
МЕХАНИКА МАШИН

УДК 621.83.061

**СТРУКТУРНЫЙ И КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНОГО ВАРИАТОРА
С ПРОСТРАНСТВЕННЫМИ ПРЕОБРАЗУЮЩИМИ МЕХАНИЗМАМИ**© 2022 г. А. А. Абдираимов¹, Е. С. Гебель^{2,*}¹*Кыргызский государственный технический университет им. И. Разакова,
Бишкек, Кыргызская Республика*²*Омский государственный технический университет, Омск, Россия
e-mail: Gebel_es@mail.ru

Поступила в редакцию 09.07.2021 г.

После доработки 09.11.2021 г.

Принята к публикации 20.12.2021 г.

В статье описаны схема и принцип работы рычажного вариатора с пространственными преобразующими механизмами. В результате структурного анализа, определено семейство исследуемого вариатора. Показано, что применение сферических кинематических пар оказывается предпочтительнее для надежности работы устройства. Предложена математическая модель кинематики рычажного вариатора с двумя преобразующими механизмами, и построены диаграммы изменения передаточного отношения в зависимости от угла поворота входного кривошипа и положения камня на неподвижной кулисе.

Ключевые слова: вариатор, рычажный механизм, структурный анализ, кинематическая пара, передаточное число, структурная схема

DOI: 10.31857/S023571192202002X

Большинство современных автомобилей оснащаются автоматическими коробками переключения передач, которые по сравнению с механической трансмиссией обеспечивают более комфортные условия вождения в городских условиях, а также экономию топлива и более плавную динамику разгона [1]. Одним из перспективных способов организации бесступенчатых трансмиссий являются вариаторы [2–4].

В настоящее время известны разнообразные типы вариаторов скоростей (фрикционные, торoidalные, ременные, шаровые и т.д.) [5–8], главным недостатком которых является использование фрикционной передачи для передачи движения от ведущего колеса к ведомому. Это обстоятельство не позволяет получить точного передаточного отношения из-за проскальзывания, требует дополнительных устройств для прижатия колес, что приводит к повышению нагрузок на валы и подшипники.

Для избежания вышеуказанных недостатков применяются различные типы импульсных вариаторов [4, 9]. В импульсных вариаторах вращательное движение ведущего вала (кривошипа) преобразуется в колебательное движение, которое с помощью механизмов свободного хода (МСХ) вновь трансформируется во вращательное движение ведомого вала. В указанных вариаторах в качестве преобразующего механизма используются рычажные, зубчато-рычажные и кулачковые механизмы, а передаточные отношения изменяются посредством изменения радиуса (длины) вращения кривошипа-вращения или длины качания коромысла-качения [4, 9]. В импульсных вариаторах движение передается в виде периодических импульсов, чтобы получить непрерывное вращение ведомого вала и уменьшить неравномерность его вращения, устанавливают

