

---

---

**НАДЕЖНОСТЬ, ПРОЧНОСТЬ, ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ  
МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ**

---

---

УДК 629.734/735: 629.7.023.24

**АКУСТИЧЕСКОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ НА АВИАЦИОННЫЕ АГРЕГАТЫ  
ИЗ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ****© 2023 г. М. Ша<sup>1,2</sup>, В. И. Гончаренко<sup>3</sup>,  
В. М. Юров<sup>4</sup>, В. С. Олешко<sup>3,\*</sup>, И. Сунь<sup>3,\*\*</sup>**<sup>1</sup>*Северо-Западный политехнический университет, Сиань, КНР*<sup>2</sup>*Научно-исследовательский институт дельты реки Янцзы  
Северно-западного политехнического университета, Тайцан, КНР*<sup>3</sup>*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),  
Москва, Россия*<sup>4</sup>*Карагандинский университет им. академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан**\*e-mail: oleshkovs@mai.ru**\*\*e-mail: 695792773@qq.com*

Поступила в редакцию 19.08.2022 г.

После доработки 11.10.2022 г.

Принята к публикации 20.10.2022 г.

В статье исследованы особенности акустического воздействия на авиационные агрегаты из полимерных композиционных материалов. Разработана методика выставки угла волны, которая выравнивает масштабные коэффициенты обоих измерительных каналов дифференциального агрегата из полимерных композиционных материалов и компенсирует погрешность от перекрестного демпфирования. Получены аналитические выражения для масштабного коэффициента и смещения нуля дифференциального агрегата из полимерных композиционных материалов. Показано, что этот масштабный коэффициент, в отличие от режима дискретных шумовых колебаний, не зависит от амплитуды и частоты резонансных колебаний. Показано, что режим работы агрегата из полимерных композиционных материалов имеет возможность компенсации разности частот резонатора системой управления при измерении угловой скорости.

*Ключевые слова:* струя, удар, конструкция, авиационный агрегат, полимерные композиционные материалы, расслоение, деформация

**DOI:** 10.31857/S023571192301011X, **EDN:** ASIKRP

Полимерные композиционные материалы (ПКМ) в современном авиастроении находят все более широкое применение. Агрегаты из ПКМ обладают хорошими звукоизолирующими свойствами, имеют малую массу и высокую прочность. В частности, из ПКМ изготовлены агрегаты мотогондол воздушных судов. В процессе эксплуатации воздушных судов агрегаты из ПКМ подвержены акустическому воздействию от авиационной силовой установки. Величина акустического воздействия на агрегаты из ПКМ зависит от множества факторов: величины исходящего от входящих в силовую установку авиационных двигателей шума, азимутальное направление акустических колебаний, расстояния от источника акустического воздействия до агрегата из ПКМ, формы и геометрических размеров собственно агрегата, жесткости его конструкции, высоты полета воздушного судна, температуры окружающей среды и т.д. Уровень шума от силовой установки воздушных судов может превышать 140 дБ, что соответствует

болевому порогу органов слуха человека. При этом акустическое воздействие на агрегаты из ПКМ будет значительным. Таким образом, вопрос определения параметров акустического воздействия на агрегаты из ПКМ является актуальным.

**Анализ литературных источников.** Анализ основных публикаций [1–10] показывает, что в настоящее время недостаточно полно освещены вопросы моделирования акустического воздействия на авиационные агрегаты из ПКМ и, в частности, его начального азимутального направления.

**Целью статьи** является математическое моделирование начального азимутального направления акустического воздействия на агрегаты из ПКМ, исходящего от силовой установки воздушного судна, в процессе его технической и летной эксплуатации.

**Динамические уравнения акустической волны.** На основании модели двумерного маятника динамические уравнения стоячей упругой акустической волны от силовой установки воздушного судна можно представить в виде [1–3]

$$\begin{aligned} \ddot{x} - 2k\Omega\dot{y} + d_{xx}\dot{x} + d_{xy}\dot{y} + k_{xx}x + k_{xy}y &= f_x, \\ \ddot{y} + 2k\Omega\dot{x} + d_{yx}\dot{x} + d_{yy}\dot{y} + k_{yx}x + k_{yy}y &= f_y, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} d_{xx} &= \frac{2}{\tau} + h \cos 2\theta_\tau; & \frac{2}{\tau} &= \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}; & h &= \frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2}; & d_{yy} &= \frac{2}{\tau} - h \cos 2\theta_\tau; \\ d_{xy} &= h \sin 2\theta_\tau; & k_{xx} &= \omega_1^2 - \omega\Delta\omega \cos 2\theta_\omega; & k_{yy} &= \omega_2^2 - \omega\Delta\omega \cos 2\theta_\omega; \\ \omega\Delta\omega &= \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{2}; & k_{xy} &= -\omega\Delta\omega \sin 2\theta_\omega, \end{aligned}$$

