
МЕХАНИКА МАШИН

УДК 621.833.51

**КИНЕМАТИКА ПЛАНЕТАРНОЙ ПЕРЕДАЧИ ЭЛЛИПТИЧЕСКИМИ
ЗУБЧАТЫМИ КОЛЕСАМИ С ВНУТРЕННИМ ЗАЦЕПЛЕНИЕМ**© 2021 г. А. А. Приходько^{1,*}, А. И. Смелягин¹¹ *Кубанский государственный технологический университет, Краснодар, Россия***e-mail: sannic92@gmail.com*

Поступила в редакцию 18.02.2021 г.

После доработки 07.06.2021 г.

Принята к публикации 24.06.2021 г.

Рассматривается задача кинематического исследования планетарного механизма преобразования вращательного движения в возвратно-вращательное, которое обеспечивается за счет применения эллиптических зубчатых колес. Построены centroиды некруглых зубчатых колес с внутренними зубьями, находящихся в зацеплении с эллиптическими зубчатыми колесами, для различных значений межосевого расстояния. Проведен кинематический анализ планетарной передачи с некруглыми зубчатыми колесами, в результате которого найдены функции положения, аналогов скоростей и ускорений выходного вала механизма.

Ключевые слова: вращательное движение, возвратно-вращательное движение, эллиптические зубчатые колеса, centroида некруглого зубчатого колеса, планетарный механизм, кинематический анализ, аналог угловой скорости

DOI: 10.31857/S0235711921050096

Механические передачи с некруглыми зубчатыми колесами привлекают внимание исследователей и изобретателей благодаря своим значительным преимуществам по сравнению с рычажными аналогами: возможности реализации различных передаточных функций; высокой точности и скорости работы; компактной и надежной конструкции передачи. Несмотря на то, что проектирование таких механизмов встречается еще в трудах Леонардо да Винчи, долгое время практическое применение таких устройств было затруднено из-за отсутствия высокоточного металлообрабатывающего оборудования. В настоящее время повышается интерес исследователей к разработке различных механизмов с некруглыми зубчатыми колесами именно благодаря значительным достижениям в изготовлении различных типов некруглых передач: цилиндрических передач с внешним [1–8] и внутренним [9–11] зацеплением, а также конических передач [12].

Одним из перспективных направлений исследований передач с некруглыми зубчатыми колесами является синтез и анализ механизмов, реализующих возвратно-вращательное движение выходного звена [13]. В машиностроении для обеспечения данного вида движения применяются шарнирные четырехзвенники, а также кулисные механизмы [14], имеющие значительные габариты по сравнению с зубчатыми передачами. Также, в рычажных механизмах наблюдается неравномерность нагружения звеньев из-за изменения углов давления, приводящая к снижению надежности привода в целом.

Ранее [15] был представлен структурный синтез и кинематический анализ планетарной передачи с внешним зацеплением, в которой круглые колеса заменены на эл-

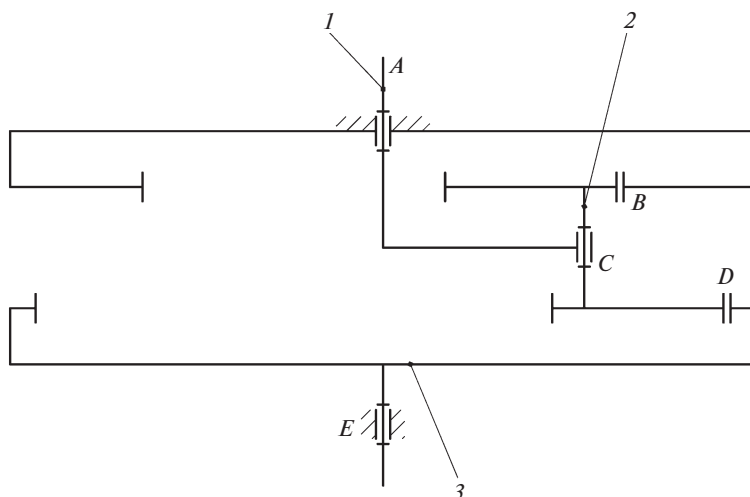


Рис. 1. Структурная схема планетарного механизма с некруглыми зубчатыми колесами.

