
**НАДЕЖНОСТЬ, ПРОЧНОСТЬ,
ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ**

УДК 539.3:539.42

**КРИТЕРИЙ РАЗРУШЕНИЯ, УЧИТЫВАЮЩИЙ ДВУХОСНОЕ СТЕСНЕНИЕ
ДЕФОРМАЦИЙ ПО ФРОНТУ ТРЕЩИНЫ НОРМАЛЬНОГО ОТРЫВА**© 2023 г. А. М. Покровский^{1,*}, Ю. Г. Матвиенко²¹Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия²Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия

*e-mail: pokrovsky@bmsu.ru

Поступила в редакцию 21.11.2022 г.

После доработки 11.04.2023 г.

Принята к публикации 20.04.2023 г.

В настоящей статье сформулирован новый критерий разрушения для наиболее часто встречающейся на практике трещины нормального отрыва, основанный на предположении, что тангенциальные напряжения в зоне предразрушения равны локальной прочности материала. При этом размер зоны предразрушения и локальная прочность определены с учетом несингулярных T_{xx} - и T_{zz} -напряжений, входящих в асимптотическое распределение напряжений согласно Вильямсу и характеризующих двухмерное локальное стеснение деформации по фронту трещины в трехмерных телах. Получено выражение для эффективного коэффициента интенсивности напряжений, в которое кроме классического коэффициента интенсивности напряжений входят отношения T_{xx} - и T_{zz} -напряжений к пределу текучести, что позволяет учесть стеснение деформаций в поперечном (за счет T_{xx} -напряжений) и в продольном (за счет T_{zz} -напряжений) направлениях в окрестности фронта трещины. Проведена верификация разработанных программных средств и предлагаемого критерия разрушения. Приведены примеры реализации разработанного критерия для оценки трещиностойкости растянутой в одном и двух направлениях пластины с соосной поперечной сквозной трещиной.

Ключевые слова: механика разрушения, коэффициент интенсивности напряжений, T -напряжения, критерий разрушения, трещина нормального отрыва

DOI: 10.31857/S0235711923040107, EDN: XVTOIU

До недавнего времени оценка трещиностойкости деталей, как правило, проводилась с использованием однопараметрических критериев разрушения, в первую очередь на основании силового критерия разрушения Ирвина [1]. Такой подход встречается, например, в работах [2, 3]. Основным недостатком однопараметрических критериев разрушения является невозможность учета стеснения деформаций по фронту трещины, которое оказывает существенное влияние на значение разрушающей нагрузки [4]. В связи с этим в последнее время все большее применение находят критерии разрушения, в которые кроме коэффициента интенсивности напряжений (КИН) входят еще несингулярные члены разложения Вильямса [5] для напряжений, которые носят название T -напряжения. Здесь в первую очередь нужно отметить развиваемую в работах [5, 6] двухпараметрическую механику разрушения. Значительный вклад в методы вычисления T -напряжений внесен также в работах [7, 8]. Несмотря на достигнутые успехи в рассматриваемой области проблема оценки трещиностойкости деталей с учетом стеснения деформации по фронту трещины еще не может считаться до конца

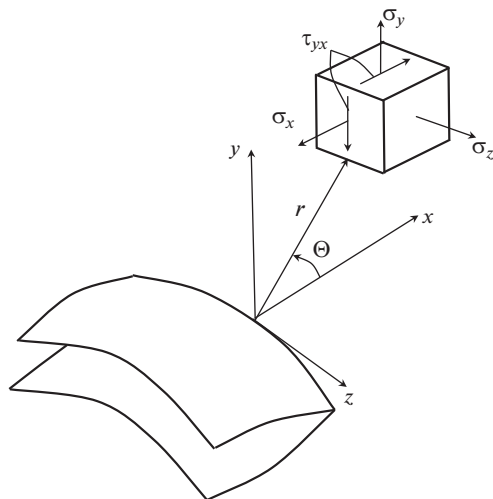


Рис. 1. Напряженное состояние по фронту трещины нормального отрыва.

