

МЕХАНИКА МАШИН

УДК 51: 621.891

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СМАЗОЧНОГО МАТЕРИАЛА В ОПОРЕ
СКОЛЬЖЕНИЯ С ПЛАВКИМ ПОКРЫТИЕМ И УЧЕТОМ ЗАВИСИМОСТИ
ВЯЗКОСТИ ОТ ДАВЛЕНИЯ ПРИ НЕПОЛНОМ ЗАПОЛНЕНИИ
РАБОЧЕГО ЗАЗОРА**

© 2021 г. Д. У. Хасьянова^{1,*}, М. А. Мукутадзе^{2,**},
А. М. Мукутадзе², Н. С. Задорожная²

¹ *Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия*

² *Ростовский государственный университет путей сообщения, Ростов-на-Дону, Россия*

**e-mail: dinara.khasyanova@mail.ru*

***e-mail: murman1963@yandex.ru*

Поступила в редакцию 05.02.2021 г.

После доработки 11.06.2021 г.

Принята к публикации 24.06.2021 г.

В статье представлено асимптотическое и точное автомодельное решение для нулевого (без учета расплава) и первого (с учетом расплава) приближения клиновидной опоры скольжения адаптированного к условиям трения опорным профилем ползуна и легкоплавким металлическим покрытием поверхности направляющей при учете зависимости реологических свойств смазочного материала и расплава, которые обладают при ламинарном режиме течения истинно-вязкими свойствами от давления. Получены аналитические зависимости для профиля расплавленной поверхности легкоплавкого металлического покрытия направляющей, а также для поля скоростей и давлений при нулевом и первом приближении.

Ключевые слова: гидродинамика, опора скольжения (ползун, направляющая), вязкий несжимаемый жидкий смазочный материал, расплавленная поверхность направляющей, зависимость вязкости смазочного материала от давления, нестандартная опорная поверхность ползуна

DOI: 10.31857/S0235711921050084

Разработке расчетной модели упорных подшипников скольжения с легкоплавким покрытием посвящено значительное количество работ [1–5]. Однако процесс смазывания на расплавах покрытий не является самоподдерживающимся процессом. Для обеспечения самоподдерживающегося процесса смазывания подшипников скольжения возникает необходимость не только в наличии легкоплавкого покрытия на одной из контактных поверхностей, но и постоянного наличия смазочного материала, которое можно обеспечить при постоянной его подаче или пористым покрытием на другой контактной поверхности [6–8], а также нестандартным опорным профилем.

В настоящей статье для обеспечения самоподдерживающегося процесса и гидродинамического режима течения приводится расчетная модель клиновидной опоры скольжения “ползун–направляющая” с нестандартным опорным профилем ползуна и легкоплавким покрытием поверхности направляющей. Определены основные рабочие характеристики рассматриваемой пары трения – несущая способность и сила трения. Дана оценка влияния параметров, обусловленных расплавом покрытия, адаптированным к условиям трения опорным профилем и параметре, характеризующем за-

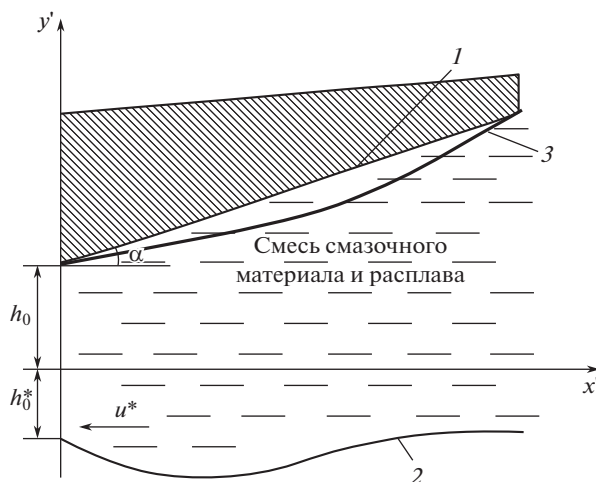


Рис. 1. Рабочая схема: 1 – контур наклонного ползуна (пяты); 2 – контур расплавленного подпятника; 3 – контур нестандартного опорного профиля.

висимость вязкости смазочного материала от давления на несущую способность и силу трения.

