

## МЕХАНИКА МАШИН

УДК 534.1,621.1

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КИНЕМАТИКИ ДВИЖЕНИЙ  
ПЛАВАЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ В РОТОРНЫХ МЕХАНИЗМАХ© 2020 г. Л. Я. Банах<sup>1,\*</sup>, Л. И. Тывес<sup>1</sup><sup>1</sup>Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия

\*e-mail: banl@inbox.ru

Поступила в редакцию 06.11.2018 г.

Принята к публикации 31.01.2020 г.

Экспериментально исследуется кинематика движений плавающего элемента (кольца) роторного механизма при установившихся низкооборотных режимах вращения. Кольцо установлено с зазором относительно ведущего цилиндрического звена и обегает его, не теряя контакта. Показано, что движение кольца при “лунном” движении ведущего звена представляет собой прямую асинхронную прецессию, при котором его точки описывают эпитрохоиды.

*Ключевые слова:* ротор, механизм, плавающее кольцо, контакт, прецессия кольца, траектории

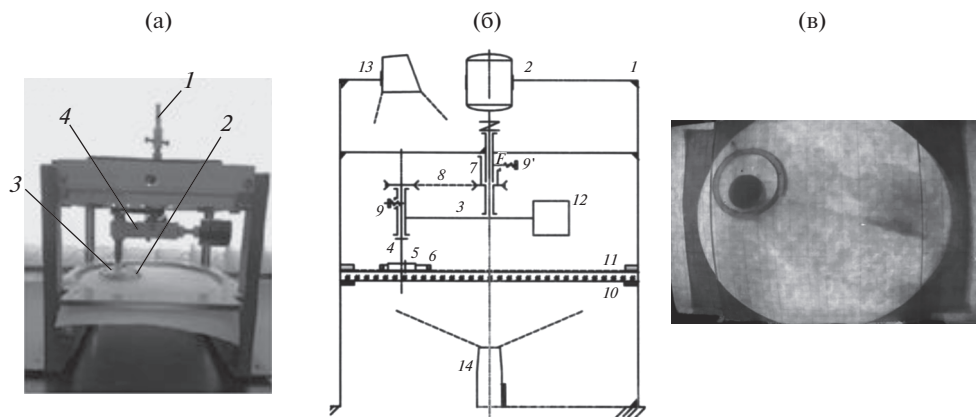
DOI: 10.31857/S0235711920030049

**Постановка задачи.** В роторных механизмах нередко происходит контакт вращающегося ротора с элементами роторной системы. При этом могут быть выделены две различные ситуации: 1) контакты ротора с неподвижным или упруго-закрепленным жестким статором; 2) контакты ротора с подвижными элементами (плавающие или пальчиковые уплотнения, гидростатические опоры с плавающими втулками, инерционные вибродробилки). При этом плавающие элементы в свою очередь могут контактировать со статором или другими плавающими элементами.

Контактные режимы в этих двух случаях существенно различаются.

В первом случае возникает обкатка ротора изнутри по статору, что сопровождается проскальзыванием ротора и приводит к быстрому износу подшипников и тяжелым аварийным ситуациям. Ротор при обкатке совершает асинхронную прецессию в направлении, противоположном скорости вращения (обратная прецессия). При этом скорость прецессии чрезвычайно велика, и давление на статор может в десятки раз превышать вес самого ротора [1–6], вследствие того, что прецессия обратная траектории точек ротора представляет собой гипотрохоиды.

Второй тип контактных режимов — это вращение ротора внутри легких подвижных элементов системы, например, в подшипниках с плавающей втулкой, внутри плавающих уплотнений [7–10]. Плавающие уплотнения обеспечивают хорошую герметизацию уплотнения. Такие режимы при низких скоростях вращения ротора специально поддерживаются в инерционных вибродробилках [2]. Возникновение контактных режимов может привести к повреждению и даже разрушению плавающих элементов. При этом плавающее кольцо “обегает” ротор снаружи в режиме прямой прецессии [3]. В дальнейшем (в отличие от режима обкатки ротора по неподвижному основанию) будем называть такие режимы *обеганием* кольца вокруг ротора. Такого класса системы относятся к механизмам с высшими кинематическими парами.



