

---

---

**МЕХАНИКА МАШИН**

---

---

УДК 621.01

**МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ПРОГРАММНЫХ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ДВИЖЕНИЙ  
ДВУРУКИХ РОБОТОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

© 2020 г. Е. И. Воробьев

*Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия**e-mail: evgeniv36@mail.ru*

Поступила в редакцию 02.09.2019 г.

Принята к публикации 27.03.2020 г.

В настоящей статье предложен метод координации движений рабочих звеньев двуруких робототехнических систем с шестью степенями свободы. Метод основан на введении матриц относительного положения выходных звеньев механизмов рук и решении обратных задач относительного положения манипуляторов. В качестве механизмов рук рассматриваются манипуляторы с тремя степенями свободы. Решены обратные задачи о положениях манипуляторов, позволяющие реализовать заданное относительное движение их выходных звеньев как твердых тел.

*Ключевые слова:* двурукая робототехническая система, манипуляционная система, механизм относительного манипулирования, программное движение, обратная задача, матрица относительного положения

DOI: 10.31857/S023571192004015X

Манипуляционную систему двурукого робота можно рассматривать как механизм относительного манипулирования с большим числом степеней свободы. Механизм относительного манипулирования широко применяется в технологических системах при обработке поверхностей и реализации заданных относительных траекторий инструмента на подвижной детали. При этом используются системы с двумя и тремя степенями свободы.

Развитие систем автоматизации производства, создание роботизированных производств, с одновременно функционирующими несколькими роботами, появление двуруких роботов требует развития методов построения и управления систем относительного манипулирования с числом степеней свободы от трех до двенадцати.

Вопросы классификации механизмов устройств относительного манипулирования впервые рассмотрены в работе [1]. В работах [1, 2] отмечены особенности устройств относительного манипулирования и решены вопросы анализа и синтеза устройств относительного манипулирования на основе механизмов с параллельной структурой. В работах [3–8] рассмотрены особенности построения алгоритмов управления двуруких роботов.

В настоящей статье рассмотрим задачи реализации заданных относительных движений рабочих звеньев двуруких роботов, в которых в качестве механических рук используются манипуляторы с тремя степенями свободы.

**1. Манипуляционная система ВВП-ВПП.** Рассмотрим манипуляционную систему ВВП-ВПП, содержащую два совместно работающих манипулятора: один с двумя вращательными и одной поступательной парами; второй с одной вращательной и двумя

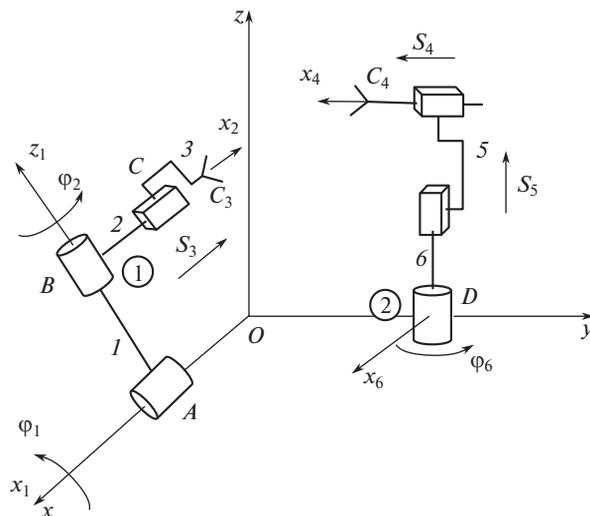


Рис. 1. Манипуляционная система ВВП-ВПП.

поступательными парами (рис. 1). Здесь и далее буквой “В” будем обозначать вращательные пары, буквой “П” поступательные.

