ПРОБЛЕМЫ МАШИНОСТРОЕНИЯ И НАДЕЖНОСТИ МАШИН 2021, № 4, с. 37–44

НАДЕЖНОСТЬ, ПРОЧНОСТЬ, ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ

УДК 539.3

АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КОМПОЗИЦИОННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК НА ОСНОВЕ УТОЧНЕННОЙ ТЕОРИИ С УЧЕТОМ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА

В. В. Фирсанов[1], Л. Х. Нгуен[1,2,*]

[1] Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

[2] Государственный технический университет им. Ле Куи Дона, Ханой, Социалистическая Республика Вьетнам

**e-mail: lehung.mai@mail.com*

Поступила в редакцию 30.09.2020 г.
После доработки 07.04.2021 г.
Принята к публикации 26.04.2021 г.

В настоящей статье представлена уточненная математическая модель напряженно-деформированного состояния многослойных композиционных цилиндрических оболочкек с учетом пьезоэлектрического эффекта. Перемещения и электрический потенциал оболочки представляются в виде полиномов по нормальной координате на две степени выше по отношению к классической теории типа Кирхгофа–Лява. Математическая модель электромеханического состояния композиционных оболочек получена с помощью вариационного принципа Лагранжа. Сформулированная краевая задача электроупругости решается путем сведения трехмерных уравнений к двумерным. Рассматривается пример расчета напряженного состояния типа “погранслой” композиционных цилиндрических оболочек с учетом пьезоэлектрического эффекта с симметричным и ассиметричным распределениями слоев под действием произвольной механической и электрической нагрузок.

Ключевые слова: композиционная цилиндрическая оболочка, уточненная теория, пьезоэлектрический эффект, напряженное состояние “погранслой”, электроупругость, электромеханическое состояние

DOI: 10.31857/S0235711921040039

На сегодняшний день большинство современных технических устройств, использующих пьезоэффект, создаются на базе однослойных или многослойных композиционных элементов. Это связано с тем, что такие устройства обладают низкой массой, высокой механической прочностью, повышенной чувствительностью и температурной стабильностью, высокой эффективностью преобразования электрической энергии в механическую, низкой себестоимостью и простотой конструкции. Особенно, пьезоэффекты активно исследуются и применяются в авиационных и космических отраслях. Композиционные пьезоэлементы используются на летательных аппаратах (ЛА) в виде корпусных элементов, панелей, в устройствах системы активного управления для адаптипных конструкций [1]. С помощью различных сенсоров и актюаторов, изготовленных из smart-материалов, ЛА можно обеспечить необходимое распределение аэродинамических нагрузок по размаху упругого крыла и получить оптимальные значения аэродинамических коэффициентов, уменьшить аэродинамические нагрузки на при маневрах и порывах ветра, подавить флаттер, снизить уровень вибраций [2]. Следовательно, использование композиционных пьезоэлементов помогает ЛА при гашении аэроупругих колебаний за счет повышения качества аэродинамики и эффективного управления их деформациями.

Основными расчетными схемами элементов конструкций ЛА являются тонкие пластинки и оболочки [3], находящиеся под действием различных факторов. В настоящее время инженерные расчеты напряженно-деформированного состояния (НДС) указанных элементов конструкций ЛА базируются на результатах классической теории пластин и оболочек типа Кирхгофа–Лява [4], Тимошенко–Рейсснера [5]. В работах [6–8] и др. показано, что расчеты по классической теории не дают удовлетворительного соответствия с практикой из-за наличия дополнительных напряжений типа “погранслой” при исследовании НДС не только изотропных пластин, оболочек в узких краевых зонах искажения, но и оболочек, выполненных из анизотропных, в том числе композиционных материалов.

