= МЕХАНИКА МАШИН ==

УДК 534.015

## О ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ ГАСИТЕЛЯ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ С МАГНИТНЫМИ УДАРНЫМИ ПАРАМИ

© 2021 г. А. М. Гуськов<sup>1,2</sup>, Ю. М. Замурагин<sup>2,\*</sup>

<sup>1</sup> Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия <sup>2</sup> Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия \*e-mail: yury.zamuragin@yandex.ru

> Поступила в редакцию 25.08.2020 г. После доработки 21.11.2020 г. Принята к публикации 18.12.2020 г.

Исследуется эффективность гашения крутильных колебаний тела с помощью динамического гасителя колебаний, содержащего систему последовательных ударных пар, в которых соударяющиеся элементы представляют собой магниты. Получены существенно нелинейные дифференциальные уравнения движения защищаемого тела и магнитных элементов, приведенные к безразмерной форме. Рассмотрено влияние выбора проектируемых параметров виброгасителя на колебания несущего тела. Описаны особенности настройки гасителя в режим широкой полосы виброгашения. Установлен оптимальный вариант настройки гасителя, при котором колебания тела гасятся наиболее эффективно.

*Ключевые слова:* динамический виброгаситель, магнитный элемент, виброзащита, нелинейная динамика, удар

DOI: 10.31857/S0235711921020073

Создание высокопроизводительных машин и скоростных транспортных средств, форсированных по мощностям, нагрузкам и другим рабочим характеристикам, неизбежно приводит к увеличению интенсивности и расширению спектра вибрационных воздействий, как на саму машину, так и окружающую среду. Для подавления вредного воздействия вибрации используют различные методы и средства. Одним из эффективных способов снижения уровней вибрации является присоединение к вибрирующему объекту динамических гасителей колебаний [1]. Динамические гасители различают по числу степеней свободы, по физическому принципу реализации потенциальных и непотенциальных сил, по их конструктивному исполнению и другим признакам.

Среди существующего многообразия принципов и конструкций динамических гасителей колебаний особое место занимают гасители виброударного действия [1, 2], которые обеспечивают эффективное снижение колебаний в широкой полосе частот возбуждения. Существенной особенностью структуры любой виброударной системы является наличие как минимум одной ударной пары, представляющей собой совокупность двух звеньев, движущихся с соударениями. В инженерных расчетах для учета ударных взаимодействий двух твердых тел обычно используют понятие о коэффициенте восстановления при ударе [2, 3]. При этом считают, что значение коэффициента восстановления отражает физические свойства соударяющихся тел и не зависит от скорости удара.

Рассмотрению ударных гасителей колебаний посвящено большое число работ отечественных и зарубежных авторов. Во многих из них рассматриваются системы с од-



Рис. 1. Схема виброгасителя с магнитными парами.

ной степенью свободы при различном внешнем воздействии [4–10]. Использованию гасителей колебаний с несколькими степенями свободы также посвящены работы [11–17].

В настоящей статье анализируется эффективность использования динамического гасителя с магнитными ударными парами для снижения уровня крутильных колебаний. Ранее в работах [18–20] рассматривался ударный гаситель продольных колебаний, в котором роль инерционных элементов играют постоянные магнитные элементы, а роль упругих сил – магнитное поле. На рис. 1 представлена схема такого динамического гасителя колебаний с виброударными парами из магнитных элементов. В корпусе гасителя установлены (n + 2) постоянные магниты так, что их одноименные полюса сориентированы навстречу друг другу. Крайние магниты, обозначенные номерами "0" и "n + 1", жестко закреплены на корпусе гасителя.

При воздействии вибрации f(t), передаваемой на корпус гасителя, возникает смещение магнитов  $X_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ) относительно левого края корпуса, что, в свою очередь, приводит к возникновению сил отталкивания  $F_i$ , зависящих от расстояния  $b_i$  (t) =  $X_i$  (t) –  $X_{i-1}$ (t) между соседними элементами (в положении статического равновесия  $b_i$  (0) = A). При незначительных амплитудах внешних периодических воздействий магниты будут совершать безударные движения, а при больших амплитудах – возможны виброударные режимы движения магнитных элементов.

В работе [18] получены области ударных и безударных режимов колебаний магнитов на плоскости параметров частота внешнего воздействия — амплитуда внешнего воздействия. В [19] исследована эффективность работы гасителя в зависимости от расстояния между магнитными элементами в исходном состоянии покоя, от которого зависит спектр собственных частот устройства. В [20] рассмотрены два варианта связи между элементами в гасителе — аналитически полученная магнитная характеристика без поправки на экспериментальные данные и случай отсутствия магнитных сил между элементами.

