

===== **НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В МАШИНОСТРОЕНИИ** =====

УДК 536.2:518.355.4

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ
В НАГРЕВАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ**© 2021 г. А. А. Шульженко^{1,*}, М. Б. Модестов¹¹ *Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия***e-mail: aa_shulzhenko.01@mail.ru*

Поступила в редакцию 23.08.2020 г.

После доработки 30.11.2020 г.

Принята к публикации 18.12.2020 г.

В настоящей статье, с использованием математического моделирования, проведен анализ распространения отклика на тепловой сигнал, в нагревательной системе: тело человека–промежуток–тканый электронагреватель–теплоизоляционный слой–внешняя среда. На основе исследования было установлено, что тканый электронагреватель, может выступать не только в качестве нагревателя, но и в качестве приемника внешних тепловых сигналов, вызванных воздействием нагревателя на человека, что представляет новизну. Это возможно благодаря определенному сочетанию собственных физико-технических параметров нагревателя с параметрами всех остальных элементов, входящих в систему, в рамках которой осуществляется контактный обогрев человека. Результаты исследования могут иметь интерес у медицинских работников различного профиля, а также специалистов, занимающихся разработкой устройств на основе нагревателей, в том числе и тканых.

Ключевые слова: тканый электронагреватель, контактный обогрев, математическое моделирование, потовыделение, кожно-гальванические реакции

DOI: 10.31857/S0235711921020140

Тканые электронагреватели уже сегодня имеют широкое применение при решении различных технических задач, например: при запуске холодных механических устройств, в технологических процессах, связанных с обработкой продуктов растительного происхождения, например, при их сушке, при фасовке загустевших жидких продуктов, например, при роспуске меда и т.д. [1, 2]. В то же время, тканые электронагреватели находят свое применение и в медицине при решении самых разнообразных задач. Например, от тривиальных – по компенсации тепловых потерь у переохлажденных людей, до создания целых нагревательных комплексов, обеспечивающих разноуровневое температурное воздействие на различные области тела ожоговых больных, предотвращающих возникновение гипотермии, мышечной дрожи и т.д. Анализ источников показывает, что тканые электронагреватели, благодаря своей эластичности, в основном используются именно в тех случаях, когда необходимо осуществлять одну из наиболее экономичных форм обогрева – контактный обогрев [3–5].

При исследовании режима контактного обогрева проявилась еще одна способность – не только генерировать тепло, но и принимать обратные сигналы, вызванные у человека под воздействием этого тепла. Измерение сигналов при этом осуществлялось термопарой, установленной на поверхности нагревателя.

Одним из таких ответных сигналов у человека является потовыделение [6]. Некоторые задачи, связанные с изучением потовыделения решались с помощью методов

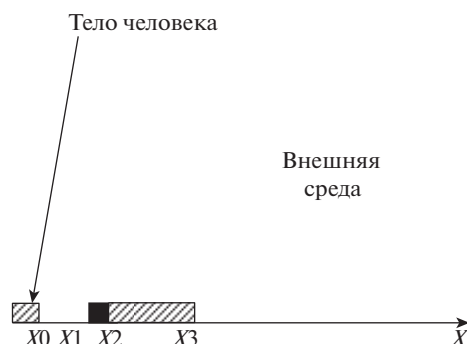


Рис. 1. Расположение элементов в нагревательной системе. X_0 — поверхность тела человека; X_0 – X_1 — пространство между телом человека и нагревателем — промежуток; X_1 – X_2 — нагреватель; X_2 – X_3 — теплоизоляционный слой на поверхности тканого электронагревателя; $X_3 \rightarrow$ внешняя среда.

У. Фере и Р. Тарханова [7]. Метод У. Фере основан на изменении электрического сопротивления на поверхности кожи, а метод Р. Тарханова — на фиксации изменения электрического потенциала. В обоих методах использовались электролитические свойства пота и его влияние на электрические изменения на поверхности кожи. Недостатком данных методов является затрудненность проведения точной оценки количества выделенного пота, т.к. при измерениях необходимо измерительные щупы прижимать к телу человека, а это существенно изменяет картину распределения пота на поверхности кожи. Кроме того, в этом случае, само выделение пота только фиксируется.

Рассмотрим подробнее способ, построенный на контактном обогреве тела и позволяющий проводить не только фиксацию потовыделения, но и создавать предпосылки и получать во времени реальную картину потовыделения.