Вместе с тем, технический прогресс и внедрение новых технологий предъявляют повышенные требования к более точным моделям для описания поведения пластин и оболочек. В последнее время предложены новые методы расчета НДС тонкостенных конструкций. Численные методы, основанные на методе конечных элементов (МКЭ), используются [9] в виде известных программных пакетов Ansys, Nastran, ACELAN и др. для моделирования НДС конструкции на электронно-вычислительных машинах (ЭВМ). Среди аналитических подходов можно назвать: теории сдвиговых деформаций первых, третьих и высших порядков (FSDT, TSDT и HSDT) [9], методы асимптотического интегрирования дифференциальных уравнений трехмерной теории упругости [10], метод простых итераций [11], метод конечных разностей [7], метод собственных функций [12] и др. Один из подходов к построению уточненной теории, называемый в [13] энергетически согласованным, заключается в разложении искомых перемещений в полиноминальные ряды по нормальной координате и последующем применении вариационного принципа Лагранжа.

В настоящей статье в рамках указанного подхода [13] разработана уточненная математическая модель НДС многослойной композиционной цилиндрической оболочки с учетом пьезоэлектрического эффекта с симметричным и ассиметричным распределениями слоев под действием произвольной механической и электрической нагрузок. Указанная математическая модель, по сравнению с классической теорией, дает более достоверные результаты, так как позволяет учесть НДС типа “погранслой” вблизи жестко закрепленных краев пластин и оболочек.

Электромеханическое состояние композиционной цилиндрической оболочки с учетом пьезоэффекта. Композиционная оболочка рассматривается как трехмерное твердое тело, отнесенное к триортогональной криволинейной системе координат ξ, θ, z и находится под действием произвольных механических нагрузок $q_{i3} = q_{i3}^{\pm}(\xi, \theta)$, $(i = 1, 2, 3)$ и электрических потенциалов $\varphi_i = \varphi^{\pm}(\xi, \theta)$ (рис. 1). Оболочка имеет длину L, толщину $2h$, радиус R и состоит из N слоев. Угол армирования каждого слоя k обозначим через β_k.

Перемещения и электрический потенциал оболочки представляются в виде разложений по нормальной координате [13, 14]

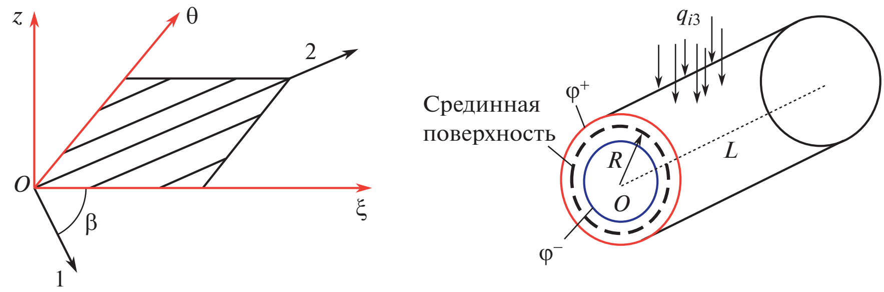

Рис. 1. Пьезокомпозиционная цилиндрическая оболочка.

$$
\begin{aligned}
u(\xi,\theta,z) &= u_0(\xi,\theta) + u_1(\xi,\theta)z + u_2(\xi,\theta)\frac{z^2}{2!} + u_3(\xi,\theta)\frac{z^3}{3!},\\
v(\xi,\theta,z) &= v_0(\xi,\theta) + v_1(\xi,\theta)z + v_2(\xi,\theta)\frac{z^2}{2!} + v_3(\xi,\theta)\frac{z^3}{3!},\\
w(\xi,\theta,z) &= w_0(\xi,\theta) + w_1(\xi,\theta)z + w_2(\xi,\theta)\frac{z^2}{2!},\\
\varphi(\xi,\theta,z) &= \varphi_0(\xi,\theta) + \varphi_1(\xi,\theta)z + \varphi_2(\xi,\theta)\frac{z^2}{2!}.
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Деформации оболочки определяются как

$$
\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_\xi, \varepsilon_\theta, \varepsilon_z, \gamma_{\xi\theta}, \gamma_{\xi z}, \gamma_{\theta z}\}^T, \tag{2}
$$

