ПРОБЛЕМЫ МАШИНОСТРОЕНИЯ И НАДЕЖНОСТИ МАШИН 2021, № 1, с. 15–24

МЕХАНИКА МАШИН

УДК 621.7

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА ВИБРАЦИОННОЙ МАШИНЫ С ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИМ ВОЗБУДИТЕЛЕМ КОЛЕБАНИЙ

В. К. Асташев[1,*], К. А. Пичугин[1], Е. Б. Семенова[1]

[1] *Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия*

**e-mail: v_astashev@mail.ru*

Поступила в редакцию 22.01.2020 г.
Принята к публикации 22.10.2020 г.

Приводятся результаты анализа динамических свойств вибрационной технологической машины с электродинамическим возбудителем колебаний при ее работе на нелинейную технологическую нагрузку. Построены амплитудно-частотные характеристики машины, как на холостом ходу, так и в рабочем режиме при питании возбудителя колебаний от источников тока и напряжения. Показана возможность и найдены условия появления областей неоднозначности амплитудно-частотных характеристик и их ветвей, отвечающих неустойчивым режимам. Выявлен ряд особенностей динамического поведения машины и ее предельные возможности.

Ключевые слова: вибрационная машина, нелинейная технологическая нагрузка, резонанс, амплитудно-частотная характеристика, скорость рабочего процесса

DOI: 10.31857/S0235711921010065

Электродинамические возбудители колебаний [1, 2], используемые в испытательных стендах, находят применение и в разнообразных вибрационных и виброударных машинах и устройствах в качестве привода рабочих органов [3–5], особенно при взаимодействии рабочего органа с нелинейной технологической нагрузкой, возникающей при выполнении рабочего процесса. В статье выполнен анализ динамических характеристик машины при ее работе, как на холостом ходу, так и в рабочих режимах при питании возбудителя колебаний от источника тока и источника напряжения.

На рис. 1 показана схема вибрационной машины с электродинамическим возбудителем колебаний. В корпусе *1* жестко закреплена магнитная система, кольцевой магнит *2*, который зажат между магнитопроводами *3* и *4*. В кольцевом зазоре магнитопроводов размещена катушка *5* с возможностью перемещения вдоль оси устройства. Катушка жестко установлена на центральном стержне *6*, который связан с корпусом упругими мембранами *7*. На конце стержня установлен инструмент, взаимодействующий с обрабатываемым изделием или средой *8*. Инструмент поджимается к изделию статической силой P, приложенной к корпусу машины.

Катушки получают питание от источника переменного тока. Проходящий через обмотку катушки переменный ток $i(t)$ создает переменную силу $f(t)$ возбуждения колебаний катушки [1, 2] и жестко связанного с ней инструмента

$$f(t) = Bli(t), \tag{1}$$

где B – магнитная индукция магнитного поля в зазоре; l – длина проводника обмотки катушки; i – сила тока.

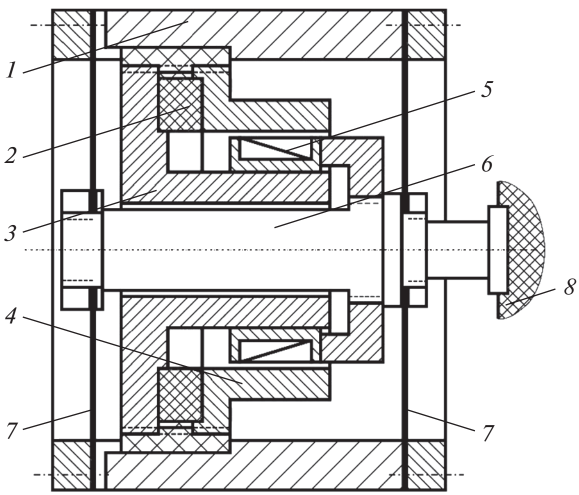

Рис. 1.

В то же время движение катушки в магнитном поле создает в ее обмотке противоэлектродвижущую силу

$$e(t) = Bl\dot{x}(t), \tag{2}$$

где $x(t)$ — закон движения катушки.