Задача состоит в осуществлении заданного относительного движения выходного звена 4 манипулятора 2 относительно звена 3 манипулятора 1 по заданному закону. Этот закон движения будет задаваться матрицей четвертого порядка перехода от системы  $C_3x_3y_3z_3$ , связанной со звеном 3 к системе  $C_4x_4y_4z_4$ , связанный со звеном 4.

$$M_{43} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & a \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & b \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где  $\alpha_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ) являются функциями времени;  $a, b, c$  – координаты точки  $C_3$  в системе  $C_4x_4y_4z_4$ .

Определению подлежат обобщенные координаты системы  $\varphi_1, \varphi_2, s_3, s_4, s_5, \varphi_6$  – относительные перемещения соседних звеньев манипуляторов. Со звеньями манипуляторов свяжем системы координат, как показано на рис. 1. Со звеном манипулятора 1 свяжем систему координат  $Ax_1y_1z_1$ , направив  $Ax_1$  по оси вращательной пары А, со звеном 2 свяжем систему координат  $Bx_2y_2z_2$ , направив ось  $Bz_2$  по оси пары В, а ось  $Bx_2$  по направлению линейного перемещению звена 3, со звеном 3 свяжем систему координат  $Cx_3y_3z_3$  направив ось  $Cx_3$  параллельно оси  $Bx_2$ , а ось  $Cz_3$  параллельно оси  $Bz_2$ . Со звеньями манипулятора 2 свяжем системы координат следующим образом: со звеном 6 свяжем систему координат  $Dx_6y_6z_6$ , направив ось  $Dz_6$  по оси пары Д и оси  $Dx_6$  параллельно направлению линейного перемещения в поступательной паре звена. Со звеньями 5 и 4 свяжем системы координат, оси которых параллельны осям системы  $Dx_6y_6z_6$ .

Запишем матрицы ориентации и положения системы координат  $C_3x_3y_3z_3$  в системе  $Oxuz$  в виде двух матриц третьего порядка, используя переход через звенья манипулятора 2. Матрица ориентации имеет вид

$$L_{03}^{(2)} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_6 & -\sin \varphi_6 & 0 \\ \sin \varphi_6 & \cos \varphi_6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} \cos \varphi_6 - \alpha_{21} \sin \varphi_6 & \alpha_{12} \cos \varphi_6 + \alpha_{22} \sin \varphi_6 & \alpha_{13} \cos \varphi_6 - \alpha_{23} \sin \varphi_6 \\ \alpha_{11} \sin \varphi_6 + \alpha_{21} \cos \varphi_6 & \alpha_{12} \sin \varphi_6 + \alpha_{22} \cos \varphi_6 & \alpha_{13} \sin \varphi_6 + \alpha_{23} \cos \varphi_6 \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{32} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Координаты точки  $C_3$  в системе  $Oxuz$  равны

$$[x_{C_3}^{(2)}] = \begin{bmatrix} (a + s_4) \cos \varphi_6 - b_1 \sin \varphi_6 \\ (a + s_4) \sin \varphi_6 + b_1 \cos \varphi_6 \\ c + s_5 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

здесь  $b_1 = b_0 + b$ ,  $b_0 = OD$ .

Запишем матрицы, используя переход через звенья манипулятора 1, получим

$$L_{03}^{(1)} = L_{01}L_{13} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 \\ 0 & \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 & 0 \\ \sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Перемножив матрицы в (4) получим

$$L_{03}^{(1)} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & \sin \varphi_2 & 0 \\ \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 & \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 & \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 & \cos \varphi_1 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Координаты точки  $C_3$  в системе  $Oxuz$  также равны

$$[x_{C_3}^{(1)}] = \begin{bmatrix} s_3 \cos \varphi_2 + a_0 \\ s_3 \sin \varphi_2 \cos \varphi_1 - l_1 \sin \varphi_1 \\ s_3 \sin \varphi_2 \sin \varphi_1 + l_1 \cos \varphi_1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где  $l_1 = AB$ .