где  $k$  – коэффициент Брайана;  $d_{xx}$ ,  $d_{yy}$  – коэффициенты демпфирования колебаний по осям  $X$  и  $Y$ , соответственно;  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  – минимальная и максимальная постоянные времена, соответственно;  $d_{xy}$  – перекрестное демпфирование, в дальнейшем будем считать  $d_{yy} = d_{xy}$ ;  $k_{xx}$ ,  $k_{yy}$  – нормированные на массу жесткость резонатора по осям  $X$  и  $Y$ , соответственно;  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – максимальная и минимальная резонансные частоты резонатора, соответственно;  $k_{xy}$  – перекрестная жесткость, в дальнейшем будем считать  $k_{yx} = k_{xy}$ ;  $f_x$ ,  $f_y$  – нормированные на массу управляющие силовые действия, приложенные по осям  $X$  и  $Y$ , соответственно.

Рис. 1 показывает расположение осей максимальной частоты  $\omega_1$  и минимального демпфирования (максимальной добротности)  $\tau_1$  относительно выходов управления, измерений и ориентации стоячей волны.

Сигналы управления  $f_x$  и  $f_y$  представим в виде [1]

$$\begin{aligned} f_x &= (K_d^x \dot{x} + K_f^x x) G_x, \\ f_y &= (K_d^y \dot{y} + K_f^y y) G_y, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $K_d^x$ ,  $K_f^x$ ,  $K_d^y$ ,  $K_f^y$  – компоненты сигналов управления по осям  $X$  и  $Y$ , управляющих демпфированием и жесткостью вдоль этих осей;  $G_x$ ,  $G_y$  – коэффициенты преобразования электрического сигнала, подаваемого на выходы  $X$  и  $Y$  в силы  $f_x$  и  $f_y$ , что деформирует резонатор.

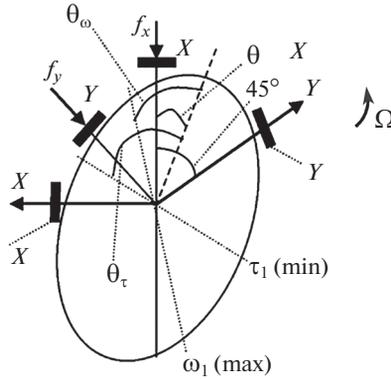


Рис. 1. Расположение выходов и осей  $\tau_1$  и  $\omega_1$  в резонаторе ПКМ.

Кучность стоячей акустической волны не совпадает ни с одним из восьми выходов, которые располагаются под углом, соответствующим  $\pi/4$  вдоль периметра резонатора. Четыре из этих выходов представлены на рис. 1.

Подставляя (2) в (1) и группируя члены уравнений, получим

$$\begin{aligned} \ddot{x} + d_{xx}\dot{x} + (k_{xx} - K_f^x G_x) x + k_{xy}y &= (2k\Omega - d_{xy}) \dot{y} + K_d^x G_x \dot{x} \\ \ddot{y} + d_{yy}\dot{y} + (k_{yy} - K_f^y G_y) y + k_{yx}x &= (2k\Omega - d_{yx}) \dot{x} + K_d^y G_y \dot{y}. \end{aligned} \quad (3)$$

Члены при переменных  $x$  и  $y$  в левой части уравнений (3) отвечают за резонансную частоту вдоль осей  $X$  и  $Y$  соответственно. Сигналы управления  $K_f^x, K_f^y$  можно сформировать таким образом, что частоты вдоль осей  $X$  и  $Y$  будут близки один ко второму, то  $\omega_1 \approx \omega_2 \approx \omega_r$ , и, таким образом,  $\Delta\omega \approx 0$ . Это выполняется соответствующей процедурой [4] путем обнуления квадратурного сигнала  $P$

$$P = \pi(\dot{y} - \dot{x}) \rightarrow 0. \quad (4)$$

Реализация этой процедуры выполняется, например, с помощью пропорционального и интегрирующего регулятора, что ведет к сближению частот колебаний двух каналов  $X$  и  $Y$  к значению  $\omega_r$ . Блок схема выполняет эту процедуру. С математической точки зрения это означает выполнение следующих соотношений:

$$\begin{aligned} (k_{xx} - K_f^x G_x) x + k_{xy}y &\approx \omega_r^2 x \\ (k_{yy} - K_f^y G_y) y + k_{yx}x &\approx \omega_r^2 y. \end{aligned} \quad (5)$$