**Рис. 1.** (а) общий вид экспериментальной установки для кинематического анализа траекторий кольца при “обегании”: 1 – двигатель; 2 – кольцо; 3 – шайба; 4 – рычаг, передающий вращение от двигателя к шайбе 3; (б) кинематическая схема экспериментальной установки; (в) кадр видеосъемки вращения кольца при его обегании вокруг ротора.

В статье рассматривается система “ротор-плавающее кольцо”. Приводится анализ траекторий, полученных на экспериментальной установке, моделирующей процесс обегания. Процесс обегания – это достаточно сложный многочастотный режим. Поэтому, прежде чем исследовать этот процесс в роторных системах, необходимо вначале на модельной установке исследовать кинематику движений кольца при малых скоростях вращения, найти его траектории и выявить основные закономерности. Найдены экспериментальные траектории движения кольца при различных параметрах системы, что позволяет развить и уточнить результаты теоретического исследования [11].

**Описание экспериментальной установки.** Для моделирования процесса обегания была сконструирована и изготовлена экспериментальная установка, кинематическая схема и общий вид которой представлены на рис. 1а, б. На основании 1 (рис. 1б) установлен двигатель 2 вращения ведущего вала модели с рычагом 3, шарнирно связанным на одном конце с осью 4, на которой укреплены шайба 5, моделирующая ротор, и одну из шестерен зубчато-ременной передачи 8. На другом конце рычага 3 установлен противовес 12, уравнивающий рычаг 3 с несущими элементами относительно оси его вращения. Кольцо 6, охватывающее шайбу 5 с зазором, лежит на бумажном листе 11 на стеклянной подложке 10. Плоскость стеклянной подложки и, соответственно, бумажного листа перпендикулярна осям вращения рычага 3 и шайбы 5. Зазор между нижней плоскостью шайбы 5 и бумажным листом 11 не превышает 0.5 мм.

Ступица второй шестерни 7 зубчато-ременной передачи 8 установлена либо с возможностью вращения вместе с ведущим валом модели с рычагом 3, либо с фиксацией относительно неподвижной ступицы на основании 1. Для имитации лунного вращения модели ротора ось 4 с шайбой 5 и первой шестеренкой зубчато-ременной передачи 8 фиксируется относительно рычага 3 винтом 9. Перенос винта 9 в позицию 9' с фиксацией вращений второй шестеренки 7 относительно основания 1 преобразует движение шайбы 5 в круговое поступательное движение. В этом случае шайба 5 и кольцо 6 образуют систему типа “хула-хуп”. В настоящей статье исследуется кинематика роторной системы с “лунным” движением ротора. Установка оснащена приборами освещения 13, установленными сверху, и видеокамерой 14 – снизу. На кольцо 6

имеются видимые на кадрах видеосъемки метки (рис. 1в). Путем покадровой обработки были построены траектории движения кольца.

Параметры данной установки: длина рычага  $a = 40$  мм; радиус вращающейся шайбы  $r = 10$  мм; внутренние радиусы сменных колец, совершающих обегание  $R = 11.5$  мм; 19 мм; 35 мм.

При указанных соотношениях параметров  $a$ ,  $r$  эта установка отличается от традиционных систем “ротор—плавающее кольцо”. Отличие так же и в скоростях вращений. В экспериментальной установке они много ниже первой критической скорости вращения роторных систем. Однако, в ней отражена специфическая особенность роторных систем, а именно, “лунное” движение неуравновешенного ротора. При установившемся движении вследствие равенства частот вынужденных колебаний ротора частоте прецессии каждая точка ротора сохраняет свое положение относительно оси вращения, т.е. имеет место прямая синхронная прецессия ротора [13].

**Некоторые особенности режима обегания в экспериментальной установке.** Прежде, чем перейти к описанию кинематической модели системы “вращающаяся шайба—плавающее кольцо”, оценим влияние центробежных сил и сил трения, действующих на кольцо в установившемся режиме движения. В рассматриваемой модели ось шайбы вертикальна, а кольцо скользит как по горизонтальной плоскости, так и по цилиндрической поверхности относительно шайбы.

В установившемся режиме движения при постоянной скорости вращения кольца относительно его центра масс момент сил инерции кольца равен нулю.