решенной. В настоящее время не существует критерия хрупкого разрушения, который позволял бы проводить оценку трещиностойкости объемных деталей с трещинами с учетом двухосного стеснения деформаций. В такой критерий кроме КИН должны входить T_{xx} - и T_{zz} -напряжения. При этом с помощью лежащих в плоскости трещины и перпендикулярным фронту трещины T_{xx} -напряжений можно описать стеснение деформаций в поперечном направлении, а с помощью T_{zz} -напряжений стеснение деформаций в продольном направлении. Введение в критерий разрушения кроме T_{xx} -напряжений, еще и T_{zz} -напряжений позволяет, например, учесть влияние на трещиностойкость толщины детали. Сделать это на основании критерия, в который входят только T_{xx} -напряжения невозможно.

Целью настоящей статьи является разработка критерия разрушения, способного описать двухосное стеснение деформаций по фронту трещины нормального отрыва. Для подтверждения адекватности разработанного критерия разрушения необходимо провести верификацию, а также показать возможности его использования при оценке статической трещиностойкости.

Формулировка критерия разрушения. Для линейно-упругого изотропного объемного тела поле напряжений в окрестности фронта трещины нормального отрыва с учетом первых несингулярных членов (T_{xx} - и T_{zz} -напряжений) разложения Вильямса имеет вид [9]

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\Theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} \right) + T_{xx}, & \sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\Theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} \right), \\ \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2}, & \sigma_z &= \frac{2\mu K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\Theta}{2} + T_{zz}, & T_{zz} &= E\varepsilon_z + \mu T_{xx}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}$ – компоненты напряженного состояния; T_{xx} и T_{zz} – T -напряжения, лежащие в плоскости трещины и направленные перпендикулярно и параллельно фронту трещины соответственно; ε_z – деформация вдоль фронта трещины; E – модуль Юнга; μ – коэффициент Пуассона; r, Θ – радиус-вектор и угол (рис. 1).

Согласно выражениям (1) напряжения в плоскости трещины (при $\Theta = 0$) будут равны

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} + T_{xx}, \quad \sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}, \quad \sigma_z = \frac{2\mu K_I}{\sqrt{2\pi r}} + T_{zz}, \quad \tau_{xy} = 0, \quad (2)$$

где K_I – коэффициент интенсивности напряжений типа I.

Для записи критериального соотношения используем общепринятый подход, согласно которому тангенциальные напряжения в зоне предразрушения равны предельному значению. Очевидно, что для трещины нормального отрыва тангенциальными напряжениями являются напряжения σ_y . В качестве предельного напряжения будем использовать локальную прочность материала [4]. Тогда критериальное выражение, согласно (2), будет иметь

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r_c}} = \sigma_0, \quad (3)$$

где σ_0 – локальная прочность материала, которая согласно (3) представляет из себя предельное значение тангенциальных напряжений в зоне предразрушения; r_c – размер зоны предразрушения.

Для каждой точки по фронту трещины рассматривается локальная система координат, ориентированная следующим образом: оси x и z лежат в плоскости трещины перпендикулярно и параллельно фронту трещины соответственно, а ось y направлена перпендикулярно плоскости трещины (рис. 1). Очевидно, что в этом случае в каждой точке фронта трещины напряжения σ_x , σ_y , σ_z будут главными.

Локальную прочность материала определим аналогично тому, как это сделано в работе [4], но с учетом не только T_{xx} -напряжений, а и T_{zz} -напряжений. Согласно (2) и (3) выражения для главных напряжений в плоскости трещины на расстоянии равном размеру зоны предразрушения от точки на фронте трещины равны

$$\sigma' = \sigma_0 + T, \quad \sigma'' = \sigma_0, \quad \sigma''' = 2\mu\sigma_0 + T_{zz}. \quad (4)$$

Подставляя главные напряжения по формулам (4) в выражение для эквивалентного напряжения σ_{eq} по критерию пластичности Хубера–Мизеса [10] и приравнявая это значение пределу текучести σ_T , придем к выражению

$$\begin{aligned} \sigma_{eq} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma' - \sigma'')^2 + (\sigma' - \sigma''')^2 + (\sigma'' - \sigma''')^2} = \\ &= \sqrt{\sigma_0^2(1 - 2\mu)^2 + \sigma_0(1 - 2\mu)(T_{xx} - 2T_{zz}) + T_{xx}^2 + T_{zz}^2 - T_{xx}T_{zz}} = \sigma_T, \end{aligned}$$