**Постановка задачи**. Простейшая схема установки динамического гасителя на валу, совершающем крутильные колебания, показана на рис. 2. На рис. 3 для примера представлены две другие возможные схемы симметричной установки нескольких гасителей в плоскости поперечного сечения вала.

Без потери общности будем рассматривать схему закрепления гасителя, соответствующую рис. 2. Вал считается абсолютно жестким телом, установленным на подшипниковых опорах, обладающих крутильной жесткостью с суммарным коэффициентом  $c_{\phi}$  H и коэффициентом демпфирования  $d_{\phi}$  кг·м<sup>2</sup>/с. К валу приложен периодически изменяющийся во времени внешний крутящий момент



**Рис. 2.** Схема установки динамического гасителя на колеблющемся валу: (a) – установка гасителя на вал; (б) – вид сверху; (в) – общий вид тела с гасителем.



**Рис. 3.** Схема крепления нескольких гасителей колебаний к валу (вид сверху): (а) — тело с двумя гасителями; (б) — тело с тремя гасителями.

где  $\omega$  – круговая частота колебаний момента; *t* – время. Под действием крутящего момента вал будет совершать крутильные колебания с углом закручивания  $\varphi(t)$ . Гаситель жестко закреплен к валу.

При колебаниях всех элементов системы между магнитными элементами возникает сила отталкивания  $F_i(z_i)$ , зависящая от безразмерного расстояния  $z_i$  между соседними магнитами (рис. 1) [19]

$$F_{i} = F(z_{i}) = F_{0}(z_{i} - h/2a) / \left(1 + (z_{i} - h/2a)^{2}\right)^{3},$$
(2)

где  $F_0 = 3\pi B^2 h^2 / 2\mu_0$ ;  $z_i = b_i / a$ ; h – высота цилиндрического магнита, м; B – остаточная магнитная индукция, Тл;  $\mu_0$  – магнитная постоянная, м кг с<sup>-2</sup> A<sup>-2</sup>; a – масштабный параметр, равный радиусу цилиндрического магнита, м.

Ударные взаимодействия в магнитных парах, в соответствии со стереомеханической теории удара, будем учитывать с помощью коэффициента восстановления R [2].

Особый интерес представляет исследование условий возникновения виброударных режимов. В статье также исследуется эффективность гашения крутильных колебаний вала, в зависимости от расстояния между магнитами в состоянии покоя (от него зависит спектр собственных частот), амплитуды и частоты внешнего момента, коэффициента восстановления при ударе.

**Уравнения движения.** Движения рассматриваемой системы будем описывать углом поворота вала  $\varphi$  и перемещениями каждого из магнитов  $X_i$  относительно левого края гасителя. Используя уравнения Лагранжа, запишем дифференциальные уравнения движения системы в виде

$$\begin{cases} m_{i}\ddot{X}_{i} + m_{i}\ddot{\varphi}r_{0} - m_{i}\dot{\varphi}^{2}X_{i} + d\dot{X}_{i} + F_{i} - F_{i+1} = 0; \quad i = \overline{1, n}; \\ \left(J_{0} + \sum_{i=1}^{n} m_{i}r_{i}^{2}\right)\ddot{\varphi} + \sum_{i=1}^{n} m_{i}\ddot{X}_{i}r_{0} + 2\dot{\varphi}\sum_{i=1}^{n} m_{i}\dot{X}_{i}X_{i} + d_{\varphi}\dot{\varphi} + c_{\varphi}\varphi = M_{0}\cos(\omega t), \end{cases}$$
(3)

где  $m_i$  — масса *i*-го магнита, кг;  $r_0$  — расстояние от оси вращения тела, до продольной оси виброгасителя, м; d — коэффициент внешнего демпфирования кг/с;  $J_0$  — момент инерции вала относительно оси вращения, кг  $m^2$ ;  $r_i$  — расстояние от оси вращения до *i*-го элемента вращения, м;  $F_i$  и  $F_{i+1}$  — силы отталкивания двух соседних магнитов, описываемые зависимостями (2), Н, "точками" над переменными обозначена операция дифференцирования по времени *t*.