где, компоненты деформаций находятся с помощью геометрических соотношений

$$
\begin{aligned}
&\varepsilon_\xi = \frac{1}{R}\frac{\partial u}{\partial \xi}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{1}{R+z}\left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w\right), \quad \gamma_{\xi\theta} = \frac{1}{R}\frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{1}{R+z}\frac{\partial u}{\partial \theta},\\
&\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \gamma_{\xi z} = \frac{1}{R}\frac{\partial w}{\partial \xi} + \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \gamma_{\theta z} = \frac{1}{R+z}\frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{v}{R+z}.
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Уравнения напряженного состояния оболочки при деформации k-го слоя [15, 16] с учетом сопряженного электрического поля в локальной системе координат $O123$ (рис. 1) можно записать в виде [14, 17]

$$
\begin{aligned}
\left\{\sigma_{123}^{(k)}\right\} &= \left[C^{(k)}\right]\left\{\varepsilon_{123}^{(k)}\right\} - \left[e_{123}^{(k)}\right]^T\left\{E_{123}^{(k)}\right\},\\
\left\{D_{123}^{(k)}\right\} &= \left[e_{123}^{(k)}\right]\left\{\varepsilon_{123}^{(k)}\right\} + \left[\mu_{123}^{(k)}\right]^T\left\{E_{123}^{(k)}\right\},
\end{aligned}
\tag{4}
$$

где $\sigma_{123}^{(k)} = \left\{\sigma_{11}^{(k)}, \sigma_{22}^{(k)}, \sigma_{33}^{(k)}, \sigma_{12}^{(k)}, \sigma_{23}^{(k)}, \sigma_{31}^{(k)}\right\}$ – вектор напряжения k-го слоя оболочки, $\varepsilon_{123}^{(k)} = \left\{\varepsilon_{11}^{(k)}, \varepsilon_{22}^{(k)}, \varepsilon_{33}^{(k)}, \gamma_{12}^{(k)}, \gamma_{23}^{(k)}, \gamma_{31}^{(k)}\right\}$ – вектор деформации k-го слоя, определяемый по формуле $\left\{\varepsilon_{123}^{(k)}\right\} = \{\varepsilon\}\left\{\sigma_{123}^{(k)}\right\}$, $C^{(k)} = C_{ij}^{(k)}$, $(i = \overline{1,6},\ j = \overline{1,6})$ – симметричная матрица жесткости k-го слоя, $D_{123}^{(k)} = \left\{D_{11}^{(k)}, D_{22}^{(k)}, D_{33}^{(k)}\right\}$ – вектор электрической индукции, $E_{123}^{(k)} = \left\{E_{11}^{(k)}, E_{22}^{(k)}, E_{33}^{(k)}\right\}$ – вектор напряженности электрического поля k-го слоя, $e_{123}^{(k)} = e_{ij}^{(k)}$ $(i = \overline{1,3},\ j = \overline{1,6})$ – матрица пьезоэлектрических постоянных k-го слоя, $\mu_{123}^{(k)} = \mu_{ij}^{(k)}$

$(i = \overline{1, 3},\ j = \overline{1, 3})$ – симметричная матрица диэлектрических проницаемостей при нулевой деформации k-го слоя оболочек.

Электромеханическая связь k-го слоя в общей системе координат $O\xi\theta z$ определяется следующей формулой

$$\begin{gathered}\left\{\sigma_{\xi\theta z}^{(k)}\right\} = \left[T_2^{(k)}\right]^T \left[C^{(k)}\right]\left[T_2^{(k)}\right]\{\varepsilon\} - \left[e_{\xi\theta z}^{(k)}\right]^T \left\{E_{\xi\theta z}^{(k)}\right\}, \\ \left\{D_{\xi\theta z}^{(k)}\right\} = \left[e_{\xi\theta z}^{(k)}\right]\{\varepsilon\} + \left[\mu_{\xi\theta z}^{(k)}\right]^T \left\{E_{\xi\theta z}^{(k)}\right\}.\end{gathered} \tag{5}$$

