

---

---

## НАДЕЖНОСТЬ, ПРОЧНОСТЬ, ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ

---

---

УДК 539.433

### О ЧАСТОТНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ СПЛАВА АМг-6

© 2021 г. А. К. Томилин<sup>1,\*</sup>, Ф. Ю. Кузнецов<sup>1</sup>, И. С. Коноваленко<sup>1</sup>, Н. В. Дружинин<sup>2</sup>,  
В. А. Красновейкин<sup>2</sup>, И. Ю. Смолин<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Томск, Россия

<sup>2</sup> Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск, Россия

\*e-mail: aktomilin@tpu.ru

Поступила в редакцию 12.10.2020 г.

После доработки 06.02.2021 г.

Принята к публикации 24.02.2021 г.

Оценка вибропрочности упругих металлических конструкций различного назначения проводится на основе математического моделирования. При этом возникает проблема адекватного определения коэффициента внутреннего трения металла, поскольку он существенно влияет на значения собственных частот затухающих колебаний и отражаются на условиях резонансов различных порядков. В настоящей статье коэффициент внутреннего трения алюминиевого сплава АМг-6 определен двумя методами: электромеханическим и лазерной виброметрии. Установлена зависимость коэффициента внутреннего трения от основной частоты колебаний в герцевом диапазоне при соблюдении условия изохронности. Результаты исследования позволяют уточнить гипотезу Фойгта применительно к сплаву АМг-6 в герцевом диапазоне.

*Ключевые слова:* сплав АМг-6, внутреннее трение, гипотеза Фойгта, вибропрочность

**DOI:** 10.31857/S0235711921030159

Алюминиевый сплав АМг-6 широко используется в ракетно-космическом машиностроении. Сплав обладает высокими эксплуатационными характеристиками, в частности хорошей вибропрочностью и малой скоростью развития трещин усталости [1–3]. Из сплава АМг-6 изготавливаются так же крепежные элементы, с помощью которых различное навесное оборудование присоединяется к сегментам космических аппаратов. При этом обычно применяется консольное закрепление, к которому предъявляются определенные требования по вибропрочности. С целью исключения опасных резонансных явлений расчет консольно закрепленных элементов проводится по основному тону колебаний. В связи с этим возникает проблема адекватного математического моделирования затухающих колебаний. Их частота существенно зависит от внутреннего трения конструкционного материала. По этой причине разработка и обоснование экспериментальных методов исследования внутреннего трения металлов представляется актуальной научно-технической проблемой. Она исследуется комплексно и сводится к решению многих задач, одна из которых заключается в определении коэффициента внутреннего трения с целью его адекватного учета при математическом моделировании вибраций сложных конструкций.

Внутреннее трение часто играет самую важную роль в диссипации энергии вибраций. Во многих случаях оно превышает внешнее сопротивление. Именно такая ситуация обычно возникает при эксплуатации космической техники в отсутствие атмосферы. Существует несколько гипотез, отражающих природу внутреннего трения [4, 5].

Для металлов наиболее адекватной считается гипотеза Фойгта (Voight), согласно которой внутреннее трение представляется линейно вязким и частотно зависимым. Фактор затухания каждой отдельной моды главных колебаний определяется как произведение коэффициента внутреннего трения на квадрат соответствующей циклической частоты. Сам коэффициент внутреннего трения при этом считается частотно и амплитудно независимым. Однако, использование гипотезы Фойгта в таком виде часто приводит к существенному расхождению результатов численного моделирования вибрационных процессов с данными экспериментальных исследований [6, 7].

Амплитудная зависимость внутреннего трения металлов изучается с середины прошлого века. Известно, что в некоторых сплавах, прошедших специальную обработку (отжиг, закалка, старение), логарифмический декремент затухания, начиная с некоторых значений амплитуды деформаций, начинает быстро расти при дальнейшем увеличении амплитуды деформаций [8, 9]. Это можно объяснить на основе дислокационной теории, учитывающей точечные дефекты кристаллической решетки и приводящей к нелинейности упругих свойств материала [8]. Физические процессы, происходящие в металлах при динамическом нагружении, исследованы в публикациях [10–12]. Следовательно, в каждом конкретном экспериментальном исследовании необходимо проверять амплитудную зависимость внутреннего трения материала (в частности коэффициента внутреннего трения) и оценивать нелинейность его свойств. Это можно сделать путем проверки условия изохронности колебаний, т.е. выяснить зависит ли частота собственных колебаний от амплитуды.