Методика расчета. Рассматривается движение вязкой жидкости и расплава покрытия в рабочем зазоре клиновидной опоры скольжения. При этом направляющая с легкоплавким покрытием перемещается со скоростью u^* , а наклонный ползун с нестандартным опорным профилем неподвижен (рис. 1).

Расчетная схема представлена в системе координат $x'o'y'$. Контуры наклонного ползуна с нестандартным опорным профилем и расплавленного покрытия поверхности направляющей обозначены следующим образом:

$$y' = h_0 + x' \operatorname{tg} \alpha^*, \quad y' = h_0 + x' \operatorname{tg} \alpha^* - a' \sin \omega' x' = h'(x'), \quad y' = -\lambda' f'(x'), \quad (1)$$

где α^* – угол между наклонным ползуном и осью Ox ; h_0 – толщина смазочного слоя в начальном сечении; a' и ω' – амплитуда возмущения и параметр адаптированного профиля ползуна соответственно.

Зависимость вязкости от давления задается следующим выражением

$$\mu' = \mu_0 e^{\tilde{\alpha} p'}, \quad (2)$$

где μ_0 – характерная вязкость; μ' – коэффициент динамической вязкости смазочного материала; p' – гидродинамическое давление в смазочном слое; $\tilde{\alpha}$ – постоянная.

Рассматриваются условия движения бесконечно широкого ползуна при следующих допущениях: 1) жидкая среда является несжимаемой жидкостью; 2) все тепло в рабочем зазоре идет на плавление поверхностью покрытия.

Исходными базовыми уравнениями являются общеизвестное уравнение для “тонкого слоя” движения смазочного материала с учетом (1), уравнение неразрывности, а также уравнение, описывающее профиль расплавленного контура покрытия поверхности направляющей с учетом скорости диссипации механической энергии

$$\begin{aligned} \frac{\partial p'}{\partial x'} = 0; \quad \mu' \frac{\partial^2 v_{x'}}{\partial y'^2} = \frac{dp'}{dx'}; \quad \frac{\partial v_{x'}}{\partial x'} + \frac{\partial v_{y'}}{\partial y'} = 0; \\ \frac{d\lambda' f'(x')}{dx'} u^* L' = -2\mu \int_{-\lambda' f'(x')}^{h'(x')} \left(\frac{\partial v_{x'}}{\partial y'} \right)^2 dy, \end{aligned} \quad (3)$$

где $v_{x'}$, $v_{y'}$ – компоненты вектора скорости смазочной среды; L' – удельная теплота плавления на единицу объема.

Граничные условия для исходного уравнения (3) с учетом общепринятых упрощений запишутся в виде

$$\begin{aligned} v_{x'} = 0, \quad v_{y'} = 0 \quad \text{при} \quad y = h_0 + x' \operatorname{tg} \alpha - a' \sin \omega x'; \\ v_{x'} = u^*, \quad v_{y'} = 0 \quad \text{при} \quad y = -\lambda' f'(x'); \\ p'(0) = p'(L) = p_a. \end{aligned} \quad (4)$$

Переход к безразмерным переменным осуществим соотношениями

$$\begin{aligned} x' = Lx, \quad y' = h_0 y, \quad v_{x''} = u^* v, \quad v_{y''} = u^* \frac{h_0}{L} u, \quad p' = p^* p, \\ \omega' = \omega L, \quad p^* = \frac{\mu u^* L}{h_0^*}, \quad \mu' = \mu_0 \mu, \quad \alpha = p^* \tilde{\alpha}. \end{aligned} \quad (5)$$

С учетом (5) уравнения (3) и граничные условия (4) примут вид

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = e^{-\alpha p} \frac{dp}{dx}; \quad \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0; \quad \frac{d\Phi(x)}{dx} = -K \int_{-\Phi(x)}^{h(x)} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 dy, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} v = 0, \quad u = 0 \quad \text{при} \quad y = 1 + \eta x - \eta_1 \sin \omega x = h(x); \\ v = -1, \quad u = 0 \quad \text{при} \quad y = -\Phi(x); \quad p(0) = p(1) = \frac{p_a}{p^*}; \end{aligned} \quad (7)$$

где $K = \frac{2\mu_0 u^* L}{h_0^* L'}$, $\eta = \frac{L \operatorname{tg} \alpha}{h_0}$, $\eta_1 = \frac{a'}{h_0}$, $\Phi(x) = \eta_1 f(x)$.