На рис. 1 показана данная тепловая система. В нее входят: человек, как внешняя среда; промежуток между телом человека и тканым электронагревателем (далее — промежуток); тканый электронагреватель (далее — нагреватель); теплоизоляционный слой на поверхности нагревателя со стороны внешней среды; внешняя среда.

Проведем моделирование теплового процесса, проходящего в тепловой системе. Для этого рассмотрим, как формируется и распространяется возникающий в промежутке тепловой сигнал во времени и по пространству, и как он зависит от параметров: нагревателя, изоляционного слоя, внешних сред, составляющих эту нагревательную систему.

Сначала рассмотрим, как формируется переменный температурный сигнал в промежутке. При тепловом воздействии (в нашем случае с помощью нагревателя) на человека, на его тепловые рецепторы, расположенные в коже, при достижении определенной температуры на поверхности кожи происходит выделение пота. В результате — в промежутке между телом человека и нагревателем изменяются такие тепловые параметры как теплоемкость, плотность, теплопроводность. Как следствие — в промежутке между телом человека и нагревателем происходит изменение температуры — температура падает. Далее, пот испаряется. В результате — опять изменяются тепловые параметры, приводящие к возрастанию температуры. При достижении определенной температуры снова происходит потовыделение и т.д. То есть эти изменения носят периодический характер. Данные процессы были подробно исследованы в работе [6]. В ней отмечалось, что выброс пота происходит, с поверхности кожи человека в область промежутка, а затем пот испаряется. Испарение, носящее диффузионный характер [8, 9], и осуществляется по экспоненциальному закону

$$Q = H(e^{-gt}),$$

где t – время испарения; Q – количество неиспарившейся жидкости на единицу площади межфазной поверхности к моменту времени t ; H – постоянный коэффициент; g – постоянный коэффициент.

Изменения параметров связаны с процессами замены, вытеснения, в промежутке воздушной среды потом. Затем, в среде промежутка происходит фазовый переход, связанный с испарением пота. Причем эти процессы характерны тем, что невозможно определить четкие границы фазового перехода. Учитывая, что фазовые преобразования происходят в очень тонком промежутке и, согласно [10], они рассматриваются как единовременные изменения тепловых параметров сразу по всему объему промежутка. В работе [6] было проведено математическое моделирование данного процесса с помощью аналитического метода, и были получены довольно сложные математические соотношения, описывающие эти тепловые процессы. Учитывая результаты моделирования, при дальнейшем рассмотрении будем описывать реакцию тепловых параметров промежутка на тепловой сигнал более простым выражением

$$a_1(t) = k \frac{\lambda_1}{\rho_1 c_1} \cos(gt), \quad (1)$$

где $a_1(t)$ – коэффициент температуропроводности промежутка; ρ_1 – плотность среды промежутка; c_1 – теплоемкость среды промежутка; λ_1 – коэффициент теплопроводности среды промежутка; k, g – постоянные коэффициенты.

Теперь ответим на основной вопрос: как происходит распространение реакции на тепловой сигнал вдоль оси X в пределах нагревательной системы, при различных тепловых параметрах ее элементов: промежутка, нагревателя, теплоизоляционного слоя, внешней среды.

Для этого проведем математическое моделирование, имитирующее тепловые процессы в нагревательной системе. Сформулируем математическую задачу, описывающую тепловые процессы, происходящие в системе (рис. 1).

Слои, из которых состоит тепловая система: среда промежутка–нагреватель–теплоизоляционный слой, можно рассматривать как тонкие стенки, т.к. толщина каждого из слоев намного меньше длины и ширины поверхности нагревателя, воздействующего на человека. Тогда распространение тепла в этой трехслойной тонкой стенке будем рассматривать, как одномерный, нестационарный тепловой процесс, который можно описать с помощью системы взаимосвязанных одномерных уравнений Фурье. Проведение такого моделирования связано еще и с тем, что слои настолько тонкие, что практически невозможно проведение натурных исследований тепловых процессов, происходящих в них. Т.к. размер нагревателя существенно меньше тела человека, то можно считать, что человек исполняет роль внешней среды по отношению к этой стенке. Таким образом, с одной стороны стенки внешней средой является человек, а с другой стороны – окружающая среда. То есть, имеем разные уровни теплового воздействия со стороны сред. Будем полагать, что температуры этих сред в течение времени не изменяются. В начальный момент времени температура в точке x_0 (поверхность тела человека) будет равна: $t = 0, x = x_0, T = T_{ch}$, где T_{ch} – температура тела человека. Также будем считать, что температура в точке x_3 в начальный момент времени равна: $t = 0, x = x_3, T = T_{sr}$, где T_{sr} – температура окружающей среды.