Здесь $\left[T_2^{(k)}\right]$ – матрица перехода [18], принимаемая в виде

$$\left[T_2^{(k)}\right] = \begin{bmatrix} \cos^2\beta^{(k)} & \sin^2\beta^{(k)} & 0 & 0 & 0 & \sin\beta^{(k)}\cos\beta^{(k)} \\ \sin^2\beta^{(k)} & \cos^2\beta^{(k)} & 0 & 0 & 0 & -\sin\beta^{(k)}\cos\beta^{(k)} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\beta^{(k)} & -\sin\beta^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin\beta^{(k)} & \cos\beta^{(k)} & 0 \\ -\sin 2\beta^{(k)} & \sin 2\beta^{(k)} & 0 & 0 & 0 & \cos^2\beta^{(k)} - \sin^2\beta^{(k)} \end{bmatrix} \tag{6}$$

и $\left\{\sigma_{\xi\theta z}^{(k)}\right\} = \left\{\sigma_\xi^{(k)}, \sigma_\theta^{(k)}, \sigma_z^{(k)}, \sigma_{\xi\theta}^{(k)}, \sigma_{\xi z}^{(k)}, \sigma_{\theta z}^{(k)}\right\}^T$, $D_{\xi\theta z}^{(k)} = \left\{D_\xi^{(k)}, D_\theta^{(k)}, D_z^{(k)}\right\} = D_{123}^{(k)}$, $e_{\xi\theta z}^{(k)} = e_{123}^{(k)}$, $\mu_{\xi\theta z}^{(k)} = \mu_{123}^{(k)}$, $E_{\xi\theta z}^{(k)} = \left\{E_\xi^{(k)}, E_\theta^{(k)}, E_z^{(k)}\right\} = E_{123}^{(k)}$ – электроупругостные параметры k-го слоя оболочки в общей системе координат $O\xi\theta z$.

Уравнения Максвелла для электрического поля в материальных средах, пренебрегая в них магнитными эффектами, можно привести к уравнениям электростатики. Отсюда следует, что вектор напряженности можно выразить [15, 19] через потенциал φ

$$E_\xi^{(k)} = -\frac{\partial\varphi}{A_1\partial\xi}, \quad E_\theta^{(k)} = -\frac{\partial\varphi}{A_2\partial\theta}, \quad E_z^{(k)} = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}, \tag{7}$$

где $A_1 = R$, $A_2 = 1 + z/R$ – параметры Ламе цилиндрической оболочки.

Обозначая электрический потенциал, действующий на верхнюю и нижнюю поверхности оболочки через φ^+ и φ^-, соответственно, из четвертого равенства системы (1) получим

$$\varphi_1 = \frac{\varphi^+ - \varphi^-}{2h}, \quad \varphi_2 = -\frac{\varphi_0}{h^2} + \frac{\varphi^+ + \varphi^-}{2h^2}. \tag{8}$$

Для построения основных уравнений теории цилиндрических оболочек с учетом пьезоэлектрического эффекта используется вариационный принцип Лагранжа [20]

$$\delta U - \delta A = 0. \tag{9}$$

В уравнении (9) вариация потенциальной энергии δU, состоящая из энергий механической деформации и электрического поля, определяется как

$$\delta U = \sum\int(\sigma\delta\varepsilon + D\delta E)dV. \tag{10}$$

Работа внешних нагрузок представляется суммой работ механических нагрузок и электрических зарядов Q на поверхностях оболочки, в результате вариация δA находится по формуле

$$\delta A = \sum\int q_{i3}(\delta u_i + \delta v_i + \delta w_i)dS + \sum\int Q\delta\varphi dS. \tag{11}$$