откуда получаем квадратное уравнение относительно σ_0

$$\sigma_0^2(1 - 2\mu)^2 + \sigma_0(1 - 2\mu)(T_{xx} - 2T_{zz}) - \sigma_T^2 + T_{xx}^2 + T_{zz}^2 - T_{xx}T_{zz} = 0.$$

Пригодный корень данного уравнения дает выражение для локальной прочности материала

$$\sigma_0 = -\frac{T_{xx} - 2T_{zz}}{2(1 - 2\mu)} + \sqrt{\left(\frac{T_{xx} - 2T_{zz}}{2(1 - 2\mu)}\right)^2 + \frac{\sigma_T^2 - T_{xx}^2 - T_{zz}^2 + T_{xx}T_{zz}}{(1 - 2\mu)^2}}. \quad (5)$$

Размер зоны предразрушения определим аналогично тому, как это делается при вычислении поправки Ирвина на пластическую зону [11]. Также воспользуемся гипотезой пластичности Треска–Сен-Венана [10], но только напряжения запишем с учетом T -напряжений. Для случая $T_{xx} < 0$ главные напряжения будут равны

$$\sigma_1 = \frac{K_{Ic}}{\sqrt{2\pi r_c}}, \quad \sigma_2 = \frac{K_{Ic}}{\sqrt{2\pi r_c}} + T_{xx}, \quad \sigma_3 = \frac{2\mu K_{Ic}}{\sqrt{2\pi r_c}} + T_{zz},$$

где K_{Ic} – вязкость разрушения.

Тогда

$$\sigma_{\text{экр}} = \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{K_{Ic}}{\sqrt{2\pi r_c}} - \frac{2\mu K_I}{\sqrt{2\pi r_c}} - T_{zz} = \sigma_T.$$

Откуда

$$r_c = \frac{(1 - 2\mu)^2}{2\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_T + T_{zz}} \right)^2. \quad (6)$$

Следует отметить, что хотя T_{zz} в первую очередь описывают стеснение деформации вдоль фронта трещины за счет деформации ε_z , но также косвенно описывают и стеснение деформации в перпендикулярном направлении, связаны с T_{xx} (1). Если не учитывать T_{zz} и положить их равными нулю, то выражение (6) переходит в формулу для поправки Ирвина на пластическую зону при плоском деформированном состоянии [11]

$$r_c = \frac{(1 - 2\mu)^2}{2\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_T} \right)^2.$$

Подставляя в критериальное соотношение (3) локальную прочность по формуле (5) и r_c по формуле (6), получим

$$\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r_c}} = \frac{K_I(\sigma_T + T_{zz})}{(1 - 2\mu)K_{Ic}} = -\frac{T_{xx} - 2T_{zz}}{2(1 - 2\mu)} + \sqrt{\left(\frac{T_{xx} - 2T_{zz}}{2(1 - 2\mu)} \right)^2 + \frac{\sigma_T^2 - T_{xx}^2 - T_{zz}^2 + T_{xx}T_{zz}}{(1 - 2\mu)^2}}.$$

Тогда выражение критерия разрушения принимает вид

$$K_I \frac{2(\sigma_T + T_{zz})}{\sqrt{(T_{xx} - 2T_{zz})^2 + 4(\sigma_T^2 - T_{xx}^2 - T_{zz}^2 + T_{xx}T_{zz}) - T_{xx} + 2T_{zz}}} = K_{Ic}.$$

Вводя для упрощения выражения параметры $\chi_x = \frac{T_{xx}}{\sigma_T}$, $\chi_z = \frac{T_{zz}}{\sigma_T}$, равные отношению T -напряжений к пределу текучести, и принимая левую часть уравнения за эффективный КИН придем к следующему выражению:

$$K_I^{\text{eff}} = \frac{2(1 + \chi_z)K_I}{\sqrt{(\chi_x - 2\chi_z)^2 + 4(1 - \chi_x^2 - \chi_z^2 + \chi_x\chi_z) - \chi_x + 2\chi_z}}, \quad (7)$$

где K_I^{eff} – эффективный КИН, позволяющий учитывать стеснение деформации в окрестности фронта трещины в поперечном и в продольном направлениях.