Подстановка (5) в (3) позволяет упростить уравнение (3). Получим

$$\begin{aligned} \ddot{x} + d_{xx}\dot{x} + \omega_r^2 x &= (2k\Omega - d_{xy}) \dot{y} + K_d^x G_x \dot{x} \\ \ddot{y} + d_{yy}\dot{y} + \omega_r^2 y &= (2k\Omega - d_{yx}) \dot{x} + K_d^y G_y \dot{y}. \end{aligned} \quad (6)$$

Теперь частоты колебаний вдоль осей  $X$  и  $Y$  одинаковы и имеют значение  $\omega_r$ . Это означает, что силы управления выровняли жесткость резонатора вдоль этих осей и также компенсировали перекрестную жесткость  $k_{xy}$ . Взаимосвязь между колебаниями теперь определяется силой Кориолиса  $2k\Omega\dot{x}$  и коэффициентом перекрестного демп-

фирования  $d_{xy}$ . Это перекрестное демпфирование, как видим из уравнений (6) является погрешностью, которую невозможно избежать, потому что она не отличается от угловой скорости.

Стационарное решение уравнений (6) будем искать в виде

$$\begin{aligned} x &= r \cos 2\theta \sin \omega_r t, \\ y &= r \sin 2\theta \sin (\omega_r t + \varphi), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\varphi$  – постоянная разность фаз между сигналами, снимаемыми с измерительных выходов управления  $X$  и  $Y$ ;  $r$  – амплитуда стоячей акустической волны;  $\theta$  – угол между выходом канала  $X$  и направлением (пучностью) колебаний стоячей акустической волны (рис. 1).

После подстановки (7) в (6) и преобразований получим

$$\begin{aligned} \left[ d_{xx} \cos 2\theta - (2k\Omega - d_{xy}) \sin 2\theta \cos \varphi - K_d^x G_x \cos 2\theta \right] \cos \omega_r t &= \\ &= (2k\Omega - d_{xy}) \sin 2\theta \sin \varphi \sin \omega_r t, \\ \left[ d_{yy} \sin 2\theta + (2k\Omega + d_{xy}) \cos 2\theta - K_d^y G_y \sin 2\theta \cos \varphi \right] \cos \omega_r t &= \\ &= (d_{yy} \sin 2\theta \sin \varphi - K_d^y G_y \sin 2\theta \sin \varphi) \sin \omega_r t. \end{aligned} \quad (8)$$

Эти уравнения будут выполняться для любого момента времени  $t$  тогда (и только тогда) когда амплитуды при функциях синус и косинус будут равны нулю. Поэтому, после преобразования механических колебаний в электрические с коэффициентами преобразования  $D_x$  и  $D_y$  по осям  $X$  и  $Y$ , соответственно, четыре уравнения в “медленных” (демодулированных опорными сигналами  $\sin \omega_r t$  и  $\cos \omega_r t$ ) переменных получаем

$$\begin{aligned} -(2k\Omega - d_{xy}) D_y \sin 2\theta \cos \varphi + D_x d_{xx} \cos 2\theta - K_d^x D_x G_x \cos 2\theta &= 0, \\ (2k\Omega - d_{xy}) D_y \sin 2\theta \sin \varphi &= 0, \\ (2k\Omega + d_{xy}) D_x \cos 2\theta + D_y d_{yy} \sin 2\theta \cos \varphi - K_d^y D_y G_y \sin 2\theta \cos \varphi &= 0, \\ D_y d_{yy} \sin 2\theta \sin \varphi - K_d^y D_y G_y \sin 2\theta \sin \varphi &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Из уравнений (9) следует, что, когда разность фаз  $\varphi = 0$ , только первое и третье уравнения являются не нулевыми. Если не соблюдается условие ( $\varphi = \pi/2$ ), то стабильная стоячая акустическая волна не образуется. При  $\varphi = 0$  перепишем уравнение (9) в виде двух  $z_x$  и  $z_y$  электрических (напряжение) измерительных сигналов для каналов  $X$  и  $Y$ , соответственно, дифференциального ПКМ

$$\begin{aligned} -2k\Omega D_y \sin 2\theta + D_x d_{xx} \cos 2\theta + d_{xy} D_y \sin 2\theta &= z_x, \\ 2k\Omega D_x \cos 2\theta + D_y d_{yy} \sin 2\theta + d_{xy} D_x \cos 2\theta &= z_y. \end{aligned} \quad (10)$$

Из уравнений (10) следует, что дифференциальный ПКМ дает информацию  $0 + \Omega$  (канал  $Y$ ) и  $0 - \Omega$  (канал  $X$ ).