Приравняв элементы матриц (2) (5) и (3) (6) получим уравнения для определения выражений обобщенных координат, которые в данном случае являются управляющими функциями. Из этих уравнений получим

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \arccos \alpha_{33}, \\ \varphi_2 &= \arccos \frac{\alpha_{31}}{\alpha_{32}}, \\ \varphi_6 &= \operatorname{arctg} \frac{\alpha_{13}}{\alpha_{23}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Перемещения  $s_3$ ,  $s_4$ ,  $s_5$  в кинематических парах находятся из линейных уравнений  $x_{C_3}^{(1)} = x_{C_3}^{(2)}$ .

**2. Манипуляционная система ВВВ-ППП.** Рассмотрим манипуляционную систему типа ВВВ-ППП, состоящую из двух модулей-манипуляторов с открытой кинематической цепью.

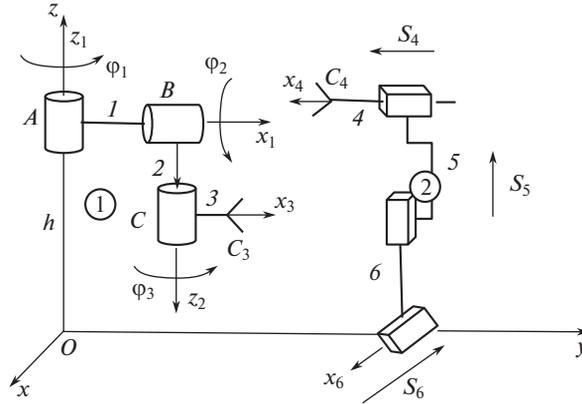


Рис. 2. Манипуляционная система ВВВ-ППП.

Первый манипулятор содержит три вращательные пары – В. Второй манипулятор содержит три поступательные кинематические пары – П, реализующие движение вдоль осей системы  $Oxuz$  (рис. 2).

Со звеньями манипулятора  $I$  свяжем декартовы системы координат следующим образом: ось  $Az_1$  системы координат  $Ax_1y_1z_1$  первого звена направим по оси пары  $A$ , а ось  $Ax_1$  по оси пары  $B$ , ось  $Bz_2$  системы координат  $Bx_2y_2z_2$  звена 2 направим по оси пары  $C$ , а ось  $Bx_2$  по оси пары  $B$ , ось  $Cz_3$  системы координат  $Cx_3y_3z_3$  звена 3 направим по оси пары  $C$ , а ось  $Cx_3$  по оси звена 3.

Задача состоит в реализации заданного закона движения звена 4 манипулятора 2 как твердого тела относительно звена 3 манипулятора 1. Относительное движение выходящих звеньев 3 и 4 будем определять матрицей четвертого порядка, как и для предыдущего механизма в виде (1).

Определению подлежат обобщенные координаты системы  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, s_4, s_5, s_6$  – относительные перемещения соседних звеньев.

Матрица ориентации  $L_{03}$  системы  $Cx_3y_3z_3$  относительно системы  $Oxuz$  равна

$$L_{03}^{(1)} = L_{01}L_{12}L_{23}, \text{ где } L_{01} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$L_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 \\ 0 & \sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 \end{bmatrix}; \quad L_{23} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_3 & -\sin \varphi_3 & 0 \\ \sin \varphi_3 & \cos \varphi_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Для координат точки  $C_3$  в неподвижной системе координат получим

$$x_{C_3}^{(1)} = \begin{bmatrix} (l_3 \cos \varphi_3 + l_1) \cos \varphi_1 + (l_3 \sin \varphi_3 \cos \varphi_2 - l_2 \sin \varphi_2) \sin \varphi_1 \\ (l_3 \cos \varphi_3 + l_1) \sin \varphi_1 + (l_3 \sin \varphi_3 \cos \varphi_2 - l_2 \sin \varphi_2) \cos \varphi_1 \\ l_3 \sin \varphi_3 \sin \varphi_2 + l_2 \cos \varphi_2 + h \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Здесь  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  углы относительного поворота звеньев 1, 2, 3;  $l_3 = CC_3$ ;  $l_2 = BC$ ;  $h = AO$ ;  $l_1 = AB$ .