Предположим, что на границе тела человека и промежутка, в точке x_0 действуют условия III рода

$$t > 0, \quad x = x_0: \quad -\lambda_1(t) \frac{\partial \Delta T}{\partial x} = -\alpha_{ch} (\Delta T'_{ch} - \Delta T),$$

где λ_1 – коэффициент теплопроводности промежутка; $\Delta T = T - T_{sr}$ – текущее значение температуры относительно внешней среды; α_{ch} – коэффициент теплоотдачи в тело человека; $\Delta T'_{ch} = T_{ch} - T_{sr}$ – разность температур в начальный момент времени $t = 0$ в точке $x = x_0$.

Тепловые процессы, происходящие в каждом тонком слое, довольно сильно отличаются друг от друга, да и среды этих слоев, их физические параметры, так же имеют существенные отличия, поэтому опишем каждый слой своим выражением, основанным на уравнении Фурье.

Для первого слоя – промежутка между телом человека и нагревателем уравнение Фурье, учитывая (1), можно записать в виде

$$t > 0, \quad x_0 \leq x \leq x_1: \quad \frac{\partial \Delta T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(a(t) \frac{\partial \Delta T}{\partial x} \right), \quad \text{или} \quad \rho_1 c_1 \frac{\partial \Delta T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_1(t) \frac{\partial \Delta T}{\partial x} \right).$$

Далее, среда промежутка контактирует с нагревателем, поэтому для описания тепловых процессов на границе двух сред в точке $x = x_1$ будем использовать граничные условия IV рода

$$t > 0, \quad x = x_1: \quad -\lambda_1 \frac{\partial \Delta T}{\partial x} \Big|_{x=x_1} = -\lambda_2 \frac{\partial \Delta T}{\partial x} \Big|_{x=x_1},$$

где λ_2 – коэффициент теплопроводности материала нагревателя. Будем считать, что нагреватель представляет собой однородную среду.

Одновременно на границе первой и второй среды выполняется условие

$$t > 0, \quad x = x_1: \quad \Delta T_h(t, x_1) = \Delta T_i(t, x_1),$$

где $\Delta T_h = T_h - T_{sr}$, T_h – температура со стороны промежутка в точке x_1 ; $\Delta T_i = T_i - T_{sr}$, T_i – температура нагревателя в точке x_1 .

Работу нагревателя можно описать как $q_v = b \frac{P}{S} (1 - e^{-j \cdot t})$, где q_v – объемная плотность; P – мощность нагревателя; S – площадь поверхности нагревателя; b, j – постоянные коэффициенты.

Тепловой процесс по оси X во втором слое, где находится нагреватель, опишем с помощью уравнения Фурье для нестационарного процесса с внутренним тепловым источником

$$t > 0, \quad x_1 \leq x \leq x_2: \quad \rho_2 c_2 \frac{\partial \Delta T}{\partial t} = \lambda_2 \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x^2} + q_v,$$

где ρ_2 – плотность материала нагревателя; c_2 – теплоемкость материала нагревателя.

На границе второго (нагревателя) и третьего (теплоизоляционного слоя на внешней поверхности нагревателя) слоев будут также выполняться условия IV рода

$$t > 0, \quad x = x_2: \quad -\lambda_2 \frac{\partial \Delta T}{\partial x} \Big|_{x=x_2} = -\lambda_3 \frac{\partial \Delta T}{\partial x} \Big|_{x=x_2},$$

где λ_3 – коэффициент теплопроводности материала теплоизоляционного слоя.

Тогда одновременно на границе второго и третьего слоев, в точке x_2 , выполняется условие

$$t > 0, \quad x = x_2: \quad \Delta T_{h2}(t, x_2) = \Delta T_{i2}(t, x_2),$$

где $\Delta T_{h2} = T_{h2} - T_{sr}$, T_{h2} – температура со стороны нагревателя в точке x_2 ; $\Delta T_{i2} = T_{i2} - T_{sr}$, T_{i2} – температура теплоизоляционного слоя в точке x_2 .