Силы сухого трения кольца при скольжении по горизонтальной поверхности в случае низких скоростей вращения не симметричны относительно вектора скорости центра масс кольца. Сила трения на участке кольца с меньшим значением скоростей скольжения (т.е. расположенном ближе к оси вращения “ротора”) больше, чем сила трения на участке кольца с большим значением скоростей скольжения. Первые приближаются к силам трения покоя, а вторые к силам трения движения. Гипотетически, эта асимметрия сил трения позволяет представить их в виде вектора силы трения, равного сумме сил трения приведенных к центру масс кольца, и направленного по касательной к траектории его движения, и момента сил трения, равного произведению разности сил трения на упомянутых участках кольца на средний радиус кольца. Такая же ситуация может иметь место вследствие разности технологических сопротивлений среды, в которой перемещается кольцо, и ее нетрудно воспроизвести в экспериментах.

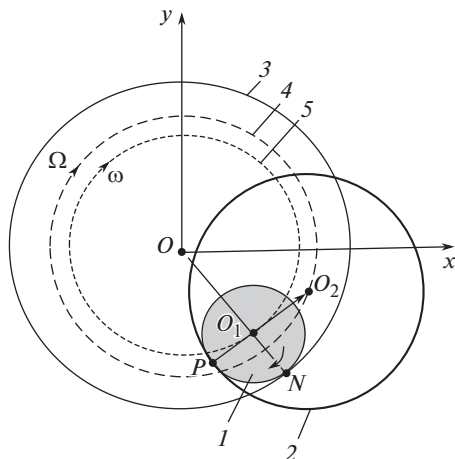
Сумма векторов силы трения и центробежных сил определяет как точку контакта ротора и кольца, так и величину взаимного давления в ней. От соотношения величины силы трения, создаваемой этим давлением, и усилием, создаваемым моментом сил сопротивления на кольце, зависит скорость вращения кольца.

Для оценки влияния сил трения проведен эксперимент, в котором на горизонтальную подложку был наклеен круг наждачной бумаги. При этом скорость вращения кольца увеличилась, но не достигла скорости прецессии.

Указанные особенности относятся только к данной экспериментальной установке. Что же касается роторных систем, то в них нет горизонтальной подложки, а, следовательно, и сил сухого трения между горизонтальной поверхностью и кольцом.

**Кинематическая модель движений системы “вращающаяся шайба—плавающее кольцо” в режиме обегания**

При соотношениях между параметрами системы, приведенными выше, взаимное расположение геометрических центров шайбы и кольца имеет вид, представленный на рис. 2. Геометрический центр  $O_1$  шайбы совершает круговые движения с амплитудой  $a$  вокруг оси вращения  $O$  (окружность 5 на рис. 2). Рис. 2 соответствуют следующие обозначения в тексте:  $OO_1 = a$ ,  $O_1N = r$  — радиус шайбы,  $O_1O_2 = \delta$ ,  $PO_2 = R$  — радиус кольца. Точка  $N$  орбиты шайбы — наиболее удаленная от центра вращения. Эта



**Рис. 2.** Взаимное расположение центров:  $O$  – центр вращения системы;  $1$  – шайба;  $2$  – плавающее кольцо;  $3$  – траектория точки  $N$  шайбы, наиболее удаленной от оси вращения;  $4$  – траектория центра кольца  $O_2$ ;  $5$  – траектория центра шайбы  $O_1$ .

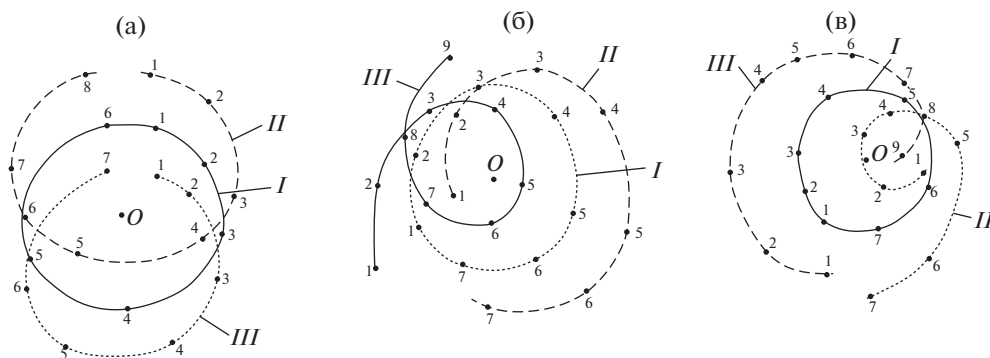
точка при вращении шайбы описывает окружность радиуса  $r + a$ , центр которой лежит на оси вращения  $O$  (рис. 2, окружность 3). Вращение рычага 4 имитирует вращение центра ротора, а длина рычага 4 – пропорциональна величине дисбаланса, шайба 3 при этом совершает “лунное” движение, что имитирует прямую синхронную прецессию неуравновешенного ротора [12]. Это позволяет предположить, что точка контакта на шайбе остается одной и той же.