Взаимодействие рабочего органа с обрабатываемой средой создает технологическую нагрузку на колебательную систему. Для описания технологической нагрузки используется нелинейная динамическая характеристика $f_l = f_l(x, \dot{x})$ рабочего процесса [6, 7], которая определяет зависимость силы взаимодействия инструмента с деталью от перемещения x и скорости $\dot{x}$ инструмента.

Режимы холостого хода. Рассмотрим сначала динамические свойства системы при работе на холостом ходу, т.е. при отсутствии технологической нагрузки $f_l = 0$. Состояние электромеханической системы при установившихся гармонических колебаниях с учетом (1) и (2) описывается уравнениями

$$\begin{aligned} (c - m\omega^2 + \mathrm{j}\omega b)\tilde{a} &= Bl\tilde{I}, \\ (R + \mathrm{j}\omega L)\tilde{I} &= \tilde{U} - \mathrm{j}\omega Bl\tilde{a}, \end{aligned} \tag{3}$$

где m, c, b — масса подвижных частей, жесткость мембран и коэффициент вязкого сопротивления соответственно; R, L — сопротивление цепи питания и индуктивность катушки; $\tilde{U}$, $\tilde{I}$ — комплексные амплитуды напряжения питания катушки и тока в ее проводнике; $\tilde{a}$ — комплексная амплитуда колебаний инструмента; ω — частота колебаний; $\mathrm{j} = \sqrt{-1}$.

Если сила тока задана, т.е. питание катушек производится от источника тока, и изменяется по гармоническому закону $i(t) = I e^{\mathrm{j}\omega t}$, где $I = \text{const}$ — амплитуда силы тока, из уравнений (3) находим комплексные амплитуды колебаний инструмента и напряжения питания катушек

$$\tilde{a} = \frac{Bl}{W(\mathrm{j}\omega)} I, \quad \tilde{U} = \left[Z(\mathrm{j}\omega) + \frac{\mathrm{j}\omega (Bl)^2}{W(\mathrm{j}\omega)} \right] I, \tag{4}$$

где $W(\mathrm{j}\omega) = (c - m\omega^2 + \mathrm{j}\omega b)$ — динамическая жесткость механической части системы; $Z(\mathrm{j}\omega) = (R + \mathrm{j}\omega L)$ — импеданс электрической цепи.

Из соотношений (4) после подстановки принятых обозначений получим выражения для комплексных амплитуд колебаний инструмента и напряжения питания катушек

$$\tilde{a} = \frac{BlI}{c - m\omega^2 + \mathrm{j}\omega b}, \quad \tilde{U} = I\left[R + \mathrm{j}\omega L + \frac{(Bl)^2}{c - m\omega^2 + \mathrm{j}\omega b}\right]. \tag{5}$$

Используя формулу Эйлера

$$\tilde{a} = a\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi} = a(\cos\varphi + \mathrm{j}\sin\varphi),$$

где φ — начальная фаза колебаний, из первого равенства (5) находим соотношения для амплитуды

$$a = \frac{BlI}{\sqrt{(c - m\omega^2)^2 + (b\omega)^2}}, \tag{6}$$

и начальной фазы колебаний рабочего органа

$$\cos\varphi = \frac{a(c - m\omega^2)}{BlI}, \quad \sin\varphi = \frac{ba\omega}{BLI}. \tag{7}$$

Выражения (6) и (7) эквивалентны соотношениям, получаемым при анализе вынужденных колебаний осциллятора при действии гармонической силы с амплитудой $F_0 = BlI$.

Второе соотношение в (5) определяет напряжение питания. Второе слагаемое отражает влияние параметров механической части системы на импеданс электрической цепи. При питании от источника тока резонанс достигается при $\mathrm{Re}\,W(\mathrm{j}\omega) = 0$, т.е. на собственной частоте $\omega_0 = \sqrt{c/m}$ механической части системы. При этом достигают максимальных значений амплитуды, как колебаний инструмента, так и напряжения на выходе источника питания. Резонансные значения амплитуды колебаний инструмента и напряжения питания имеют вид

$$a_r = BlI/b\omega_0, \quad \tilde{U}_r = I\left[R + j\omega_0 L + \frac{(Bl)^2}{b}\right].$$

Отсюда видно, что в резонансном режиме колебания магнита создают добавочное активное электрическое сопротивление, которое тем сильнее, чем меньше коэффициент b вязкого сопротивления движению механической системы. Это объясняется возрастанием амплитуды колебаний при уменьшении b, а, следовательно, и противоэлектродвижущей силы. Заметим, что напряжение питания $U \to \infty$ при $\omega \to \infty$, что объясняется возрастанием индуктивного сопротивления катушки.

