
НАДЕЖНОСТЬ, ПРОЧНОСТЬ, ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ

УДК 539.4

УПРОЩЕННЫЙ ВЕРОЯТНОСТНЫЙ МЕТОД ОЦЕНКИ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЗАПАСА (БЕЗОПАСНОСТИ) ПО ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ

© 2021 г. Ю. Г. Матвиенко

*Институт машиноведения им. А.А. Благодирова РАН, Москва, Россия**e-mail: ygmavienko@gmail.com*

Поступила в редакцию 12.10.2020 г.

После доработки 21.01.2021 г.

Принята к публикации 24.02.2021 г.

Приведены корреляционные зависимости между коэффициентами запаса по пределу текучести и коэффициентами запаса (безопасности) по характеристикам трещиностойкости (вязкости разрушения, диаграммы трещиностойкости, критического J -интеграла и раскрытия в вершине трещины). Вычислять вероятностные коэффициенты безопасности при заданной вероятности разрушения предложено посредством вероятностных коэффициентов запаса по пределу текучести, принимая во внимание их взаимосвязь, а также независимость коэффициентов вариации статических механических характеристик от типа предельного состояния. Приведены результаты расчетов вероятностных коэффициентов безопасности применительно к вязкости разрушения и диаграмме трещиностойкости.

Ключевые слова: коэффициенты запаса, вероятность разрушения, двухпараметрическая механика разрушения, трещиностойкость

DOI: 10.31857/S0235711921030093

Анализ безопасности элементов машин и конструкций, поврежденных трещиноподобными дефектами, может быть основан как на вероятностных, так и детерминированных подходах. В последнем случае в критериальные уравнения вводятся коэффициенты запаса (безопасности) по трещиностойкости [1–6]. При этом установление допустимых (безопасных) размеров трещиноподобных дефектов основано на моделях и критериях механики разрушения с введением в критериальные уравнения коэффициентов безопасности.

В вероятностном расчете на прочность конструкция считается безопасной, если вероятность разрушения ее ниже приемлемого значения. Безусловно, вероятностный анализ является более сложным и дорогостоящим по сравнению с детерминированным анализом, и в повседневной инженерной практике использовать его не очень удобно. Более того, вероятностная механика разрушения является относительно новой в области конструкционной прочности, и часто имеется недостаточно исходных статистических данных, чтобы привлекать вероятностные подходы и иметь достаточную уверенность в обоснованности результатов расчетов при принятии решений об эксплуатации критически важных объектов, поврежденных трещиноподобными дефектами. Вместе с тем, даже в случаях использования чисто детерминированного подхода, вероятностный анализ имеет особое значение, поскольку позволяет количественно оценить фактические коэффициенты безопасности. Вероятностные оценки являются полезным подспорьем для принятия решений при анализе разрушений и безопасности, проектировании и разработке стратегий технического обслуживания,

инспекций и ремонта [7]. Как только статистические неопределенности исходных расчетных данных идентифицированы, можно оценить вероятность разрушения или безопасность конструкции. Таким образом, для прогнозирования коэффициентов безопасности (запаса) с целью обеспечения конструкционной прочности вместо эмпирически определенных или традиционно назначаемых коэффициентов безопасности (запаса) можно использовать объективные оценки, основанные на вероятностном анализе исходных статистических расчетных данных [8]. Основные принципы вероятностного подхода в оценке конструкционной прочности достаточно подробно изложены в работах [7–15].

В настоящей статье предложены основные принципы вероятностного подхода к оценке коэффициентов безопасности (запаса по трещиностойкости) с помощью упрощенного подхода на основе критериальных подходов механики разрушения с использованием вязкости разрушения и обобщенной диаграммы трещиностойкости. Вероятностные коэффициенты безопасности предлагается вычислять посредством вероятностных коэффициентов запаса по пределу текучести, принимая во внимание их взаимосвязь.