Действительно, как показали эксперименты, при малом трении между кольцом и опорной плоскостью и сравнительно невысоких скоростях вращения ротора, когда силы инерции кольца также невелики, контакт кольца происходит в такой точке шайбы  $P$ , что угол  $PO_1N$  примерно равен  $\pi/2$ . При установившемся движении точка контакта  $P$  на шайбе остается практически одной и той же (рис. 2), в то время как точки контакта на кольце различны. Кольцо обкатывает шайбу без отрыва, при этом геометрический центр кольца  $O_2$  также описывает окружность (окружность 4), concentричную окружности 3. Радиус этой окружности, определяется из треугольника  $OO_1O_2$  (рис. 2) и равен  $\delta = (a^2 + (R - r)^2)^{1/2}$ , где  $R$  – радиус кольца.

Как показали эксперименты, скорость прецессии геометрического центра кольца совпадает со скоростью прецессии геометрического центра шайбы, как по величине, так и по направлению, то есть  $\omega = \Omega$ . Это объясняется тем, что прямая, соединяющая центры шайбы и кольца перпендикулярна касательной в точке контакта. Следовательно, когда точка контакта на “роторе” постоянна, скорость вращения этой прямой совпадает со скоростью вращения точки контакта. Поскольку шайба совершает прямую синхронную прецессию со скоростью  $\omega$  вокруг центра вращения  $O$ , то она сообщает кольцу скорость прецессии  $\Omega = \omega$  вокруг того же центра  $O$ .

Каждая из точек плавающего кольца участвует в двух движениях: вращении вокруг центра кольца со скоростью  $\omega_1$  и прецессии центра кольца  $\Omega$  в том же направлении. Уравнения траектории точек кольца имеют вид

$$x(t) = R \sin \omega_1 t + \delta \sin \Omega t, \quad y(t) = R \cos \omega_1 t + \delta \cos \Omega t. \quad (1)$$



**Рис. 3.** Экспериментальные траектории точек кольца в режиме обегания: *I* – траектория центра кольца; *II, III* – траектории диаметрально противоположных точек кольца: (а)  $R/r = 1.1$ ; (б)  $R/r = 1.9$ ; (в)  $R/r = 3.5$ .

Скорость вращения кольца можно определить из следующих условий. Радиус кольца больше радиуса шайбы, поэтому за время полного оборота шайбы внутри кольца оно повернется вокруг своего центра на угол, равный  $\beta = 2\pi(r/R)$ . Следовательно, скорость вращения кольца  $\omega_1$  составит

$$\omega_1 = \omega r/R \tag{2}$$

Уравнения (1) в случае прямой прецессии кольца описывают эпитрохоиды, количество петель которых  $n$  определяется отношением скорости вращения кольца к скорости прецессии его центра  $n = 1 + \omega_1/\Omega$ .

При вращении ротора с большими скоростями необходимо исследовать динамические процессы с учетом гидродинамических сил в зазоре, а также сил сухого трения [10].

**Экспериментальные траектории точек кольца при “обегании”.** При обработке экспериментальных данных возникли определенные трудности при фиксации положений точек кольца на траектории. Использование записывающих устройств приводило к введению дополнительного демпфирования между кольцом и диаграммой, что существенно искажало процесс обегания. Поэтому положение точки кольца отмечалось на диаграмме без контакта с кольцом при различных углах поворота рычага (“ротора”). На каждом кадре фиксировалось положение двух диаметрально расположенных точек кольца, что позволило определить также траекторию центра кольца и скорость его прецессии. Эти траектории при различных соотношениях между радиусами колец и шайбы при одном обороте шайбы приведены на рис. 3. Траектории получены при одинаковых коэффициентах трения между кольцом и шайбой, а также между ними и средой, что позволяет провести их сравнительный анализ.