В результате преобразования система уравнения (6) примет вид

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = -\frac{1}{\alpha} \frac{dz}{dx}; \quad \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0; \quad z \frac{d\Phi(x)}{dx} = K \int_{-\Phi(x)}^{h(x)} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 dy, \quad (8)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} v = 0, \quad u = 0 \quad \text{при} \quad y = 1 + \eta x - \eta_1 \sin \omega x; \\ v = -1, \quad u = 0 \quad \text{при} \quad y = -\Phi(x); \quad z_1(0) = z_1(1) = e^{-\frac{\alpha p_a}{p^*}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Функцию $\Phi(x)$ разложим по параметру K , обусловленному расплавом поверхности покрытия направляющей

$$\Phi(x) = -\Phi_0(x) - K\Phi_1(x) - K^2\Phi_2(x) - K^3\Phi_3(x) - \dots = H(x). \quad (10)$$

Граничные условия для компонентов скорости на контуре $y = -\Phi(x)$ запишем в виде

$$\begin{aligned}
v(0 - H(x)) &= v(0) - \left. \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) \right|_{y=0} \cdot H - \left. \left(\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \right|_{y=0} \cdot H^2 + \dots = -1; \\
u(0 - H(x)) &= u(0) - \left. \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \right|_{y=0} \cdot H - \left. \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \right|_{y=0} \cdot H^2 + \dots = 0.
\end{aligned} \tag{11}$$

Асимптотическое решение системы уравнений (8)–(10) с учетом граничных условий (9) и (11) ищем в виде

$$\begin{aligned}
v(x, y) &= v_0(x, y) + K v_1(x, y) + K^2 v_2(x, y) + \dots; \\
u(x, y) &= u_0(x, y) + K u_1(x, y) + K^2 u_2(x, y) + \dots; \\
\Phi(x) &= \Phi_0(x) - K \Phi_1(x) - K^2 \Phi_2(x) - K^3 \Phi_3(x) - \dots; \\
z(x) &= z_0(x) + K z_1(x) + K^2 z_2(x) + K^3 z_3(x) + \dots
\end{aligned} \tag{12}$$

Выполняя подстановку (12) в систему уравнений (8) с учетом граничных условий (9), получим систему уравнений и граничные условия к ней:

– для нулевого приближения

$$\frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} = -\frac{1}{\alpha} \frac{dz_0}{dx}, \quad \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial u_0}{\partial y} = 0, \tag{13}$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned}
v_0 = 0, \quad u_0 = 0, \quad \text{при} \quad y = 1 + \eta x - \eta_1 \sin \omega x; \\
v_0 = -1, \quad u_0 = 0 \quad \text{при} \quad y = -\Phi(x); \quad z_0(0) = z_0(1) = e^{-\frac{\alpha L_0}{p^*}};
\end{aligned} \tag{14}$$

– для первого приближения

$$\frac{\partial^2 v_1}{\partial y^2} = -\frac{1}{\alpha} \frac{dz_1}{dx}; \quad \frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{\partial u_1}{\partial y} = 0; \quad -z_0 \frac{d\Phi_1(x)}{dx} = \int_{-\Phi(x)}^{h(x)} \left(\frac{\partial v_0}{\partial y} \right)^2 dy, \tag{15}$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned}
v_1 = \left. \left(\frac{\partial v_0}{\partial y} \right) \right|_{y=0} \cdot \tilde{\Phi}; \quad u_1 = \left. \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} \right) \right|_{y=0} \cdot \tilde{\Phi}; \\
v_1 = 0 \quad u_1 = 0 \quad \text{при} \quad h(x) = 1 + \eta x - \eta_1 \sin \omega x; \\
z_1(0) = z_1(1) = 0; \quad \Phi_1(0) = h_0^*.
\end{aligned} \tag{16}$$

Автомодельное решение системы (13) и (14) (для нулевого приближения) будем искать в виде

$$\begin{aligned}
v_0 = \frac{\partial \Psi_0}{\partial y} + V_0(x, y); \quad u_0 = -\frac{\partial \Psi_0}{\partial x} + U_0(x, y); \quad \Psi_0(x, y) = \tilde{\Psi}_0(\xi); \quad \xi = \frac{y}{h(x)}; \\
V_0(x, y) = \tilde{v}(\xi); \quad U_0(x, y) = \tilde{u}(\xi) h'(x).
\end{aligned} \tag{17}$$