**Масштабные коэффициенты между угловой скоростью и выходным сигналом.** Дифференциальный ПКМ имеет два коэффициента пропорциональности – масштабных коэффициента (МК): МК<sub>x</sub> – по каналу  $X$  и МК<sub>y</sub> по каналу  $Y$

$$\begin{aligned} \text{МК}_x &= 2kD_y \sin 2\theta, \\ \text{МК}_y &= 2kD_x \cos 2\theta. \end{aligned} \quad (11)$$

Дифференциальный ПКМ имеет два смещения нуля  $B_x$ , по каналу  $X$  и  $B_y$ , по каналу  $Y$

$$\begin{aligned} B_x &= D_x d_{xx} \cos 2\theta + d_{xy} D_y \sin 2\theta, \\ B_y &= D_y d_{yy} \cos 2\theta + d_{xy} D_x \sin 2\theta. \end{aligned} \quad (12)$$

Из выражений (11) и (12) видно, что как МК, так и смещение нуля обоих каналов зависит от ориентации  $\theta$  стоячей волны. Этот факт можно использовать для компенсации или существенного уменьшения, например, смещения нуля.

Условие компенсации смещения нуля можно обеспечить, когда угол  $\theta_0$  стоячей акустической волны будет таким, что приравняет смещение нуля  $B_x$  и  $B_y$  двух каналов

$$D_x d_{xx} \cos 2\theta_0 + d_{xy} D_y \sin 2\theta_0 = D_y d_{yy} \sin 2\theta_0 + d_{xy} D_x \sin 2\theta_0. \quad (13)$$

При получении разности  $z_x - z_y$  сигналов двух измерительных каналов дифференциального ПКМ, смещение нуля компенсируются, а члены, отвечающие за угловую скорость, прилагаются (10). Из уравнения (13) получим угол  $\theta_0$

$$\theta_0 = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{D_x d_{xx} - d_{xy}}{D_y d_{yy} - d_{xy}}. \quad (14)$$

Это соотношение мало что дает для определения угла  $\theta_0$ . Однако, для большинства резонаторов ПКМ, как правило, выполняются соотношения

$$D_x \approx D_y; \quad d_{xx} \approx d_{yy}; \quad d_{xy} \ll d_{xx}, \quad (15)$$

тогда, как следует из (14) угол  $\theta_0 \approx \pi/8 = 22.5^\circ$ . В данном случае угол  $\theta_0$  стоит подобрать в малом диапазоне углов, например,  $20^\circ \leq \theta \leq 25^\circ$ , экспериментально, пошагово изменяя угол  $\theta$  так, чтобы разность  $z_y - z_x$  уменьшалась до нуля.

Существует, также угол  $\theta^*$ , который приравняет масштабные коэффициенты обоих каналов  $MK_x = MK_y$ . Этот угол можно определить из соотношения

$$2k D_y \sin 20^\circ = 2k D_x \cos 20^\circ. \quad (16)$$

Решение этого уравнения дает

$$\theta^* = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{D_x}{D_y} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left( \frac{MK_y^\theta}{MK_x^\theta} \operatorname{tg} 20^\circ \right), \quad (17)$$

где  $MK_x^\theta$  и  $MK_y^\theta$  – масштабные коэффициенты каналов  $X$  и  $Y$ , когда угол акустической волны  $\theta \neq m\pi$ , где  $m = 0, 1, \dots, 8$ , т.е. не совпадает с каким-либо из восьми выходов, т.е. описывает режим работы ПКМ.

**Определение угла равенства масштабных коэффициентов.** Угол акустической волны  $\theta^*$  также близок к  $\pi/8$ . Поэтому на практике рекомендуется выполнить следующие действия для определения и установки угла волны  $\theta^*$  [5]: 1) установить стоячую акустическую волну под углом  $\theta = \pi/8$ , путем установки одинаковых амплитуд колебаний каналов  $X$  и  $Y$  ( $A_x = A_y$ ); 2) определить  $MK_x^{\pi/8}$  и  $MK_y^{\pi/8}$  путем использования стандартной процедуры калибровки МК; 3) рассчитать угол акустической волны  $\theta^*$  используя формулу (17); 4) формировать амплитуды  $A_x$  и  $A_y$  колебаний резонатора по каналам  $X$  и