Принципы оценки вероятностных коэффициентов безопасности по предельным характеристикам. Обозначим сопротивление разрушению термином R независимо от вида предельного состояния или разрушения, а приложенную внешнюю нагрузку (или напряжение) обозначим L . В этом случае коэффициент безопасности для любого вида предельного состояния принимает вид

$$n = \frac{R}{L}. \quad (1)$$

Параметры L и R следует рассматривать как случайные параметры из-за неопределенности в исходных переменных по приложенным нагрузкам и свойствам материала. Для оценки вероятности разрушения используют методы надежности посредством введения в рассмотрение показателя надежности β_f , который определяют как

$$\beta_f = \frac{\mu_R - \mu_L}{\sqrt{s_R^2 + s_L^2}}. \quad (2)$$

В этом уравнении предполагается, что внешняя нагрузка L и сопротивление разрушению R описываются случайными независимыми нормальными распределениями с соответствующими средними значениями μ_L , μ_R и стандартными отклонениями s_L и s_R , соответственно.

Соотношение (2) можно переписать с учетом коэффициента запаса n по характеристике сопротивления материала разрушению, коэффициентов вариации нагрузки $v_L = s_L/\mu_L$ и сопротивления материала разрушению $v_R = s_R/\mu_R$

$$\beta_f = \frac{n - 1}{\sqrt{n^2 v_R^2 + v_L^2}}. \quad (3)$$

В этом случае вероятность достижения предельного состояния (или разрушения) можно определить соотношением

$$P_f = 1 - \Phi(\beta_f), \quad (4)$$

где Φ – функция нормированного нормального распределения. Табулированные значения вероятностей Φ в функции показателей надежности β_f приведены в монографии [10]. Если все переменные имеют ненормальные распределения, для преобразования их в эквивалентные нормальные распределения можно использовать соответствующий алгоритм [13].

Если элемент конструкции не имеет трещиноподобных дефектов, приложенные напряжения сравниваются с предельными напряжениями: предел текучести или временное сопротивление материала. При превышении предельными напряжениями приложенных напряжений элемент конструкции считается безопасным. Определение области безопасных (допустимых) состояний конструкции может быть основано на допустимом напряжении, полученном заранее посредством прочностных расчетов, основанных, например, на определенной теории прочности. Предположим, что допустимые напряжения согласно [3] не должны превышать напряжений σ_T/n_T , где σ_T – предел текучести материала, n_T – коэффициент запаса по пределу текучести.

Для оценки вероятности достижения предельного состояния на основе распределения предела текучести показатель надежности β_f можно переписать в виде

$$\beta_f = \frac{n_T - 1}{\sqrt{n_T^2 v_T^2 + v_L^2}}. \quad (5)$$

Здесь коэффициент вариации предела текучести обозначен как v_T .

Если элемент конструкции содержит трещиноподобные дефекты, для анализа безопасности необходимо привлекать подходы механики разрушения. В этом случае необходимо сравнивать приложенные параметры механики разрушения с вязкостью разрушения в терминах коэффициента интенсивности напряжений, J -интеграла, раскрытия в вершине трещины, диаграммы трещиностойкости и др.

Корреляционные зависимости между коэффициентами запаса по пределу текучести и коэффициентами безопасности по трещиностойкости. Прогнозирование допустимых (безопасных) размеров трещиноподобных дефектов в поврежденной конструкции достигается введением в критериальные уравнения механики разрушения коэффициентов безопасности, уменьшающих критериальные характеристики механики разрушения (трещиностойкости), и тем самым, уменьшая размер критического дефекта a_c до безопасного размера $[a]$ при фиксированном расчетном напряжении (нагрузке) σ_p , равном

$$\sigma_p \leq [\sigma] = \frac{\sigma_T}{n_T}. \quad (6)$$

Здесь n_T – коэффициент запаса по пределу текучести; $[\sigma]$ – допустимое приложенное напряжение.