Вычислить фактор затухания колебаний определенной моды для конкретного материала можно, в результате экспериментального определения логарифмического декремента затухания образца простой геометрической формы. В экспериментах обычно используются стержни или пластинки постоянного сечения, совершающие поперечные колебания при различных условиях закрепления, например, двухпорные, консольные или защемленные с двух концов. Известно несколько экспериментальных методов, которые используются на практике [13–15]. Часто применяются магнитострикционные датчики, которые фиксируют характеристики колебаний отдельных точек конструкции. Однако этого часто бывает недостаточно, чтобы сделать вывод о свойствах материала испытываемого образца. Присоединение датчиков к исследуемой конструкции изменяет ее инерционные и диссипативные свойства, что отражается на экспериментально определяемых значениях собственных частот. Приоритетной считается идея бесконтактной виброметрии. Одним из современных бесконтактных методов является лазерная виброметрия. Этот метод позволяет очень точно определять частоты и амплитуды колебаний образцов различной формы. Еще один простой метод виброметрии основан на регистрации токов, индуцированных в электропроводном стержне, который совершает поперечные колебания во внешнем магнитном поле [13]. В статье Ф.Ю. Кузнецова [14] такой электромеханический метод применен для частотного анализа собственных колебаний стержня в магнитном поле.

Цель настоящего исследования заключается в определении коэффициента внутреннего трения алюминиевого сплава АМг-6 и исследования его зависимости от частоты в герцевом диапазоне.

**Частотный анализ поперечных колебаний консольного стержня с учетом внутреннего трения.** Собственные поперечные колебания тонкого однородного призматического стержня, расположенного на оси  $z$ , в рамках теории Эйлера–Бернулли описываются дифференциальным уравнением в частных производных

$$EJ \left( \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} + \beta^* \frac{\partial^5 u}{\partial z^4 \partial t} \right) + m_0 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \beta \frac{\partial u}{\partial t} \right) = 0, \quad (1)$$

где  $u(z, t)$  – динамическая функция смещений в направлении оси  $Ox$ ;  $EJ$  – изгибная жесткость стержня;  $\beta$  – коэффициент внешнего демпфирования, зависящий от

свойств окружающей среды;  $\beta^*$  – коэффициент внутреннего трения, зависящий от свойств материала стержня;  $m_0$  – погонная масса.

В уравнении (1) использована гипотеза пропорционального демпфирования. Сила внутреннего трения учтена в соответствии с гипотезой Фойгта

$$dF_c = EJ\beta^* \frac{\partial^5 u}{\partial z^4 \partial t} dz.$$

Коэффициент  $\beta^*$  считается постоянным для данного сплава и частотно независимым.

В задачах с однородными граничными условиями уравнение в частных производных (1) при помощи процедуры Фурье с учетом ортогональности собственных амплитудных функций сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\ddot{q}_r + (\beta + \beta^* p_r^2) \dot{q}_r + p_r^2 q_r = 0, \quad (r = 1, 2, \dots), \quad (2)$$

где  $q_r$  – обобщенные координаты, в качестве которых приняты смещения точек максимального прогиба при каждой форме колебаний;  $p_r$  – собственные циклические частоты незатухающих колебаний.

Уравнения (2) являются независимыми между собой, следовательно, описывают главные поперечные колебания стержня. Из уравнений (2), можно определить факторы затухания главных колебаний

$$h_r = \frac{1}{2}(\beta + \beta^* p_r^2); \quad (r = 1, 2, \dots). \quad (3)$$

Из выражений (3) видно, что факторы внутреннего трения являются частотно зависимыми. В наименьшей степени внутреннее трение проявляется при основной (самой низкой) частоте  $p_1$ . Поэтому гашение колебаний основной моды требует самого длительного временного интервала. Если внешнее механическое сопротивление существенно меньше внутреннего трения, то формулы (3) записываются в приближенном виде

$$h_r \approx \frac{1}{2}\beta^* p_r^2, \quad (r = 1, 2, \dots). \quad (4)$$

Определив экспериментально логарифмические декременты затухания  $\delta_1$  основной моды при испытаниях нескольких образцов, можно вычислить факторы затухания  $h_1$  при различных собственных частотах

$$h_1 = \delta_1 v_1 = \delta_1 \frac{p_1}{2\pi}. \quad (5)$$

Используя экспериментальные результаты, при помощи формулы (4) можно установить частотную зависимость коэффициента внутреннего трения испытываемого материала  $\beta^*(p_1)$ .