липтические. Исследование кинематики показало, что переменная передаточная функция пары эллиптических зубчатых колес позволяет при равномерном вращении входного вала получить возвратно-вращательное движение выходного, а амплитуда возвратно-вращательных движений и характер передаточной функции определяются эксцентриситетами эллиптических зубчатых колес. В настоящей статье предлагается исследовать механизм возвратно-вращательного действия, в основе которого лежит схема планетарной передачи с двумя внутренними зацеплениями (рис. 1).

Механизм состоит из двухвершинных звеньев 1 , 3 и трехвершинного звена 2 , одноподвижных кинематических пар A , C , E и двухподвижных кинематических пар B и D . Замена цилиндрических зубчатых колес в традиционном планетарном механизме на эллиптические позволяет получить механизм с переменной передаточной функцией. Некруглые зубчатые колеса могут иметь различную форму, однако самыми распространенными на сегодняшний день являются эллиптические зубчатые колеса [16–18]. Это объясняется, в основном, широкими исследованиями их геометрии и кинематики [19–21], решением проблем их изготовления [22–24]. Для дальнейшего исследования и проектирования механизма возвратно-вращательного движения на базе предложенной структурной схемы, необходимо построить centroиды некруглых зубчатых колес с внутренними зубьями, находящиеся в зацеплении с эллиптическими зубчатыми колесами.

Построение centroид некруглых зубчатых колес с внутренними зубьями. Расчетная схема пары зубчатых колес “эллиптическое колесо с внешними зубьями—некруглое колесо с внутренними зубьями” показана на рис. 2.

Для построения centroиды зубчатого колеса 2 необходимо найти зависимость $\rho_2(\varphi_2)$. Отметим, что точка A является общей для звеньев 1 и 2 и ее скорость определится

$$V_A = \omega_1 \rho_1 = \omega_2 \rho_2, \quad (1)$$

где ω_1 , ω_2 — угловые скорости колес 1 и 2 ; ρ_1 , ρ_2 — радиусы centroид колес 1 и 2 .

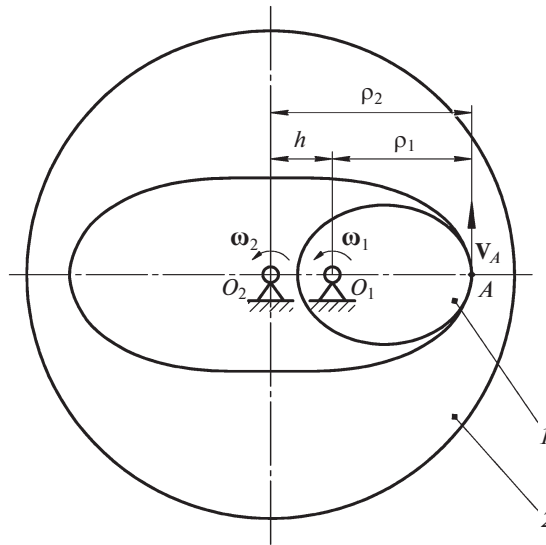


Рис. 2. Расчетная схема пары зубчатых колес: 1 – эллиптическое колесо с внешними зубьями; 2 – некруглое колесо с внутренними зубьями.

Из рис. 2 видно, что $\rho_2 = \rho_1 + h$. Преобразуем (1) и получим

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\rho_1}{\rho_1 + h}, \quad (2)$$

где h – межосевое расстояние.

Учитывая, что $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1}$, преобразуем уравнение (2) и получим выражение для определения угла поворота колеса с внутренними зубьями φ_2

$$\varphi_2 = \int \frac{\rho_1(\varphi_1)}{\rho_1(\varphi_1) + h} d\varphi_1. \quad (3)$$

Межосевое расстояние h выбирается из условия $\varphi_2 = n\varphi_1$, где $n = 2, 3, \dots$ – целое число. Таким образом, эллиптическое зубчатое колесо 1 совершает n оборотов за один оборот колеса с внутренними зубьями 2.

Радиус центроиды эллиптического колеса определяется из уравнения эллипса в полярных координатах [25, 26]

$$\rho_1(\varphi_1) = \frac{p}{1 - e \cos \varphi_1}, \quad (4)$$

где p – фокальный параметр эллипса; e – эксцентриситет.

Примеры передач эллиптическое зубчатое колесо с внешними зубьями – некруглое колесо с внутренними зубьями, имеющих различное межосевое расстояние, показаны на рис. 3.