Например, в случае концепции диаграммы трещиностойкости, допустимое (или расчетное) напряжение оказывается связанным с безопасным размером дефекта уравнением вида [3, 4, 16]

$$K_I \leq \frac{K_{\text{mat}}}{m_{FAD}} \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_p}{\sigma_0}\right)^2}, \quad (7)$$

которое позволяет установить область безопасных состояний конструкции на диаграмме трещиностойкости. Здесь m_{FAD} – коэффициент безопасности (запаса по трещиностойкости); K_{mat} – вязкость разрушения; K_I – приложенный коэффициент интенсивности напряжений. В формуле (7) локальная прочность материала у вершины трещины с учетом коэффициента запаса по пределу текучести имеет вид

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_T} = -\frac{\beta}{2n_T} + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{\beta}{n_T}\right)^2 - \frac{(1 + v^2 - v)(\beta/n_T)^2 - 1}{(1 - 2v)^2}}, \quad (8)$$

в условиях плоской деформации и

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_T} = -\frac{\beta}{2n_T} + \sqrt{1 - \frac{3}{4} \left(\frac{\beta}{n_T} \right)^2}, \quad (9)$$

в условиях плоского напряженного состояния. Здесь ν – коэффициент Пуассона. В критериальном уравнении (7) обобщенной диаграммы трещиностойкости степень стеснения деформаций у вершины трещины представлена параметром локальной двухосности напряжений $\beta = T/\sigma_p$, основанном на учете несингулярной составляющей (T -напряжения) в распределении напряжений у вершины трещины, введенной в формулу для локальной прочности. Параметр двухосности β является функцией относительной длины трещины, геометрии тела и схемы нагружения. Этот параметр табулирован, а также представлен в виде графиков для тел разной геометрии и схемы нагружения [3].

Коэффициент безопасности для конструкции с трещиноподобным дефектом можно определить [1, 3], потребовав, чтобы при наличии дефекта безопасных размеров разрушающее напряжение было не меньше предела текучести σ_T , что соответствует нехрупкому разрушению конструкции. Полученное значение коэффициента безопасности дает обоснованный ориентир для выбора коэффициента безопасности в рамках рассматриваемой концепции механики разрушения. В рамках концепции диаграммы трещиностойкости коэффициент безопасности m_{FAD} можно определить по формуле [3, 4, 16]

$$m_{FAD} = n_T \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_T/n_T}{\sigma_0} \right)^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_T}{\sigma_0} \right)^2}}. \quad (10)$$

Расчет коэффициента безопасности m_{FAD} по формуле (10) с учетом выражений (8) и (9) позволяет установить функциональную зависимость m_{FAD} от коэффициента запаса по пределу текучести n_T . Эта зависимость для плоского напряженного состояния и плоской деформации представлена на рис. 1.

Аппроксимация полученных результатов дает следующее:

$$m_{FAD} = 1.44n_T^{1.34} \quad (11)$$

для плоского напряженного состояния и

$$m_{FAD} = -0.064 + 1.1n_T \quad (12)$$

для плоской деформации. Таким образом, в первом приближении для случая плоской деформации можно принять

$$m_{FAD} \approx n_T, \quad (13)$$

что соответствует рекомендациям [6].

Расчетные формулы коэффициентов безопасности в значительной степени зависят от принятой модели разрушения твердого тела и критерия механики разрушения.

Приведем коэффициенты безопасности для наиболее используемых концепций механики разрушения [3, 4]:

- концепция коэффициента интенсивности напряжений K_I

$$m_K = n_T, \quad (14)$$

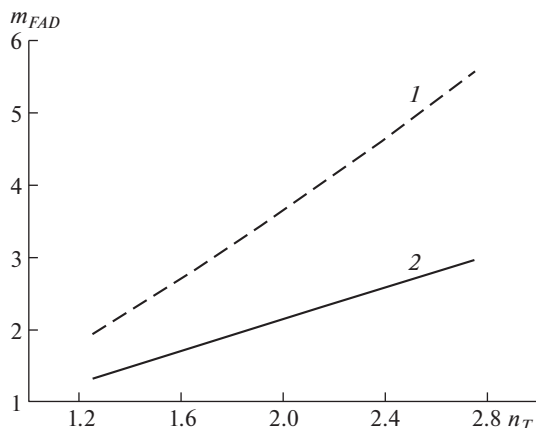


Рис. 1. Зависимость коэффициента безопасности m_{FAD} от коэффициента запаса по пределу текучести n_T для трещины: 1 – плоское напряженное состояние; 2 – плоская деформация.