Питание электродинамического возбудителя колебаний, как правило, производится от источника напряжения. В этом случае сила тока в проводнике катушки зависит не только от параметров катушки. При движении в магнитном поле в проводнике катушки возникает противоэлектродвижущая сила $e = -Bl\dot{x}$. В этом случае состояние системы описывается уравнениями (2), в которых заданным является напряжение

$u(t) = Ue^{j\omega t}$. Решая систему уравнений (2) относительно неизвестных комплексных амплитуд $\tilde{a}$ и $\tilde{I}$ получим

$$\tilde{a} = \frac{BlU}{Z(j\omega)W(j\omega)+j\omega(Bl)}, \quad \tilde{I} = \frac{W(j\omega)U}{Z(j\omega)W(j\omega)+j\omega(Bl)^2}. \tag{8}$$

Для более наглядной физической интерпретации полученных далее решений запишем эти уравнения в виде

$$\tilde{a} = \frac{BlU}{Z(j\omega)W_\Sigma(j\omega)}, \quad \tilde{I} = \frac{W(j\omega)U}{Z(j\omega)W_\Sigma(j\omega)}, \tag{9}$$

где $W_\Sigma(j\omega) = W(j\omega) + j\omega(Bl)^2/Z(j\omega)$ – динамическая жесткость полной электромеханической системы. Приведем ее развернутое выражение

$$W_\Sigma(j\omega) = c - \omega^2(m + kL) + j\omega(b + kR), \tag{10}$$

где величина $k = (Bl)^2\big/[R^2 + (\omega L)^2]$ имеет смысл коэффициента приведения электрических параметров к их механическим аналогам.

Резонанс системы при ее питании от источника напряжения согласно (10) возникает при $\mathrm{Re}\,W_\Sigma(j\omega) = 0$, т.е. при частоте $\omega = \omega_r$, определяемой равенством

$$\omega_r = \sqrt{c/(m + kL)}. \tag{11}$$

Поскольку коэффициент k зависит от частоты ω, соотношение (11) является уравнением относительно искомой резонансной частоты ω_r. В результате решения этого уравнения находим

$$\omega_r = \omega_0\sqrt{1 - (Bl)^2/Lc}. \tag{12}$$

Как следует из (12), при питании от источника напряжения резонансная частота системы оказывается более низкой, чем при питании от источника тока, за счет сложного сочетания параметров магнитоэлектрической и механической частей системы. В данном случае резонанс реализуется при $(Bl)^2 < Lc$. При $(Bl)^2 \to Lc$ резонансная частота $\omega_r \to 0$. Электродинамические возбудители с большими значениями $(Bl)^2 \gg Lc$ используются в вибрационных стендах, позволяя получить практически постоянные амплитуды колебаний в достаточно широком диапазоне частот.

Из соотношений (9) с учетом равенств (10) и (11) найдем величины резонансных амплитуд колебаний инструмента и тока в цепи питания катушек

$$a_r = \frac{BlU}{b(\omega_r L)^2 + R(Bl)^2}, \quad \tilde{I}_r = \frac{(c - m\omega_r^2 + jb\omega_r)U}{b(\omega_r L)^2 + R(Bl)^2}. \tag{13}$$

Рассмотрим поведение системы при двух характерных частотах. При частоте $\omega = 0$ из уравнений (8) с учетом принятых обозначений находим $I = U/R$, $a = BlU/Rc$, что вполне очевидно, так как система находится в состоянии статического равновесия. В практике эксплуатации вибрационных машин с электродинамическим возбудителем колебаний зачастую в качестве рабочей выбирают настройку на собственную частоту $\omega = \omega_0 = \sqrt{c/M}$ механической колебательной системы. В таком режиме амплитуда колебаний рабочего органа

$$\tilde{a}(\omega_0) = \frac{BlU}{-L\omega_0^2 b + j\omega_0(Bl)^2}, \quad \tilde{I}(\omega_0) = \frac{j\omega_0 bBlU}{-L\omega_0^2 b + j\omega_0(Bl)^2}.$$

