

---

---

**МЕХАНИКА МАШИН**

---

---

УДК 621.01

**РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ С ПОСТОЯННОЙ ТОЧКОЙ  
ВВОДА ИНСТРУМЕНТА В РАБОЧУЮ ОБЛАСТЬ, ПРЕДНАЗНАЧЕННЫХ  
ДЛЯ ХИРУРГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ И ИССЛЕДОВАНИЯ СВОЙСТВ ПЛАЗМЫ**

© 2020 г. Е. И. Велиев<sup>1</sup>, Р. Ф. Ганиев<sup>2</sup>, В. А. Глазунов<sup>2,\*</sup>,  
С. А. Скворцов<sup>2,\*\*</sup>, Р. А. Чернецов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Российская медицинская академия непрерывного профессионального образования, Москва, Россия*

<sup>2</sup> *Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия*

*\*e-mail: gribodova04@mail.ru*

*\*\*e-mail: 1691skvorcov@mail.ru*

Поступила в редакцию 12.05.2020 г.

Принята к публикации 29.07.2020 г.

В настоящей статье рассмотрены механизмы, обеспечивающие постоянство точки ввода инструмента в рабочую зону. Эти устройства получены на основе использования конических зубчатых или ременных передач. Представлено решение задачи о положениях и скоростях, а также задачи динамического анализа, представлена конструкция действующей модели.

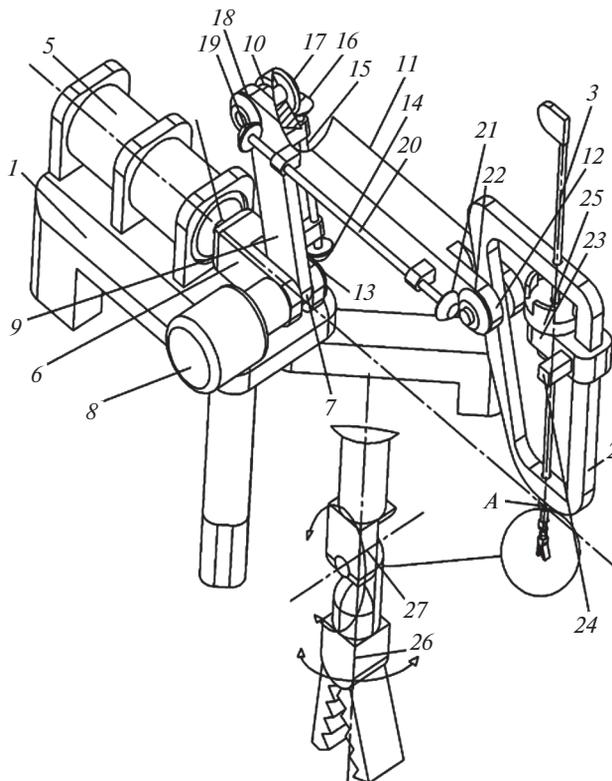
*Ключевые слова:* коническая передача, ременная передача, задача о положениях, динамический анализ, экспериментальная модель

DOI: 10.31857/S0235711920060103

Перед отечественным машиностроением стоят серьезные проблемы, связанные с принятой Стратегией научно-технологического развития Российской Федерации [1, 2]. Для многих задач современной техники необходимы устройства, в которых должно быть обеспечено постоянство точки ввода инструмента в рабочее пространство. Речь идет, в частности, об измерительных устройствах, используемых для исследования свойств плазмы [3], указанное условие необходимо обеспечить также при разработке робототехнических комплексов, предназначенных для хирургических операций [4].

Одним из решений данной проблемы является механизм, основанный на применении шарнирных параллелограммов [5, 6]. За счет наличия этих элементов угол поворота входного звена равен углу поворота выходного звена. В дальнейшем были предложены другие механизмы, обеспечивающие постоянство точки ввода инструмента основанные на использовании передач с гибкой связью, а также конических передач. Было определено число степеней свободы этих устройств, описан принцип их работы [7].

Построение механизмов с постоянной точкой ввода инструмента может быть основано не только на таких принципах, как шарнирные параллелограммы, передача с гибкой связью, конические передачи, но и на принципах параллельной структуры [8–11]. В частности, это может быть механизм, содержащий круговую направляющую, по которой перемещаются три приводные каретки [8–11]. Применение такого устройства позволяет примерно на порядок уменьшить габариты и вес робототехнической системы Da Vinci при сохранении функциональных возможностей. С целью упрощения



**Рис. 1.** Механизм, обеспечивающий постоянство точки ввода инструмента за счет наличия двух конических передач.

конструкции может быть целесообразна разработка и исследование механизмов, рассматриваемых в данной статье.

Синтез всех указанных механизмов разного типа должен основываться на всестороннем учете функциональных и технических требований, определяемых условиями проведения тех или иных хирургических операций в разных областях медицины, а также особенностями экспериментальных исследований свойств плазмы [12–15].

В настоящей статье представлены результаты исследований, связанные с разработкой механизмов, обеспечивающих постоянство точки ввода инструмента и основанных на применении конических или ременных передач. Приводится решение задач о положениях и скоростях, задач динамического анализа с учетом закона управления, описаны параметры действующей модели механизма, что дает возможность оценки функциональных особенностей этих устройств.

Рассмотрим механизм, обеспечивающий постоянство точки ввода инструмента в рабочую зону за счет наличия в нем двух конических передач (рис. 1).