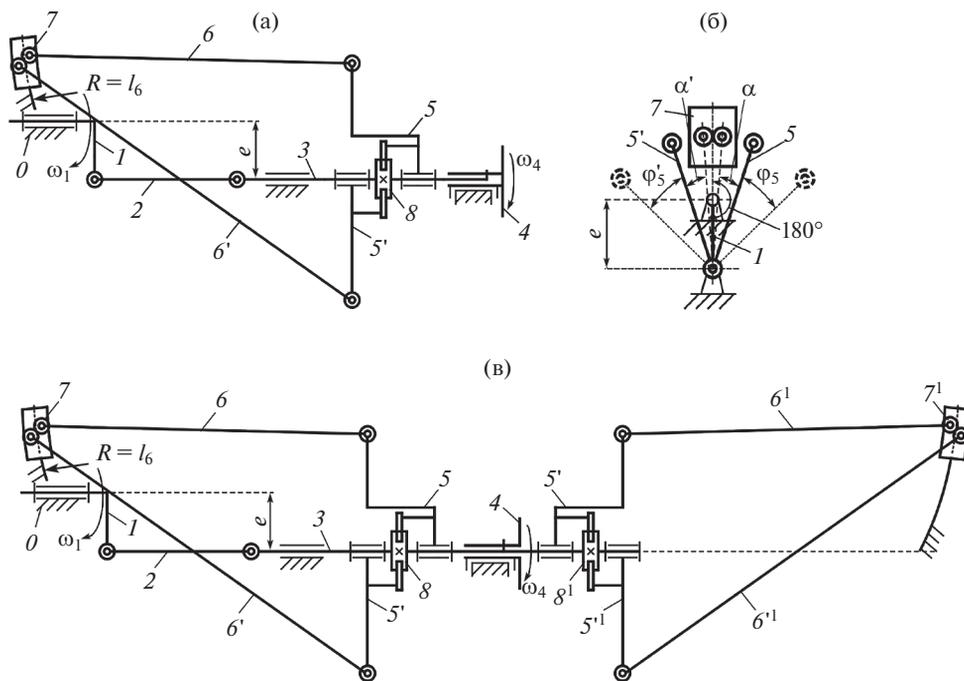


Рис. 1. Структурная схема рычажного вариатора: 1 – кривошип; 2 – шатун; 3 – ползун; 4 – ведомый кривошип; 5, 5' – коромысло; 6, 6' – вспомогательный шатун; 7 – камень; 8 – механизм свободного хода.

несколько последовательно работающих преобразующих механизмов и МСХ, причем эти механизмы устанавливаются через равные промежутки. Необходимость регулирования длины кривошипа или коромысла усложняет конструкцию импульсного вариатора.

Для плавного регулирования передаточного отношения в широком диапазоне используется вариатор с рычажными механизмами [10, 11], вращение ведущего кривошипа преобразуется в непрерывное вращательное движение шестерен. Бесступчатое регулирование передаточного отношения осуществляется путем изменения радиуса кривошипа или перемещением ползуна. К недостаткам образца [10] относят его низкую надежность, вследствие неравномерности вращения выходного вала при достижении входным валом крайних мертвых точек, что приводит к разрыву крутящего момента.

Для устранения таких недостатков и плавного регулирования передаточного отношения разработана конструкция рычажного вариатора с пространственными преобразующими механизмами (рис. 1) [12, 13]. В предложенном устройстве, как и в импульсных вариаторах, вращение кривошипа преобразуется в колебательное движение и с помощью МСХ трансформируется во вращательное движение ведомого кривошипа.

Устройство и принцип работы рычажного вариатора. В рычажном вариаторе (рис. 1а) направляющая ползуна 3 пространственного механизма установлена с эксцентриситетом e , равным длине кривошипа, $l_1 = e$.

Второй конец ползуна 3 соединен с ведомым кривошипом 4 с возможностью поступательного перемещения в осевом направлении. К кривошипно-ползунному механизму присоединен преобразующий механизм, состоящий из двух одинаковых по

длине коромысел 5 и 5', вспомогательных шатунов 6 и 6', камня 7 и МСХ 8. Коромысла 5 и 5' подвижно установлены в средней части ползуна 3, а также дополнительно соединены с ползуном 3 с помощью МСХ 8. Камень 7 перемещается по направляющей стойке 0, которая выполнена в виде дуги с радиусом, равным длине вспомогательных шатунов 6 и 6', $R = l_6$. Для избегания заклинивания звеньев коромысла 5 и 5' установлены под углом наклона α (рис. 1б). Для уменьшения неравномерности вращения ведомого вала установлены два преобразующих механизма (рис. 1в). При вращении входного звена 1 ведомое коромысло 5 получает движение посредством шатуна 2 и ползуна 3 (рис. 1). При поступательном движении ползуна 3, коромысла 5 и 5' начинают перемещаться в противоположные друг от друга стороны на одинаковые углы φ_5 и φ_5' соответственно (рис. 1а, б). При повороте кривошипа 1 на угол $(0-180)^\circ$ ползун 3 и ведомый кривошип 4 движутся сонаправлено с коромыслом 5 на угол φ_5 . На интервале $(0-180)^\circ$ поворота звена 1 коромысло 5' вращается в обратную сторону, что благодаря МСХ 8 не препятствует вращению ползуна 3 и соответственно ведомого кривошипа 4. При повороте кривошипа 1 на угол $(180-360)^\circ$ ползун 3 и ведомый кривошип 4 поворачиваются совместно с коромыслом 5' на угол φ_5' по направлению вращения кривошипа 1. В этом случае коромысло 5 вращается в обратную сторону, т.к. благодаря МСХ 8 разъединяется и не препятствует вращению ползуна 3 и соответственно ведомого кривошипа 4.