У так, чтобы  $\text{tg } \theta^* = A_x/A_y$ ; 5) когда стоячая акустическая волна установлена под углом  $\theta^*$ , разность  $z_y - z_x$  и приложение  $z_y + z_x$  измерительных сигналов двух каналов определяются следующими выражениями [5]:

$$\begin{aligned} z_y - z_x &= \text{MK}_d \Omega + (d_{yy} - d_{xx}) \frac{D_x D_y}{\sqrt{D_x^2 + D_y^2}}, \\ z_y + z_x &= \frac{D_x D_y}{\sqrt{D_x^2 + D_y^2}} (d_{yy} + d_{xx}) + \frac{D_y (D_x + D_y)}{\sqrt{D_x^2 + D_y^2}} d_{xy}, \\ \text{MK}_d &= 4k \frac{D_x D_y}{\sqrt{D_x^2 + D_y^2}}. \end{aligned} \quad (18)$$

Как можно увидеть из (18) разница  $z_y - z_x$  сигналов двух каналов не имеет перекрестного демпфирования  $d_{xy}$ , оно компенсируется при получении разницы. МК ПКМ, когда угол волны  $\theta^*$ , равен  $\text{MK}_d$ . Он не зависит от резонансной частоты  $\omega_r$ , а также от амплитуды колебаний  $A$ , как это есть для ПКМ, работающего в режиме измерения угловой скорости, а определяется параметрами выходов управления и коэффициентом Брайана.

Существуют несколько сложных алгоритмов, разработанных для устранения компонентов смещения нуля выборочных гармонических шумовых колебаний. Например, таких как использование адаптивного управления [7, 8] или компенсация компонентов смещения нуля через обратную связь [9, 10]. Эти алгоритмы компенсации требуют точного моделирования и идентификации параметров в реальном времени. Метод инструментальной переменной вместе с теорией возмущений может обеспечить правильную идентификацию матриц жесткости и демпфирования. Нелинейный наблюдатель предлагается в [3, 4] для оценки параметров для компенсации дрейфа в полусферических дискретных шумовых колебаниях.

В различных условиях приводится и анализируется процедура вычисления компонент смещения нуля, что позволяет оценить эти компоненты за достаточно короткий промежуток времени после включения прибора и обеспечить высокую повторяемость смещения нуля дифференциального ПКМ от включения к включению. Приводится численный эксперимент, основанный на линеаризованной модели чувствительного элемента ПКМ [5] в “медленных” переменных [6].

Так как угол волны  $\theta \neq m\pi/4$ , где  $m = 0, 1, \dots, 8$  в дифференциальном ПКМ, т.е.  $\sin 2\theta \neq 0$  и  $\cos 2\theta \neq 0$ , то левые и правые части уравнения (10) можно разделить, первое уравнение на  $\sin 2\theta$ , а второе на  $\cos 2\theta$ . Заменим  $d_{xx}$ ,  $d_{yy}$ ,  $d_{xy}$  их выражениями через  $\tau$ ,  $\theta_\tau$  и  $h$  (1). Тогда уравнения (10) запишутся в виде

$$\begin{aligned} 2k\Omega D_y \text{tg } 20^\circ + D_y h \sin 2(\theta^* - \theta_\tau) \text{tg } 20^\circ + D_x \frac{2}{\tau} + D_x h \cos 2(\theta^* - \theta_\tau) &= \tilde{z}_x, \\ 2k\Omega D_x \text{tg } 20^\circ + D_x h \sin 2(\theta^* - \theta_\tau) \text{tg } 20^\circ + D_y \frac{2}{\tau} + D_y h \cos 2(\theta^* - \theta_\tau) &= \tilde{z}_y, \\ \tilde{z}_x &= \frac{z_x}{\cos 2\theta^*}, \quad \tilde{z}_y = \frac{z_y}{\cos 2\theta^*}. \end{aligned} \quad (19)$$

Введем обозначения

$$\begin{aligned} x_1 &= D_y h \sin 2(\theta^* - \theta_\tau), & x_2 &= D_x \frac{2}{\tau}, & x_3 &= D_x h \cos 2(\theta^* - \theta_\tau), \\ x_4 &= D_x h \sin 2(\theta^* - \theta_\tau), & x_5 &= D_y \frac{2}{\tau}, & x_6 &= D_y h \cos 2(\theta^* - \theta_\tau). \end{aligned} \quad (20)$$

Поставим задачу определения шести параметров  $x_1, \dots, x_6$  по измерениям  $\tilde{z}_x$  и  $\tilde{z}_y$ . Так как не независимых параметров в (20) только пять  $D_x, D_y, h, \tau, \theta_\tau$ , то для их определения надо 5 уравнений. С этой целью проведем замеры выходных сигналов дифференциального ПКМ в двух положениях стоячей волны  $\theta = \theta^*$  и  $\theta = \theta^* + 90^\circ$ , чтобы иметь четыре измерения, а пятым уравнением используем уравнение (17).