Данный механизм состоит из основания 1, выходного звена 2, рабочего органа 3, поворотной платформы 6, которая приводится во вращение двигателем 5 через вращательную кинематическую пару 4. С поворотной платформой 6 через кинематическую пару 7, приводимую в движение двигателем 8, связано начальное звено 9, которое через вращательную кинематическую пару 10 связано с промежуточным звеном 11. Данное звено сопряжено через кинематическую пару 12 с выходным звеном 2. Для того,

чтобы обеспечить постоянство передаточного отношения между двигателем 8 и выходным звеном 2, механизм снабжен двумя коническими передачами. При этом коническое колесо 13 жестко связано с начальным звеном 9. Конические колеса 14 и 16 расположены на одном валу 15. При этом колесо 16 сопряжено с коническим колесом 17, жестко связанным с промежуточным звеном 11. Также с указанным звеном 11 жестко связано коническое колесо 18, сопряженное с коническим колесом 19, которое расположено на валу 20 вместе с коническим колесом 21. Указанное колесо 21 сопряжено с коническим колесом 22, жестко связанным с выходным звеном 2. Наличие конических передач обеспечивает равные углы поворота начального звена 9 и выходного звена 2. Рабочий орган 3 относительно выходного звена 2 может вращаться под действием вращательного двигателя 23 и перемещаться поступательно под действием линейного двигателя 24. Ось рабочего органа 3 пересекает продолжение оси двигателя 5 в точке А, положение которой неизменно. С рабочим органом 3 сопряжено устройство фиксации 25, обеспечивающее быструю смену инструмента, который через вращательные кинематические пары 26 и 27 связан с рабочим органом 3.

При определении числа степеней свободы имеем в виду, что данное устройство включает следующие кинематические пары и звенья. Между основанием 1 с вращательным двигателем 5, поворачивающим подвижную платформу 6, расположена вращательная кинематическая пара пятого класса 4. Двигатель 8 связан с одним концом звена 9 и поворачивает входное звено вокруг своей оси, образуя вторую кинематическую пару пятого класса. Конические колеса 13 и 17, сопряженные с коническими колесами 14 и 16, установленными соосно на валу 15, образуют первую и вторую пару первого класса. Звенья 9 и 11 образуют третью кинематическую пару пятого класса. На противоположном от двигателя 8 конце звена 9 жестко закреплено коническое зубчатое колесо 18, образующее вместе с коническим зубчатым колесом 19 третью кинематическую пару первого класса. Колесо 19 установлено соосно на одном валу 20 с коническим зубчатым колесом 21, сопряженным с коническим зубчатым колесом 22, установленным на выходном звене 2. Между зубчатыми колесами 21 и 22 расположена четвертая кинематическая пара первого класса. Звено 11 и выходное звено 2 образуют четвертую пару пятого класса. Рабочий орган 3 связан с выходным звеном 2 посредством двухподвижной кинематической пары четвертого класса, образуемой двигателями 23 и 24. Пятая и шестая вращательные кинематические пары пятого класса – это элементы 26 и 27. Кроме того, нужно учесть еще две вращательные кинематические пары, сопрягающие звенья 9 и 11 соответственно со звеньями 15 и 20.

Таким образом, механизм содержит восемь кинематических пар пятого класса, одну кинематическую пару четвертого класса и четыре кинематические пары первого класса.

Как известно, в теории механизмов и машин звеном считается совокупность элементов, движущихся как твердое тело. В соответствии с этим элементы 1, 2, 3, 6, 9, 11, 15, 20, а кроме того элемент, расположенный между кинематическими парами 26 и 27 и инструмент, являются звеньями данного механизма. Таким образом, механизм содержит девять подвижных звеньев.

Определим число степеней свободы механизма по формуле Сомова–Малышева

$$W = 6n - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - P_1,$$

где  $n$  – количество подвижных звеньев,  $P_5, P_4, \dots, P_1$  – количество одно-, двух-, ..., пятиподвижных кинематических пар.

Для данного случая  $P_5 = 8; P_4 = 2; P_1 = 4; n = 9$ . Используя приведенную структурную формулу, получаем:

$$W = 6 \times 9 - 5 \times 8 - 4 \times 1 - 4 = 54 - 40 - 4 - 4 = 6.$$

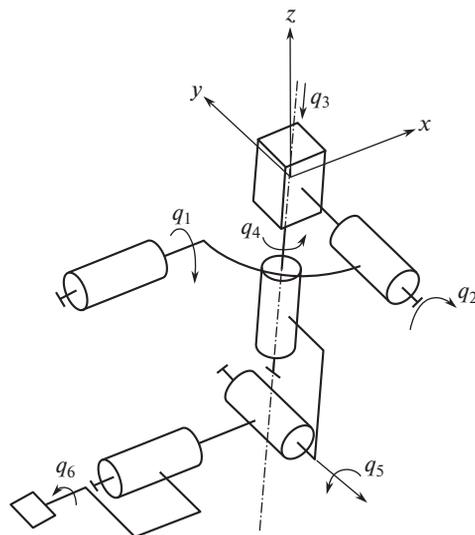


Рис. 2. Вспомогательная схема для решения задачи о положениях.

Таким образом, число степеней свободы равно шести. В случае, когда отсутствуют кинематические пары пятого класса 26 и 27, соответственно на два уменьшается и количество звеньев. При этом имеем

$$W = 6 \times 7 - 5 \times 6 - 4 \times 1 - 4 = 42 - 30 - 4 - 4 = 4.$$

Таким образом, число степеней свободы в данном случае равно четырем. Подобный расчет справедлив также для механизма, содержащего не конические, а ременные передачи. Это исследование показывает, что с точки зрения числа степеней свободы, данный механизм вполне работоспособен.