Тепловой процесс в третьем слое описывается выражением

$$t > 0, \quad x_2 \leq x \leq x_3: \quad \rho_3 c_3 \frac{\partial \Delta T}{\partial t} = \lambda_3 \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x^2},$$

где ρ_3 – плотность материала теплоизоляционного слоя; c_3 – теплоемкость материала теплоизоляционного слоя.

Будем считать, что на внешней поверхности теплоизоляционного слоя, окруженно-го внешней средой действуют условия III рода

$$t > 0, \quad x = x_3: \quad -\lambda_3 \frac{\partial \Delta T}{\partial x} = -\alpha_{sr} (\Delta T'_{sr} - \Delta T),$$

где α_{sr} – коэффициент теплоотдачи во внешнюю среду; $\Delta T'_{sr} = T_{sr1} - T_{sr}$, где $\Delta T'_{sr}$ – разность температур во внешней среде; T_{sr1} – температура на поверхности теплоизо-ляционного слоя в точке x_3 .

Отметим, что рассмотрение тепловых процессов, происходящих в этой трехслой-ной стенке, проводятся не только по оси X , но и по времени.

Таким образом, можно считать, что смешанная задача Коши с описанием тепловых процессов в каждом слое трехслойной стенки, с начальными и граничными условия-ми, как на краях трехслойной стенки, так и на границах слоев, сформулирована в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} T = T_{ch} \quad \text{при} \quad t = 0, \quad x = x_0, \\ T = T_{sr} \quad \text{при} \quad t = 0, \quad x = x_3, \\ -\lambda_1 \frac{\partial \Delta T}{\partial x} = -\alpha_{ch} (\Delta T'_{sr} - \Delta T) \quad \text{при} \quad t > 0, \quad x = x_0, \\ \rho_1 c_1 \frac{\partial \Delta T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_1(t) \frac{\partial \Delta T}{\partial x} \right) \quad \text{при} \quad t > 0, \quad x_0 < x < x_1, \\ -\lambda_1 \frac{\partial \Delta T}{\partial x} \Big|_{x=x_1} = -\lambda_2 \frac{\partial \Delta T}{\partial x} \Big|_{x=x_1} \quad \text{при} \quad t > 0, \quad x = x_1, \\ \Delta T_{h1}(t, x) = \Delta T_{i1}(t, x) \quad \text{при} \quad t > 0, \quad x = x_1, \\ \rho_2 c_2 \frac{\partial \Delta T}{\partial t} = \lambda_2 \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x^2} + q_v \quad \text{при} \quad t > 0, \quad x_1 < x < x_2, \\ -\lambda_2 \frac{\partial \Delta T}{\partial x} \Big|_{x=x_2} = -\lambda_3 \frac{\partial \Delta T}{\partial x} \Big|_{x=x_2} \quad \text{при} \quad t > 0, \quad x = x_2, \\ \Delta T_{h2}(t, x) = \Delta T_{i2}(t, x) \quad \text{при} \quad t > 0, \quad x = x_2, \\ \rho_3 c_3 \frac{\partial \Delta T}{\partial t} = \lambda_3 \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x^2} \quad \text{при} \quad t > 0, \quad x_2 < x < x_3, \\ -\lambda_3 \frac{\partial \Delta T}{\partial x} = -\alpha_{sr} (\Delta T'_{sr} - \Delta T) \quad \text{при} \quad t > 0, \quad x = x_3. \end{array} \right. \quad (2)$$

Решение системы (2) было проведено с помощью численного, разностного метода. Для этого была осуществлена аппроксимация уравнений, входящих в эту систему. При проведении этой процедуры в основном использовался метод разностной аппроксимации. При этом применялись двухуровневые, четырехточечные шаблоны неявных схем, работа которых хорошо известна и описана [10–12].

Исключение составили тепловые процессы в среде промежутка. Здесь имеет место переменный во времени коэффициент теплопроводности. В этом случае, для аппроксимации тепловых процессов был применен интегро-интерполяционный метод [13]. Погрешность аппроксимации различных элементов нагревательной системы имела различный порядок. После повышения уровня аппроксимации до уровня второй степени при рассмотрении граничных условий, порядок погрешности аппроксимации составил $O(\tau + h^2)$, где τ – шаг сетки по времени, h – шаг сетки по пространству.