Из формулы (7) вытекает, как частный случай, выражение для эффективного КИН при плоском деформированном состоянии (ПДС). Для этого нужно учесть, что при ПДС $\varepsilon_z = 0$, и поэтому согласно (1) $T_{zz} = \mu T_{xx}$, а $\chi_z = \mu\chi_x$. При подстановке этого выражения в (7) получается формула для эффективного КИН при ПДС

$$K_I^{\text{eff}} = \frac{2(1 + \mu\chi_x)K_I}{\sqrt{(1 - 2\mu)^2\chi_x^2 + 4(1 - \chi_x^2(1 + \mu - \mu^2)) - (1 - 2\mu)\chi_x}}.$$

Согласно (7) при положительных χ_x и χ_z за счет большего стеснения деформаций эффективный КИН повышается, по сравнению с обычным КИН, а при отрицательных снижается. Причем для положительных значений изменение происходит существеннее, чем для отрицательных и это отличие тем больше, чем выше абсолютное значение χ_x и χ_z . Например, для $|\chi_x| = |\chi_z| = 0.3$ изменение эффективного КИН при

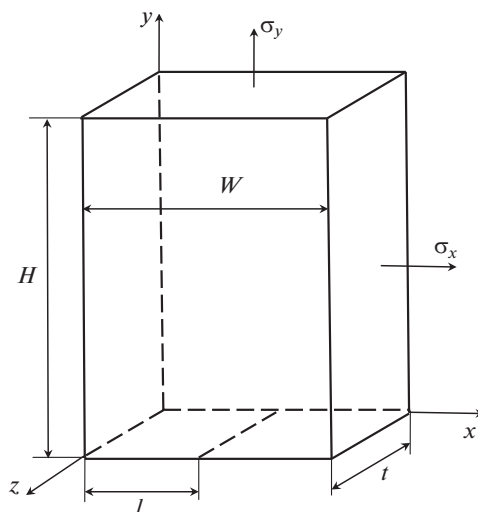


Рис. 2. Расчетная схема.

положительных значениях χ_x и χ_z на 19.7% больше, чем при отрицательных, а при $|\chi_x| = |\chi_z| = 0.6$ на 38.3% соответственно.

Для оценки трещиностойкости детали вычисляется КИН и T -напряжения по фронту объемной трещины, а по формуле (7), зная σ_t , эффективный КИН. Опасной точкой фронта будет та, в который K_I^{eff} больше.

Пример практического применения методики. В качестве примера реализации критерия разрушений рассматривалась пластина высотой $2H$, шириной $2W$ и толщиной $2t$, с соосной поперечной трещиной длиной $2l$, растянутая по двум направлениям. В силу симметричности задачи относительно трех плоскостей в качестве расчетной схемы использовалась только восьмая часть пластины (рис. 2). Для решения использовался авторский конечно-элементный комплекс. Конечно-элементная сетка формировалась следующим образом. Сначала тело пластины разбивалось на прямоугольные параллелепипеды. Причем по ширине и высоте пластина разбивалась на 20 шагов, а по толщине на 5. Шаги по высоте и толщине были постоянные, а по ширине были разные в зоне трещины и вне ее. С тем, чтобы в зоне трещины шаги были кратные длине трещины. Затем каждый параллелепипед разбивался на шесть тетраэдральных симплекс-элементов [12] одинакового объема. Количество конечных элементов в модели составляло 12 тысяч. После вычисления постоянных напряжений и деформаций в тетраэдральных конечных элементах они осреднялись по параллелепипедам.