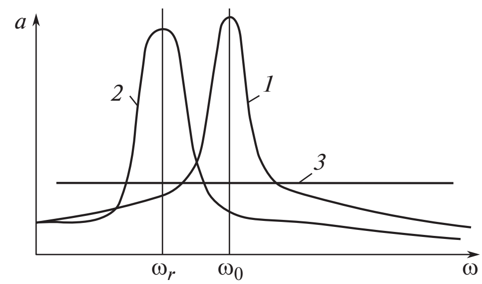

Рис. 2.

Этот режим интересен тем, что амплитуда силы тока минимальна и при $b \to 0$ амплитуда силы тока $I \to 0$, т.е. механические колебания происходят, а ток в катушках отсутствует. Это происходит потому, что в этом режиме противоэлектродвижущая сила, возникающая в проводнике катушки, оказывается равной напряжению питания. По сути, в данном случае мы имеем дело с явлением антирезонанса в электрической цепи.

На рис. 2 показаны амплитудно-частотные характеристики колебаний рабочего инструмента при питании системы от источника тока (кривая *1*) и источника напряжения при $(Bl)^2 < Lc$ (кривая *2*) и при $(Bl)^2 > Lc$ (линия *3*).

Нелинейная технологическая нагрузка. Перейдем к описанию работы машины с электродинамическим возбудителем колебаний при выполнении технологического процесса. Взаимодействие рабочего органа с обрабатываемым изделием или средой создает дополнительную технологическую нагрузку на рабочий орган машины. Как правило, нагрузку можно представить в виде действующей на рабочий орган силы $f_l = f_l(x, \dot{x})$, нелинейно зависящей от координаты x и скорости $\dot{x}$ рабочего органа. Уравнение движения при питании от источника тока по аналогии с (3) принимает вид

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = BlIe^{j\omega t} - f_l\left(x, \dot{x}\right). \quad (14)$$

Отыскивая приближенное гармоническое решение нелинейного уравнения (14), проведем гармоническую линеаризацию [6] функции $f_l = f_l(x, \dot{x})$

$$f_l\left(x, \dot{x}\right) \approx P_l(a) + c_l(a)x + b_l(a)\dot{x}, \quad (15)$$

где $P_l(a)$ – постоянная составляющая технологической нагрузки; $c_l(a)$, $b_l(a)$ – коэффициенты гармонической линеаризации, вычисляемые по формулам

$$P_l(a) = \frac{1}{T}\int_0^T f_l(x, \dot{x})dt,$$
$$c_l(a) = \frac{2}{Ta}\int_0^T f_l(x, \dot{x})\cos(\omega t)dt, \quad b_l = (a) = -\frac{2}{Ta\omega}\int_0^T f_l(x, \dot{x})\sin(\omega t)dt, \quad (16)$$

где $T = 2\pi/\omega$ – период колебаний.

Поскольку вся система поджимается к обрабатываемой среде постоянной силой P (рис. 1), очевидно, что постоянная составляющая нелинейной нагрузки $P_l = P$, а уравнение колебаний (14) с учетом (15) принимает вид

$$m\ddot{x} + (b + b_l)\dot{x} + \left(c + c_l\right)x = BlIe^{j\omega t}. \quad (17)$$

Таким образом, получено линейное уравнение, коэффициенты которого зависят от неизвестной амплитуды. Решая уравнение (17), получаем выражение для комплексной амплитуды

$$\tilde{a} = -\frac{BlI}{(c + c_l) - m\omega^2 + j\omega(b + b_l)_l}. \tag{18}$$

Заметим, что по форме выражение (18) совпадает с выражением (5), полученным при описании работы на холостом ходу. Поэтому проведенные выше выкладки формально оказываются справедливыми при замене величин c и b на величины $(c + c_l)$ и $(b + b_l)$ соответственно. Существенное различие равенств (5) и (18) заключается в том, что последнее является алгебраическим уравнением относительно амплитуды a, от которой зависят коэффициенты c_l и b_l.