Подставляя выражения (10) и (11) в равенство (9), получим систему уравнений равновесия теории композиционных цилиндрических оболочек в перемещениях и потенциалах с учетом пьезоэлектрического эффекта

$$\frac{\partial N_{11}^{(0)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{21}^{(0)}}{\partial \theta} = 0,$$

$$\frac{\partial N_{11}^{(i)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{21}^{(i)}}{\partial \theta} - RN_{13}^{(i-1)} = 0, \quad (i = \overline{1, 3}),$$

$$\frac{\partial N_{12}^{(0)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{22}^{(0)}}{\partial \theta} + N_{23}^{(0)} = 0,$$

$$\frac{\partial N_{12}^{(i)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{22}^{(i)}}{\partial \theta} + N_{23}^{(i)} - RN_{23}^{(i-1)} - iN_{23}^{(i)} = 0, \quad (i = \overline{1, 3}), \tag{12}$$

$$\frac{\partial N_{13}^{(0)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{23}^{(0)}}{\partial \theta} - N_{22}^{(0)} + Rp_z^{(0)} = 0,$$

$$\frac{\partial N_{13}^{(j)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{23}^{(j)}}{\partial \theta} - N_{22}^{(j)} - RN_{33}^{(j-1)} + Rp_z^{(j)} = 0, \quad (j = \overline{1, 2}),$$

$$\frac{\partial (h^2 ND_1^{(0)} - ND_1^{(2)})}{\partial \xi} + \frac{\partial (h^2 ND_2^{(0)} - ND_2^{(2)})}{\partial \theta} - 2ND_3^{(1)} = 0.$$

Воспользовавшись стандартными краевыми условиями трехмерной теории электроупругости [8], получим соответствующие краевые условия при стандартном закреплении краев оболочки:

1) на жестко защемленном краю: $u_i = v_i = w_i = 0$, $\varphi_0 = 0$, $(i = \overline{1, 3})$;

2) на шарнирно защемленном краю: $N_{11}^{(j)} = 0$, $(j = \overline{0, 3})$, $v_i = w_i = 0$ $\varphi_0 = 0$, $(i = \overline{1, 3})$;

3) на свободном краю: $N_{11}^{(i)} = N_{12}^{(i)} = N_{13}^{(i)} = 0$, $\varphi_0 = 0$, $(i = \overline{0, 3})$.

Здесь $N_{ij}^{(k)}$ $(i = \overline{1, 3},\ j = \overline{1, 3},\ k = \overline{0, 3})$ — механические усилия и моменты, $ND_i^{(k)}$ $(i = \overline{1, 3},\ k = \overline{0, 2})$ — электрические усилия и моменты, для которых приняты следующие обозначения:

$$\left(N_{11}^{(i)}, N_{12}^{(i)}, N_{13}^{(i)}\right) = \sum_{k=1}^{n+2} \int_{-h}^{h} (\sigma_\xi, \sigma_{\xi\theta}, \sigma_{\xi z}) \frac{z^i}{i!} dz, \quad \left(i = \overline{0, 3}\right),$$

$$\left(N_{22}^{(i)}, N_{21}^{(i)}, N_{23}^{(i)}\right) = \sum_{k=1}^{n+2} \int_{-h}^{h} (\sigma_\theta, \sigma_{\xi\theta}, \sigma_{\theta z}) \frac{z^i}{i!} dz, \quad \left(i = \overline{0, 3}\right),$$

$$N_{33}^{(j)} = \sum_{k=1}^{n+2} \int_{-h}^{h} \sigma_z \frac{z^j}{j!} dz, \quad \left(j = \overline{0, 2}\right),$$

$$ND_1^{(i)} = \sum_{k=1}^{n+2} \int_{-h}^{h} D_1 \left(1 + \frac{z}{R}\right) \frac{z^i}{i!} dz, \quad ND_2^{(i)} = \sum_{k=1}^{n+2} \int_{-h}^{h} D_2 \frac{z^i}{i!} dz, \quad \left(i = \overline{0, 2}\right), \tag{13}$$

$$ND_3^{(i)} = \sum_{k=1}^{n+2} \int_{-h}^{h} D_3 \left(1 + \frac{z}{R}\right) \frac{z^i}{i!} dz, \quad (i = \overline{0, 2}),$$

$$p_z^{(i)} = q_{33}^{+}(\xi,\theta)\left(1+\frac{h}{R}\right)\left(\frac{h^i}{i\,!}\right) - q_{33}^{-}(\xi,\theta)\left(1-\frac{h}{R}\right)\left(\frac{(-h)^i}{i\,!}\right), \quad \left(i = \overline{0,3}\right).$$