При использовании двух преобразующих механизмов (рис. 1в) в схеме рычажного вариатора в процессе поворота кривошипа 1 на угол $(0-180)^\circ$ вращение ползуна 3 и соответственно ведомого кривошипа 4 обеспечивается одним из двух коромысел 5 или 5', имеющим большую угловую скорость. А при повороте кривошипа 1 на угол $(180-360)^\circ$ вращение ведомого кривошипа 4 реализуется коромыслом 5' или 5', в зависимости от соотношения их угловых скоростей.

Синхронное перемещение камней 7 и 7' по дугообразным направляющим позволяет изменить угол качания коромысел φ_5 и φ_5' и соответственно скорректировать угловую скорость ведомого кривошипа ω_4 , т.е. изменить передаточное отношение.

Структурный анализ рычажного вариатора направлен на оценку семейства, местных подвижностей и избыточных связей [14]. Выполним замену высших кинематических пар рычажного вариатора (рис. 1) на пары пятого класса p_5 , чтобы получить замещающий механизм (рис. 2) эквивалентный исходному в структурном, кинематическом и силовом отношении.

Степень подвижности механизма (рис. 2) без учета ведомого кривошипа 4 равна единице, т.е. $W = 6n - 5p_5 = 6 \times 11 - 5 \times 13 = 1$, иначе $W = 2$. Таким образом, исследуемый вариатор относится без учета ведомого кривошипа 4 к категории пространственных, в противном случае – к смешанной. Выходное звено может совершать движение только в одном направлении.

Структурная схема замещающего механизма рычажного вариатора (рис. 2) состоит из входного кривошипа 1, трех групп Ассур нулевого семейства ($m = 0$) и ведомого кривошипа 4.

В каждой группе Ассур по одной кинематической паре третьего класса p_3 можно заменить на сферическую с пальцем p_4 , что не повлечет изменение степени подвижности механизма, но приведет к ухудшению показателей надежности из-за возможных деформаций в процессе эксплуатации, а так же к снижению ремонтпригодности. Более целесообразно использовать в качестве ползуна 3 цилиндрическую кинематическую пару.

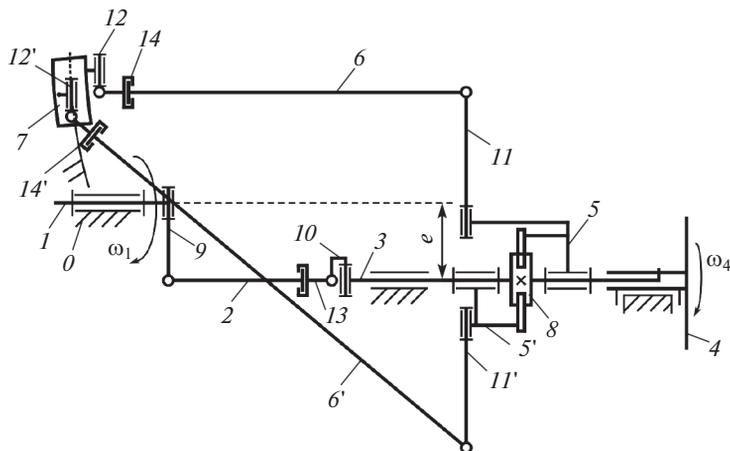


Рис. 2. Структурная схема замещающего рычажного вариатора с кинематическими парами пятого класса: 1 – кривошип; 2 – шатун; 3 – ползун; 4 – ведомый кривошип; 5 – коромысло; 6 – вспомогательный шатун; 7 – камень; 8 – механизм свободного хода; 9, 10, 11, 12 – стержни; 13, 14 – толкатели.

Кинематический расчет рычажного вариатора. Ранее кинематика четырехзвенного пространственного механизма аналогичного рассматриваемому преобразующему механизму в рычажном вариаторе (рис. 1) исследовалась в работах [15, 16]. На основе полученной зависимости, запишем перемещение ползуна 3, как функцию угла φ_1 вращения кривошипа 1

$$S_3 = \sqrt{l_2^2 - l_1^2 - e^2 + 2l_1e} - \sqrt{l_2^2 - l_1^2 - e^2 + 2l_1e \cos \varphi_1}, \quad (1)$$

где l_1 – длина входного звена 1; l_2 – длина шатуна 2; e – эксцентриситет.