Таким образом, уравнения (2)–(4) позволяют построить центроиды некруглых зубчатых колес с внутренними зубьями. В качестве примера на рис. 4 приведено конструктивное исполнение планетарного механизма с межосевым расстоянием $h = 56.4$ мм (рис. 4).

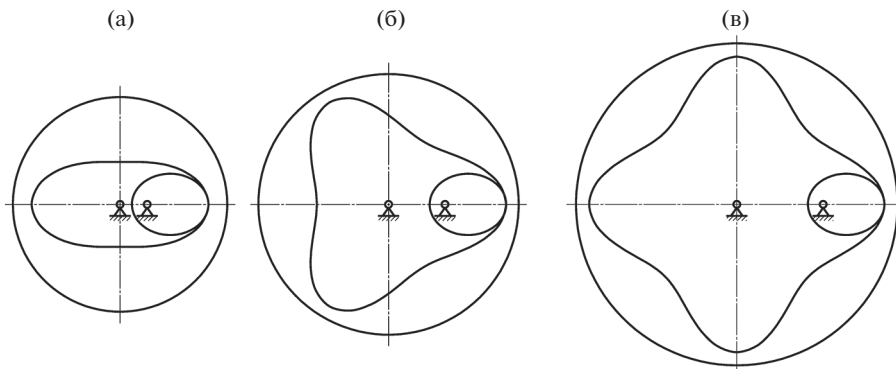


Рис. 3. Примеры передач некруглыми зубчатыми колесами: (а) – $h = 17.72$ мм; (б) – $h = 36.85$ мм; (в) – $h = 56.4$ мм.

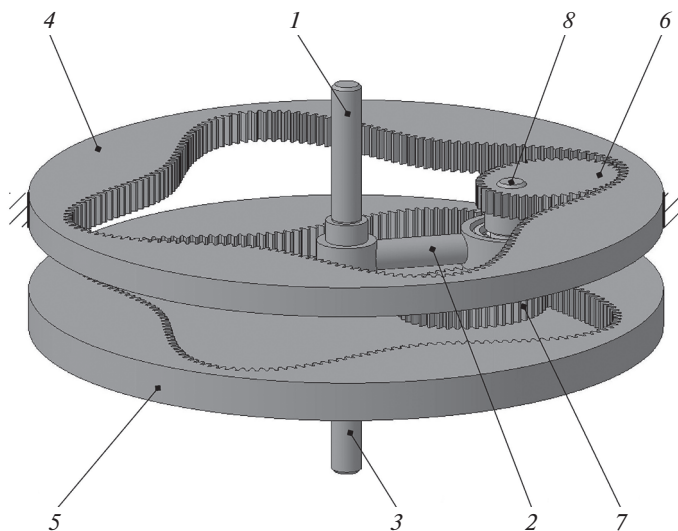


Рис. 4. Конструкция планетарной передачи.

Представленная передача (рис. 4) состоит из входного вала 1, водила 2, выходного вала 3, неподвижного зубчатого колеса с внутренними зубьями (эпицикла) 4, зубчатого колеса с внутренними зубьями на выходном валу 5, эллиптических зубчатых колес 6 и 7, вала сателлита 8. Переменная передаточная функция каждой пары некруглых зубчатых колес позволяет достичь возвратно-вращательного движения выходного вала 3 при равномерном вращательном движении входного вала 1. Проведем кинематический анализ механизма с целью проверки данного предположения.

Кинематический анализ планетарного механизма с некруглыми зубчатыми колесами. Исследуем механизм с эллиптическими зубчатыми колесами с осью вращения в фокусе эллипса, с межосевым расстоянием $h = 56.4$ мм (рис. 4). Для проведения кинематического анализа рассмотрим расчетную схему механизма в промежуточном положении (рис. 5).