В качестве примера рассмотрим работу системы, предназначенной, например, для внедрения инструмента в хрупкую среду. Примем, что рабочий процесс описывается характеристикой жесткопластического материала [7]

$$f(x) = \frac{1}{2} D\eta(x - \Delta)(1 + \operatorname{sign}\dot{x}), \tag{19}$$

где D – сила, при которой происходит необратимая деформация или разрушение материала; $\eta(x)$ – функция Хевисайда; Δ – координата инструмента в момент начала его взаимодействия с обрабатываемой средой. Коэффициенты гармонической линеаризации функции (19) имеют вид [8]

$$P_l(a) = \frac{D}{2\pi}\arccos\frac{\Delta}{a}, \quad c_l(a) = \frac{D}{\pi a}\sqrt{1 - \left(\frac{\Delta}{a}\right)^2}, \quad b_l(a) = \frac{D}{\pi a\omega}\left(1 - \frac{\Delta}{a}\right). \tag{20}$$

Учитывая равенство $P_l(a) = P$, из первого соотношения в (20) находим $\Delta/a = \cos(2\pi P/D)$ и после подстановки в (20) получаем и

$$c_l(a) = \frac{D}{\pi a}\sin\frac{2\pi P}{D}, \quad b_l(a) = \frac{2D}{\pi a\omega}\sin^2\frac{\pi P}{D}. \tag{21}$$

Разность $a - \Delta$ определяет величину внедрения инструмента в обрабатываемую среду за один цикл колебаний. Очевидно, что средняя скорость процесса $v = (a - \Delta)\omega/2\pi$ и с помощью первого соотношения в (20) находим

$$v = \frac{a\omega}{\pi_l}\sin^2\frac{\pi P}{D}. \tag{22}$$

В реальных процессах и машинах $P \ll D$. Поэтому, выражения (21) и (22) с высокой точностью можно представить в виде

$$c_l(a) = \frac{2P}{a}, \quad b_l(a) = \frac{2\pi P^2}{a\omega D}, \quad v = \pi a\omega\left(\frac{P}{D}\right)^2. \tag{23}$$

Нелинейная динамика машины. Перейдем к построению динамических характеристик машины в рабочем режиме. Выше было показано, что все решения, полученные для режимов холостого хода, остаются справедливыми после замены величин c и b на величины $(c + c_l)$ и $(b + b_l)$. При питании возбудителя от источника тока по аналогии с (6) с учетом (23) находим

$$a = \frac{BlI}{\sqrt{\left(c + \frac{2P}{a} - m\omega^2\right)^2 + \omega^2\left(b + \frac{2\pi P^2}{a\omega D}\right)^2}}. \tag{24}$$

Соотношение (24) позволяет сразу найти связь резонансных частот и амплитуд с параметрами системы. Равенство нулю первого слагаемого в знаменателе (24) определяет значения резонансных частоты и амплитуды

$$a_{rl} = -\frac{2P}{c[1-(\omega_{rl}/\omega_0)^2]}, \quad a_{rl} = \left(BlI - \frac{2\pi P^2}{D}\right)(b\omega_{rl})^{-1}. \tag{25}$$

Первое из равенств (25) является уравнением скелетной кривой амплитудно-частотной характеристики, второе – линии предельных амплитуд [6]. Решение уравнений (25) позволяет найти величины резонансных частот и амплитуд. Из (25) видно, что резонансы возникают в области частот $\omega_{rl} > \omega_0$ при условии

$$BlI > \frac{2\pi P^2}{D}. \tag{26}$$

Из соотношений (25) следует, что резонансная частота в рабочем режиме $\omega_{rl} > \omega_0$, а резонансная амплитуда $a_{rl} \to \infty$ при $b \to 0$.