На рис. 3 для нахождения зависимости $\varphi_5(\varphi_1)$ представлена расчетная схема кинематики рычажного вариатора при некоторых значениях: угла качения α коромысла 5, положения камня 7 и ползуна 3.

На рис. 3а изображено направление осей неподвижной декартовой системы координат XYZ , на рис. 3б – проекция коромысла OA , качающегося относительно ползуна 3.

Вычислим расстояние A_0B , как функцию угла α поворота кривошипа 5 (рис. 3б) по известным теоремам Пифагора и косинусов

$$A_0B = \sqrt{(AB)^2 - (A_0A)^2} = \sqrt{l_6^2 - 2l_5^2(1 - \cos \alpha)}, \quad (2)$$

где $A_0A = \sqrt{(A_0A')^2 + (A'A)^2} = l_5\sqrt{2(1 - \cos \alpha)}$.

При перемещении камня 7 по дугообразной направляющей в вертикальном направлении на расстояние y длина отрезка A_0B уменьшится на величину S_1 (рис. 3а). Принимая отрезок AB_1 за диагональ параллелепипеда $B_1B_1'A'A$, найдем длину отрезка $B_1B_1'' = A_0B_1'$

$$A_0B_1' = \sqrt{(AB_1)^2 - (A'A)^2 - (A'B_1'')^2} = \sqrt{l_6^2 - l_5^2 \sin^2 \alpha - (l_5 \cos \alpha - y_1)^2}. \quad (3)$$

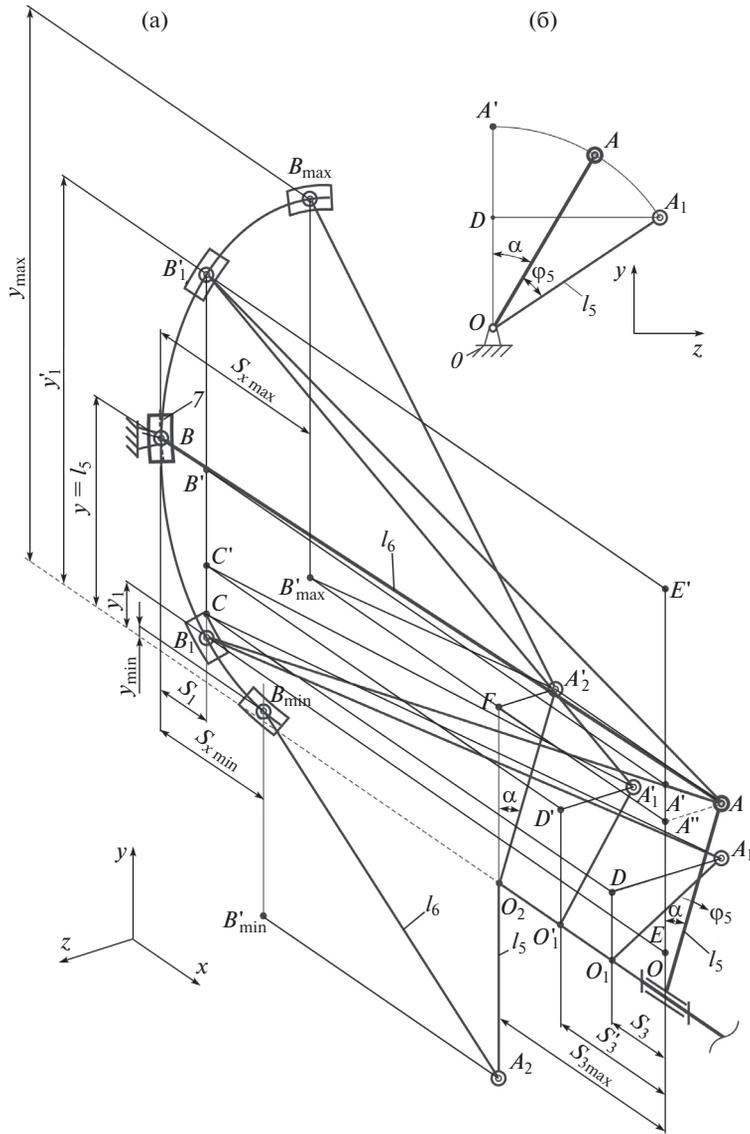


Рис. 3. Расчетная схема кинематики звеньев рычажного вариатора.