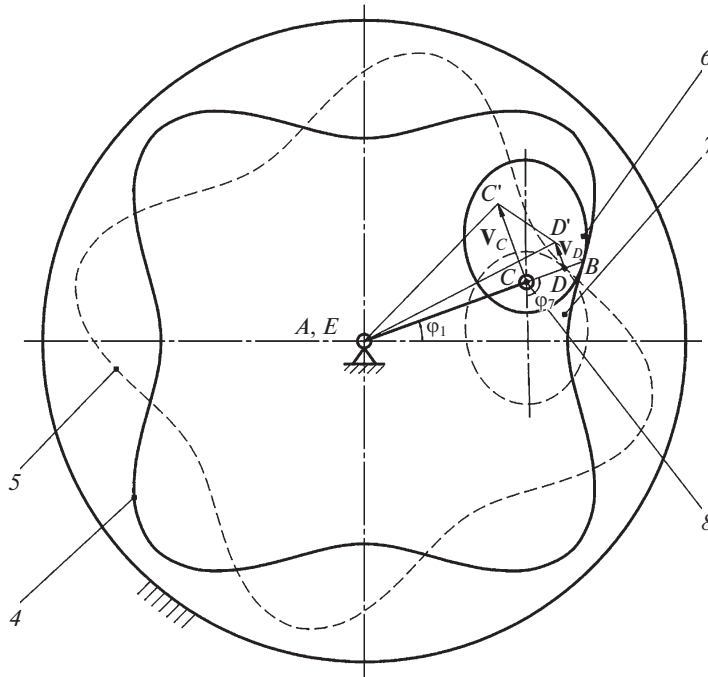


Рис. 5. Расчетная схема механизма.

На расчетной схеме нанесен план линейных скоростей точек и звеньев механизма. Из точки C откладываем вектор CC' , изображающий скорость точки C водила. Линии $C'A$ и $C'B$ – линии распределения линейных скоростей в водиле и сателлите, соответственно. На линии $C'B$ расположена точка D' – конец вектора DD' , изображающего скорость точки D . Линия $D'E$ отображает распределение линейных скоростей некруглого колеса с внутренними зубьями 5 и выходного вала 3.

Определим аналог угловой скорости выходного звена 3

$$\varphi_3' = \frac{d\varphi_3}{d\varphi_1} = \frac{\omega_3}{\omega_1}. \quad (5)$$

Принимая обозначения в соответствии с расчетной схемой (рис. 5), преобразуем (5) и получим

$$\varphi_3' = \frac{V_D \cdot AC}{V_C \cdot DE} = \frac{BD \cdot AC}{BC \cdot DE}. \quad (6)$$

Во время работы механизма вследствие изменения положения точек B и D изменяется по модулю и направлению вектор скорости DD' . Длины отрезков в уравнении (6) определим с помощью уравнения эллипса (4) и получим