Рассмотрим решение обратной задачи о положениях для механизмов с постоянной точкой ввода инструмента. При этом будем использовать вспомогательную схему (рис. 2).

За начало координат принята точка ввода, при этом, механизм имеет шесть степеней свободы, три из которых доставляют инструмент в нужное положение и три определяют ориентацию инструмента.

Положения инструмента по шести абсолютным координатам определяется матрицей Денавита–Хартенберга  $A_b$ , которую можно получить перемножением четырех матриц, три из которых определяют ориентацию инструмента, и одна матрица определяет положение центра координат подвижной системы, связанной с инструментом

$$A_b = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x \\ y_1 & y_2 & y_3 & y \\ z_1 & z_2 & z_3 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Элементы этой матрицы имеют вид

$$\begin{aligned} x_1 &= \cos(\beta) \cos(\gamma), & x_2 &= \cos(\gamma) \sin(\alpha) \sin(\beta) - \cos(\alpha) \sin(\gamma), \\ z_2 &= \cos(\beta) \sin(\alpha), & z_3 &= \cos(\alpha) \cos(\beta). \end{aligned}$$

Остальные элементы выражаются аналогично. Здесь  $\alpha, \beta, \gamma$  – углы ориентации инструмента,  $x, y, z$  – положение центра системы координат, связанной с инструментом.

С другой стороны, мы имеем матрицу  $A_p$ , которая получается путем перемножения шести матриц, выражающих перемещение (угловые и линейные), определяемые обобщенными координатами  $q, \dots, q_6$

$$A_p = \begin{bmatrix} A_{x1} & A_{x2} & A_{x3} & x_p \\ A_{y1} & A_{y2} & A_{y3} & y_p \\ A_{z1} & A_{z2} & A_{z3} & z_p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Элементы этой матрицы имеют вид

$$A_{x1} = -(\cos(q_6)(\sin(q_2)\sin(q_5) - \cos(q_2)\cos(q_4)\cos(q_5)) - \cos(q_2)\sin(q_4)\sin(q_6)),$$

$$x_p = q_3 \sin(q_2),$$

$$A_{y2} = \cos(q_6)(\cos(q_1)\cos(q_4) - \sin(q_1)\sin(q_2)\sin(q_4)) -$$

$$- \sin(q_6)(\cos(q_5)(\cos(q_1)\sin(q_4) + \cos(q_4)\sin(q_1)\sin(q_2)) + \cos(q_2)\sin(q_1)\sin(q_5)),$$

$$y_p = -(q_3 \cos(q_2)\sin(q_1)),$$

$$z_p = q_3 \cos(q_1)\cos(q_2).$$

Остальные элементы выражаются аналогично. Здесь  $q_1, \dots, q_6$  – обобщенные координаты. Координата  $q_3$  характеризует продвижение рабочего органа и вместе с ним инструмента вдоль оси выходного звена и определяет координаты центра координатной системы, связанной с инструментом

$$q_3 = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Вторая обобщенная координата  $q_2$  определяется поворотом второго привода и характеризуется смещением центра координат инструмента по оси  $x$

$$q_2 = \arcsin\left(\frac{x}{q_3}\right).$$

Первая обобщенная координата также зависит от смещения центра координатной системы инструмента

$$q_1 = \arcsin\left(\frac{-y}{q_3 \cos(q_2)}\right).$$

Направление оси выходного звена характеризуется единичным вектором, определяемым через координаты  $x, y, z$ . Направление оси инструмента характеризуется элементами третьего столбца матрицы  $A_p$ . Скалярное произведение единичных векторов указанных двух осей характеризует значение обобщенной координаты  $q_5$ .

Для того чтобы найти обобщенную координату  $q_6$ , нужно знать единичный вектор оси кинематической пары, соответствующей обобщенной координате  $q_5$ . Для его определения находим векторное произведение единичных векторов оси инструмента (третий столбец матрицы  $A_p$ ) и оси выходного звена.

Затем нужно найти арккосинус скалярного произведения единичного вектора оси  $y$  системы координат инструмента и найденного единичного вектора оси кинематической пары, соответствующей координате  $q_5$ , таким образом, получаем обобщенную координату  $q_6$ .

Чтобы определить обобщенную координату  $q_4$ , сначала находим скалярное произведение единичных векторов осей кинематических пар, соответствующих обобщенным координатам  $q_2$  и  $q_5$ , а затем вычисляем арккосинус получившегося выражения. Таким образом, определяем все обобщенные координаты.

Рассмотрим пример, в котором зададим значения абсолютных координат, а потом определим значения обобщенных координат. Пусть матрица  $A_b$  имеет вид

$$A_b = \begin{bmatrix} 0.75 & -0.433 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & 0.866 & 0 & 0 \\ -0.433 & 0.25 & 0.866 & 0.01 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

На основе изложенного подхода можно найти:  $q_1 = 0$ ,  $q_2 = 0$ ,  $q_3 = 0.01$  м,  $q_4 = 0$ ,  $q_5 = \arccos(0.866) = 0.524$  рад,  $q_6 = 0.524$  рад.

Таким образом, обратную задачу о положениях можно считать решенной.

