, находящихся в эксплуатации [8, 9].

Фактом вязкого кавитационного, по аналогии с жидкостью [10], разрушения, иначе исчерпания ресурса конструкции или ее элемента, является достижение предельного уровня повреждаемости ξ_F , который для большинства поликристаллических металлов находится в диапазоне от 0.18 до 0.30 [7].

При малых значениях показателя η объемности НДС разрушение конструкции может происходить из-за локализации деформации, накопления и слияния сдвигом микроповреждений. Слияние микропор, приводящее к образованию трещины (рис. 2в) является следствием локальной потери устойчивости вязкопластического течения, которой способствует термическое разупрочнение материала [11, 12].

В этих случаях кавитационный процесс роста пор резко ограничивается локализацией пластических деформаций в узких полосах сдвига, образующихся из-за потери устойчивости (бифуркации) процесса деформирования под действием отраженных волн напряжения, термического разупрочнения металлов, наличия несовершенств и т.п. Размеры и направление полос локализации в конструкции зависят от параметров материала, ее геометрии и граничных условий, распределения нагрузки и скорости нагружения.

Моделирование подобных процессов сопряжено с вычислительными трудностями, связанными с устойчивостью и неоднозначностью получаемых решений. В общем случае необходимо учитывать нелокальные характеристики структуры материала. Однако для вязко-деформируемых сред таких проблем обычно не возникает, поскольку в них уже неявно присутствует масштаб характерного размера структуры, определяемый вязкостью и ограничивающий локализацию в динамических и квазистатических задачах [14].

В качестве критерия разрушения обычно используется соотношение между уровнем накапливаемых во времени вязкопластических деформаций ε_e^{vp} и предельной при разрушении деформации ε_F , устанавливаемой экспериментально [11]

$$\xi_{sh} = \varepsilon_e^{v_P} / \varepsilon_F \ge 1, \tag{17}$$

где $\varepsilon_e^{vp} = \left(\frac{2}{3}e_{jk}^{vp}e_{jk}^{vp}\right)^{1/2}$ – эквивалентная пластическая деформация; $\varepsilon_e^{vp} = \int_t \dot{\varepsilon}_e^{vp} dt$.

Определяющие соотношения для рассматриваемой нелинейно-деформируемой поликристаллической среды могут быть получены на основе термодинамических принципов с использованием законов сохранения энергии (8). Следуя требованиям к модели, в качестве основных параметров состояния среды примем эквивалентную вязкопластическую деформацию ε_e^{vp} , повреждаемость ξ , температуру θ и микронапряжения ρ_{jk} для

учета сложных траекторий деформирования и эффекта Баушингера. Приведем эти соотношения в окончательном виде. Их вывод, а также вычислительные аспекты моделирования подробно представлены [4].

Конечные деформации (6), зависящие от скорости деформирования, включают в себя упругие и вязко-нелинейные составляющие. Для установления их связи с напряжениями используем мультипликативное разложение градиента скорости конечных деформаций F между конфигурациями k^0 и k^1 в следующем виде

$$F = F_e F_{vp} F_d, \tag{18}$$

где вместе с упругой F_e и вязкопластической F_{vp} включена дополнительная составляющая F_d , учитывающая изменение конфигурации вследствие повреждаемости. Суммарный якобиан деформации J в (3), характеризующий объемную деформацию, определяется в этом случае с учетом допущения, что сжимаемость приходится только на долю повреждаемости.

Из разложения (18) следует искомое представление для тензора скоростей конечных деформаций

$$\dot{E} = \dot{E}^{e} + \dot{E}^{vpd} = \dot{E}^{e} + \dot{E}^{vp} + \dot{E}^{d},$$
(19)

где \dot{E}^{e} , \dot{E}^{vp} и \dot{E}^{d} – соответственно упругие, вязкопластические и вязко-повреждаемые составляющие скорости деформации.