$$BD = \rho_6 - \rho_7; \quad (7)$$

$$BC = \rho_6; \quad (8)$$

$$AC = h; \quad (9)$$

$$DE = h + \rho_7, \quad (10)$$

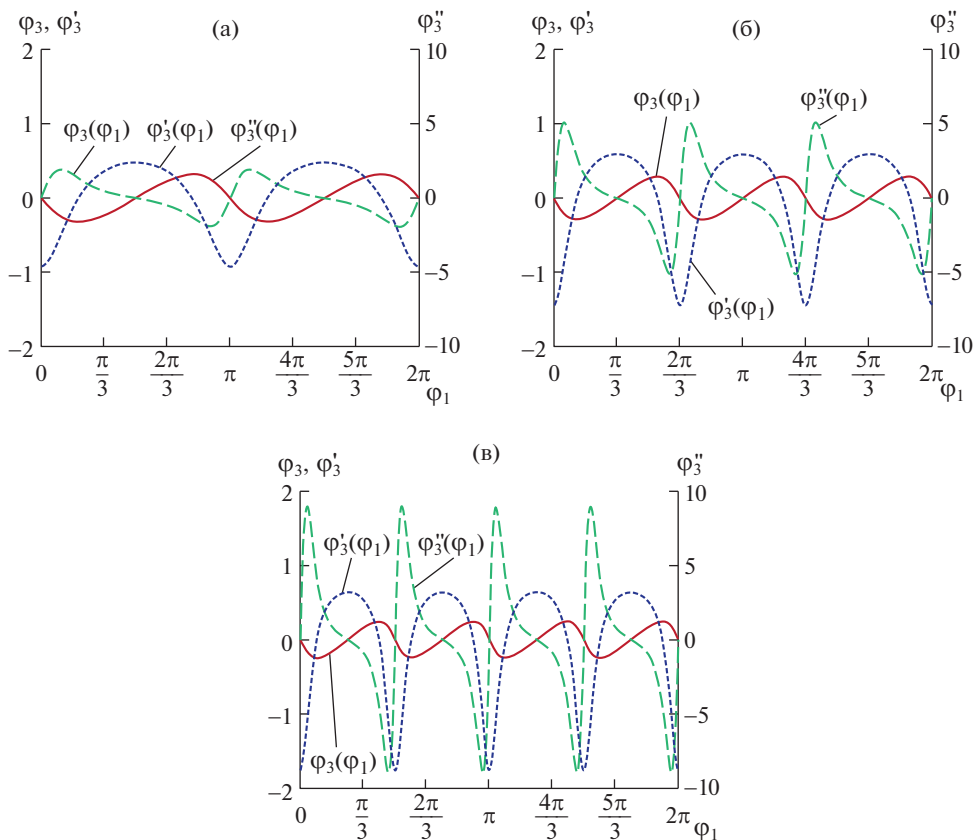


Рис. 6. Графики функции положения, аналога скорости и ускорения выходного вала механизмов с внутренним зацеплением: (а) – $h = 17.72$ мм; (б) – $h = 36.85$ мм; (в) – $h = 56.4$ мм.

где $\rho_6 = \frac{p}{1 - e \cos \varphi_6}$ – радиус центроиды эллиптического колеса 6, $\rho_7 = \frac{p}{1 - e \cos \varphi_7}$ – радиус центроиды эллиптического колеса 7, $\varphi_6 = \varphi_7 + \pi$ – угол поворота эллиптического колеса 6.

Взаимосвязь между углами φ_7 и φ_1 определяется из уравнения центроиды некруглого колеса с внутренними зубьями.

Преобразуя (6) подстановкой уравнений (7)–(10), определим аналог угловой скорости

$$\varphi'_3 = \frac{(\rho_6 - \rho_7)h}{\rho_6(h + \rho_7)}. \quad (11)$$

Закон движения выходного вала и аналог ускорения определяются путем интегрирования или дифференцирования (11) по обобщенной координате.

Представленные уравнения позволяют исследовать кинематику планетарного механизма с внутренним зацеплением, при этом полученные аналитические зависимости можно применить для механизмов с различным межосевым расстоянием h . Построим графики функций $\varphi_3(\varphi_1)$, $\varphi'_3(\varphi_1)$, $\varphi''_3(\varphi_1)$ для механизмов с различным межосевым расстоянием (рис. 6).

Анализ графиков (рис. 6) показывает, что при равномерном вращении входного вала выходной вал совершает возвратно-вращательное движение. В рассмотренных механизмах выходное звено совершает два (для $h = 17.72$ мм), три (для $h = 36.85$ мм) или четыре (для $h = 56.4$ мм) возвратно-вращательных движения за один оборот входного вала.

Заключение. Предлагается новая конструкция механизма возвратно-вращательного движения, в основе которого лежит планетарная передача с внутренним зацеплением, при этом смена направления вращения выходного вала обеспечивается применением в механизме эллиптических зубчатых колес.

Проведено исследование рассматриваемой передачи, включающее построение centroиды некруглого колеса с внутренними зубьями, находящегося в зацеплении с эллиптическим зубчатым колесом, а также кинематический анализ планетарного механизма. В результате кинематического анализа получены аналитические зависимости, необходимые для построения функций положения, аналогов скоростей и ускорений выходного вала механизма.