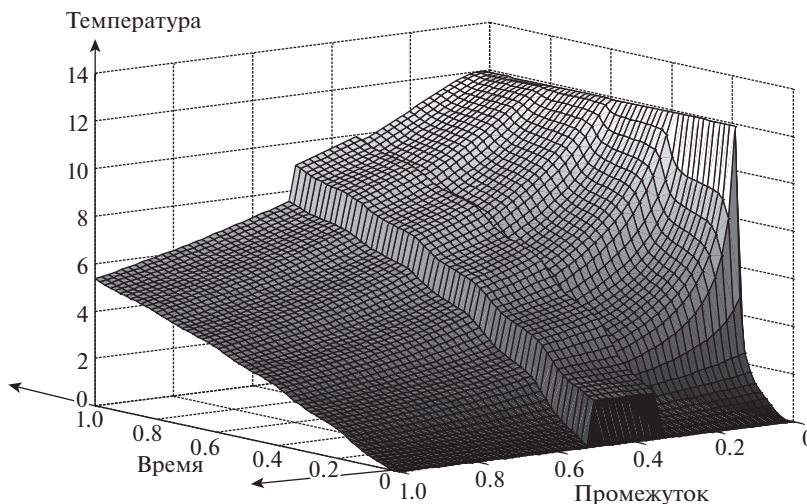


Рис. 2. Модель пространственно-временных тепловых процессов, происходящих в нагревательной системе при использовании тканого электронагревателя.

С помощью разработанной программы, получена возможность проводить моделирование тепловых процессов в пределах нагревательной системы с варьированием различными параметрами ее элементов: линейных размеров, временных интервалов, мощностей нагревателя, коэффициентов теплопроводности и т.д.

Применение неявных схем позволило обеспечить высокую устойчивость работы программы в целом при решении поставленных задач.

Теперь с помощью программы рассмотрим состояние тепловой системы в случаях, когда работают нагреватели (тканого типа, водяная грелка, произвольного типа) с одинаковыми уровнями нагрева.

Начнем с моделирования распространения по оси X отклика, возникающего под воздействием на человека теплового сигнала *тканого электронагревателя*.

Пусть последовательность расположения элементов рассматриваемой тепловой системы соответствует рис. 1. Результат решения, полученный с помощью программы (рис. 2), показывает, что данная тепловая система обеспечивает изменение температуры не только за счет генерации теплового сигнала самим нагревателем, но и принимает переменный во времени тепловой сигнал-отклик, сформированный за счет изменения тепловых параметров во времени в области промежутка. Больше того, суммарный переменный тепловой сигнал-отклик, сформированный в промежутке, по оси X действует не только в области промежутка, но и распространяется на области нагревателя и, даже, теплоизоляционного слоя, находящегося с внешней стороны нагревателя (колебания в диапазоне $0 < x < 1$). Следовательно, нагреватель, типа тканого, может одновременно служить не только в качестве источника тепла, но и принимать отклик на этот тепловой сигнал, в котором учтено потовыделение.

Теперь представим, что в качестве нагревателя выступает *водяная грелка*, имеющая тот же уровень разогрева, что и тканый электронагреватель.

(Резиновые стенки грелки, как тепловые элементы, ввиду существенно меньшего теплового сопротивления по сравнению с теплоносителем – водой, отдельно учитывать не будем.) Будем считать, что данная нагревательная система представляет собой двухслойную тонкую стенку. В нагревательной системе имеем ту же последователь-