Уравнение (24) относительно неизвестной амплитуды колебаний рабочего органа приводится к следующему квадратному уравнению

$$[(c-m\omega^2)^2 + (\omega b)^2]a^2 + 4Pa\left(c - m\omega^2 + \omega b\frac{\pi P}{D}\right) + 4P^2\left[1 + \left(\frac{\pi P}{D}\right)^2\right] - (BlI)^2 = 0.$$

Учитывая, что диссипация в системе существенно влияет на параметры колебаний только в окрестности резонанса, для получения ясной физической картины запишем решение уравнения, полагая $b = 0$

$$a = \frac{-2P\left[1 \pm \sqrt{\left(\frac{BlI}{2P}\right)^2 - \left(\frac{\pi P}{D}\right)^2}\right]}{(c - m\omega^2)}. \tag{27}$$

Из выражения (27) следует, что неравенство (26) является необходимым условием существования виброударного рабочего процесса. Покажем, что вид амплитудно-частотной характеристики существенно зависит от соотношения сил возбуждения BLI и подачи P. Учитывая условие $a > 0$, из (27) находим, что рабочий процесс реализуется во всем частотном диапазоне при условии

$$BlI \ge 2P\sqrt{\left[\left(\frac{\pi P}{D}\right)^2 + 1\right]}. \tag{28}$$

На рис. 3 показаны амплитудно-частотные характеристики при различных значениях силы P. Рассмотренному случаю отвечает кривая P_1. Резонансные частота и амплитуда определяются координатами точек пересечения скелетных кривых *1* и линии *2* предельных амплитуд. Ситуация радикально меняется, если увеличение силы P приводит к нарушению неравенства (28). В этом случае виброударные режимы возможны только в области $\omega > \omega_0$, и амплитудно-частотная характеристика имеет две ветви, разделенные скелетной кривой. На рис. 3 этому случаю отвечает кривая P_2. По мере увеличения силы P подачи резонансная частота все более смещается в сторону более высоких частот. Используя соотношения (25), можно показать, что по мере приближения параметров системы к границе неравенства (26) резонансная частота $\omega_{rl} \to \infty$.

Показанная штриховой линией нижняя ветвь резонансной кривой P_2 отвечает неустойчивым режимам. Вывод системы на устойчивые режимы с большой амплитудой можно осуществить либо внешним импульсом, либо затягиванием колебаний из

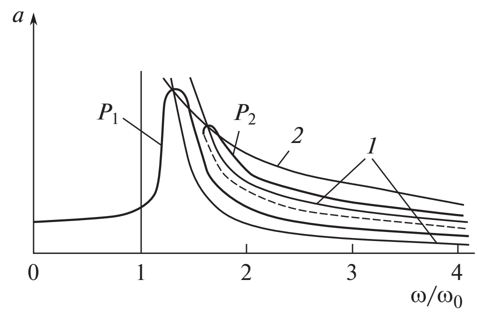

Рис. 3.

области высоких частот, либо плавным увеличением силы P при заданной частоте $\omega \geq \omega_{rl}$. При этом следует иметь в виду опасность срыва колебаний при прохождении границы устойчивости.

Перейдем к построению и анализу амплитудно-частотных характеристик системы при питании от источника напряжения. По аналогии с (24), используя выражения (9), (10), (23), запишем уравнение относительно амплитуды колебаний инструмента

$$a = \frac{BlU}{\sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)\left\{\left[\left(c + \frac{2P}{a} - \omega^2(m + kL)\right)\right]^2 + \left[\omega b + kR + \frac{2\pi P^2}{aD})\right]^2\right\}}}. \tag{29}$$

и линии предельных амплитуд

$$a_{rl} = -\frac{2P}{c(1 - \omega_{rl}^2/\omega_r^2)}, \quad a_{rl} = \left[\frac{BlU}{R_{rl}} - \frac{2\pi P^2}{D}\right](\omega_{rl} b)^{-1}, \tag{30}$$

где $R_{rl} = \sqrt{(R^2 + \omega_{rl}^2 L^2)}$ – сопротивление цепи питания при частоте $\omega = \omega_{rl}$.

По физической сути соотношения (30) хорошо согласуются с равенствами (25). Из (30) следует, что скелетная кривая определена в частотной области $\omega > \omega_r$, а резонансные колебания можно реализовать при выполнении условия

$$BlU > \frac{2\pi P^2}{D}\sqrt{(R^2 + \omega_{rl}^2 L^2)}. \tag{31}$$

Пренебрегая потерями энергии в механической ($b = 0$) и электрической ($R = 0$) частях системы, приведем уравнение (29) к квадратному

$$[c - \omega^2(m + kL)]^2 a^2 + 4P[c - \omega^2(m + kL)]a + 4P^2\left\{\left[1 + \left(\frac{\pi P}{D}\right)^2\right] - \left(\frac{BlU}{2PR_\omega}\right)^2\right\} = 0.$$