Рассмотрим решение задачи о скоростях механизма с постоянной точкой ввода инструмента на основе дифференцирования уравнения связей. Ранее были получены решения задач о положениях. Считаем известными абсолютные координаты  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , а также обобщенные координаты  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$ ,  $q_4$ ,  $q_5$ ,  $q_6$ .

Выразим положения центра системы координат, связанной с инструментом, через обобщенные координаты

$$x = q_3 \sin(q_2), \quad y = -(q_3 \sin(q_1) \cos(q_2)), \quad z = q_3 \cos(q_1) \cos(q_2).$$

Продифференцируем данные соотношения по времени, при этом получим скорость изменения координат центра инструмента

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \frac{dq_2}{dt} q_3 \cos(q_2) + \frac{dq_3}{dt} \sin(q_2), \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{dq_1}{dt} q_3 \cos(q_1) \cos(q_2) + \frac{dq_2}{dt} q_3 \sin(q_1) \sin(q_2) - \frac{dq_3}{dt} \sin(q_1) \cos(q_2), \\ \frac{dz}{dt} &= -\frac{dq_1}{dt} q_3 \sin(q_1) \cos(q_2) - \frac{dq_2}{dt} q_3 \cos(q_1) \sin(q_2) + \frac{dq_3}{dt} \cos(q_1) \cos(q_2). \end{aligned}$$

Здесь все обозначения соответствуют использованным выше. Найдем вторую производную по времени, при этом получим ускорения

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2q_2}{dt^2} q_3 \cos(q_2) + \frac{d^2q_3}{dt^2} \sin(q_2) - \left(\frac{dq_2}{dt}\right)^2 q_3 \sin(q_2) + 2 \frac{dq_2}{dt} \frac{dq_3}{dt} \cos(q_2).$$

Для остальных производных выражения схожи, хотя несколько сложнее. Пусть известны обобщенные и абсолютные координаты, а также абсолютные скорости и ускорения:

$$\begin{aligned} x = 0; \quad y = 0; \quad z = -0.1 \text{ м}; \quad \alpha = 0; \quad \beta = 0; \quad \gamma = 0; \quad \frac{dx}{dt} = 1 \text{ м/с}; \quad \frac{dy}{dt} = 1 \text{ м/с}; \quad \frac{dz}{dt} = 1 \text{ м/с}; \quad \frac{d^2x}{dt^2} = \\ = 0.2 \text{ м/с}^2; \quad \frac{d^2y}{dt^2} = 0.2 \text{ м/с}^2; \quad \frac{d^2z}{dt^2} = 0.2 \text{ м/с}^2; \quad \frac{d^2\alpha}{dt^2} = 1 \text{ рад/с}^2; \quad \frac{d^2\beta}{dt^2} = 1 \text{ рад/с}^2; \quad \frac{d^2\gamma}{dt^2} = 1 \text{ рад/с}^2. \end{aligned}$$

В этом случае  $q_1 = q_2 = q_4 = q_5 = q_6 = 0$ ;  $q_3 = -0.1$  м. Найдем первые три обобщенные

скорости и ускорения  $\frac{dq_1}{dt} = 10$  рад/с,  $\frac{dq_2}{dt} = -10$  рад/с,  $\frac{dq_3}{dt} = 1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ ,  $\frac{d^2q_1}{dt^2} = 410$  рад/с<sup>2</sup>,

$$\frac{d^2q_2}{dt^2} = -210 \text{ рад/с}^2, \quad \frac{d^2q_3}{dt^2} = -19 \text{ рад/с}^2.$$

Перейдем к определению остальных обобщенных скоростей и ускорений. Имеем два векторных уравнения

$$\begin{aligned}\bar{\omega} &= \frac{dq_1}{dt} \bar{e}_1 + \frac{dq_2}{dt} \bar{e}_2 + \frac{dq_3}{dt} \bar{e}_3 + \frac{dq_4}{dt} \bar{e}_4 + \frac{dq_5}{dt} \bar{e}_5 + \frac{dq_6}{dt} \bar{e}_6, \\ \bar{\omega} &= \frac{d\alpha}{dt} \bar{e}_\alpha + \frac{d\beta}{dt} \bar{e}_\beta + \frac{d\gamma}{dt} \bar{e}_\gamma.\end{aligned}$$

Здесь  $\bar{e}_1, \dots, \bar{e}_\gamma$  единичные векторы осей, соответствующих поворотам по обобщенным и абсолютным координатам. Исходя из структуры механизма:  $\bar{e}_\alpha = \bar{e}_1, \bar{e}_\beta = \bar{e}_2, \bar{e}_\gamma = \bar{e}_4$ . Остальные обозначения соответствуют использованным выше.