Далее используются следующие обозначения для переменных при переходе из состояния "до" удара в состояние "после":  $\{\}^- \rightarrow \{\}^+$ . Условия ударных взаимодействий подвижных магнитных пар и магнитных пар, в котором один из магнитов жестко закреплен на корпусе, различны. В настоящей статье использовались два варианта коэффициентов восстановления в соответствии с [3]: R = 0.56 (удар сталь–сталь) и R = 0.94 (удар стекло–стекло).

Удар внутренних магнитных элементов друг с другом описывается соотношениями

$$\begin{aligned} X_{i-1}^{+} &= X_{i-1}^{-}, \\ X_{i}^{+} &= X_{i}^{-}, \\ \dot{X}_{i-1}^{+} &= \left( \left( m_{i-1} - Rm_{i} \right) \dot{X}_{i-1}^{-} + m_{i} \left( 1 + R \right) \dot{X}_{i}^{-} \right) / \left( m_{i-1} + m_{i} \right), \\ \dot{X}_{i}^{+} &= \left( m_{i-1} \left( 1 + R \right) \dot{X}_{i-1}^{-} + \left( m_{i} - Rm_{i-1} \right) \dot{X}_{i}^{-} \right) / \left( m_{i-1} + m_{i} \right). \end{aligned}$$

В отличие от гасителя продольных колебаний в данном случае удар подвижного магнита с относительно неподвижным магнитом учитывается сохранением момента количества движения

$$\begin{cases} X_{i}^{+} = X_{i}^{-}, \\ \varphi^{+} = \varphi^{-}, \\ \dot{X}_{i}^{+} = -R\dot{X}_{i}^{-}, \\ \dot{\varphi}^{+} = \left[ \left( m_{i}\dot{X}_{i}^{-} (1+R)r_{i} \right) / \left( m_{i}r_{i}^{2} + J_{0} \right) \right] + \dot{\varphi}^{-}. \end{cases}$$

Для приведения математической модели (3) к безразмерному виду введем линейный масштаб  $X_* = a$ , м, масштаб времени  $T_* = \sqrt{ma/F_0}$  и безразмерные комплексы и переменные

$$\begin{aligned} \kappa &= c_{\varphi} T_{*}^{2} / ma^{2} , \quad \zeta = dT_{*} / 2m , \quad \zeta_{\varphi} = d_{\varphi} T_{*} / 2ma^{2} , \\ \theta_{i} &= r_{i} / a , \quad M_{0} = M_{0} / Fa , \quad \nu = \omega T_{*} , \quad \tau = t / T_{*} , \\ \Phi_{i} &= F_{i} / F_{0} , \quad \alpha = A / a , \quad J = J_{0} / ma^{2} , \end{aligned}$$
(4)

21

$$\begin{aligned} \xi_i &= X/a, \quad \xi_i' = T_* \dot{X}_i / a, \quad \xi_i'' = T_*^2 \ddot{X}_i / a, \\ \varphi &= \varphi, \quad \varphi' = T_* \dot{\varphi}, \quad \varphi'' = T_*^2 \dot{\varphi}. \end{aligned}$$

После подстановки (4) в (3), получим систему уравнений движения в безразмерном виде

$$\begin{cases} \xi_{i}^{"} + \theta_{0}\phi^{"} - \phi'\xi_{i} + 2\zeta\xi_{i}' + \Phi_{i} - \Phi_{i+1} = 0; & i = \overline{1, n}; \\ \phi^{"}\left(J + \sum_{i=1}^{n} \theta_{i}^{2}\right) + \sum_{i=1}^{n} \xi_{i}"\theta_{0} + 2\phi'\sum_{i=1}^{n} \xi_{i}\xi_{i}' + \kappa\phi + 2\zeta_{\phi}\phi' = M_{0}\cos(\nu\tau), \end{cases}$$

где "штрихом" обозначена операция дифференцирования по безразмерному времени т.

При расчетах (кроме амплитудно-частотных характеристик) был использован гаситель с пятью ударными парами (четырьмя подвижными магнитами и двумя, закрепленными на корпусе), первая частота которого равна собственной частоте колебаний тела. Данная процедура описана в работе [19]. Численные расчеты проводились в программном комплексе MATLAB при следующих значениях постоянных параметров системы:

*n* = 4, 
$$\zeta = 9.56 \times 10^{-5}$$
,  $\zeta_{\varphi} = 2.65$ , *J* = 1.31×10<sup>4</sup>,  
*J*<sub>\*</sub> = 0.19*J*,  $v_0 = 0.059$ ,  $\kappa = 53.79$ ,

где n – число подвижных магнитов;  $J_*$  – отношение момента инерции гасителя относительно оси вращения тела к моменту инерции тела без гасителя;  $v_0 = \sqrt{\kappa/J}$  – собственная частота колебаний защищаемого тела.