На рис. 3а, б, в представлены траектории точек колец в режиме обегания за один оборот шайбы, полученные на экспериментальной установке. Из (2), в частности, следует, что скорость вращения кольца меньше скорости вращения шайбы, и поэтому при вращении шайбы метки кольца будут отставать от метки шайбы, что и наблюдается в экспериментах. При наличии проскальзывания скорость вращения кольца снижается.

Таким образом, прецессия центра кольца – прямая (в отличие от режима обкатки, когда прецессия обратная) и траектории точек кольца представляют собой эпитрохоиды.

Если радиусы кольца  $R$  и шайбы  $r$  близки между собой (рис. 3а), траектории точек кольца представляют собой окружности радиуса  $r^*$ , что подтверждается соотношениями (1).

Траектории рис. 3 получены при одинаковых коэффициентах трения между кольцом и шайбой, а также между ними и средой. Это позволяет провести сравнение скоростей вращения кольца и шайбы для различных соотношений их радиусов. Получены следующие отношения скорости вращения кольца  $\omega_1$  к его скорости прецессии  $\Omega$ : а) при  $R = 19$  мм:  $\omega_1/\Omega = 1.6$  и траектория кольца – эпитрохоида с одной петлей (рис. 3б); б) при  $R = 30$  мм:  $\omega_1/\Omega = 2.7$  и траектория кольца – эпитрохоида с двумя петлями (рис. 3в).

#### Выводы:

- траектории точек кольца в роторных системах представляют собой эпитрохоиды, количество петель которых  $n$  определяется отношением скорости вращения кольца к скорости прецессии его центра;
- прецессия центра кольца – прямая (в отличие от режима обкатки, когда прецессия – обратная);
- траектория центра кольца представляет собой окружность, а скорость прецессии совпадает со скоростью вращения возбудителя колебаний (ротора).

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Поддержано грантом РФФИ № 18-08-00-171а.

#### КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Банах Л.Я.* Некоторые явления, возникающие при движении вала в подшипнике с зазором // *Машиноведение*. 1965 № 1. С. 70.
2. *Блехман И.И.* Вибрационная механика. М.: Наука, 1994. 398 с.
3. *Banakh L.* Contact problems in rotor systems // *Vibroengineering*. Procedia. October 2016. ISSN 2345-0533. V. 8. P. 90.
4. *Shatochin V.F.* Vibrations of turbogenerator rotors with rolling of rotor to stator. Modeling techniques and software tools. Lap Lambert Academic Publishing. 2016. 308 p.
5. *Костюк А.Г., Шатохин В.Ф., Волоховская О.А.* Особенности движения ротора с задеванием о статор // *Теплоэнергетика*. 2013. № 9. С. 21.
6. *Никифоров А.Н.* Обобщенная математическая модель ротора Джеффкота–Лавала с учетом проскальзывания при контактах и несоосности со статором // *Вестник научно-технического развития*. 2012. № 5(57). С. 41.
7. *Банах Л.Я., Никифоров А.Н.* Снижение уровня вибрации быстроходных роторных систем при помощи плавающих уплотнительных колец // *Проблемы машиностроения и надежности машин*. 2013. № 4. С. 20.
8. *Rozhdestvensky Yu., Boyarshinova A. and etc.* Dynamics Analysis of Rotor with Floating Rings Package Bearing // 8-th IFToMM Int. Conf. on Rotor Dynamics. 2010. Seoul. Korea.
9. *Li C.H., Rohde S.M.* On the Steady and Dynamic Performance Characteristics of Floating Ring Bearings // ASME Paper N. 80-C2/Lub-17. 1980
10. *Ахметханов Р.С., Банах Л.Я., Рудис М.А.* Анализ нестационарных колебаний быстровращающихся роторных систем с учетом газодинамических сил // *Проблемы машиностроения и надежности машин*. 2001. № 6. С. 16.
11. *Банах Л.Я., Бармина О.В., Кельнер М.С.* Кинематика движений в роторной системе при контакте ротора с плавающими элементами // *Проблемы машиностроения и надежности машин*. 2017. № 4. С. 26.
12. *Диментберг Ф.М.* Изгибные колебания вращающихся валов Изд. АН СССР. 1959. 247 с.