Собственные частоты незатухающих колебаний стержня при заданных граничных условиях можно вычислить, исходя из параметров стержня: длины  $l$ , погонной массы  $m_0$  и изгибной жесткости  $EJ$ . Волновые числа  $\alpha_r$  связаны с собственными частотами

$p_r$  соотношениями  $\alpha_r^4 = \frac{p_r^2 m_0}{EJ}$ , ( $r = 1, 2, \dots$ ). Момент инерции круглого поперечного сечения определяется по известной формуле  $J = \frac{\pi d^4}{64}$ .

Консольному стержню длиной  $l$  соответствуют граничные условия для амплитудных функций

$$\begin{aligned} X_r(0) &= 0; & X_r'(0) &= 0; \\ X_r''(l) &= 0; & X_r'''(l) &= 0. \end{aligned}$$

Они приводят к уравнениям частот [4]

$$\cos(\lambda_r) = -\frac{1}{\operatorname{ch}(\lambda_r)}, \quad (r = 1, 2, \dots), \quad (6)$$

где  $\lambda_r = \alpha_r l$ . Первые корни уравнений (6) имеют значения:  $\lambda_1 = 1.87$ ;  $\lambda_2 = 4.73$ . Собственные циклические частоты незатухающих колебаний стержня определяются по формулам

$$p_r = \alpha_r^2 \sqrt{\frac{EJ}{m_0}}, \quad (r = 1, 2, \dots).$$

Собственные незатухающие колебания стержня совершаются с набором частот  $\nu_r = \frac{p_r}{2\pi}$ , ( $r = 1, 2, \dots$ ).

Для проверки изохронности затухающих колебаний необходимо экспериментально определить основную частоту  $\tilde{\nu}_1$  при различных амплитудах вибросмещения или виброскорости и вычислить соответствующую циклическую частоту затухающих колебаний  $\tilde{p}_1$ . В случае изохронности колебаний частота  $\tilde{p}_1$  не зависит от амплитуды.

**Экспериментальные методы.** Модальные испытания стержневых образцов, совершающих собственные колебания, выполнялись двумя методами: электромеханическим и лазерной виброметрии. Электромеханический метод основан на теории, изложенной в монографии [13]. В статье [14] описана экспериментальная установка и приведены результаты экспериментов с алюминиевым и медным стержнями. В настоящей статье использована усовершенствованная экспериментальная установка (рис. 1). Испытуемый стержневой образец закреплен в массивном зажиме неподвижного стенда с помощью специальных вкладышей длиной 50 мм. Зажатый конец стержня электрически

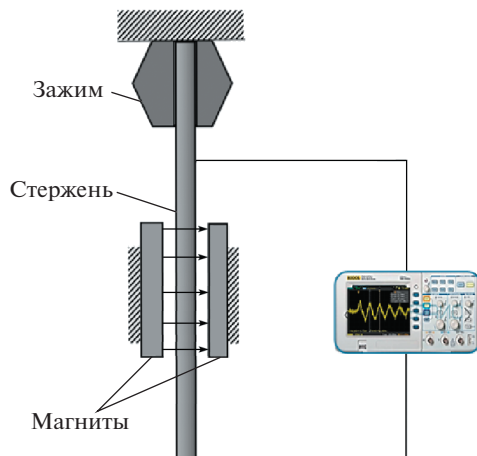


Рис. 1. Схема экспериментальной установки электромеханического метода.

изолирован от зажима. Плоские неодимовые магниты с аксиальной намагниченностью закреплены на специальной подставке, обеспечивающей их неподвижность. Габариты магнитов:  $10 \times 20 \times 60$  мм. Расстояние между магнитами 30 мм. Индукция магнитного поля между ними составляет примерно 1 Тл. Во всех экспериментах магниты расположены от губки зажима на расстоянии 275 мм.

Стержень отклоняется силой, приложенной к его свободному концу. При мгновенном снятии силы стержень совершает свободные колебания первой формы в плоскости, перпендикулярной линиям магнитного поля. Электрический сигнал, индуцируемый в стержне, регистрируется осциллографом Rigol DS1052E, соединенным со стержнем гибкими тонкими проводниками. Осциллограмма электрического напряжения соответствует изменению виброскорости образца при основной моде. Частота и амплитуда колебаний стержня определяется по осциллограмме с помощью маркерных курсоров. На рис. 2 представлена типичная осциллограмма, виброскорости в виде затухающей синусоиды. Измеряя и сравнивая частоты при различных амплитудах, убеждаемся в изохронности колебаний. Следовательно, амплитудная зависимость внутреннего трения не проявляется.