Оценка влияния отдельных параметров на получаемые результаты расчетов проводилась при значениях, приведенных в табл. 1.

Результаты численного моделирования колебаний системы тело-виброгаситель при внешнем воздействии, которое не приводит к возникновению ударных режимов, представлены на рис. 4.

Из рис. 4 видно, что система совершает периодические колебания с периодом колебаний равным периоду внешнего воздействия. Важно отметить, что в данном случае амплитуда колебаний тела с виброгасителем (рис. 4a, кривая 1) приблизительно в 250 раз меньше амплитуды колебаний тела без гасителя (рис. 4a, кривая 2). На рис. 4б цифрами 1, ..., 4 представлены графики колебаний четырех подвижных магнитных элементов относительно корпуса гасителя (прямые линии).

Результаты расчета колебаний системы с амплитудой внешнего воздействия, при которой реализуются ударные режимы, представлены на рис. 5.

На рис. 5а черными точками отмечены моменты соударений между элементами системы. При данном внешнем воздействии колебания магнитов уже не носят периодический характер, появляются нерегулярные ударные взаимодействия. Амплитуда колебаний тела с виброгасителем (рис. 56, кривая 1) в данном случае уменьшаются

№	Коэффициент восстановления, <i>R</i>	Амплитуда внешнего момента, <i>M</i> <sub>0</sub>	Частота внешнего возмущения, v	Расстояние между магнитами в состоянии покоя, α
1	Без удара	0.024	$v = v_0 = 0.059$	0.43
2	0.56	0.135	$v = v_0 = 0.059$	0.43
3	0.56	$5 \times 10^{-4}$	$v = [0.8v_0 \ 1.2 \ v_0]$	$\alpha_1 = 0.43,  \alpha_2 = 1.15$
4	0.94	$5 \times 10^{-4}$	$v = [0.8v_0 \ 1.2 \ v_0]$	$\alpha_3 = 1.56,  \alpha_4 = 1.79$

Таблица 1. Значения варьируемых параметров



Рис. 4. Графики колебаний виброизолируемого тела (а) и магнитных элементов (б) в безударном режиме.



Рис. 5. Графики колебаний магнитных элементов при их соударениях (а) и виброизолируемого тела (б).

приблизительно в 74 раза по сравнению с амплитудой колебаний тела без гасителя (рис. 56, кривая 2).

Амплитудно-частотные характеристики. Для оценки эффективности настройки виброгасителя в зависимости от соотношения собственных частот гасителя и тела используется отношение амплитудно-частотных характеристик колебаний тела с гасителем и без него (коэффициент эффективности виброгашения), графики которых представлены на рис. 6, 7. На этих рисунках цифрами 1, ..., 4 обозначены кривые, соответствующие четырем вариантам настройки виброгасителя (цифре, обозначающей кривую, соответствует номер собственной частоты гасителя, которая настраивалась на собственную частоту колебаний тела, цифрой 5 обозначена АЧХ тела без гасителя). На рис. 6 представлены результаты численных расчетов с параметрами, указанными в третьей строке табл. 1. Важно отметить, что, даже, при относительно малой амплитуде внешнего воздействия наблюдаются ударные режимы; это подтверждается негладкостью кривых на рис. 6.

Полученный результат говорит о том, что самым эффективным является гаситель, первая собственная частота которого настроена на частоту внешнего воздействия: колебания тела с виброгасителем практически нулевые на всем рассматриваемом диапазоне частот внешнего воздействия и режимы движения в основном безударные. Остальные варианты настройки гасителя также эффективно уменьшают амплитуды



**Рис. 6.** Амплитудно-частотные характеристики тела с гасителем и без него при R = 0.56.



**Рис.** 7. Амплитудно-частотные характеристики тела с гасителем и без него при R = 0.94.

колебаний тела в рассматриваемом диапазоне, но при этом режимы движения в основном ударные.

Результаты расчета амплитудно-частотной характеристики при коэффициенте восстановления при ударе R = 0.94 (табл. 1, строка 4) приведены на рис. 7.

В данном случае максимальная эффективность гашения колебаний также наблюдается при использовании гасителя с первой собственной частотой, равной частоте внешнего воздействия. Видно, что остальные гасители, при использовании которых возникают ударные режимы колебаний, приводят к большим значениям амплитуд колебаний тела, по сравнению с теми же гасителями при меньшем коэффициенте восстановления при ударе (рис. 6).