Процессы развития повреждений являются термодинамически необратимыми. Однако деформации непосредственно из-за повреждений могут частично или полностью

восстанавливаться при разгрузке. Поэтому \dot{E}^d полагаем состоящей из упруго-повреждаемой (обратимой) и вязкопластически повреждаемой (необратимой) скоростей деформации. Поскольку мерой скорости изменения объема является след ε_{ii} тензора

 \dot{E} и $\dot{J} = \dot{J}^d = \frac{\partial J^d}{\partial F_d} \dot{F}_d = J \varepsilon^d$, где точка обозначает производную по времени в текущем

состоянии, деформации за счет повреждаемости могут быть представлены в виде

$$\varepsilon^d = 1/J - 1. \tag{20}$$

Определяющие соотношения, устанавливающие связь между скоростями напряжений и деформаций, запишем в виде обобщенного закона Гука

$$\tau = C : (\dot{E} - \dot{E}^{v \, pd}) - \alpha \dot{\theta} I, \tag{21}$$

где тензор упругости $C = 2\mu I + \left(K - \frac{2}{3}\mu\right)I \otimes I = C(\xi, \theta)$, является функцией температуры и накопленных повреждений, α – коэффициент температурного расширения, I – единичный тензор.

Компоненты тензора упругой деформации $\dot{\epsilon}_{jk}^{e}$ могут быть представлены в виде шаровой и сдвиговой составляющих

$$\dot{\varepsilon}_{jk}^{e} = \dot{e}_{jk}^{e} + \dot{\varepsilon}\delta_{jk} = \frac{1}{2\mu}\dot{S}_{jk} + \frac{1}{3K}\dot{\sigma}_{m},$$
(22)

где напряжения \dot{S}_{jk} и $\dot{\sigma}_m$ определяются (12), (13). Выражения для объемного модуля *К* и модуля сдвига µ с учетом повреждаемости, температуры и разупрочнения, приведены в [4].

При ударных воздействиях объемная деформация є́ может быть очень большой и сопровождаться резким повышением температуры, в то время как сдвиговые деформации \dot{e}_{jk}^{e} остаются малыми, ограниченными началом пластического течения. В этом случае зависимость среднего напряжения от объемных деформаций и температуры оказывается нелинейной и может быть представлена в виде следующего уравнения состояния

$$p = \rho_0 \gamma_0 c_v \theta_n (1 + \varepsilon^d)^{\gamma_0 + 1}, \tag{23}$$

где $\theta_n = \theta_{n0} \exp[2a\epsilon^d/(1+\epsilon^d)][1+\epsilon^d]^{2(\gamma_0-a-1/3)}$ и θ_{n0} выделяемая "адиабатическая" и начальная температура; γ_0 – коэффициент Грюнейзена, a – параметр материала.

Компоненты тензора вязкопластических деформаций \dot{E}^{vp} определяются как в [14]

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{\nu\rho} = \dot{\Lambda} \frac{\partial f}{\partial \tau_{ij}},\tag{24}$$

где Λ — множитель Лагранжа, f — поверхность вязкопластической текучести с учетом повреждаемости ξ

$$f = \left(\frac{3}{2}J_2\right)^{1/2} - \mathbb{k}(\varepsilon_e^{vp}, \theta, \xi)[1 + (\lambda \dot{\varepsilon}_e^p)^{1/m}][1 - (\theta/\theta_m)^n] + nI_1^2\xi^2 \le 0,$$
(24a)

 λ – вязкость материала; $\Bbbk(\varepsilon_i^p, \theta, \xi) = \sigma_y^s(\varepsilon_e^p, \theta, \xi) + \sigma_y^r(\varepsilon_e^p, \theta, \xi)$ – изотропное упрочнение (или разупрочнение) материала; $\sigma_y^s = \sigma_y(\theta)(1-\xi)$ – статический вязкопластический предел текучести; $\sigma^r - m$ и *n* параметры материала; θ_m – температура плавления материала; $I_1 = \tau_{ii}, J_2 = \frac{1}{2}\hat{S}_{jk}\hat{S}_{jk}, \hat{S}_{jk} = S_{jk} - \rho_{jk}; \rho_{jk}$ – тензор микронапряжений, определяющий положение поверхности текучести во времени.