- концепция J -интеграла

$$m_J = (n_T)^{1+n}, \quad (15)$$

- концепция раскрытия в вершине трещины

$$m_\delta = \frac{\ln \sec \frac{\pi \sigma_T}{2 \sigma_0}}{\ln \sec \frac{\pi \sigma_T}{2 (n_T) \sigma_0}}. \quad (16)$$

Здесь n – показатель деформационного упрочнения в зависимости Рамберга–Осгуда.

Оценка вероятностных коэффициентов безопасности. Для вероятностной оценки разрушения по критериям механики разрушения необходимо полное знание соответствующих видов достижения предельного состояния и распределений исходных переменных по условиям нагружения, а также статистических характеристик трещиностойкости материала. На самом деле эти требования обычно не могут быть выполнены в полном объеме. В этом случае можно использовать различные упрощающие допущения и приближения для того, чтобы вероятностный анализ был реализуемым [7]. В рамках вероятностных подходов механики разрушения это достигается, во-первых, тем, что оценка вероятности разрушения основывается на распределении вязкости разрушения, но предполагает фиксированное значение предела текучести, равное среднему его значению. Во-вторых, оценка вероятности разрушения основывается на распределении предела текучести, но предполагает фиксированное значение вязкости разрушения, равное средней ее значению. В этом случае, предполагается, что вероятность разрушения можно оценить как сумму этих двух вероятностей. Несмотря на свою простоту, этот упрощенный подход оказался достаточно точным, и ошибка в вероятности разрушения по сравнению с полной вероятностной методологией вряд ли превысит порядок величины. Такие ошибки считаются относительно несущественными, если первоначально требуется оценить только порядок вероятности разрушения [7].

В рамках механики разрушения рассмотрим альтернативный упрощенный метод прогнозирования коэффициентов безопасности, соответствующих заданной вероят-

ности разрушения. Достаточно обоснованно можно предположить, что коэффициенты вариации $v_R = s_R/\mu_R$ статических механических характеристик не зависят от типа предельного состояния. Также будем полагать, что приложенная нагрузка описывается некоторым случайным распределением независимо от типа предельного состояния, достигаемого конструкцией. Это означает, что коэффициент запаса по пределу текучести, определенный с использованием вероятностных подходов, можно привлечь для оценки коэффициентов безопасности, соответствующим той же заданной вероятности разрушения, в терминах механики разрушения с учетом взаимосвязи коэффициента запаса по пределу текучести и коэффициентов безопасности (запаса по трещиностойкости) в детерминированной постановке [4, 16].

Коэффициент запаса по пределу текучести можно рассчитать с помощью заданной вероятности разрушения (4) и показателя надежности β_f (5) с учетом известных коэффициентов вариации v_T и v_L . В этом случае коэффициенты безопасности по характеристикам трещиностойкости, рассчитанные в рамках предлагаемого упрощенного метода, можно рассматривать как вероятностные коэффициенты безопасности, соответствующие вероятности разрушения, принятой в расчете коэффициента запаса по пределу текучести. Такой подход позволяет избежать более сложного и дорогостоящего вероятностного анализа разрушения на основе распределения характеристик механики разрушения.