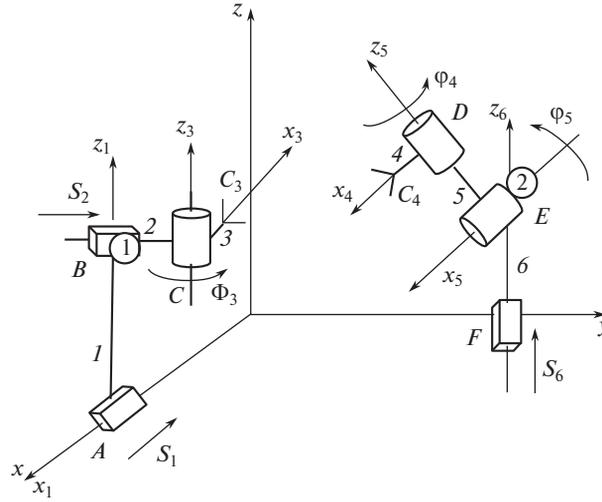


Рис. 3. Манипуляционная система ППВ-ПВВ.

Угловую ориентацию системы  $C_3x_3y_3z_3$  относительно системы  $Oxyz$  найдем, перемножая матрицы относительного поворота.

$$L_{03}^{(1)} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 \cos \varphi_3 - \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \sin \varphi_3 & \cos \varphi_1 \sin \varphi_3 - \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \varphi_3 & \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \\ \sin \varphi_1 \cos \varphi_3 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \sin \varphi_3 & \sin \varphi_1 \sin \varphi_3 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \varphi_3 & \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 \\ \sin \varphi_2 \sin \varphi_3 & \sin \varphi_2 \cos \varphi_3 & \cos \varphi_2 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Матрица (8) и матрица (9) вместе образуют матрицу  $L_{03}$  четвертого порядка, определяющую положение и ориентацию звена 3 в неподвижной системе координат  $Oxyz$ . Матрица ориентации системы  $C_3x_3y_3z_3$  в системе  $Oxyz$  через звенья 2 в данном случае является единичной. Координаты точки  $C_3$  в системе  $Oxyz$  через параметры манипулятора 2.

$$[x_{C_3}^{(2)}] = \begin{bmatrix} s_6 + a \\ s_4 + b_1 \\ s_5 + h \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Приравнявая соответствующие элементы матриц (8) и (10) получим уравнение для определения обобщенных координат системы, управляющих функций, реализующих заданное относительное перемещение выходных звеньев манипуляторов

$$\begin{aligned} \varphi_1 = \arctg \frac{\alpha_{13}}{\alpha_{23}}; \quad \varphi_2 = \arccos \alpha_{33}; \quad \varphi_3 = \arctg \left( -\frac{\alpha_{13}}{\alpha_{23}} \right); \quad s_6 = x_{C_3} - a; \\ s_5 = z_{C_3} - c - h; \quad s_4 = y_{C_3} - b_1. \end{aligned}$$

**3. Манипуляционная система ППВ-ПВВ.** Рассмотрим манипуляционную систему, содержащую два манипулятора типа ППВ-ПВВ, где П – поступательная пара, В – вращательная пара (рис. 3).

Манипулятор 1 содержит две поступательные и одну вращательную кинематическую пары. При этом линейные перемещения звена осуществляются параллельно оси

Ох, перемещение звена 2 перпендикулярно перемещению звена 1. Ось вращения звена 3 перпендикулярна перемещению звена 2. Манипулятор 2 содержит одну поступательную и две вращательные кинематические пары, при этом, звено 6 совершает поступательные движения вдоль оси Oz, ось вращения звена 5 перпендикулярна направлению движения звена 6, ось вращения звена 4 перпендикулярна оси вращения звена 5.

Обобщенными координатами механизма являются величины относительных перемещений звеньев манипуляторов  $s_1, s_2, \varphi_3, s_4, \varphi_5, \varphi_6$ .