Условия нагружения и разгрузки нелинейно-деформируемой среды (условия Куна—Такера) могут быть записаны в виде

$$\dot{\Lambda} \ge 0, \quad f \le 0 \Leftrightarrow \dot{\Lambda} f = 0.$$
 (25)

Обращаясь к схеме на рис. 1 отметим, что ключевой проблемой моделирования рассматриваемых сред, остается разработка простых методов идентификации параметров используемых моделей и уравнений их эволюции.

Пренебрегая инерционными силами и вязкостью материала, приведенные уравнения (8)—(11) и (21)—(24) могут быть использованы и для изучения квазистатических процессов деформирования и разрушения конструкций под действием эксплуатационных нагрузок, предшествующих ударным воздействиям или последующих за ними.

В этом случае для любой переменной физического поля $g(x^{i}, t)$ справедливы соотношения

$$\dot{g}(x^{t},t) = \partial g/\partial t = dg/dt$$
 и $\Delta g = \dot{g}\Delta t,$ (26)

а для прогнозирования остаточного ресурса должны быть использованы соответствующие модели формирования и накопления повреждений, которые определяются режимами эксплуатации и учитываются подобно (14)–(17). Полагая процессы высокоскоростного деформирования адиабатическими, решение нелинейной краевой задачи, записанной в локальной форме (8)–(11), (21)–(25) можно получить МКЭ с использованием явной разностной аппроксимации на временном слое $D_t = (t_r, \tau)$ [4].

В МКЭ, как обобщении метода Галеркина, вместо исходной краевой задачи (8)-(11) ставится в соответствие задача отыскания минимума функционала

$$u^0 = \inf_{u \in V} \Pi(u), \quad \forall t \in D_t,$$

где $V = \{u = (u_i, q) : u_i \in W_2^1(D)^3, q = L^2(D)^3; u|_{S_u} = u^*\}$ и u^0 – искомое решение; функционал $\Pi(u)$ – слабая форма представленных уравнений с краевыми условиями (8)– (10) на границе $S_u; u_i$ – вектор перемещений деформируемой среды с неоднородными граничными условиями.

Результаты моделирования. Следуя рис. 1, выполним трехмерный анализ высокоскоростных процессов нелинейного деформирования и разрушения пластины в виде биметаллического соединения с надрезом (трещиной) вблизи его границы под действием давления и внезапно приложенной ударной нагрузки (рис. 3). Подобные соединения конструктивно часто оказываются щелевыми, в них происходит более ин-



Рис. 3. Биметаллическая полоса с надрезом: (а) – геометрия, условия закрепления и диаграммы деформирования материалов для температур 20 и 320°С; (б) – расчетная схема МКЭ и ударная нагрузка.

тенсивная деградация свойств соединяемых материалов вследствие коррозии и водородного охрупчивания и велика вероятность образования трещин и разрушения.

Предлагаемые ниже результаты моделирования являются продолжением [15], где были подробно изучены особенности распространения нелинейных волн напряжения, формирования НДС и их кинетики с учетом влияния неоднородности свойств материалов и концентрации напряжений в подобных соединениях.

В рассматриваемом соединении используются конструкционные стали 15ХГН2МА и 0Х18Н10Т, которые заполняют соответственно области Ω_1 и Ω_2 (рис. 3). Их свойства с соотношением модулей Юнга $E_1/E_2 = 1.05$, коэффициентов Пуассона $v_1/v_2 = 0.91$, статических пределов текучести $\sigma_{02}^1/\sigma_{02}^2 = 1.95$, коэффициентов линейного расширения $\alpha_1/\alpha_2 = 0.69$, начальных плотностей $\rho_1/\rho_2 = 1.0$ приняты аналогичными [15]. Диаграммы деформирования материалов для возможного диапазона изменения температур также приведены на рис. За.