К достоинствам этого метода можно отнести несложную сборку экспериментальной установки, безконтактный метод измерений и достаточно высокую точность определения основной частоты и амплитуды колебаний. Длина испытуемого образца должна быть значительно больше его диаметра (тонкий стержень). Это условие необходимо, чтобы обеспечить достаточно большую амплитуду колебаний участка стержня, расположенного между магнитами. Данный метод рекомендуется применять для испытания образцов немагнитных металлов. Влияние магнитного поля на диссипацию энергии колебаний оценено в работе [14]. Показано, что на частотах герцевого диапазона при индукции магнитного поля до 1 Тл им можно пренебречь по сравнению с внутренним трением.

Относительная ошибка в определении коэффициента внутреннего трения электромеханическим методом оценивается примерно в 7%. Эта оценка учитывает отказ от учета внешней диссипации в воздушной среде, несовершенства закрепления образца, а также неточности измерений.

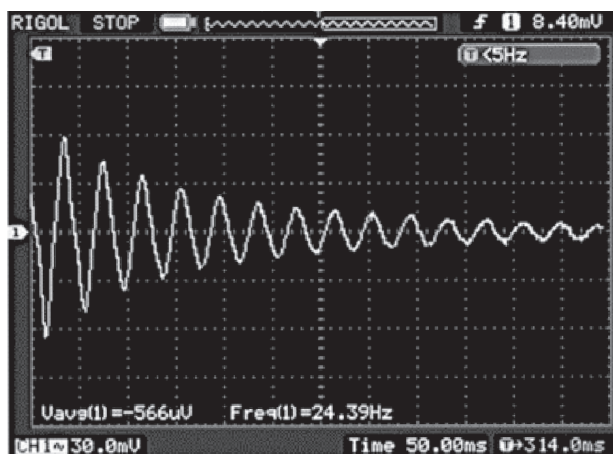


Рис. 2. Осциллограмма, соответствующая виброскорости при электромеханическом методе.

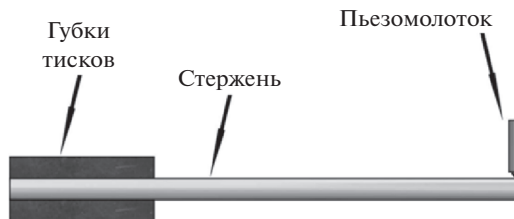


Рис. 3. Схема эксперимента на лазерном виброметре.

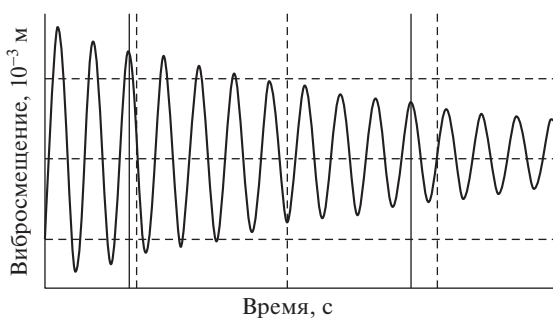


Рис. 4. График вибросмещений контрольной точки образца.

С целью верификации полученных результатов произведены испытания нескольких образцов методом лазерной виброметрии на лазерном сканирующем виброметре PSV-3D-500. Схема эксперимента представлена на рис. 3. Образец зажимается в губках массивных тисков, закрепленных на жестком основании. На свободном конце стержня располагается пьезомолоток, выполняющий в испытаниях две функции. Первая – обеспечение единичного ударного импульса закрепленным на конце стальным шариком, обеспечивающим точечное подведение ударного импульса. Вторая – обеспечение синхронизирующего импульса от пьезодатчика молотка для синхронизации сигнала, записываемого лазерным сканирующим виброметром.

Измерения проводились в нескольких контрольных точках на различных расстояниях от защемления. На рис. 4 представлена развертка вибросмещений одной из точек образца при свободных колебаниях. Амплитуда колебаний убывает по экспоненциальному закону. С помощью маркерных курсоров определяются амплитуды смещений, а также частоты при разных амплитудах.