Решение краевой задачи. Рассматривается замкнутая круговая композиционная цилиндрическая оболочка, края которой жестко защемлены. Для приведения краевой задачи (12)–(13) к системе обыкновенных дифференциальных уравнений используются разложения перемещений и электрических потенциалов в тригонометрические ряды по окружной координате θ вида

$$q(\xi,\theta) = \sum_{m=1}^{\infty} Q_m(\xi)\cos(m\theta) + Q_0(\xi),$$

$$u_i(\xi,\theta) = \sum_{m=1}^{\infty} U_i(\xi)\cos(m\theta) + U_{i0}(\xi), \quad i = \overline{0,3},$$

$$v_i(\xi,\theta) = \sum_{m=1}^{\infty} V_k(\xi)\sin(m\theta) + V_{i0}(\xi), \quad i = \overline{0,3}, \tag{14}$$

$$w_j(\xi,\theta) = \sum_{m=1}^{\infty} W_j(\xi)\cos m\theta + W_{j0}(\xi), \quad j = \overline{0,2},$$

$$\varphi(\xi,\theta) = \sum_{m=1}^{\infty} \varphi_m(\xi)\cos(m\theta) + \varphi_0(\xi).$$

После подстановки разложений (14) в уравнения (12) и краевые условия $u_i = v_i = w_i = 0$, $\varphi_0 = 0$, $(i = \overline{1,3})$, находим систему обыкновенных дифференциальных уравнений для функций u_{im}, v_{im}, w_{lm}, φ_{lm}, $i = \overline{0,3}$, $l = \overline{0,2}$, $m = 1, 2, 3\ldots$, которые здесь не приводятся по причине их громоздкости.

Пример расчета. В качестве примера рассматривается замкнутая цилиндрическая композиционная оболочка из smart-материала PZT-4 радиусом $R = 0.25$ м, длиной $L = 4R$, относительной толщиной $2h/R = 1/50$. Электроупругостные характеристики материала: модули Юнга $Y_1 = Y_2 = 81.3$ (GPa) и $Y_3 = 64.5$ (GPa), коэффициенты Пуасона $v_{12} = 0.329$ и $v_{13} = v_{23} = 0.432$, модули сдвига $G_{12} = 30.6$ (GPa) и $G_{13} = G_{23} = 25.6$ (GPa), пьезоэлектрические константы: $e_{31} = e_{32} = -5.20$ ($\mathrm{Cm^{-1}}$), $e_{33} = 15.08$ ($\mathrm{Cm^{-2}}$) и $e_{15} = e_{24} = 0$, диэлектрические проницаемости: $\mu_{11} = 5.62$ (10^{-9} $\mathrm{Fm^{-1}}$) и $\mu_{22} = \mu_{33} = 6.46$ (10^{-9} $\mathrm{Fm^{-1}}$). Оболочка состоит из шести слоев и находится под действием нагрузок в двух вариантах: 1) механическая нагрузка $q_{33}^{+}(\xi,\theta) = Q_0(\xi)\cos(2\theta)$, 2) электрический потенциал $\varphi^{+}(\xi,\theta) = V_0(\xi)\cos(2\theta)$.

Результаты вычисления нормальных напряжений на жестко защемленном краю оболочки, имеющей симметричное и антисимметричное распределения слоев показаны на рис. 2, 3.

Анализ полученных результатов распределения напряжений по толщине оболочки показывает, что в первом варианте на жестко защемленном краю поперечные нормальные и касательные напряжения σ_z, $\sigma_{\xi z}$ составляют примерно 60 и 28% от максимальных нормальных напряжений при симметричном распределении слоев [0/90°/0/0/90°/0], а при антисимметричном распределении слоев [0/90°/–90°/90°/–90°/0] – 65 и 30%, соответственно.