Выбранные стали широко применяются, например, в конструкциях реакторов ЯЭУ, другие их параметры, необходимые в соотношениях (23), (24), должны определяться из серии специально поставленных экспериментов [16]. Ниже мы воспользуемся значениями, приведенными в литературе для аналогичных по свойствам и применению зарубежных сталей [7, 16].

Разнородное соединение выполнено в виде полосы с надрезом вблизи границы соединения Γ , рис. 3, с условиями контактного разрыва (11а). Комбинированное нагружение соединения включает в себя распределенное давление интенсивностью p_c внутри надреза и ударное воздействие $p(t) = p_0 H(t)$, где $p_0 = 500$ МПа, и H(t) - функция Хевисайда, по боковой кромке. Противоположная грань пластины полагается полностью закрепленной и с учетом симметрии рассматривается только 1/2 пластины относительно ее срединной плоскости ABCD.



Рис. 4. Распределение эквивалентных напряжений в щелевом соединении с исходной поврежденностью материалов 0.04 под действием: (а) – только постоянного давления $p_c = 32$ МПа; (б) – постоянного давления $p_c = 32$ МПа и ударного нагружения в момент времени t = 500 мкс.

В моделировании для описания геометрии и решения задачи использован МКЭ с объемными элементами и построением более подробной сетки в окрестности надреза, рис. 3б, а также явная схема интегрирования по времени с соблюдением известного условия Куранта. Как следует из ранее выполненного сравнительного анализа с МГЭ [15] при решении аналогичной задачи, такого приближения оказывается достаточным для соблюдения требуемых в моделировании точности и вычислительной устойчивости метода.

Вначале получено решение трехмерной задачи о предварительном нагружении поверхности надреза рассматриваемого соединения давлением p_c величиной от 16 до 50 МПа. Результаты этого решения используются далее в качестве начальных условий (10) для изучения динамического отклика соединения в условиях возникновения конечных деформации (геометрическая нелинейность) и наличия повреждений, исходный уровень которых был принят равным 4%.

На рис. 4 приведены распределения зон эквивалентных напряжений при наличии только давления $p_c = 24$ МПа на берегах надреза (рис. 4а) и комбинированного нагружения (рис. 4б). Следствием ударного воздействия, как следует из рис. 4, является



Рис. 5. Динамический отклик шелевого соединения без давления – I; при наличии давления в надрезе $p_c = 16 \text{ M}\Pi a - 2$; 32 М $\Pi a - 3$; 48 М $\Pi a - 4$: (a) – максимальное раскрытие берегов надреза; (б) – изменение напряжений в вершине надреза во времени.



Рис. 6. Изменение эквивалентных напряжений в вершине надреза по времени при отсутствии -1 и наличии начальных микроповреждений -2, характер распределения микронапряжений в окрестности надреза для момента времени t = 500 мкс -3.

не только резкое возрастание уровней напряжений, но и заметное искажение геометрии полосы.

Роль статической составляющей в комбинированном нагружении особенно четко проявляется в изменении во времени максимального раскрытия надреза, рис. 5а, обычно используемого в качестве параметра разрушения, и распределения напряжений в наиболее нагруженной точке в его вершине, рис. 56. Происходит резкое возрастание уровней смещения берегов надреза (трещины), меняются волновые картины распространения волн напряжений в его вершине.

При значениях давления $p_c \ge 48$ МПа происходит потеря несущей способности биметаллического соединения. Наличие начальных повреждений ведет к изменению исходных свойств материалов, используемых в модели, изменяются и функции, входящие в уравнения течения (24). Как следует из рис. 6, предел текучести материала подобласти Ω_1 изменяется от 500 МПа до 475 МПа, оказывается существенным влияние начальных микроповреждений на уровни и характер распространения волн напряжения в динамическом процессе деформирования щелевого соединения. На рис. 6 приведена представляющая интерес картина 3 — формирования зон поврежденности в окрестности надреза в результате ударного воздействия.