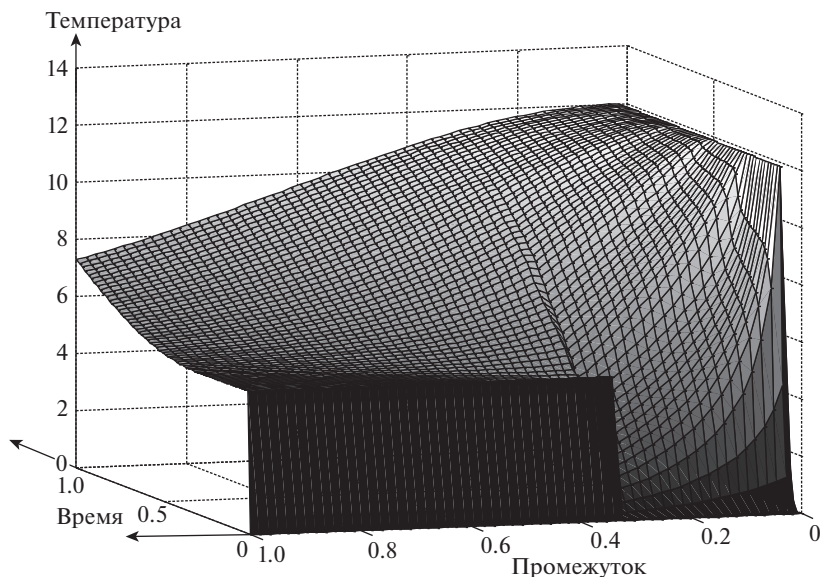


Рис. 3. Модель пространственно-временных тепловых процессов в нагревательной системе, происходящих при использовании в качестве нагревателя водяной грелки, полученная при таком же уровне теплового воздействия на человека, что и в случае использования тканого электронагревателя.

ность расположения элементов, за исключением отсутствующего теплоизоляционного слоя. В первом слое — в промежутке, имеем такие же тепловые параметры, как и в первом примере. Во втором слое изменяются: габариты нагревателя, плотность теплоносителя в нагревателе, теплоемкость теплоносителя нагревателя, теплопроводность теплоносителя в нагревателе. Третий, теплоизоляционный слой, отсутствует. Используя немного видоизмененную программу (исключаем цикл, связанный с отсутствующим третьим — теплоизоляционным слоем), получаем результат решения этой задачи, показанный на рис. 3.

Можно отметить, что в нагревательной системе переменный тепловой сигнал-отклик, сформированный в результате теплового воздействия грелки на человека, по оси X , в области промежутка (колебания в диапазоне $0 < x < 0.4$), существенно уменьшился, и не выходит за границы промежутка, а в области грелки отсутствует полностью. Поэтому, использовать грелку с такими тепловыми параметрами в качестве приемника реакции на тепловой сигнал невозможно. В первую очередь, это связано с тем, что водяная грелка по сравнению с тканым электронагревателем обладает существенно большими габаритами нагревателя, более высоким уровнем теплоемкости теплоносителя, большей массой и т.д., — т.е. водяная грелка является более массивной и обладает большей тепловой инерцией.

Однако для получения сигнала-отклика в области нагревателя не обязательно применять в качестве нагревателей только тканые электронагреватели. Подбирая габариты и свойства нагревателя, в сочетании с параметрами других элементов нагревательной системы, можно добиться возможности распространения теплового сигнала-отклика по оси X на область нагревателя. Один из вариантов решения задачи при таком подборе параметров элементов системы, полученный с помощью программы, показан на рис. 4. Переменный сигнал-отклик зафиксирован в диапазоне $0 < x < 0.75$.

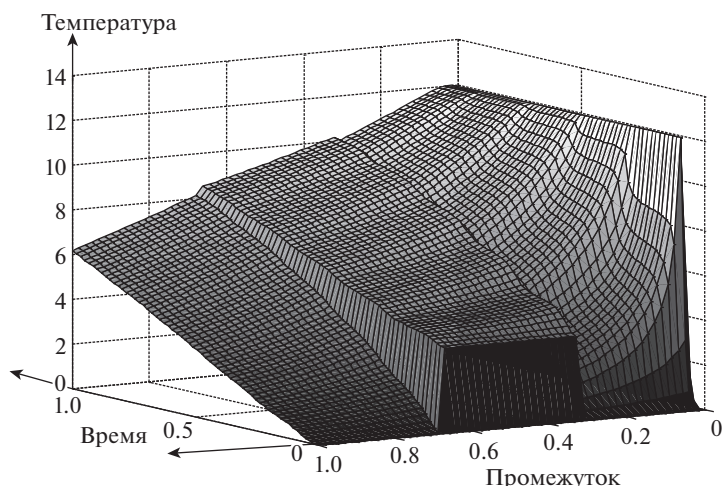


Рис. 4. Модель пространственно-временных тепловых процессов в нагревательной системе при использовании произвольного нагревателя, с подобранными тепловыми параметрами других элементов нагревательной системы, позволяющими получать в области нагревателя отклик человека на тепловой сигнал нагревателя.