Вывод об изохронности колебаний подтверждается при использовании метода лазерной виброметрии. Относительная ошибка при определении коэффициента внутреннего трения методом лазерной виброметрии составляет не более 3%.

**Результаты экспериментов и их анализ.** В экспериментах использовались образцы из сплава АМг-6, который состоит из алюминия почти на 94%. Все образцы имели практически одинаковые механические характеристики: модуль упругости  $E = 7.1 \times 10^{10}$  Па и объемную плотность  $\rho = 2640$  кг/м<sup>3</sup>. Эксперименты производились в воздушной среде при температуре 20°C.

Таблица 1. Результаты экспериментальных измерений и расчетов

Номер эксперимента	1	2	3	4	5	6	7
$l$ , м	0.640	0.570	0.375	0.357	0.365	0.335	0.454
$d$ , м	0.008	0.008	0.006	0.006	0.010	0.010	0.020
$m_0$ , кг/м	0.132	0.132	0.074	0.074	0.200	0.200	0.828
$J_x \times 10^{-10}$ , м <sup>4</sup>	2.000	2.000	0.635	0.635	4.900	4.900	78.500
$EJ_x$ , Н/м <sup>2</sup>	14.20	14.20	4.50	4.50	34.80	34.80	557.35
$\alpha_1$ , м <sup>-1</sup>	2.92	3.28	4.98	5.24	5.12	5.58	4.12
$p_1$ , с <sup>-1</sup>	88.4	111.5	193.4	214.0	345.8	410.7	440.0
$\nu_1$ , Гц	14.0	17.7	30.8	34.4	55.0	65.4	70.0
$\tilde{p}_1$ , с <sup>-1</sup>	77.8	96.1	160.9	178.6	259.5	349.9	389.0
$\tilde{\nu}_1$ , Гц	12.4	15.3	25.6	28.4	41.32	55.72	62.0
$\delta$	0.0940	0.1150	0.0866	0.0790	0.0760	0.0760	0.0760
$h_1$ , с <sup>-1</sup>	1.31	2.05	2.66	2.72	4.18	4.97	5.32
$\beta^* \times 10^{-5}$ с	33.5	32.9	14.2	11.8	7.0	5.9	5.5

Значения измеренных величин и результаты вычислений приведены в табл. 1.

По формуле (5) вычислены факторы затухания при различных частотах. График зависимости  $h_1(p_1)$  представлен на рис. 5. Затем по формуле (4) определены коэффициенты  $\beta^*$  в каждом случае.

На рис. 6 в виде графика представлена зависимость коэффициента внутреннего трения сплава АМг-6 от основной циклической частоты незатухающих колебаний.

Частотную зависимость  $h_1(p_1)$  можно достаточно точно аппроксимировать линейной функцией

$$h_1 = 0.0125p_1. \quad (7)$$

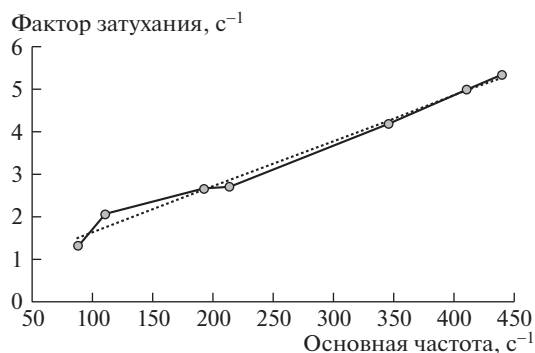


Рис. 5. Зависимость фактора затухания  $h_1$  сплава АМг-6 от циклической частоты  $p_1$ .

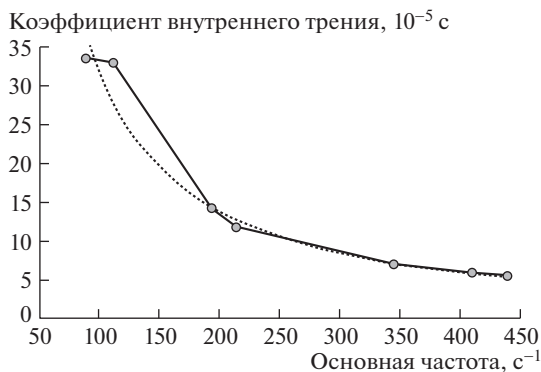


Рис. 6. Зависимость коэффициента внутреннего трения  $\beta^*$  сплава АМг-6 от циклической частоты  $p_1$ .