В направлении этих зон формируется поверхность разрушения, как это следует из известных результатов динамического испытания компактных образцов с надрезом [16]. При этом распределение поврежденности в материалах щелевого соединения находится в полном соответствии с распределением пластических деформаций в нем. Максимальные уровни повреждений достигаются на четверть толщины пластины от ее внешней боковой поверхности там же, где реализуются максимальные пластические деформации. К моменту времени $t = 5.0 \times 10^{-3}$ с они не превышают 10%.

Заключение. Как следует из представленных результатов, для обоснованного прогнозирования остаточного ресурса конструкций, находящихся в эксплуатации и подвергаемых ударному нагружению, необходимо располагать подробной информацией об их фактическом состоянии, уровне предшествующих нагружению накопленных повреждений и их влиянии на процессы высокоскоростного деформирования и разрушения во времени. Не менее важным оказывается учет влияния на эти процессы параметров эксплуатационного квазистатического нагружения, на фоне которого происходят указанные процессы. В этом случае можно успешно использовать принцип допускаемой повреждаемости или эксплуатации по фактическому состоянию, гарантирующий надежное функционирование машин и конструкций на протяжении всего срока их службы при наличии дефекта, трещины или другой формы повреждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Lifetime-Oriented Structural Design Concepts, eds. Stangenberg F., Breitenbücher R., Bruhns O.T. Berlin, Springer-Verlag, 2009, 721 p.
- 2. Ashby M.F., Jones D.R.H. Engineering Materials 2. An Introduction to Microstructures, Processing and Design. Oxford, Elsevier, 2006, 451 p.
- 3. *Petushkov V.* Numerical simulation of high-velocity dynamics of the nonlinear deformation and failure of damaged medium // Math. Models and Comp. Simulations. 2010. V. 2. № 1. P. 76.
- 4. Петушков В.А., Надарейшвили А.И. Математическое моделирование деформирования и разрушения объемных тел при высокоскоростном ударном взаимодействии // Математическое моделирование. 2004. Т. 16. № 5. С. 17.
- 5. *Романов А.Н.* Структура и прочность конструкционных материалов. В. 4. М.: МЦНТИ. 1988. 155 с.
- 6. *Работнов Ю.Н*. Механизм длительного разрушения // Вопросы прочности материалов и конструкций. М.: Изд-во АН СССР, 1959. С. 5.
- 7. Curran D.R., Seaman L., Shockey D.A. Dynamic failure of solids // Phys. Reports 1987. V. 147. P. 253.
- Alves M. Measurement of ductile material damage // Mechanics of Structures and Machines. 2001. 29. P. 451.
- Лебедев А.А., Чаусов Н.Г. Новые методы оценки деградации механических свойств металла конструкций в процессе наработки. К.: Ин-т пробл. прочности им. Г.С. Писаренко НАНУ, 2004. 133 с.
- 10. *Петушков В. А.* Локальные течения повреждаемой деформируемой среды при ударных взаимодействиях с кавитирующей жидкостью // Изв. РАН. МЖГ. 2007. № 3. С. 121.
- 11. Aifantis E. The Physics of Plastic Deformation // Int. J. Plasticity. 1987. V. 3. P. 211.

- Brunig A., Chyra O., Albrecht D. et al. A ductile damage criterion at various stress triaxialities // International Journal of Plasticity 24 (2008) 1731.
- Петушков В.А. Вязкопластическое течение и локализация деформаций в повреждаемой среде при ударных воздействиях // Журн. СФУ. Сер. Матем. и физ. 2009. Т. 2. В. 3. С. 336.
- Dornowski W., Perzyna P. Numerical investigation of macro crack propagation along a bimaterial interface in adiabatic dynamic processes as a problem of micromechanics// Engng. Trans. 2006. 54.
 P. 289.
- 15. *Петушков В.А.* Изучение переходных процессов в нелинейно-деформируемых средах на основе интегральных представлений и метода дискретных областей // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.- мат. науки, 2017. Т. 21. № 1. С. 137.
- Celentano D.J., Chaboche J.L. 2007. Experimental and numerical characterization of damage evolution in steels // Int. J. Plasticity, 23. 1739.