Тогда отрезок S_1 определим как

$$S_1 = A_0B - A_0B_1' = \sqrt{l_6^2 - 2l_5^2(1 - \cos \alpha)} - \sqrt{l_6^2 - l_5^2 \sin^2 \alpha - (l_5 \cos \alpha - y_1)^2}. \quad (4)$$

Для прямоугольного треугольника $\Delta B_1B_1'''A_1$ по теореме Пифагора запишем выражение для расчета A_1B_1'''

$$A_1B_1''' = \sqrt{(A_1B_1')^2 - (B_1B_1''')^2} = \sqrt{l_6^2 - (O_1A_1' - y_1)^2}. \quad (5)$$

В прямоугольном треугольнике $\Delta B_1''' A_1' A_1$ по теореме Пифагора найдем длину отрезка $A_1 B_1'''$

$$A_1 B_1''' = \sqrt{(A_0 B_1' - S_3)^2 + (A_1' A_1)^2}.$$

Подставив ранее полученное выражение (3) для расчета расстояния $A_0 B_1'$, получим

$$A_1 B_1''' = \sqrt{\left(\sqrt{l_6^2 - l_5^2 \sin^2 \alpha - (l_5 \cos \alpha - y_1)^2} - S_3\right)^2 + l_5^2 - (O_1 A_1')^2}, \quad (6)$$

где из $\Delta O_1 A_1' A_1$ отрезок равен $A_1' A_1 = \sqrt{l_5^2 - (O_1 A_1')^2}$.

Из уравнений (5) и (6) находим длину отрезка $O_1 A_1'$

$$\begin{aligned} l_6^2 - (O_1 A_1' - y_1)^2 &= \left(\sqrt{l_6^2 - l_5^2 \sin^2 \alpha - (l_5 \cos \alpha - y_1)^2} - S_3\right)^2 + l_5^2 - (O_1 A_1')^2, \\ O_1 A_1' &= \frac{\left(\sqrt{l_6^2 - l_5^2 \sin^2 \alpha - (l_5 \cos \alpha - y_1)^2} - S_3\right)^2 + l_5^2 - l_6^2 + y_1^2}{2y_1}. \end{aligned} \quad (7)$$

Из рис. 3б текущее значение угла поворота коромысла 5 с учетом первоначального отклонения α определим из прямоугольного треугольника $\Delta O_1 A_1' A_1$ по формуле

$$\cos(\varphi_5 + \alpha) = \frac{O_1 A_1'}{O_1 A_1}.$$

Подставив формулу (7) и используя обратную тригонометрическую функцию, оценим движение коромысла 5

$$\varphi_5 = \arccos \left(\frac{\left(\sqrt{l_6^2 - l_5^2 \sin^2 \alpha - (l_5 \cos \alpha - y_1)^2} - S_3\right)^2 + l_5^2 - l_6^2 + y_1^2}{2l_5 y_1} \right) - \alpha. \quad (8)$$

Определим границы диапазона регулирования положения камня 7 (рис. 3) для рассматриваемого рычажного вариатора. Минимальное вертикальное перемещение y_{\min} звена 7 соответствует повороту кривошипа 1 на угол 180° (при этом ползун 3 перемещается на $S_{3\max}$), угол поворота коромысла 5 равен $\alpha + \varphi_5 = 180^\circ$ (рис. 3). Таким образом, составим уравнение замыкания

$$A_0 B - A_{2\min} B'_{\min} - S_{3\max} - S_{x\min} = 0,$$

где $A_{2\min} B'_{\min} = \sqrt{(A_{2\min} B_{\min})^2 - (B_{\min} B'_{\min})^2} = \sqrt{l_6^2 - (l_5 + y_{\min})^2}$; при повороте входного кривошипа 1 на угол $\varphi_1 = 180^\circ$, в соответствии с уравнением (1) и равенством $l_1 = e$, максимальный ход ползуна составит $S_{3\max} = l_2 - \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2}$.