Разложим указанные векторные уравнения по координатам

$$\omega_x = \frac{d\alpha}{dt} e_{\alpha x} + \frac{d\beta}{dt} e_{\beta x} + \frac{d\gamma}{dt} e_{\gamma x} = \frac{d\alpha}{dt} e_{1x} + \frac{d\beta}{dt} e_{2x} + \frac{d\gamma}{dt} e_{4x}.$$

Остальные уравнения аналогичны. Выразим их через единичные векторы осей кинематических пар

$$\omega_x = \frac{dq_1}{dt} e_{1x} + \frac{dq_2}{dt} e_{2x} + \frac{dq_4}{dt} e_{4x} + \frac{dq_5}{dt} e_{5x} + \frac{dq_6}{dt} e_{6x},$$

где векторы  $\bar{e}_1 \bar{e}_2 \bar{e}_3$  определяются обобщенными координатами  $q_1 q_2 q_3$ , а векторы  $\bar{e}_4 \bar{e}_5 \bar{e}_6$  находим из перемножения соответствующих матриц.

$$\begin{aligned}\bar{e}_1 &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{e}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \cos(q_1) \\ \sin(q_1) \end{bmatrix}, \quad \bar{e}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{e}_4 = \begin{bmatrix} \sin(q_2) \\ -(\cos(q_2) \sin(q_1)) \\ \cos(q_1) \cos(q_2) \end{bmatrix}, \\ \bar{e}_5 &= \begin{bmatrix} -(\cos(q_2) \sin(q_4)) \\ \cos(q_1) \cos(q_4) - \sin(q_1) \sin(q_2) \sin(q_4) \\ \cos(q_4) \sin(q_1) - \cos(q_1) \sin(q_2) \sin(q_4) \end{bmatrix}, \quad \bar{e}_6 = \begin{bmatrix} \cos(\beta) \cos(\gamma) \\ \cos(\beta) \sin(\gamma) \\ -\sin(\beta) \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

При заданных выше величинах имеем значения угловых и обобщенных скоростей:

$$\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0.52 \text{ рад/с}, \quad \frac{dq_4}{dt} = 0.52 \text{ рад/с}, \quad \frac{dq_5}{dt} = 10.52 \text{ рад/с}, \quad \frac{dq_6}{dt} = \frac{\Delta q_6}{\Delta} = -9.48 \text{ рад/с}.$$

Для определения угловых ускорений необходимо найти векторные произведения единичных векторов осей вращательных кинематических пар

$$\begin{aligned}\bar{e}_1 \times \bar{e}_2 &= \begin{bmatrix} 0 \\ -\sin(q_1) \\ \cos(q_1) \end{bmatrix}, \quad \bar{e}_1 \times \bar{e}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{e}_1 \times \bar{e}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ -(\cos(q_1) \cos(q_2)) \\ -(\cos(q_2) \sin(q_1)) \end{bmatrix}, \\ &\dots \\ \bar{e}_4 \times \bar{e}_6 &= \begin{bmatrix} \cos(q_2) \sin(\beta) \sin(q_1) - \cos(\beta) \cos(q_1) \cos(q_2) \sin(\gamma) \\ \sin(\beta) \sin(q_1) + \cos(\beta) \cos(\gamma) \cos(q_1) \cos(q_2) \\ \cos(\beta) \sin(\gamma) \sin(q_2) + \cos(\beta) \cos(\gamma) \cos(q_2) \sin(q_1) \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

Остальные векторные произведения определяются аналогично. Запишем уравнения для ускорений

$$\varepsilon_x = \frac{d^2 q_1}{dt^2} e_{1x} + \frac{d^2 q_2}{dt^2} e_{2x} + \frac{d^2 q_4}{dt^2} e_{4x} + \frac{d^2 q_5}{dt^2} e_{5x} + \frac{d^2 q_6}{dt^2} e_{6x} + \varepsilon_{1-6x}.$$

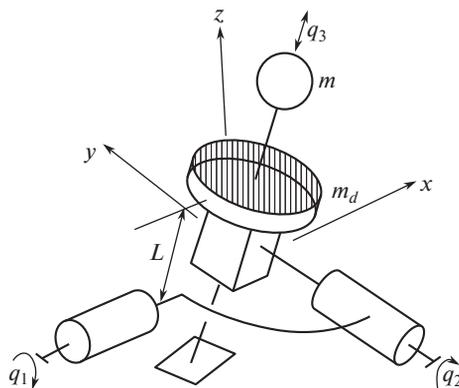


Рис. 3. Динамическая модель механизма.

Для остальных координат уравнения аналогичны. Здесь  $\varepsilon_{1-6x}$  – это проекция на ось  $x$  суммы всех векторных произведений угловых скоростей во всех вращательных кинематических парах. В частности для рассматриваемого примера  $\varepsilon_{1-6x} = -10.67$  рад/с<sup>2</sup>,  $\varepsilon_{1-6y} = -10.13$  рад/с<sup>2</sup>,  $\varepsilon_{1-6z} = 10.13$  рад/с<sup>2</sup>.

В соответствии с этим  $\frac{d^2 q_4}{dt^2} = 9.132$  рад/с<sup>2</sup>,  $\frac{d^2 q_5}{dt^2} = -200.87$  рад/с<sup>2</sup>,  $\frac{d^2 q_6}{dt^2} = 400.33$  рад/с<sup>2</sup>.

Таким образом, решены задачи о положениях, о скоростях и ускорениях. Эти результаты можно непосредственно использовать при управлении разрабатываемым механизмом, если движения относительно “медленные”. В тех случаях, когда имеют место существенные динамические нагрузки, нужно проводить динамический анализ, при котором будут применяться разработанные методики определения скоростей и ускорений.

Для динамического анализа механизмов с постоянной точкой ввода инструмента в рабочую зону представим модель (рис. 3), соответствующую основным динамическим свойствам этих устройств. В данном случае рассматриваем устройство с тремя степенями свободы.

Три первые степени свободы связаны с наиболее массивным звеньем механизма – коническими передачами, которые меняют конфигурацию механизма, а также двигателем, поворачивающим плоскость расположения начального, промежуточного и выходного звеньев.