В первом положении, когда  $\theta = \theta^*$  имеем два уравнения

$$\begin{aligned} -2k\Omega D_y \operatorname{tg} 20^\circ - D_y h \sin 2(\theta^* - \theta_\tau) \operatorname{tg} 20^\circ + D_x \frac{2}{\tau} - D_x h \cos 2(\theta^* - \theta_\tau) &= \tilde{z}_x^1, \\ 2k\Omega D_x \operatorname{tg} 20^\circ - D_x h \sin 2(\theta^* - \theta_\tau) \operatorname{ctg} 20^\circ + D_y \frac{2}{\tau} + D_y h \cos 2(\theta^* - \theta_\tau) &= \tilde{z}_y^1. \end{aligned} \quad (21)$$

Во втором положении стоячей волны  $\theta = \theta^* + 90^\circ$  имеем уравнения

$$\begin{aligned} -2k\Omega D_y \operatorname{tg} 20^\circ - D_y h \sin 2(\theta^* - \theta_\tau) \operatorname{tg} 20^\circ + D_x \frac{2}{\tau} - D_x h \cos 2(\theta^* - \theta_\tau) &= \tilde{z}_x^2, \\ 2k\Omega D_x \operatorname{ctg} 20^\circ - D_x h \sin 2(\theta^* - \theta_\tau) \operatorname{ctg} 20^\circ + D_y \frac{2}{\tau} + D_y h \cos 2(\theta^* - \theta_\tau) &= \tilde{z}_y^2. \end{aligned} \quad (22)$$

Составляем первые уравнения систем (21) и (22), а также и вторые уравнения, получим

$$\begin{aligned} -4k\Omega D_y \operatorname{tg} 20^\circ + D_x \frac{4}{\tau} &= \tilde{z}_x^1 + \tilde{z}_x^2, \\ 4k\Omega D_x \operatorname{ctg} 20^\circ + D_y \frac{4}{\tau} &= \tilde{z}_y^1 + \tilde{z}_y^2. \end{aligned} \quad (23)$$

С учетом соотношений (17), получим

$$\begin{aligned} x_5 &= D_y \frac{2}{\tau} = \frac{\tilde{z}_x^1 + \tilde{z}_x^2 + \tilde{z}_y^1 + \tilde{z}_y^2}{2(1 + \operatorname{tg}^2 2\theta^*)}, \\ x_2 &= D_x \frac{2}{\tau} = \frac{\tilde{z}_x^1 + \tilde{z}_x^2 + \tilde{z}_y^1 + \tilde{z}_y^2}{2(1 + \operatorname{ctg}^2 2\theta^*)}. \end{aligned} \quad (24)$$

Теперь вычитаем первые уравнения (21) и (22), а также вторые уравнения. Получим после преобразований

$$\begin{aligned} 2D_y h \sin 2(\theta^* - \theta_\tau) \operatorname{tg} 20^\circ + 2D_x h \cos 2(\theta^* - \theta_\tau) &= \tilde{z}_x^1 - \tilde{z}_x^2, \\ 2D_x h \sin 2(\theta^* - \theta_\tau) \operatorname{ctg} 20^\circ - D_y h \cos 2(\theta^* - \theta_\tau) &= \tilde{z}_y^1 - \tilde{z}_y^2. \end{aligned} \quad (25)$$

Вычитаем эти два уравнения, с учетом условия (17), получим

$$\begin{aligned} x_6 &= D_y h \cos 2(\theta^* - \theta_\tau) = \frac{\tilde{z}_x^1 - \tilde{z}_x^2 - \tilde{z}_y^1 + \tilde{z}_y^2}{2(1 + \operatorname{tg}^2 20^\circ)}, \\ x_3 &= D_x h \sin 2(\theta^* - \theta_\tau) = \frac{\tilde{z}_x^1 - \tilde{z}_x^2 - \tilde{z}_y^1 + \tilde{z}_y^2}{2(1 + \operatorname{ctg}^2 20^\circ)}. \end{aligned} \quad (26)$$

Умножаем первое уравнение (25) на  $D_y$ , а второе на  $D_x$  и складывая их, получим

$$2(D_y^2 \operatorname{tg} 20^\circ + D_x^2 \operatorname{ctg} 20^\circ) h \sin 2(\theta^* - \theta_\tau) = (\tilde{z}_x^1 - \tilde{z}_x^2) D_y + (\tilde{z}_y^1 - \tilde{z}_y^2) D_x. \quad (27)$$