Подставив найденные выражения для всех составляющих в уравнение замыкания, получим

$$-\sqrt{l_6^2 - (l_5 + y_{\min})^2} - l_2 + \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2} + \sqrt{l_6^2 - l_5^2 \sin^2 \alpha - (l_5 \cos \alpha - y_{\min})^2} = 0, \quad (9)$$

Выполним алгебраические преобразования формулы (9), так чтобы записать квадратное уравнение относительно неизвестного y_{\min}

$$y_{\min}^2 \left(l_5^2 (\cos \alpha + 1)^2 + (l_2 - \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2})^2 \right) + y_{\min} l_5 \left(l_2 - \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2} \right) (1 - \cos \alpha) + (l_2 - \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2})^2 \left(l_5^2 + \frac{(l_2 - \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2})^2}{4} - l_6^2 \right) = 0. \quad (10)$$

Решив уравнение (10), сформируем условие, исключающее заклинивание звеньев при повороте коромысла 5 на угол 180°

$$y_{\min} > \frac{(l_2 - \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2})(-l_5(l_2 - \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2})(1 - \cos \alpha) + l')}{2(l_5^2 (\cos \alpha + 1)^2 + (l_2 - \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2})^2)}, \quad (11)$$

$$l' = \sqrt{l_5^2 (l_2 - \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2})^2 (1 - \cos \alpha)^2 - 4l_5^2 (\cos \alpha + 1)^2 + (l_2 - \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2})^2} \left(l_5^2 + \frac{(l_2 - \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2})^2}{4} - l_6^2 \right).$$

В рычажном вариаторе максимальное перемещение камня в вертикальном направлении y_{\max} получаем также при повороте входного кривошипа 1 на угол 180° , ползун 3 при этом находится в крайнем положении $S_{3\max}$. Коромысло 5 вернется в исходную позицию, т.е. $\varphi_5 = 0$ (рис. 3). Уравнение замыкания для рассматриваемых условий запишется как $A_0B - B'_{\max}A'_{2\max} - S_{3\max} - S_{x\max} = 0$, где $B'_{\max}A'_{2\max} = \sqrt{(B_{\max}A_{2\max})^2 - (A_{2\max}A'_{2\max})^2 - (B_{\max}B'_{\max})^2}$ или после подстановки обозначений кинематических размеров механизма $B'_{\max}A'_{2\max} = \sqrt{l_6^2 - l_5^2 \sin^2 \alpha - (y_{\max} - l_5 \cos \alpha)^2}$.

Используя ранее рассчитанные выражения, уравнение замыкания для второго крайнего положения камня 7 примет вид

$$-\sqrt{l_6^2 - l_5^2 \sin^2 \alpha - (y_{\max} - l_5 \cos \alpha)^2} - l_2 + \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2} + \sqrt{l_6^2 - l_5^2 \sin^2 \alpha - (l_5 \cos \alpha - y_{\max})^2} = 0. \quad (12)$$

Упростив уравнение (12), получим квадратное уравнение относительно неизвестного y_{\max}

$$-y_{\max}^2 + 2l_5 y_{\max} \cos \alpha + l_6^2 - l_5^2 - \frac{(l_2 - \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2})^2}{4} = 0, \quad (13)$$

далее определяем предельно допустимые значения максимального перемещения кулисы 3

$$y_{\max} = l_5 \cos \alpha \pm \sqrt{l_5^2 (\cos^2 \alpha - 1) + l_6^2 - \frac{(l_2 - \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2})^2}{4}}. \quad (14)$$

Анализ результатов кинематического расчета рычажного вариатора. При проведении численного эксперимента приняты следующие значения кинематических параметров исследуемого рычажного вариатора: $l_1 = 20$ мм; $l_2 = 100$ мм; $e = 20$ мм; $l_5 = 60$ мм; $l_6 = 200$ мм; $\alpha = 20^\circ$.