На основании (2) T_{xx} -напряжения можно вычислить по напряжениям в плоскости трещины по формуле

$$T_{xx} = \sigma_x - \sigma_y. \quad (8)$$

При использовании формулы (8) T_{xx} -напряжения вычислялись в 5 точках на линии продолжения трещины для данной точки фронта. При этом значения для последних трех точек укладывались на прямую линию. Экстраполяция этой прямой до вершины трещины давало значение T_{xx} -напряжения в данной точке фронта трещины.

Таблица 1. Результаты тестирования программных средств

| α | Y | $K_1, \text{МПа}\sqrt{\text{м}}$ | $T_{xx}^{\text{Расч}}, \text{МПа}$ | $\beta_{\text{расч}}$ | β | $\delta, \%$ |
|----------|------|----------------------------------|------------------------------------|-----------------------|---------|--------------|
| 0.2 | 1.05 | 26.3 | -110.3 | -1.051 | -1.017 | 3.34 |
| 0.3 | 1.12 | 34.4 | -116.8 | -1.042 | -1.026 | 1.54 |
| 0.4 | 1.22 | 43.1 | -125.1 | -1.030 | -1.034 | 0.389 |
| 0.5 | 1.33 | 52.7 | -136.5 | -1.027 | -1.043 | 1.52 |
| 0.6 | 1.48 | 64.2 | -156.9 | -1.060 | -1.051 | 0.888 |

Расчет T_{zz} -напряжений в заданной точке фронта трещины проводился по формуле (1) по найденным значениям T_{xx} -напряжений в этой точке и деформациям ϵ_z .

Тестирование разработанных программных средств. С целью проверки адекватности разработанных программных средств результаты численного вычисления T_{xx} -напряжений тестировались. Связь КИН с T_{xx} -напряжениями можно описать с помощью безразмерного параметра двухосности [13]

$$\beta = \frac{T_{xx}\sqrt{\pi l}}{K_1}.$$

В работе [4] предложена формула для вычисления данного параметра для растянутой постоянными напряжениями квадратной пластины с соосной поперечной сквозной трещиной

$$\beta = -(1 + 0.085\alpha), \quad (9)$$

где $\alpha = l/W$ – отношение полудлины трещины к полуширине пластины.

С высокой степенью точности КИН в такой пластине можно вычислить по формуле

$$K_1 = \sigma\sqrt{\pi}Y, \quad (10)$$

где Y – поправочный коэффициент, который носит название К-тарировка.

В табл. 1 представлены результаты тестирования разработанных программных средств посредством сравнения параметра двухосности, вычисленного численно и по формуле (9). В табл. 1 приведены также значения поправочного коэффициента Y [14]. Рассматривалась квадратная пластина со стороной 200 мм и толщиной 100 мм, которая растягивалась напряжениями $\sigma_y = 100$ МПа (рис. 2). Длины трещин изменялись в интервале 40–120 мм. Кроме параметра двухосности, в таблице представлены значения КИН, T_{xx} -напряжений и погрешности численного определения β . Из таблицы видно, что численные результаты хорошо согласуются с данными, полученными по формуле (9). Максимальная погрешность вычисления β составляет 3.34%, а минимальная всего 0.389%. Средняя погрешность равна 1.54%.

Проведенное тестирование программных средств позволяет сделать вывод о возможности их использования для оценки трещиностойкости пластины со сквозной трещиной на основании разработанного критерия разрушения.

Пример реализации разработанных программных средств. В качестве иллюстрации работы разработанных программных средств на рис. 3 представлено распределение T_{xx} - и T_{zz} -напряжений по толщине пластины от свободной поверхности до середины толщины.

Рассмотрена толстостенная квадратная пластина со стороной 200 мм с поперечной сквозной соосной трещиной длиной $2l = 100$ мм, растянутая постоянным напряжением $\sigma_y = 200$ МПа. Представлены результаты для толщины $2t = 40, 100$ и 200 мм. По оси абсцисс отложена относительная координата η , равная отношению расстояния от по-