Коэффициент внутреннего трения для основной моды сплава АМг-6 соответствует гиперболическому закону

$$\beta^*(p_1) = 0.025p_1^{-1}, \quad (8)$$

который предлагается использовать при математическом моделировании вибрационных процессов консольных конструкций из сплава АМг-6.

**Заключение.** Результаты исследования позволяют уточнить гипотезу Фойгта применительно к вибрационным процессам в конструкциях из сплава АМг-6. Сформулируем выводы: **1.** Установлено, что фактор затухания низкочастотных колебаний испытуемых консольных образцов возрастает по линейному закону (7) в зависимости от циклической частоты  $p_1$ . **2.** Коэффициент внутреннего трения сплава АМг-6 убывает по гиперболическому закону (8) с возрастанием частоты собственных колебаний в герцевом диапазоне.

Результаты исследования позволяют существенно уточнить математические модели вибрационных процессов при проектировании консольных конструкций из алюминиевого сплава АМг-6.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа частично выполнена в рамках финансируемого государственного задания ИФПМ СО РАН, тема номер FWRW-2019-0035, и в рамках программы повышения конкурентоспособности ТПУ.

#### КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фриляндер И.Н. Алюминиевые сплавы в летательных аппаратах в периоды 1970–2000 и 2001–2015 гг. // Технология легких сплавов. 2002. № 4. С. 12.
2. Глушак Б.Л., Игнатова О.Н., Пушков В.А., Новиков С.А., Гирин А.С., Синицын В.А. Динамическое деформирование алюминиевого сплава АМг-6 при нормальной и повышенной температурах // Прикладная механика и техническая физика. 2000. Т. 41. № 6. С. 139.



3. Чувильдеев В.Н., Грязнов М.Ю., Копылов В.И., Сысоев А.Н., Овсянников Б.В., Флягин А.А. Механические свойства микрокристаллического алюминиевого сплава АМг-6 // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2008. № 4. С. 35.
4. Blanter M.S., Golovin I.S., Neuhauser H., Sinning H.-R. Internal Friction in Metallic Materials. A Handbook. Springer. 2007. 539 p.  
<https://doi.org/10.1007/978-3-540-68758-0>
5. Блантер М.С. Что такое внутреннее трение // Соросовский образовательный журнал. 2004. Т. 8. № 1. С. 80.
6. Безмогий И.М., Софинский А.Н., Чернягин А.Г. Отработка вибропрочности узлового модуля российского сегмента международной космической станции // Космическая техника и технологии. 2015. № 3 (10). С. 15.
7. Софинский А.Н. Система отработки вибропрочности: опыт применения и перспективы развития // Космическая техника и технологии. 2016. № 1 (12). С. 12.
8. Сапожников К.В., Голядин С.Н., Кустов С.Б. Амплитудная зависимость внутреннего трения и дефекта модуля Юнга поликристаллического индия // Физика твердого тела. 2010. Т. 52. № 1. С. 43.
9. Аржавитин В.М. Амплитудная зависимость внутреннего трения в сплаве Pb-62% Sn // Журнал технической физики. 2004. Т. 74. № 6. С. 43.
10. Zoghaib L., Mattei P.-O. Damping analysis of a free aluminum plate // Journal of Vibration and Control. 2015. V. 21. Is. 11. P. 2083.  
<https://doi.org/10.1177/1077546313507098>
11. Соковиков М.А., Симонов М.Ю., Билалов Д.А., Симонов Ю.Н., Наймарк О.Б. Локализация пластической деформации в сплаве АМг-6 при динамическом нагружении // Физическая мезомеханика. 2020. Т. 23. № 2. С. 45.  
<https://doi.org/10.24411/1683-805X-2020-12005>
12. Hanisch T., Richter I., Li Q. Диссипация энергии трения в контакте упругих тел под воздействием наложенных нормальных и касательных колебаний // Физическая мезомеханика. 2020. Т. 23. № 2. С. 67.  
<https://doi.org/10.24411/1683-805X-2020-12007>
13. Томилин А.К. Колебания электромеханических систем с распределенными параметрами. Изд-во ВКГТУ. Усть-Каменогорск, 2004. 286 с.
14. Кузнецов Ф.Ю. Электромагнитный способ частотного анализа поперечных колебаний стержня // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2020. № 66. С. 112.  
<https://doi.org/10.17223/19988621/66/9>
15. Лаврович Н.И. Собственные частоты колебаний стержней // Омский научный вестник. 2000. С. 106.