Вероятностные коэффициенты безопасности в механике разрушения. В рамках упрощенного метода оценки вероятностных коэффициентов безопасности предположим, что коэффициенты вариации $v_R = s_R/\mu_R$ статических механических характеристик не зависят от типа предельного состояния. Коэффициент запаса по пределу текучести n_T можно вычислить посредством заданной вероятности достижения предельного состояния P_f (4) и показателя надежности β_f (5) по репрезентативным комбинациям коэффициентов вариации предела текучести и приложенных напряжений. Учитывая наличие связи между коэффициентами безопасности в терминах диаграмм трещиностойкости m_{FAD} и коэффициентами запаса по пределу текучести n_T в виде соотношений (11) и (13), можно определить коэффициенты безопасности m_{FAD} для заданной вероятности разрушения. Этот подход позволяет построить зависимость вероятностного коэффициента безопасности m_{FAD} в функции вероятности разрушения, учитывая связь коэффициентов запаса по пределу текучести с коэффициентами безопасности.

Для случая плоской деформации коэффициенты безопасности m_{FAD} и запаса по пределу текучести n_T равны. Влияние вероятности разрушения P_f на коэффициент безопасности m_{FAD} в терминах диаграммы трещиностойкости представлено на рис. 2 для репрезентативных комбинаций коэффициентов вариации и условий плоской деформации.

Как и следовало ожидать, коэффициент безопасности m_{FAD} зависит от вероятности разрушения, которая определяется используемыми исходными данными, а, именно, показателями однородности и качества материала (v_R), а также стабильностью условий нагружения (v_L). Кроме того, снижение вероятности разрушения приводит к росту коэффициента безопасности m_{FAD} . Из рис. 2 также следует, что повышение неопределенности в условиях нагружения (увеличение v_L) и ухудшение качества материала (увеличение v_R) приводит к росту коэффициента безопасности m_{FAD} для заданных вероятностей разрушения.

Следует отметить равенство коэффициентов безопасности в терминах вязкости разрушения m_K (14) и диаграмм трещиностойкости m_{FAD} в случае плоской деформации (13).