**Таблица 1.** Относительная погрешность оценки параметров резонатора по измерениям с шумом при усреднении 1 с для различных среднеквадратических отклонений  $\sigma$

Параметр	Погрешность для $\sigma = 6^\circ/\text{ч}$ , %	Погрешность для $\sigma = 20^\circ/\text{ч}$ , %
$x_1$	$5.0 \times 10^{-12}$	$1.5 \times 10^{-11}$
$x_2$	$4.2 \times 10^{-4}$	$1.3 \times 10^{-3}$
$x_3$	$3.5 \times 10^{-11}$	$7.4 \times 10^{-11}$
$x_4$	$4.7 \times 10^{-12}$	$1.5 \times 10^{-11}$
$x_5$	$4.2 \times 10^{-4}$	$1.3 \times 10^{-3}$
$x_6$	$3.5 \times 10^{-11}$	$7.2 \times 10^{-11}$

Откуда с учетом (17), имеем

$$2D_y^2 h \sin 2(\theta^* - \theta_\tau) (\text{tg}^2 20^\circ + \text{tg}^4 20^\circ \text{ctg} 20^\circ) = (\tilde{z}_x^1 - \tilde{z}_x^2) D_y + (\tilde{z}_y^1 - \tilde{z}_y^2) D_y \text{tg}^2 20\pi^\circ. \quad (28)$$

После преобразований, получим

$$x_1 = \frac{(\tilde{z}_x^1 - \tilde{z}_x^2) \text{ctg} 20^\circ + (\tilde{z}_y^1 - \tilde{z}_y^2) \text{tg} 20^\circ}{2(1 + \text{tg}^2 20^\circ)}; \quad (29)$$

$$x_4 = \frac{(\tilde{z}_x^1 - \tilde{z}_x^2) \text{ctg} 20^\circ + (\tilde{z}_y^1 - \tilde{z}_y^2) \text{tg} 20^\circ}{2(1 + \text{ctg}^2 20^\circ)}. \quad (30)$$

Таким образом, все 6 параметров, которые определяют смещение нуля в двух каналах дифференциального ПКМ, можно вычислить путем переориентации стоячей волны на угол  $90^\circ$ . Такую калибровку смещения нуля можно выполнить при  $\theta = \text{const} \neq 0$ , т.е. при любой ориентации оси чувствительности относительно вектора угловой скорости вращения Земли.

Представим уравнение измерений (19) с использованием обозначений (20) и после добавления шумов измерений  $\xi_x$  и  $\xi_y$ , получим

$$\begin{aligned} -2k\Omega D_y \text{tg} 20^\circ - x_1 \text{tg} 20^\circ + x_2 + x_3 + \xi_x &= \tilde{z}_x, \\ -2k\Omega D_x \text{ctg} 20^\circ - x_4 \text{ctg} 20^\circ + x_5 - x_6 + \xi_y &= \tilde{z}_y. \end{aligned} \quad (31)$$

Проведем оценку параметров  $x_1, \dots, x_6$ , путем проведения численного эксперимента с использованием симулинок-модели уравнений ПКМ.

Для моделирования примем следующие параметры агрегата из ПКМ:  $k = 0.4$ ;  $D_x = 1$  мкм/мВ;  $D_y = 1.1$  мкм/мВ;  $h = 0.0386658$  с<sup>-1</sup>;  $\theta_\tau = 4^\circ$ ;  $2/\tau = 1.97195$  с<sup>-1</sup>;  $\theta^* = \frac{1}{2} \text{arctg} \sqrt{\frac{D_x}{D_y}}$ ; добротность резонатора вдоль осей  $X$  и  $Y$  являются такими  $Q_x = 25000$ ,  $Q_y = 26000$ ,  $\omega_r = 2\pi \times 4000$  два канала гармонического шумового колебания реализуются в демодулированных переменных с передаточной функцией чувствительного элемента.

Результаты расчетов относительной погрешности в процентах параметров  $x_1, \dots, x_6$  для двух значений СКО шума измерения при усреднении за одну секунду представлены в табл. 1.

Параметры  $x_2$  и  $x_5$  имеют значение на порядок больше, чем другие параметры, поэтому именно их погрешности будут определять смещение нуля после коррекции.

Значение параметра  $x_5$  равно  $x_5 = 2D_y/\tau = 2.169$  рад/с. Погрешность его вычислений имеет значение  $4.2 \times 10^{-4}\%$ . Абсолютное значение погрешности является  $2.169 \times 4.2 \times 10^{-6} = 9.11 \times 10^{-6}$  рад/с  $\approx 1.88^\circ/\text{ч}$ .