Аналогично, во втором варианте на жестко защемленном краю поперечные нормальные и касательные напряжения σ_z, $\sigma_{\xi z}$ составляют примерно 28 и 8% от максимальных нормальных напряжений при симметричном распределении сло-

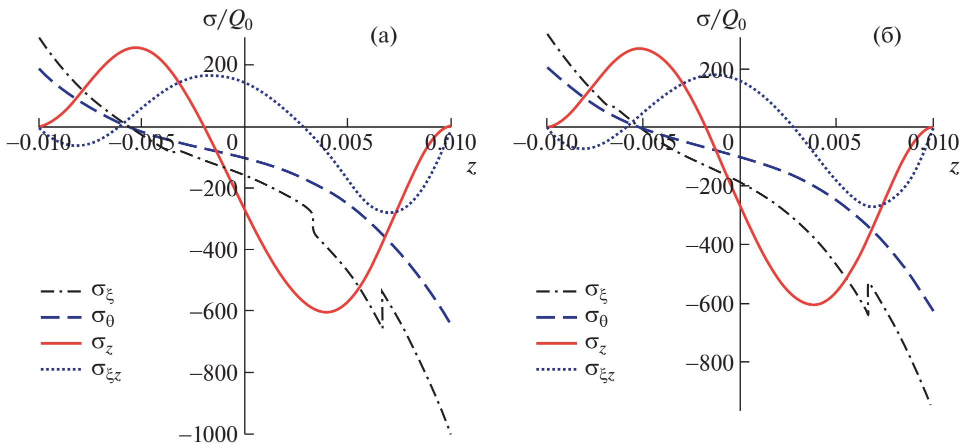

Рис. 2. Распределение напряжений по толщине на краю в первом варианте: (а) – при симметричном распределении слоев [0/90°/0/0/90°/0]; (б) – при антисимметричном распределении слоев [0/90°/–90°/90°/–90°/0].

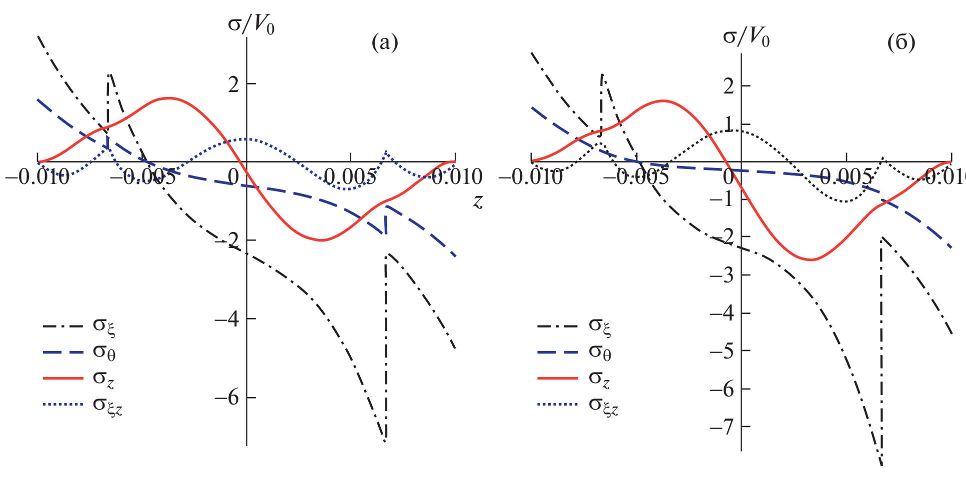

Рис. 3. Распределение напряжений по толщине на краю во втором варианте: (а) – при симметричном распределении слоев [0/90°/–90°/–90°/90°/0]; (б) – при антисимметричном распределении слоев [0/45°/–45°/45°/–45°/0].

ев [0/90°/–90°/–90°/90°/0], а при антисимметричном распределении слоев [0/45°/–45°/45°/–45°/0] –32 и 12%, соответственно.

Расчеты напряженного состояния в зонах, удаленных от краев оболочки, показали, что поперечные нормальные напряжения, как и следовало ожидать, малы по сравнению с остальными напряжениями, что позволяет ими пренебречь.