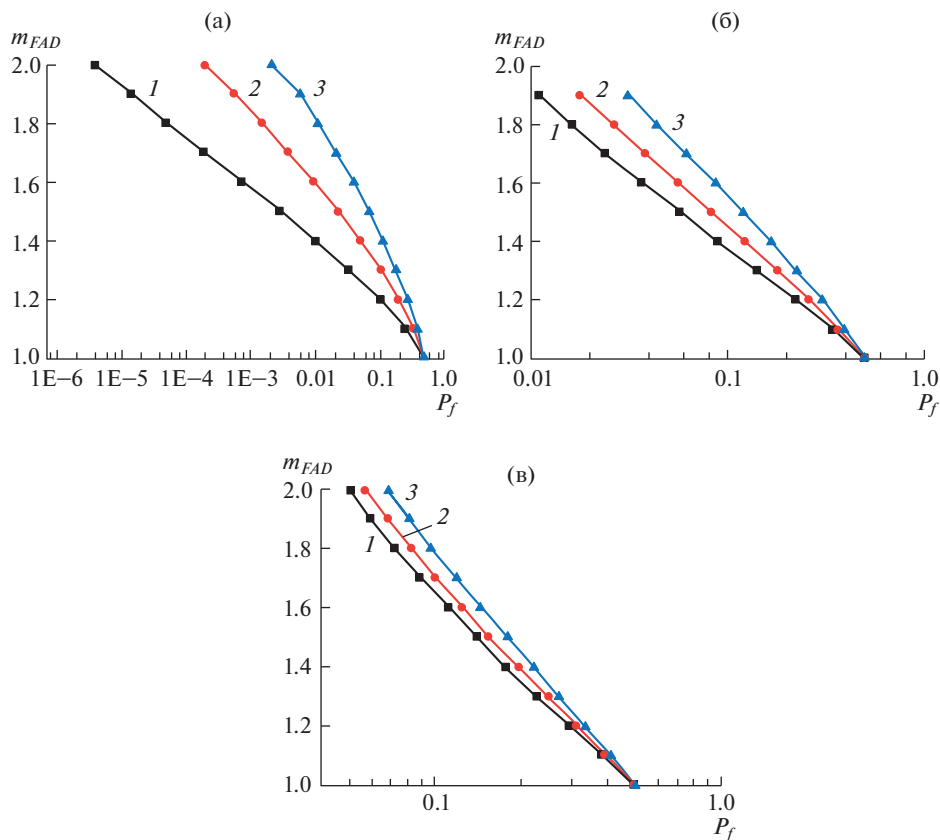


Рис. 2. Влияние вероятности разрушения P_f на коэффициент безопасности m_{FAD} для репрезентативных комбинаций коэффициентов вариации (плоская деформация) ($1 - \nu_L = 0.1$; $2 - \nu_L = 0.2$; $3 - \nu_L = 0.3$): (а) – $\nu_R = 0.1$; (б) – $\nu_R = 0.2$; (в) – $\nu_R = 0.3$.

Сопоставим значения вероятностных коэффициентов безопасности m_K , рассчитанных по предложенному упрощенному методу, с коэффициентами безопасности m_K , рекомендованными API 579 [17]. Из табл. 1 видно, что расчетные коэффициенты безопасности по вязкости разрушения коррелируют с коэффициентами безопасности m_K , рекомендованными API 579, особенно в случае коэффициентов вариации $\nu_L < 0.3$.

В отличие от условий плоской деформации вероятностный коэффициент безопасности m_{FAD} для случая плоского напряженного состояния рассчитывают посредством формулы (11) по вероятностному коэффициенту запаса по пределу текучести. Результаты расчета вероятностного коэффициента безопасности для случая плоского напряженного состояния, по вышеописанному упрощенному методу приведены в табл. 2.

Вероятностные коэффициенты безопасности m_{FAD} также увеличиваются со снижением вероятности разрушения. Рост неопределенностей в условиях нагружения (увеличение коэффициентов вариации ν_L) приводит к увеличению вероятностного коэффициента безопасности m_{FAD} .

Таблица 1. Сопоставление расчетных коэффициентов безопасности по вязкости разрушения с коэффициентами безопасности m_K , рекомендованными API 579 для различных значений вероятности разрушения и репрезентативных коэффициентов вариации v_L ($v_R = 0.1$)

Вероятность разрушения P_f	Коэффициент вариации v_L	m_K		
		Упрощенный метод	API 579 [17]	
			Короткие трещины	Длинные трещины
2.3×10^{-2}	0.1	1.33	1.43	1.33
	0.2	1.50	1.43	1.54
	0.3	1.69	1.43	1.67
10^{-3}	0.1	1.58	1.43	1.67
	0.2	1.84	1.82	1.43
	0.3	2.14	2.0	1.43
10^{-6}	0.1	2.11	2.0	2.0
	0.2	2.53	2.0	1.82
	0.3	3.02	2.0	1.67

Таблица 2. Расчетные значения коэффициента безопасности m_{FAD} для различных значений вероятности разрушения и репрезентативных коэффициентов вариации v_L ($v_R = 0.1$): плоское напряженное состояние

Вероятность разрушения P_f	Коэффициент вариации v_L	n_T	m_{FAD}
2.3×10^{-2}	0.1	1.33	2.11
	0.2	1.50	2.48
	0.3	1.69	2.91
10^{-3}	0.1	1.58	2.66
	0.2	1.84	3.26
	0.3	2.14	3.99

Оптимальные коэффициенты безопасности можно оценить исходя из целевых показателей надежности, соответствующих рекомендованной вероятности разрушения [18, 19]. Например, если отсутствует риск гибели людей, рекомендуемая вероятность разрушения равна $P_f = 10^{-4}$, в противном случае вероятность разрушения принимают на 10^{-6} .