Заключение. Использование предложенного устройства в качестве динамического гасителя колебаний эффективно уменьшает амплитуду колебаний демпфируемого тела. Особенно эффективен при этом гаситель, первая собственная частота которого, равна частоте внешнего воздействия. При настройке других частот гасителя на частоту внешнего воздействия его эффективность приблизительно одинакова и довольно высока во всех рассмотренных случаях.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-19-00065).

## КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Челомей В.Н. Вибрации в технике: Защита от вибрации и ударов: Справочник: в 6-ти т. // М.: Машиностроение. 1981. Т. 6. 456 с.
- 2. Бабицкий В.И. Теория виброударных систем. Наука, 1978. 352 с.
- 3. *Таре С.М.* Краткий курс теоретической механики: Учеб. для втузов. 10-е изд., перераб. и доп. М.: Высш. шк., 1986. 416 с.
- 4. Вульфсон И.И. К проблеме динамического гашения крутильных колебаний привода машины // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2009. № 1. С. 18.
- 5. *Гуськов А.М., Пановко Г.Я., Чан В.Б.* Динамики маятникового гасителя колебаний // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2008. № 4. С. 8.
- 6. Дукарт А.В., Тхань Бинь Фам. Свободные колебания одномассовой системы с ударным гасителем одностороннего действия // Вестник МГСУ. 2011. № 8. С. 164.
- 7. Дукарт А.В., Тхань Бинь Фам. Стационарные колебания системы с ударным гасителем при действии периодических импульсов конечной длительности // Вестник МГСУ. 2012. № 4. С. 44.
- 8. *Мугин О.О. и др.* Частотные свойства динамического гасителя с инерционным преобразователем // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2011. № 4. С. 37.
- 9. *Черников С.А.* Расширение полосы гашения виброзащитной системы динамическим гасителем с обратной связью // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2015. № 5. С. 54.
- 10. *Timofeev G.A., Lyuminarskiy I.E., Lyuminarskiy S.E.* To Calculation of Shock Vibration Suppressors of Unilateral Action. Herald of the Bauman Moscow State Technical University // Series Mechanical Engineering. 2019. № 1. P. 90.
- Макаров С.Б., Панкова Н.В., Тропкин С.Н. Использование пассивных многочастотных динамических гасителей колебаний (МДГК) в задачах сейсмозащиты // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2016. № 6. С. 42.
- 12. Макаров С.Б., Панкова Н.В., Перминов М.Д. Исследование упругих конструкций, частично заполненных жидкостью, в качестве многочастотных динамических гасителей колебаний (МДГК) // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2016. № 2. С. 78.
- Макаров С.Б., Панкова Н.В., Перминов М.Д. Модельная задача о применении многочастотного динамического гасителя колебаний (МДГК) на объекте, имеющем собственные формы колебаний различного типа // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2017. № 4. С. 103.
- 14. *Манжосов В.К., Новиков Д.А.* Моделирование переходных процессов и предельных циклов движения виброударных систем с разрывными характеристиками / В.К. Манжосов, Д.А. Новиков. Ульяновск: УлГТУ, 2015. 236 с.
- 15. *Bapat C.N., Sankar S.* Multiunit impact damper re-examined // Journal of Sound and Vibration. 1985. T. 103. № 4. C. 457.
- 16. Lu Z., Masri S.F., Lu X. Particle Damping Technology Based Structural Control. Springer, 2020. 369 p.
- 17. *Ye H. et al.* Experimental Study on the Damping Effect of Multi-Unit Particle Dampers Applied to Bracket Structure // Applied Sciences. 2019. T. 9. № 14. C. 2912.
- Замурагин Ю.М., Гуськов А.М. Амплитудно-частотная характеристика виброударной системы с магнитными элементами // XXX Международная инновационная конференция молодых ученых и студентов (МИКМУС-2018). 2019. С. 304.
- 19. Zamuragin Y.M., Gouskov A.M., Krupenin V.L. Damping of Oscillations by a Vibro-Impact System with Serial Magnetic Impact Pairs // Nonlinear Wave Dynamics of Materials and Structures. Springer, Cham, 2020. C. 423.
- Zamuragin Y.M., Gouskov A.M., Krupenin V.L. Influence of communication between elements in a dynamic damper on a vibrated body behavior. Y.M. Zamuragin et al 2020 IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 747 012064. P. 1.