Имеет место инструмент, перемещающийся вдоль оси выходного звена, при этом основная масса инструмента сосредоточена в верхней части механизма. Двигатели и звенья механизма составляют примерно 90% всей его массы.

Масса  $m$  (рис. 3) двигается подобно движению инструмента, т.е. при приближении центра координат инструмента к основанию масса  $m$  удаляется от указанного звена. Масса  $m_d$  определяется массой начального, промежуточного и конечного звеньев, а также элементов конических передач. Для определения массы  $m_d$  вычислим кинетическую энергию начального 9, выходного 2 и промежуточного 11 звеньев (рис. 1), которые сопряжены с соответствующими коническими передачами.

Энергия начального и конечного звеньев определяется вращением вокруг двух перпендикулярных осей, определяемых первой и второй обобщенными координатами. Для расчета кинетической энергии промежуточного звена будем считать, что вся масса сосредоточена на конце выходного звена 2 на расстоянии  $L$  от центра вращения.

Можно показать, что приведенная масса  $m_d$ , начального  $m_H$ , промежуточного  $m_\Pi$ , и выходного  $m_B$  звеньев равна

$$m_d = m_\Pi + \frac{m_H}{3} + \frac{m_B}{3}.$$

Составим уравнения динамики для эквивалентного механизма, соответствующие принципу Даламбера–Лагранжа. Согласно этому подходу, сумма элементарных работ всех активных сил и сил инерции на любом возможном перемещении равна нулю

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + m_d \frac{d^2 x_d}{dt^2} \frac{\partial x_d}{\partial x} + m_d \frac{d^2 y_d}{dt^2} \frac{\partial y_d}{\partial x} + m_d \frac{d^2 z_d}{dt^2} \frac{\partial z_d}{\partial x} - Q_1 \frac{\partial q_1}{\partial x} - Q_2 \frac{\partial q_2}{\partial x} - Q_3 \frac{\partial q_3}{\partial x} = 0.$$

Здесь  $Q_1, Q_2, Q_3$  – обобщенные силы,  $x, x_d, \dots, z, z_d$  – координаты соответствующих элементов системы, масса которых  $m$  и  $m_d, q_1, q_2, q_3$  – обобщенные координаты. Для остальных координат уравнения аналогичны.

Учтем кинематические соотношения, обусловленные особенностями механизма:

$$x_d = x \frac{L}{q_3} \quad y_d = y \frac{L}{q_3} \quad z_d = z \frac{L}{q_3}.$$

Исходя из приведенных выражений, можно найти кинематические параметры движения механизма

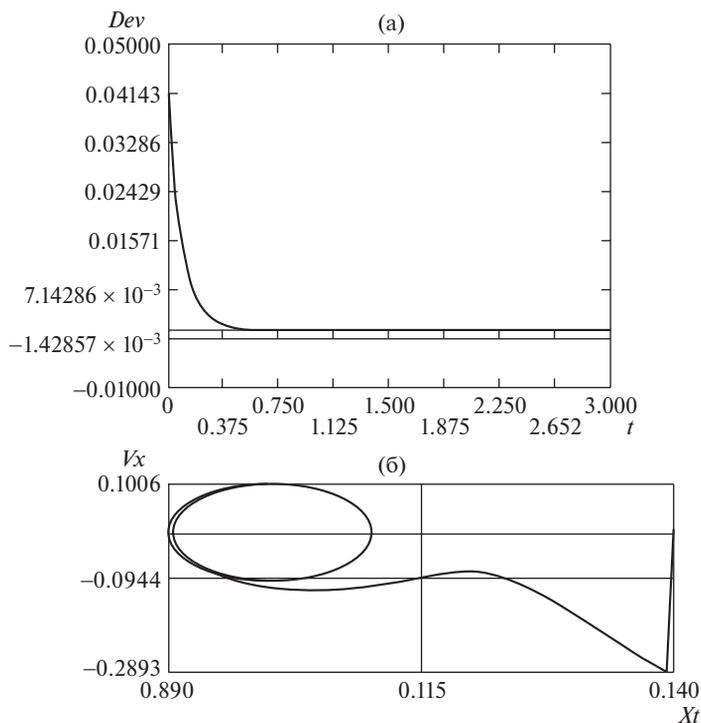
$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \frac{\partial x}{\partial q_1} \frac{dq_1}{dt} + \frac{\partial x}{\partial q_2} \frac{dq_2}{dt} + \frac{\partial x}{\partial q_3} \frac{dq_3}{dt}, \\ \frac{d^2 x}{dt^2} &= \frac{\partial x}{\partial q_1} \frac{d^2 q_1}{dt^2} + \frac{\partial x}{\partial q_2} \frac{d^2 q_2}{dt^2} + \frac{\partial x}{\partial q_3} \frac{d^2 q_3}{dt^2} + \frac{\partial^2 x}{\partial q_1^2} \left( \frac{dq_1}{dt} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 x}{\partial q_1 \partial q_2} \frac{dq_1}{dt} \frac{dq_2}{dt} + \\ &+ 2 \frac{\partial^2 x}{\partial q_1 \partial q_3} \frac{dq_1}{dt} \frac{dq_3}{dt} + 2 \frac{\partial^2 x}{\partial q_2 \partial q_3} \frac{dq_2}{dt} \frac{dq_3}{dt} + \frac{\partial^2 x}{\partial q_2^2} \left( \frac{dq_2}{dt} \right)^2 + \frac{\partial^2 x}{\partial q_3^2} \left( \frac{dq_3}{dt} \right)^2, \\ \frac{dx_d}{dt} &= \frac{dx}{dt} \frac{L}{q_3} - x \frac{L}{q_3^2} \frac{dq_3}{dt}, \quad \frac{d^2 x_d}{dt^2} = \frac{d^2 x}{dt^2} \frac{L}{q_3} - 2 \frac{dx}{dt} \frac{L}{q_3^2} \frac{dq_3}{dt} + x \frac{2L}{q_3^3} \frac{d^2 q_3}{dt^2}. \end{aligned}$$

Эти соотношения выражают скорости и ускорения звеньев рассматриваемого механизма, входящие в уравнения динамики.