Выводы. Предложен упрощенный метод оценки вероятностных коэффициентов безопасности в механике разрушения. Основу метода составляют корреляционные зависимости между коэффициентами запаса по пределу текучести и коэффициентами запаса (безопасности) по характеристикам трещиностойкости. При этом коэффициенты безопасности, соответствующие заданной вероятности разрушения, предложено вычислять посредством вероятностных коэффициентов запаса по пределу текучести, принимая во внимание их взаимосвязь, а также независимость коэффициентов вариации статических механических характеристик от типа предельного состояния. Расчет вероятностных коэффициентов запаса проиллюстрирован на примере коэффициентов запаса по вязкости разрушения и диаграмме трещиностойкости. Расчетные коэф-

коэффициенты запаса по вязкости разрушения коррелируют с коэффициентами запаса, рекомендованными стандартом API 579. Таким образом, для обеспечения конструкционной прочности вместо традиционно назначаемых коэффициентов безопасности (запаса) по трещиностойкости можно использовать объективные оценки, основанные на вероятностном анализе исходных статистических данных по пределу текучести, не проводя при этом испытаний на трещиностойкость.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 18-19-00351).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Партон В.З., Морозов Е.М.* Механика упругопластического разрушения. М.: Наука, 1985. 503 с.
2. *Махутов Н.А.* Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на прочность. М.: Машиностроение, 1981. 272 с.
3. *Матвиенко Ю.Г.* Модели и критерии механики разрушения. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. 328 с.
4. *Матвиенко Ю.Г.* Двухпараметрическая механика разрушения. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2020. 208 с.
5. *Brickstad B., Bergman M., Andersson P., Dahlberg L., Sattari-Far I., Nilsson F.* Procedures used in Sweden for safety assessment of components with cracks // *Int. J. Pres. Ves. Pip.* 2000. V. 77. P. 877.
6. Безопасность России. Функционирование и развитие сложных народнохозяйственных, технических, энергетических, транспортных систем, систем связи и коммуникаций. М.: МГФ "Знание", 1998. Т. 1. 444 с. Т. 2. 410 с.
7. *Wilson R.* A comparison of the simplified probabilistic method in R6 with the partial safety factor approach // *Eng. Fail. Anal.* 2007. V. 14. P. 489.
8. *Roos E., Wackenhut G., Lammert R., Schuler X.* Probabilistic safety assessment of components // *Int. J. Pres. Ves. Pip.* 2011. V. 88. P. 19.
9. *Burdekin F.M.* General principles of the use of safety factors in design and assessment // *Eng. Fail. Anal.* 2007. V. 14. P. 420.
10. *Капур К., Ламберсон Л.* Надежность и проектирование систем. М.: Мир, 1980. 604 с.
11. *Болотин В.В.* Ресурс машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1990. 448 с.
12. *Citarella R., Apicella A.* Advanced Design Concepts and Maintenance by Integrated Risk Evaluation for Aerostructures // *Struct. Control Hlth.* 2006. V. 2. P. 183.
13. *Haldar A., Mahadevan S.* Probability, reliability and statistical methods in engineering design, New York: Wiley, 2000.
14. *Sprung I.* Invariance of safety factor in probabilistic fracture mechanics analysis // *Int. J. Pres. Ves. Pip.* 2003. V. 80. P. 367.
15. *Sandvik A., Ostby E., Thaulow C.* Probabilistic fracture assessment of surface cracked pipes using strain-based approach // *Eng. Fract. Mech.* 2006. V. 73. P. 1491.
16. *Matvienko Yu.G.* The simplified approach for estimating probabilistic safety factors in fracture mechanics // *Eng. Fail. Anal.* 2020. V. 117. Article 104814.
17. API 579-1/ASME FFS-1, Fitness-For-Service, American Petroleum Institute, 2007.
18. BS 7910:2013+A1:2015, Guide to methods for assessing the acceptability of flaws in metallic structures, BSI Standards Limited, London, 2015.
19. Procedure for Safety Assessment of Components with Defects – Handbook Edition 5, Kiwa Inspecta Technology AB, Stockholm, 2018.