Выводными звеньями манипуляторов являются звенья 3 и 4.

Относительное положение звена 4 относительно звена 3 определяем матрицей  $M_{34}$  перехода от системы  $C_4x_4y_4z_4$ , связанной со звеном 4 к системе  $C_3x_3y_3z_3$ , связанной со звеном 3

$$M_{34} = \begin{bmatrix} \alpha_{ij} & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Левые три столбца и три строки представляют матрицу ориентации, где  $\alpha_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ) направляющие косинусы осей  $C_4x_4y_4z_4$ ;  $r = [a, b, c]^T$  – координаты точки  $C_4$  в системе  $C_3x_3y_3z_3$ . Задача реализации заданного относительного движения выходных звеньев манипуляторов состоит в определении обобщенных координат по заданной матрице (11).

Для решения задачи со звеньями манипуляторов свяжем системы координат следующим образом: для манипулятора 1 со звеном 1 свяжем систему координат  $A_1x_1y_1z_1$ , направив ось  $Ax_1$  по оси Ох, а ось  $Az_1$  – параллельно Oz; со звеном 2 свяжем систему координат  $Cx_2y_2z_2$ , направив ось  $Cz_2$  по оси пары С, параллельно оси z, а ось  $Cy_2$  – параллельно Oy.

Для манипулятора 2 со звеньями свяжем системы координат следующим образом: со звеном 6 свяжем систему координат  $Ex_6y_6z_6$  направив ось  $Ez_6$  параллельно оси Oz, а ось  $x_6$  по вращательной паре E; со звеном 5 свяжем систему координат  $Ex_5y_5z_5$ , направив ось  $Ex_5$  по оси пары E, а ось  $z_5$  по оси пары D. Со звеном 4 свяжем систему координат  $Dx_4y_4z_4$  направив ось  $Dz_4$  по оси пары D, а ось  $x_4$  – по оси звена 4.

Запишем матрицу ориентации системы  $Cx_4y_4z_4$ , связанной со звеном 4 в неподвижной системе координат через звенья манипулятора 1, получим

$$\begin{aligned} L_{04}^{(1)} &= \begin{bmatrix} \cos \varphi_3 & -\sin \varphi_3 & 0 \\ \sin \varphi_3 & \cos \varphi_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \alpha_{11} \cos \varphi_3 - \alpha_{21} \sin \varphi_3 & \alpha_{12} \cos \varphi_3 - \alpha_{22} \sin \varphi_3 & \alpha_{13} \cos \varphi_3 - \alpha_{23} \sin \varphi_3 \\ \alpha_{11} \sin \varphi_3 + \alpha_{21} \cos \varphi_3 & \alpha_{12} \sin \varphi_3 + \alpha_{22} \cos \varphi_3 & \alpha_{13} \sin \varphi_3 + \alpha_{23} \cos \varphi_3 \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (12)$$

Координаты точки  $C_4$  в системе  $Oxyz$  через параметры манипулятора 1 равны

$$[x_{C_4}^{(1)}] = \begin{bmatrix} (a + l_3) \cos \varphi_3 - b \sin \varphi_3 + s_1 \\ (a + l_3) \sin \varphi_3 + b \cos \varphi_3 + s_2 \\ C + l_1 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где  $l_1$  и  $l_3$  – длина звена 1 и 3.

Далее запишем матрицу  $M_{04}$  через звенья манипулятора 2. Матрица ориентации звена 4, равна

$$L_{04}^{(2)} = L_{06}L_{65}L_{54}, \quad (14)$$

где  $L_{i, i-1}$  матрицы перехода от системы  $(i-1)$  к системе  $i$ .