Рассмотрим пример движения данного механизма при наличии требуемого закона изменения координат:  $x_t = 0.1 + 0.01 \sin(\omega t)$ ,  $y_t = 0.1 + 0.01 \cos(\omega t)$ ,  $z_t = 0.1 + 0.01 \sin(\omega t)$ ,  $\omega = 10$  рад/сек. При этом искомые скорости равны  $v_{xt} = 0.01 \omega \cos(\omega t)$ ,  $v_{yt} = -0.01 \omega \sin(\omega t)$ ,  $v_{zt} = 0.01 \omega \cos(\omega t)$ , а ускорения –  $a_{xt} = -0.01 \omega^2 \sin(\omega t)$ ,  $a_{yt} = -0.01 \omega^2 \cos(\omega t)$ ,  $a_{zt} = -0.01 \omega^2 \sin(\omega t)$ . Параметры механизма следующие:  $m_d = 0.2$  кг,  $m = 0.4$  кг.

При определении обобщенных сил принимаем, что реальное ускорение должно быть равно сумме ошибки по положению выходного звена, умноженной на коэффициент  $K_n$ , и ошибки по скорости, умноженной на коэффициент  $K_c$ :  $a_x = K_n(x - x_t) + K_c(v_{xt} - v_x)$ ,  $a_y = K_n(y - y_t) + K_c(v_{yt} - v_y)$ ,  $a_z = K_n(z - z_t) + K_c(v_{zt} - v_z)$ . Здесь  $x, y, z$  – текущие значения координат массы  $m$ ,  $v_x, v_y, v_z$  – текущие значения скоростей,  $a_x, a_y, a_z$  – текущие значения ускорений. В данном случае коэффициенты приняты равными  $K_n = 720$ ;  $K_c = 12$ . Начальные условия таковы, что скорости равны нулю, а значения координат  $x_0 = 0.11$  м;  $y_0 = 0.12$  м;  $z_0 = 0.15$  м.

Из приведенных выше уравнений динамики вначале на каждом шаге находим обобщенные силы. Далее определяем реальные ускорения и проводим интегрирова-



**Рис. 4.** Результаты динамического анализа механизма: (а) – отклонение от требуемого закона движения по оси  $x$ ; (б) – фазовая траектория по оси  $x$ .

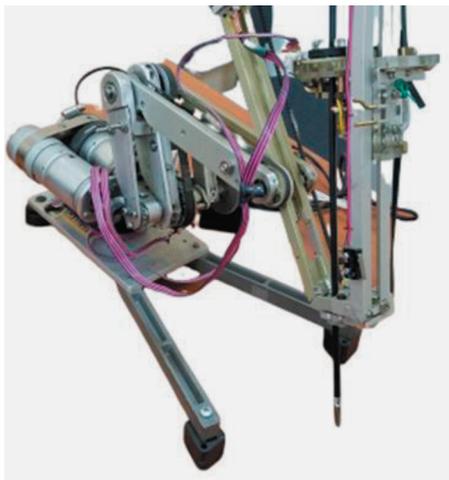
ние. Результаты работы программы (рис. 4) показывают, что система достаточно эффективно обрабатывает заданный закон движения. На рисунках все обозначения соответствуют примененным выше, обозначение  $Dev$  означает отклонение от требуемого закона движения по координате  $x$ .

Таким образом, проведен динамический анализ механизма, обеспечивающего постоянство точки ввода выходного звена, с учетом минимизации отклонений от требуемого закона движения выходного звена. Анализ показал, что использованный подход дает возможность управлять механизмом с минимальной динамической ошибкой.

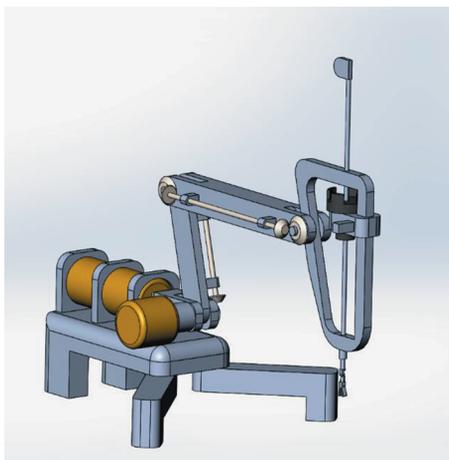
Один из вариантов рассматриваемых устройств, обеспечивающих постоянство точки ввода инструмента в рабочую зону, содержащий две ременные передачи, представлен на рис. 5.

В результате экспериментального исследования данного механизма, а также разработанной 3D-модели (рис. 6) установлено, что параметры рассматриваемых механизмов соответствуют разработанным ранее устройствам с круговой направляющей, которые при сохранении функциональных возможностей робота Da Vinci примерно на порядок уменьшают габариты и вес устройства, однако здесь не требуется круговая направляющая, что упрощает конструкцию.