Решение уравнения имеет вид

$$a = \frac{-2P\left[1 \pm \sqrt{\left(\frac{BlU}{2PR_\omega}\right)^2 - \left(\frac{\pi P}{D}\right)^2}\right]}{c(1 - \omega^2/\omega_r^2)}. \tag{32}$$

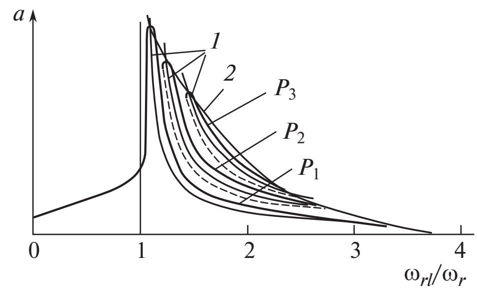

Рис. 4.

Необходимое условие реализации виброударного режима имеет вид

$$BlU > 2\pi R_\omega P^2/D. \quad (33)$$

При $\omega = \omega_{rl}$ неравенство (33), совпадающее с условием (31) реализации резонансных колебаний, ограничивает частотный диапазон существования виброударных процессов при заданной силе P

$$\omega < \omega_m = BlUD/2\pi LP^2. \quad (34)$$

Заметим, что виброударный процесс в диапазоне $\omega < \omega_r$ возможен при

$$\mathrm{B}lU > 2PR_\omega\sqrt{1+\left(\frac{\pi P}{D}\right)}. \quad (35)$$

При выполнении (35) каждой частоте из диапазона (34) соответствует единственное значение амплитуды (32) колебаний. Отвечающая условию (35) амплитудно-частотная характеристика показана на рис. 4 (линия P_1).

При нарушении условия (35) виброударные режимы реализуются только в частотном диапазоне $\omega_r < \omega < \omega_m$, где амплитудно-частотная характеристика (32) имеет вид петли, ветви которой разделенные скелетной кривой (30). На рис. 4 показаны амплитудно-частотные характеристики при различных значениях силы P. Тонкими линиями показаны скелетные кривые *1* и линии *2* предельных амплитуд. Штриховыми линиями показаны ветви неустойчивых режимов. По мере увеличения силы $P_3 > P_2 > P_1$ частотный диапазон существования виброударного режима сужается и в пределе при $P = P_m$ стягивается в точку, выделенную черным кружком. Графически в этой точке происходит касание скелетной кривой и линии предельных амплитуд, отвечающей предельному значению силы P.

В заключение отметим, что приведенные результаты позволяют провести полный расчет машины с электродинамическим возбудителем колебаний. Поскольку резонансные режимы являются наиболее эффективными [9] при работе вибрационной машины, понимание происходящих процессов позволяет найти лучшие пути реализации этих режимов.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-08-00168).

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Римский-Корсаков А.В.* Электроакустика. М.: Связь, 1973. 272 с.
2. *Харкевич А.А.* Теория электроакустических преобразователей. Избранные труды. М.: Наука, 1973. Т. 1. С. 33.
3. *Покровский В.В.* Электродинамические вибровозбудители. Вибрации в технике. Справочник. М.: Машиностроение, 1981. Т. 4. С. 269.
4. *Краснопольская Т.С.* Автономное возбуждение механических колебаний электродинамическим вибратором // Прикладная механика. 1977. Т. 13. № 2. С. 108.
5. *Astashev V.K., Babitsky V.I., Kolovsky M.Z.* Dynamics and Control of Machines. Berlin: Springer, 2000. 235 p.
6. *Бабицкий В.И.* Теория виброударных систем. М.: Наука, 1967. 352 с.
7. *Асташев В.К., Крупенин В.Л.* Нелинейная динамика ультразвуковых технологических процессов. М.: МГУП им. Ивана Федорова, 2016. 372 с.
8. *Пальмов В.А.* Колебания упругопластических тел. М.: Наука, 1976. 328 с.
9. *Антипов В.И., Асташев В.К.* О принципах создания энергосберегающих вибрационных машин // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2004. № 4. С. 3.