В соответствии с уравнениями (11) и (14) рассчитаны предельные значения перемещения камня в вертикальном направлении

$$y_{\min} > 13.63832 \text{ мм} \quad \text{и} \quad y_{\max} = 255.282 \text{ мм}.$$

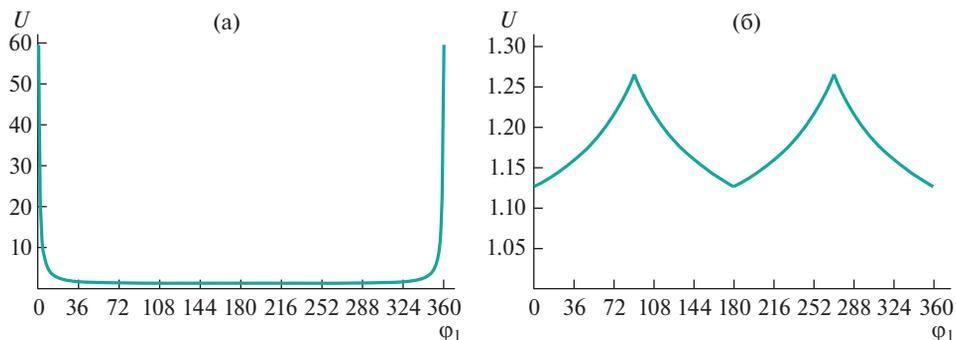


Рис. 4. Графики изменения передаточных отношений рычажного вариатора в зависимости от угла поворота кривошипа: (а) – с одним преобразующим механизмом; (б) – с двумя преобразующими механизмами.

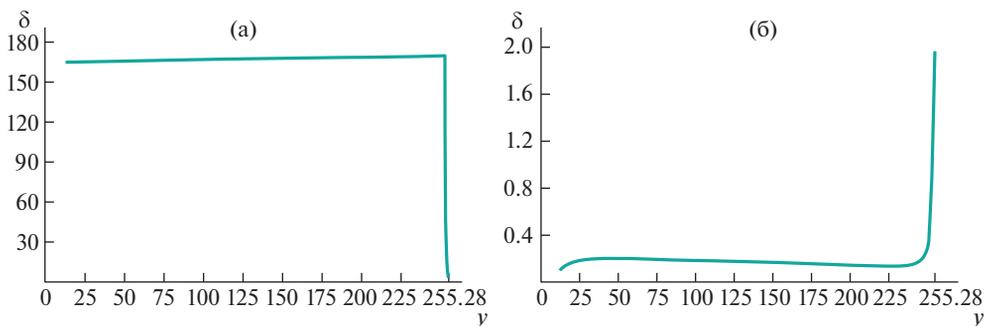


Рис. 5. График изменения коэффициента неравномерности вращения ведомого кривошипа рычажного вариатора δ в зависимости от перемещения камня по направляющим y : (а) – с одним преобразующим механизмом; (б) – с двумя преобразующими механизмами.

Для заданного положения камня $y = 13.6384$ мм по формуле (8) построен график (рис. 4) зависимости передаточного отношения ($U = \varphi_1/\varphi_5$) от угла поворота кривошипа для двух вариантов исполнения рычажного вариатора: с одним пространственным преобразующим механизмом (рис. 1а) и с двумя симметричными преобразующими механизмами (рис. 1в).

Коэффициент неравномерности вращения ведомого кривошипа δ определяем по формуле [17]

$$\delta = \frac{\Delta U}{U_{cp}} = \frac{2(U_{max} - U_{min})}{U_{max} + U_{min}}, \quad (15)$$

где $\Delta U = U_{max} - U_{min}$, $U_{cp} = \frac{U_{max} + U_{min}}{2}$.

В соответствии с формулой (15) для исследуемых рычажных вариаторов построены графики зависимости коэффициента неравномерности вращения ведомого кривошипа δ от перемещения камня по направляющей y (рис. 5).

Из рис. 4, 5 следует, что при использовании в схеме рычажного вариатора одного преобразующего механизма коэффициент неравномерности вращения ведомого кри-

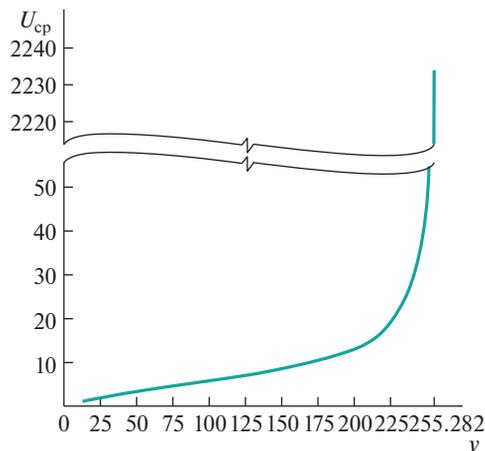


Рис. 6. График изменения среднего передаточного отношения рычажного вариатора с двумя преобразующими механизмами в зависимости от перемещения камня по направляющим.