Преимуществами полученной схемы с некруглыми зубчатыми колесами по сравнению с существующими рычажными аналогами являются компактность, высокая нагрузочная способность, простота статической и динамической балансировки.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ottaviano E., Mundo D., Danieli G.A., Ceccarelli M. Numerical and experimental analysis of non-circular gears and cam-follower systems as function generators // Mechanism and machine theory. 2008. V. 43. № 8. P. 996.
2. Litvin F.L., Gonzalez-Perez I., Fuentes A., Hayasaka K. Design and investigation of gear drives with non-circular gears applied for speed variation and generation of functions // Computer methods in applied mechanics and engineering. 2008. V. 197. № 45–48. P. 3783.
3. Yazar M., Ozdemir A. Comparative analysis of the pressure variations and the flow rates of a hydraulic pump made of a pair of elliptical and cylindrical spur gears // Technology. 2011. V. 14. № 1. P. 1.
4. Huang K.J., Chen S.C., Komsuoglu H., Lopes G., Clark J., Lin P.C. Design and performance evaluation of a bio-inspired and single-motor-driven hexapod robot with dynamical gaits // Journal of Mechanisms and Robotics. 2015. V. 7. № 3. 031017.
5. Zhang R., Lu L., Li F., Wang T. Modification and Simulation of Noncircular Gear Reversing Mechanism of Pumping Unit // 2017 2nd International Conference on Electrical, Control and Automation Engineering (ECAE 2017). Atlantis Press, 2017.
6. Liu D., Ba Y., Ren T. Flow fluctuation abatement of high-order elliptical gear pump by external noncircular gear drive // Mechanism and Machine Theory. 2019. V. 134. P. 338.
7. Čavić D., Čavić M., Penčić M., Dorić J., Rackov M. IC Engine: Increasing Efficiency by Using Epicyclic Non-circular Gear Train // Joint International Conference of the International Conference on Mechanisms and Mechanical Transmissions and the International Conference on Robotics. Springer, Cham, 2020. P. 391.
8. Han J., Li D., Tian X., Xia L. Meshing principle and transmission analysis of a beveloid non-circular gear // Advances in Mechanical Engineering. 2020. V. 12. № 11. P. 1.
9. Mundo D. Geometric design of a planetary gear train with non-circular gears // Mechanism and machine theory. 2006. V. 41. № 4. P. 456.
10. Volkov G.Y., Kurasov D.A., Gorbunov M.V. Geometric synthesis of the planetary mechanism for a rotary hydraulic machine // Russian Engineering Research. 2018. V. 38. № 1. P. 1.
11. Lin C., Xia X., Li P. Geometric design and kinematics analysis of coplanar double internal meshing non-circular planetary gear train // Advances in Mechanical Engineering. 2018. V. 10. № 12. P. 1.
12. Zheng F., Hua L., Han X., Li B., Chen D. Synthesis of indexing mechanisms with non-circular gears // Mechanism and Machine Theory. 2016. V. 105. P. 108.

13. *Prikhodko A.A.* Structural and kinematic analysis of a stirred tank planetary drive // *Matec Web of Conferences*. 2018. V. 226. 01012.
14. *Артоболевский И.И.* Механизмы в современной технике: Т. 1: Элементы механизмов. Простейшие рычажные и шарнирно-рычажные механизмы. 2-е изд., переработанное. М.: Наука, 1979. 496 с.
15. *Smelyagin A.I., Prikhod'ko A.A.* Structure and kinematics of a planetary converter of the rotational motion into the reciprocating rotary motion // *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2016. V. 45. № 6. P. 500.
16. *Danieli G.A., Mundo D.* New developments in variable radius gears using constant pressure angle teeth // *Mechanism and machine theory*. 2005. V. 40. № 2. P. 203.
17. *Karpov O., Nosko P., Fil P., Nosko O., Olofsson U.* Prevention of resonance oscillations in gear mechanisms using non-circular gears // *Mechanism and Machine Theory*. 2017. V. 114. P. 1.
18. *Gao N., Meesap C., Wang S., Zhang D.* Parametric vibrations and instabilities of an elliptical gear pair // *Journal of Vibration and Control*. 2020. V. 26. № 19–20. P. 1721.
19. *Liu J.Y., Chang S.L., Mundo D.* Study on the use of a non-circular gear train for the generation of Figure-8 patterns // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. 2006. V. 220. № 8. P. 1229.
20. *Prikhodko A.A.* Experimental kinematic analysis of an intermittent motion planetary mechanism with elliptical gears // *Journal of Measurements in Engineering*. 2020. V. 8. № 3. P. 122.
21. *Maláková S., Urbanský M., Fedorko G., Molnár V., Sivak S.* Design of Geometrical Parameters and Kinematical Characteristics of a Non-Circular Gear Transmission for Given Parameters // *Applied Sciences*. 2021. V. 11. № 3. P. 1000.
22. *Chang S.L., Tsay C.B., Wu L.I.* Mathematical model and undercutting analysis of elliptical gears generated by rack cutters // *Mechanism and Machine Theory*. 1996. V. 31. № 7. P. 879.
23. *Bair B.W.* Computerized tooth profile generation of elliptical gears manufactured by shaper cutters // *Journal of Materials Processing Technology*. 2002. V. 122. № 2–3. P. 139.
24. *Figliolini G., Angeles J.* The synthesis of elliptical gears generated by shaper-cutters // *Journal of Mechanical Design*. 2003. V. 125. № 4. P. 793.
25. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1974. 832 с.
26. *Литвин Ф.Л.* Некруглые зубчатые колеса. М.-Л.: Машгиз, 1956. 312 с.