Измерение угловой скорости ПКМ описывается системой уравнений (31). Смещение нуля определяется разницей между  $x_2$  и  $x_5$ , т.е. величиной, пропорциональной разрозненности, которая определяется параметром  $h = 0.0386658 \text{ с}^{-1}$ .

Поэтому абсолютное значение смещения нуля дифференциального ПКМ после коррекции будет определяться значением

$$0.0386658 \times 4.2 \times 10^{-6} \approx 0.16 \times 10^{-6} \text{ рад/с} \approx 0.033^\circ/\text{ч}.$$

Для уменьшения шума измерения надо увеличивать добротность резонатора и использовать малошумные детали.

Агрегат из ПКМ имеет возможность компенсации разности частот резонанса в процессе измерения угловой скорости. Процедура калибровки ПКМ, основанная на переориентации стоячей волны, проводится в течение 2–3 с и может обеспечивать повторяемость смещения нуля от включения к включению на уровне  $0.033^\circ/\text{ч}$  для низко добротных резонаторов.

При увеличении времени калибровки (времени усреднения шума), добротности резонатора можно увеличить повторяемость смещения нуля от включения до включения силовой установки.

**Выводы.** Полученные в работе результаты расчетов акустического воздействия в процессе эксплуатации воздушных судов можно использовать при проектировании агрегатов из ПКМ, при расчетах на прочность при их ремонте. В частности, при математическом моделировании для оперативного измерения начальной азимутальной ориентации акустического воздействия притом, что измерение угла азимута требует высокой повторяемости смещения нуля дискретных шумовых колебаний. Определение начальной азимутальной ориентации акустического воздействия от силовой установки, позволяет более эффективно проектировать агрегаты из ПКМ.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при поддержке следующих грантов: Natural Science Foundation of Shaanxi Province (2021JQ 081); Basic Research Programs of Taicang (TC2020JC14).

#### КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Adam A., Papamoschou D., Bogey C. Imprint of Vortical Structures on the Near-Field Pressure of a Turbulent Jet // AIAA J. 2022. V. 60 (3). P. 1578.  
<https://doi.org/10.2514/1.J061010>
2. Gangipamula R., Ranjan P., Patil R.S. Study on fluid dynamic characteristics of a low specific speed centrifugal pump with emphasis on trimming operations // Int. J. of Heat and Fluid Flow. 2022. 95.  
<https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2022.108952>
3. Liu J., Cong S., Song Y., Chen S., Wu D. Flow structure and acoustics of underwater imperfectly expanded supersonic gas jets // Shock Waves. 2022.  
<https://doi.org/10.1007/s00193-021-01069-9>
4. Nikam S.R., Sharma S. Correlation in the Near and Far Field of Compressible Jet to Identify Noise Source Characteristics // Flow, Turbulence and Combustion. 2022. V. 108 (3). P. 739.  
<https://doi.org/10.1007/s10494-021-00299-2>

5. *Niki Y., Rajasegar R., Li Z., Musculus M.P.B., Garcia Oliver J.M., Takasaki K.* Verification of diesel spray ignition phenomenon in dual-fuel diesel-piloted premixed natural gas engine // *Int. J. of Engine Research*. 2022. V. 23 (2). P. 180.  
<https://doi.org/10.1177/1468087420983060>
6. *Rego L., Avallone F., Ragni D., Casalino D.* On the mechanisms of jet-installation noise reduction with flow-permeable trailing edges // *J. of Sound and Vibration*. 2022. 520.  
<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2021.116582>
7. *Varé M., Bogeey C.* Generation of acoustic tones in round jets at a Mach number of 0.9 impinging on a plate with and without a hole // *J. of Fluid Mechanics*. 2022. 936.  
<https://doi.org/10.1017/jfm.2022.47>
8. *Wang X., Lian J., Ma B., Du S.* Numerical simulations and predictions of low-frequency noises downstream spillway tunnel. Shuili Fadian Xuebao // *J. of Hydroelectric Engineering*. 2022. V. 41 (1). P. 103.  
<https://doi.org/10.11660/slfdx.20220111>
9. *Webb N., Esfahani A., Leahy R., Samimy M.* Active Control of Rectangular Supersonic Twin Jets using Perturbations: Effects and Mechanism // In *AIAA Science and Technology Forum and Exposition, AIAA SciTech Forum 2022*.  
<https://doi.org/10.2514/6.2022-2401>
10. *Zaman K.B.M.Q., Fagan A.F., Upadhyay P.* Pressure fluctuations due to “trapped waves” in the initial region of compressible jets // *J. of Fluid Mechanics*. 2022. 931.  
<https://doi.org/10.1017/jfm.2021.954>