Подставляя выражение (17) в систему уравнений (13) с учетом условий (14), получим систему уравнений и граничные условия к ней

$$\tilde{\Psi}_0''' = \tilde{C}_2, \quad \tilde{v}_0'' = \tilde{C}_1, \quad \tilde{u}_0' + \xi \tilde{v}_0' = 0; \quad \frac{dz_0}{dx} = -\alpha \left[\frac{\tilde{C}_1}{\tilde{h}^2(x)} + \frac{\tilde{C}_2}{\tilde{h}^3(x)} \right]; \tag{18}$$

$$\begin{aligned} \Psi'_0(0) = 0, \quad \Psi'_0(1) = 0, \quad \tilde{u}'_0(1) = 0; \quad \tilde{v}'_0(1) = 0; \\ \tilde{u}_0(0) = 0; \quad \tilde{v}_0(0) = -1; \quad \int_0^1 \tilde{v}_0(\xi) d\xi = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Выполняя интегрирование (18)–(19), получим расчетные формулы

$$\begin{aligned} \Psi'_0(\xi) = \frac{\tilde{C}_2}{2}(\xi^2 - \xi); \quad \tilde{v}_0(\xi) = \tilde{C}_1 \frac{\xi^2}{2} + \left(1 - \frac{\tilde{C}_1}{2}\right)\xi + 1; \\ \tilde{u}_0 = \frac{d\tilde{\Psi}}{d\xi} \frac{\varepsilon}{\tilde{h}(x)} + \frac{\xi v_0}{\eta} - \frac{1}{\eta} \int_0^\xi v_0(\xi) d\xi, \quad \tilde{C}_1 = 6. \end{aligned} \quad (20)$$

Из условия $z_0(0) = z_0(1) = e^{-\frac{\alpha P_0}{P^*}}$ для \tilde{C}_2 получим

$$\tilde{C}_2 = -6 \left(1 + \frac{\eta}{2} + \frac{\eta_1}{\omega} (\cos \omega - 1)\right). \quad (21)$$

С учетом (21) для z_0 получим

$$z_0 = -6\alpha \left(\frac{\eta}{2}(x^2 - x) + \frac{\eta_1}{\omega} (\cos \omega x - 1) - (\cos \omega - 1)x\right) + e^{-\frac{\alpha P_0}{P^*}}. \quad (22)$$

Для функции $\Phi_1(x)$, определяющей расплавленный контур опорного кольца, с учетом (20) получим

$$\frac{d\Phi_1(x)}{dx} = \frac{h(x)}{z_0} \int_0^1 \left(\frac{\Psi''_0(\xi)}{h^2(x)} + \frac{\tilde{v}'_0(\xi)}{h(x)} \right)^2 d\xi. \quad (23)$$

Выполняя интегрирование (23), получим

$$\Phi_1(x) = \frac{1}{\sup_{x \in [0;1]} \left[x - \frac{1}{2}\eta x^2 - \frac{\eta_1}{\omega} \cos \omega x \right]} + h_0^*; \quad (24)$$

$$\tilde{\Phi} = \sup_{x \in [0;1]} \Phi_1(x). \quad (25)$$

Автомодельное решение (15) и (16) будем искать так же, как и для системы уравнений (13) и (14). В результате для поля скоростей и давлений получим расчетные формулы

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}'_1(\xi) = \frac{\tilde{C}_2}{2}(\xi^2 - \xi), \quad \tilde{v}_1(\xi) = \tilde{C}_1 \frac{\xi^2}{2} + \left(1 - \frac{\tilde{C}_1}{2}\right)\xi + 1, \quad \tilde{C}_1 = 6M. \\ \tilde{C}_2 = -6M \left(1 + \frac{1}{2}\tilde{\eta} + \frac{\tilde{\eta}_1}{\omega} (\cos \omega - 1)\right) (1 + \tilde{\Phi}), \\ z_1 = \frac{-6\alpha M}{(1 + \tilde{\Phi})^2} \left(\frac{\tilde{\eta}}{2}(x^2 - x) - \frac{\tilde{\eta}_1}{\omega} (\cos \omega x - 1 - (\cos \omega - 1)x) \right), \end{aligned} \quad (26)$$