вошипа δ имеет значения практически на два порядка выше, что негативно влияет на динамику устройства. Для вариатора с двумя преобразующими механизмами на рис. 6 построена диаграмма изменения среднего передаточного отношения в зависимости от перемещения камня в вертикальном направлении y .

Согласно данным, представленным на рис. 6, зависимость среднего передаточного отношения $U_{ср}$ в рассматриваемом рычажном вариаторе от положения камня носит экспоненциальный характер. Область допустимых значений исследуемого параметра лежит в диапазоне $1.1818 \leq U_{ср} = 2233.92$.

Выводы. На основе анализа конструкций современных вариаторов скоростей, показана актуальность использования рычажных схем, которые обладают повышенными показателями надежности благодаря отсутствию фрикционной передачи. Модель исследуемого плоского рычажного вариатора с пространственными преобразующими элементами более компактная, что важно при размещении в ограниченном пространстве.

Предложенная модель кинематического анализа позволила оценить предельные значения положений камня, соответствующие крайним положениям входного кривошипа и ползуна. Результаты численного эксперимента доказали, что два симметричных преобразующих механизма в схеме рычажного вариатора обеспечивают плавное регулирование передаточного отношения в широком диапазоне.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сокольникова С.Р. Коробки передач современных автомобилей. Гидромеханическая и вариаторная трансмиссии // European Scientific Conference: сборник статей XVI Международной научно-практической конференции, Пенза, 07 сентября 2019 года. Пенза: "Наука и Просвещение" (ИП Гуляев Г.Ю.), 2019. С. 46.
2. Ганиев Р.Ф., Глазунов В.А. Актуальные проблемы машиноведения и пути их решения // Справочник. Инженерный журнал с приложением, 2015. № S11. С. 1.

3. *Ганиев Р.Ф., Глазунов В.А.* Перспективы теории машин в связи с развитием современного машиностроения // Справочник. Инженерный журнал с приложением. 2015. № 5 (218). С. 3.
4. *Крайнев А.Ф.* Словарь-справочник по механизмам. 2-е изд., М.: Машиностроение, 1987. 560 с.
5. *Решетов Д.Н.* Детали машин: учеб. для студентов машиностроительных и механических специальностей. 4-е изд. М.: Машиностроение, 1989. 496 с.
6. *De Freitas A., Dutson B.*, US Patent 20140349806 2014.
7. *William E., Fuller J.*, GB Patent 25440733, 2017.
8. *Есипенко Я.И.* Механические вариаторы скорости. Киев: Изд-во тех. лит., 1961. 218 с.
9. *Мальцев В.Ф.* Механические импульсные передачи. М.: Машиностроение, 1978. 367 с.
10. *Лаврюшин Н.П., Суцев С.А., Лапин В.В., Антонов А.В.*, РФ Патент 2467227, 2012.
11. *Синицын А.А.*, РФ Патент 2104426, 1998.
12. *Абдираимов А.А.*, Кыргызская Республика Патент 1816, 2016.
13. *Abdiraimov A.* The variator with lever mechanisms // Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering. 2017. V. 41 (5). P. 724.
14. *Дворников Л.Т.* Основы всеобщей (универсальной) классификации механизмов // Теория механизмов и машин. 2011. Т. 9. № 2. С. 19.
15. *Abdiraimov A.A., Gebel E.S.* Kinematical Investigation of Spatial Slider-Crank Mechanism // The 14th IFToMM World Congress, October 25–30. Taipei, Taiwan, 2015. P. 433. <https://doi.org/10.6567/IFToMM.14TH.WC.OS2.041>
16. *Гебель Е.С., Абдираимов А.А., Солонин Е.В.* Кинематика четырехзвенных пространственных ползунных механизмов // Омский научный вестник. 2015. № 2 (140). С. 49.
17. Теория механизмов и машин: учеб. для вузов / под ред. К.В. Фролова. 3-е изд., стер. М.: Высш. шк., 2001. 496 с.: ил.