Заключение. На основании уточненной теории построена математическая модель электромеханического состояния композиционных цилиндрических оболочек под действием произвольных нагрузкок с учетом пьезоэлектрического эффекта.

Приведены примеры расчетов напряженного состояния замкнутой цилиндрической композиционной оболочки под действием механических и электрических нагрузок с симметричным и ассиметричным распределениями слоев. Установлено, что в зонах жесткого закрепления имеют место дополнительные поперечные нормальные и касательные напряжения типа “погранслой”, которые необходимо учитывать при расчете прочности и долговечности непрерывных соединений элементов конструкций.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Baker A., Dutton St., Kelly D.* Composite materials for aircraft structures. Publisher: AIAA Inc, 2004. 603 p.
2. *Гришанина Т.В., Шклярчук Ф.Н.* Динамика управляемых конструкций. М.: Изд-во МАИ, 2007. 326 с.
3. *Гольденвейзер А.Л.* Теория упругих тонких оболочек. М.: Наука, 1976. 512 с.
4. *Friedrlchs K.O.* Kirchoff's boundary conditions and the edge effect for elastic plates // Proc. Sympos. Appl. Math. 1950. V. 3. P. 258.
5. *Timoshenko S.P., Voinovsky-Krieger S.* Theory of plates and shells. McGrawHill, 1959. 591 p.
6. *Фирсанов В.В., Чан. Н.Д.* Энергетически согласованная теория цилиндрических оболочек // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2011. № 6. С. 49.
7. *Фирсанов В.В., Фам В.Т.* Напряженно-деформированное состояние сферической оболочки под действием произвольной нагрузки на основе неклассической теории // Проблемы прочности и пластичности. 2019. Т. 81. № 3. С. 64.
8. *Firsanov V.V., Doan T.N.* Investigation of the statics and free vibrations of cylindrical shells on the basis of a nonclassical theory // Composites: Mechanics. 2015. V. 6. Iss. 2. P. 135.
9. *Reddy J.N.* Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis. CRC Press, 2004. 831 p.
10. *Гольденвейзер А.Л.* Построение приближенной теории оболочек при помощи асимптотического интегрирования уравнений теории упругости // Прикладная математика и механика. 1963. Т. 27. № 4. С. 593.
11. *Зверяев Е.М., Олехова Л.В.* Итерационная трактовка полуобратного метода Сен-Венана при построении уравнений тонкостенных элементов конструкций из композиционного материала // Труды МАИ. 2015. № 79. С. 27.
12. *Улитко А.Ф.* Метод собственных векторных функций в пространственных задачах теории упругости. Киев: Наукова думка, 1979. 262 с.
13. *Васильев В.В., Лурье С.А.* К проблеме уточнения теории пологих оболочек // Известия АН СССР. Механика твердого тела. 1990. № 6. С. 139.
14. *Xiao-Hong Wu, Chongqing Chen, Ya-Peng Shen, Xiao-Geng Tian.* A high order theory for functionally graded piezoelectric shells // International Journal of Solids and Structures. 2002. № 39 (20). P. 5325.
15. *Партон В.З., Кудрявцев Б.А.* Электромагнитоупругость пьезоэлектрических и электропроводных тел. М.: Наука, 1998. 470 с.
16. *Tzou H.S.* Piezoelectric Shells, Distributed Sensing and Control of Continua. 1993. ISBN 978-94-010-4784-5.
17. *Димитриенко Ю.И., Морозов А.Н., Соколов А.П., Ничеговский Е.С.* Моделирование эффективных пьезоэлектроупругих композиционных материалов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2010. № 3. С. 86.
18. *Амбарцумян С.А.* Теория анизотропных пластин. М.: Наука, 1967. 68 с.
19. *Гринченко В.Т., Улитко А.Ф., Шульга Н.А.* Электроупругость. Киев: Наукова думка, 1989. Т. 5. 280 с.
20. *Власов В.З.* Общая теория оболочек. Избранные труды. Общая теория оболочек. М.: АН СССР, 1962. Т. 1. 528 с.