Рабочая зона механизма имеет вид пространственной фигуры (рис. 7), ограниченной конической поверхностью (угол при основании конуса равен  $30^\circ$ ), а так же двумя секторами сфер (радиус меньшей сферы равен 0.05 м, радиус большей сферы равен 0.12 м). Такая рабочая зона вполне соответствует задачам, которые должен выполнять



**Рис. 5.** Общий вид макета механизма, обеспечивающего постоянство точки ввода инструмента в рабочую зону.



**Рис. 6.** 3D-модель механизма с коническими передачами.



**Рис. 7.** Вид рабочей зоны механизма.

механизм, а именно проведение хирургических операций и исследование свойств плазмы.

**Выводы.** В настоящей статье представлены механизмы, обеспечивающие постоянство точки ввода инструмента в рабочую зону. Параметры рассматриваемых механизмов соответствуют разработанным ранее устройствам с круговой направляющей, которые при сохранении функциональных возможностей робота Da Vinci примерно на порядок уменьшают габариты и вес устройства. При этом в предлагаемых механизмах не требуется круговая направляющая, что упрощает конструкцию.

Структурный анализ показал, что число степеней свободы равно тому значению, которое требуется для той или иной технической задачи. Решение задач о положениях, скоростях и ускорениях, а также динамический анализ показали, что предложенный подход дает возможность управлять механизмом с минимальной динамической ошибкой. Рабочая зона имеет вид пространственной фигуры, ограниченной конической поверхностью, размеры которой вполне соответствуют задачам, выполняемым данными механизмами.

Таким образом, предложены механизмы, которые при относительно более простой, по сравнению с имеющимися конструкциями, могут эффективно решать задачи по проведению хирургических операций и исследованию свойств плазмы.

#### КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Стратегия научно-технологического развития Российской Федерации, утверждена Указом Президента Российской Федерации от 1 декабря 2016 г. № 642.
2. *Ганиев Р.Ф.* Проблемы механики машин и технологий. Перспективы развития Института машиноведения им. А.А. Благодного РАН. Часть 1 // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2010. № 1. С. 3.
3. *Ганиев Р.Ф., Глазунов В.А., Филиппов Г.С.* Актуальные проблемы машиноведения и пути их решения. Волновые и аддитивные технологии, станкостроение, роботохирургия // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2018. № 5. С. 16.
4. *Филиппов Г.С., Глазунов В.А.* Перспективы применения механизмов параллельной структуры в аддитивных технологиях изготовления центрального тела сопла турбореактивного двигателя, высокоточных хирургических манипуляций, зондовой диагностике плазменных потоков // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2018. № 3. С. 121.
5. *Крайнев А.Ф.* Словарь-справочник по механизмам. 2-е изд. М.: Машиностроение. 1987. 560 с.
6. *Ilewicz G., Wojnarowski J.* Kinematics of Constant Point Mechanism of Cardiosurgical Telemanipulator // 13th World Congress in Mechanism and Machine Science, Guanajuato, México, 19–25 June, 2011.
7. *Чернецов Р., Велиев Е., Глазунов В., Скворцов С., Ковалева Н.* Определение числа степеней свободы механизмов с постоянной точкой ввода инструмента // Станкоинструмент. 2019. № 4 (017). С. 80.
8. *Велиев Е.И., Ганиев Р.Ф., Глазунов В.А., Филиппов Г.С., Терехова А.Н.* Разработка и решение задачи о положениях механизма параллельно-последовательной структуры для хирургических операций как альтернативы роботу Da Vinci // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2019. № 4. С. 3.
9. *Велиев Е.И., Ганиев Р.Ф., Глазунов В.А., Филиппов Г.С.* Параллельные и последовательные структуры манипуляторов в роботохирургии // ДАН. 2019. № 2.
10. *Fomin A., Glazunov V., Terekhova A.* Development of a Novel Rotary Hexapod with a Single Drive // Robot Design, Dynamics and Control. Proceedings of ROMANSY XXII CISM-IFTOMM Symposium on Theory and Practice of Robots and Manipulators. Springer. ISBN 978-3-319-78962-0. 2018. P. 141.

11. *Laryushkin P., Glazunov V., Erastova K.* On the Maximization of Joint Velocities and Generalized Reactions in the Workspace and Singularity Analysis of Parallel Mechanisms // *Robotica*. Cambridge University Press. 2019. V. 37. P. 675.
12. Minimally invasive surgery market – Global industry analysis, size, share, growth, trends & forecast, 2013-2019 // *Transparency Market Research*. Albany. NY. USA. Tech. Rep. 2014.
13. *Велиев Е.И., Голубцова Е.Н., Томилов А.А.* Возможности малоинвазивной коррекции недержания мочи после радикального лечения рака предстательной железы // *Онкоурология*. 2013. № 4. С. 37.
14. *Sooriakumaran P., Srivastova A., Shariat S.F.* A Multinational, Multiinstitutional Study Comparing Positive Surgical Margin Rates among 22393 Open, Laparoscopic, and Robot – assisted Radical Prostatectomy Patients // *Eur Uro*. 2014. V. 66. N. 3. P. 450.
15. *Краснопольский В.И., Попов А.А., Мананникова Т.Н., Федоров А.А., Слободянюк В.А., Коваль А.А., Мироненко К.В.* Робот-ассистированная хирургия в онкогинекологии // *Онкогинекология*. 2014. № 3. С. 23.