Подставляя их выражения в (14) и перемножая матрицы получим матрицу третьего порядка ориентации звена 4 в системе  $Oxyz$

$$L_{03}^{(2)} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_4 & -\sin \varphi_4 & 0 \\ \cos \varphi_5 \sin \varphi_4 & \cos \varphi_5 \cos \varphi_4 & -\sin \varphi_5 \\ \sin \varphi_5 \sin \varphi_4 & \sin \varphi_5 \cos \varphi_4 & \cos \varphi_5 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Координаты точки  $C_4$  в системе  $Oxyz$  через параметры манипулятора 2 равны

$$[x_{C_4}^{(2)}] = \begin{bmatrix} l_4 \cos \varphi_4 \\ l_4 \sin \varphi_4 \cos \varphi_5 - l_5 \sin \varphi_5 \\ l_4 \sin \varphi_4 \sin \varphi_5 + l_5 \cos \varphi_5 + s_6 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Здесь  $l_4$  и  $l_5$  – длины звеньев 4 и 5;  $s_6$  – перемещение звеньев 6 в паре  $F$ .

Приравнявая соответствующие элементы матриц (12), (15) и (13), (16) получим уравнения для определения выражений обобщенных координат, которые в данном случае являются управляющими функциями. Из этих уравнений получим

$$\begin{aligned} \varphi_3 &= \arctg \frac{\alpha_{13}}{\alpha_{23}}, \\ \varphi_4 &= \arctg \frac{\alpha_{31}}{\alpha_{32}}, \\ \varphi_5 &= \arccos \alpha_{33}, \\ s_1 &= l_4 \cos \varphi_4 - (a + l_3) \cos \varphi_3 + b \sin \varphi_3, \\ s_2 &= l_4 \sin \varphi_4 \cos \varphi_5 - l_5 \sin \varphi_5 - (a + l_3) \sin \varphi_3 - b \cos \varphi_3, \\ s_6 &= (C + l_1) - l_4 \sin \varphi_4 \sin \varphi_5 - l_5 \cos \varphi_5. \end{aligned} \quad (17)$$

Уравнения обобщенных координат манипуляторов согласно (17) реализуют заданное относительное движение их выходных звеньев согласно матрице (11).

**Заключение.** Получены соотношения для управляющих переменных, позволяющие реализовать заданное относительное движение двух твердых тел с шестью степенями свободы с помощью двух манипуляторов с тремя степенями свободы каждый. Оба манипулятора совместно должны иметь не менее трех вращательные кинематических пар. Полученные соотношения можно использовать для построения алгоритмов управления двуруких роботов с шестью степенями свободы.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований проект № 19-08-00775.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глазунов В.А. и др. Анализ и классификации устройств относительного манипулирования // Проблемы машиностроения и надежности машин 2009. № 4. С. 81.
2. Глазунов В.А., Ласточкин А.Б. Терехова А.Н. и др. Об особенностях устройств относительно манипулирования. Проблемы машиностроения и надежности машин. 2007. № 2. С. 77.

3. *Воробьев Е.И., Хатунцев Д.* Двурукые роботы. Особенности построения алгоритмов управления движением // Автоматизация. Современные технологии. 2016. № 3. С. 19.
4. *Воробьев Е.И.* Новые механизмы для протезов рук и двурукых роботов. Новые механизмы в современной робототехнике / Под ред. В.А. Глазунова. Москва, 2018. С. 144.
5. *Chiacchio P., Chiaverini S., Siciliano B.* Direct and inverse kinematics for coordinated motion tasks of a two-manipulator systems // ASME J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control, in press, 1996.
6. *Caccavale F., Chiacchio P., Chiaverini S.* Task-space regulation of cooperative manipulators // Automatica, 36, 2000. P. 879.
7. *Nakano E., Ozaki S., Ishida T., Kato I.* Cooperational Control of the Anthropomorphous Manipulator "MELARM" / in Proc. 4th Int. Symp. on Industrial Robots, Tokyo, November 1974. P. 251.
8. *Luh J.Y.S., and Zheng Y.F.* Constrained relations between two coordinated industrial robots for motion control // Int. J. Robotics Research 6, No. 3, Fall, 1987. P. 60.