где $\tilde{\eta} = \frac{\eta}{1 + \tilde{\Phi}}$, $\tilde{\eta}_1 = \frac{\eta_1}{1 + \tilde{\Phi}}$,

$$M = \sup_{x \in [0;1]} \left| \left(\frac{\partial v_0}{\partial y} \right) \Big|_{y=0} \Phi_1(x) \right| = \sup_{x \in [0;1]} \left| \left(1 + 2\eta x + 4\eta_1 \sin \omega x - \frac{3}{2}\eta + \frac{3\eta_1}{\omega} (\cos \omega - 1) \right) \right| \tilde{\Phi}.$$

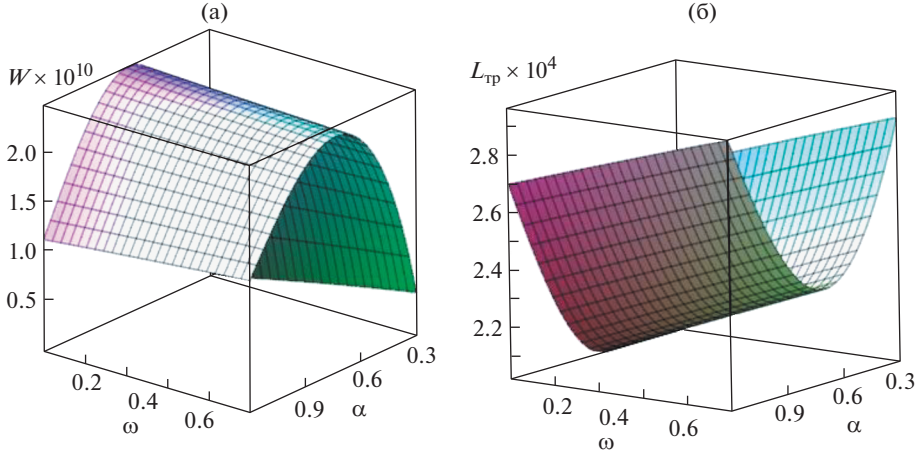


Рис. 2. Влияние параметров ω , характеризующего адаптированный профиль, и α , характеризующего вязкость на: несущую способность подшипника – (а); силу трения – (б).

Для $z = z_0 + Kz_1$ получим

$$z = -6\alpha A + e^{-\alpha \frac{p_a}{p^*}} - 6\alpha KM \cdot B, \quad (27)$$

где

$$A = -\left(\eta(x^2 - x) + \frac{\eta_1}{\omega}(\cos \omega x - 1) - x(\cos \omega - 1) \right);$$

$$B = \frac{\tilde{\eta}(x^2 - x) + \frac{\tilde{\eta}_1}{\omega}(\cos \omega x - 1 - x(\cos \omega - 1))}{(1 + \tilde{\Phi})^2}.$$

Применяя метод Тейлора для $e^{-\alpha \frac{p_a}{p^*}}$, $e^{-\alpha p}$, с точностью до $O(\alpha^3)$, $O\left(\frac{p_a}{p^*}\right)^2$ для гидродинамического давления получим

$$p = \frac{p_a}{p^*} - 6(A + KMB) \left(1 + \alpha \frac{p_a}{p^*} - \frac{\alpha^2}{2} \left(\frac{p_a}{p^*} \right)^2 \right). \quad (28)$$

С учетом (13), (15) и (28) для несущей способности и силы трения получим

$$W = p^* L \int_0^1 \left(p - \frac{p_a}{p^*} \right) dx = \frac{\mu_0 L^2 u^*}{h_0^2} \left(\frac{1 + KM}{(1 + \tilde{\Phi})^2} \right) \left(1 + \alpha \frac{p_a}{p^*} - \frac{\alpha^2}{2} \left(\frac{p_a}{p^*} \right)^2 \right);$$

$$L_{\text{тр}} = \mu \int_0^1 \left[\frac{\partial v_0}{\partial y} \Big|_{y=0} + K \frac{\partial v}{\partial y} \Big|_{y=0} \right] dx = \quad (29)$$

$$= \mu_0 \left(1 - \alpha p + \frac{\alpha^2 p^2}{2} \right) \left[1 - \frac{\eta}{2} - \frac{\eta_1}{\omega}(\cos \omega - 1) - K \tilde{\Phi} \left(1 - \eta - \frac{2\eta_1}{\omega}(\cos \omega - 1) \right) \right].$$

Численный анализ позволил построить зависимости влияния параметров ω , характеризующего адаптированный профиль, и α , характеризующего вязкость на несущую способность подшипника и силу трения (рис. 2).