Выводы. Обеспечение режима контактного обогрева человека, при одновременном наличии промежутка, являются необходимыми, но недостаточными условиями при формировании нагревательной системы, способной принимать отклик на тепловой сигнал нагревателя в области нагревателя в виде потовыделения. В качестве дополнительных условий выступает определенное сочетание тепловых параметров всех элементов, входящих в нагревательную систему: габаритов, мощностей нагревателей, теплопроводностей, теплоемкостей, граничных условий и т.д.

Для определения возможности применения нагревателей в качестве датчиков, обеспечивающих устойчивый прием в области нагревателя сигнала-отклика на тепловое воздействие, необходимо решить многокритериальную задачу оптимизации параметров нагревательной системы, в том числе, размеров промежутка и тепловых параметров его среды.

Решение задачи в рамках построенной модели тепловой системы позволяет утверждать, что использование электронагревателей, типа тканых, обладающих габаритами и тепловыми параметрами материалов, из которых они изготовлены, позволяет устойчиво принимать реакцию на создаваемый ими же тепловой сигнал в широком диапазоне тепловых параметров элементов системы. Размещение измерителя температуры на поверхности нагревателя позволяет зафиксировать температурные изменения, происходящие во времени. Проведение моделирования предоставляет возможность априорно получить оценку распространения отклика на тепловой сигнал в рамках, рассматриваемой нагревательной системы.

Рассмотренный способ, базирующийся на работе тканого нагревателя в пределах рассматриваемой системы: человек—среда промежутка—нагреватель—теплоизоляционный слой, позволяет проводить изучение процессов потовыделения одновременно и по амплитуде (по количеству выделяемого пота), и во времени. Связано это с тем, что нагреватель обеспечивает прецизионное тепловое воздействие, а наличие промежутка позволяет избежать искажений тепловых сигналов при исследовании потовы-

деления. Данный способ можно использовать как основу для создания неинвазивного метода исследования процесса потовыделения.

Результаты настоящей статьи представляют интерес для медицинских работников, а также для специалистов, занимающихся разработкой нагревательных систем, особенно предназначенных для биологических объектов.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Тарубаров А.Н.* Электронагревательная ткань. РФ Патент 154172, 2020.
2. *Саттаров Р.Р., Галиакберова Э.Ф., Туманов А.А., Губайдуллин И.З.* Электронагревательная ткань с защитой от электромагнитного излучения (Варианты). РФ Патент 184744 U1, 2018.
3. *Luka J., Muller A.* Electro-conduction textile sheeting for motor vehicle seat, has electro-conductive filaments adapted as heating conductor. DE Patent 102006017732 (A1), 2007.
4. *Динджелис А.Р., Уолайенс Э.* Термоткань. РФ Патент 2278190 (C2), 2006.
5. *Walter T.K., Burcart W.* Composite textile for use in rescue blankets has controllable heater. DE Patent 19853249 (A1), 2000.
6. *Шульженко А.А., Модестов М.Б.* Моделирование реакции человека на тепловое воздействие // М. Вестник научно-технического развития. 2017. № 5. С. 23.
7. *Суходоев В.В.* Модифицированная методика измерений и оценки кожно-гальванических реакций. М.: ИП РАН, 1990. 84 с.
8. *Ольшанский А.И., Ольшанский В.И.* Исследование кинетики сушки влажных тонких плоских материалов // М.: Вестник Полоцкого государственного университета. Серия В. Промышленность. Прикладные науки. Машиностроение и приборостроение. 2010. № 8. С. 86.
9. *Липатов Д.А.* Динамика нестационарного испарения в условиях естественной конвекции в газовой фазе. Диссертация. ИМАШ РАН. 2011. 142 с. Институт общей неорганической химии им. Н.С. Курнакова (ИОНХ РАН). 2006. 163 с.
10. *Самарский А.А., Вабишевич П.Н.* Вычислительная теплопередача. М., Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2009. 784 с.
11. *Галанин М.П., Савенков Е.Б.* Методы численного анализа математических моделей. М. Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018. 591 с.
12. *Кузнецова А.Э.* Разработка численно-аналитических методов решения задач тепломассопереноса и термоупругости для однослойных и многослойных тел. Диссертация. СГТУ. 2014. 145 с.
13. *Марчук Г.И.* Методы вычислительной математики. М., Главная редакция физико-математической литературы издательства "Наука", 1977. 456 с.