Выводы. Для подшипника с клиновидным зазором и гидродинамическим смазыванием получена уточненная расчетная модель при учете зависимости вязкости смазочного материала и расплава покрытия, обладающих истинно вязкими реологическими свойствами, от давления при ламинарном режиме смазывания и адаптированного к условиям трения опорным профилем ползуна.

Показан значительный вклад параметров: α , характеризующего вязкость; K , обусловленного расплавом покрытия; ω , характеризующего адаптированный опорный профиль. Установлено, что несущая способность подобных опор скольжения превышает на 12–14% этот же параметр у стандартных подшипников скольжения. Коэффициент трения при этом ниже на 15–17%.

Заключение. Разработаны новые многопараметрические выражения для основных рабочих характеристик (несущая способность и сила трения) клиновидной опоры скольжения с учетом реологических свойств истинно вязкого смазочного материала и расплава поверхности направляющей, покрытой легкоплавким металлическим сплавом, с учетом адаптированного к условиям трения опорного профиля ползуна.

Дана оценка влияния параметров переменных факторов, обусловленных расплавом поверхности направляющей, адаптированным к условиям трения опорным профилем ползуна и зависимости вязкости смазочного материала от давления.

Полученные уточненные расчетные модели клиновидных опор скольжения позволяют в результате варьирования покрытия из легкоплавкого металлического покрытия и адаптированного к условиям трения опорного профиля ползуна регулировать соотношение его несущей способности и коэффициента трения.

Установлена удовлетворительная сходимость теоретических и экспериментальных исследований в подтверждение сделанных теоретических выводов, а также получена более упрощенная и точная модель клиновидных опор скольжения с результатами, выполненными в работах [9, 10]

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, проект RFMEFI60719X0300.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Уилсон Р. Смазка с расплавом // Проблемы трения и смазки. 1976. № 1. С. 19.
2. Беретта А., Ниро Д., Сильвестри Ф. Подшипники скольжения, смазываемые собственным расплавом или продуктом сублимации // Труды Америк. о-ва инж.-мех. 1992. № 1. С. 86.
3. Приходько В.М., Котельнищкая Л.И. Математическая модель гидродинамической смазки при плавлении опорной поверхности радиального подшипника // Трение и износ. 2001. Т. 22. № 6. С. 606.
4. Chapple W.M. Mechanics of thin-skinned fold-and-thrust belts // Bulletin of the Geological Society of America. 1978. V. 89. Is. 8. P. 1189.
[https://doi.org/10.1130/0016-7606\(1978\)89<1189:MOTFB>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1130/0016-7606(1978)89<1189:MOTFB>2.0.CO;2)
5. Parness A., Soto D., Esparza N., Gravish N., Wilkinson M., Autumn K., Cutkosky M. A microfabricated wedge-shaped adhesive array displaying gecko-like dynamic adhesion, directionality and long lifetime // Journal of the Royal Society Interface. 2009. V. 6. Is. 41. P. 1223.
<https://doi.org/10.1098/rsif.2009.0048>

6. *Kragelsky I.V.* Friction and wear. M.: Mechanical engineering, 1968.
7. *Mukutadze M.A., Khasyanova D.U.* Optimization of the supporting surface of a slider bearing according to the load-carrying capacity taking into account the lubricant viscosity depending on pressure and temperature // *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2018. V. 4. P. 356.
8. *Ахвердиев К.С., Лагунова Е.О., Василенко В.В.* Расчетная модель радиального подшипника, смазываемого расплавом, с учетом зависимости вязкости от давления // *Вестник ДГТУ*. 2017. № 3 (90). С. 27.
9. *Chigira M., Tsou C.-Y., Matsushi Y., Hiraishi N., Matsuzawa M.* Topographic precursors and geological structures of deep-seated catastrophic landslides caused by Typhoon Talas // *Geomorphology*. 2013. V. 201. P. 479.
<https://doi.org/10.1016/j.geomorph.2013.07.020>
10. *Mahato A., Guo Y., Sundaram N.K., Chandrasekar S.* Surface folding in metals: A mechanism for delamination wear in sliding. *Proceedings of the Royal Society A // Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 2014. V. 470. Is. 2169.
<https://doi.org/10.1098/rspa.2014.0297>