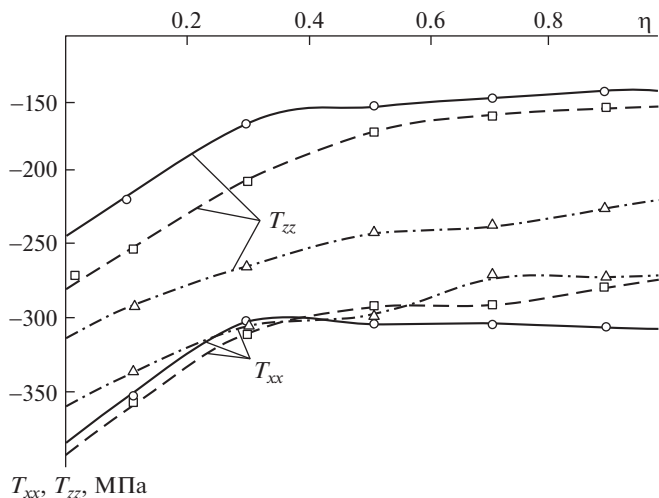


Рис. 3. Распределение T -напряжений по толщине пластины толщиной (мм): 40 — штрих-пунктирная; 100 — штриховая и 200 — сплошная линия.

верхности пластины к половине толщины. Значками указаны значения T -напряжений, которые вычислялись в процессе расчета, линии — аппроксимация. Из рисунка видно, что T_{zz} -напряжения существенно зависят от толщины пластины, в отличие от T_{xx} -напряжений, которые практически не зависят от толщины. Расчеты показали, что начиная с толщины, равной 20 мм (одна десятая от стороны пластины) и меньше T_{xx} - и T_{zz} -напряжения практически не меняются по толщине. Изменение составляет порядка трех процентов.

Результаты верификации разработанного критерия разрушения. Далее сравним расчетные результаты, полученные с использованием разработанного критерия разрушения, с опытными данными. В работе [15] проведено экспериментальное определение разрушающего напряжения при одноосном растяжении алюминиевых образцов при температуре -253°C . Рабочая часть образцов представляла из себя пластину с отношением высоты к ширине равным два с соосной поперечной сквозной трещиной. Для такой пластины для вычисления КИН можно воспользоваться формулой Федерсена [11]

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi l \sec\left(\frac{l}{2W}\right)}.$$

Данная формула справедлива для пластины с отношением высоты к ширине равным 2 и более. Механические характеристики материала согласно [15] принимались следующими: предел текучести $\sigma_T = 487.5$ МПа; вязкость разрушения $K_{Ic} = 54.95$ МПа $\sqrt{\text{м}}$. Алгоритм численного определения разрушающей нагрузки заключался в следующем. Организовывался итерационный процесс, при котором на каждой итерации задавалось растягивающее напряжение, и вычислялись T -напряжения по фронту трещины. Согласно рис. 3 максимальные в алгебраическом смысле T -напряжения возникают в точке, лежащей в середине толщины. В связи с этим максимальный эффективный КИН согласно формуле (7) получался именно в этой точке, в которой происходит наибольшее стеснение деформации. В процессе итерационного процесса подбиралось такое растягивающее напряжение, при котором максимальный

Таблица 2. Результаты сравнения расчетного и экспериментального разрушающего напряжения

| $2W$, мм | $2t$, мм | $2l$, мм | K_I , МПа $\sqrt{м}$ | T_x , МПа | T_z , МПа | $\sigma_{\text{экс}}$, МПа | $\sigma_{\text{рас}}^{\text{Ирв}}$, МПа | $\delta_{\text{Ирв}}$, % | $\sigma_{\text{рас}}$, МПа | δ , % |
|-----------|-----------|-----------|---------------------------|----------------|-------------|--------------------------------|---|---------------------------|--------------------------------|--------------|
| 139.7 | 1.73 | 10.2 | 58.5 | -472.9 | -282.1 | 445.4 | 434.2 | 2.51 | 461.1 | -3.53 |
| 139.7 | 1.71 | 12.5 | 60.4 | -464.2 | -278.8 | 431.6 | 390.2 | 9.59 | 428.9 | 0.626 |
| 139.7 | 1.71 | 15.5 | 63.6 | -444.3 | -269.8 | 424.0 | 349.6 | 17.5 | 404.4 | 4.62 |
| 170.2 | 1.73 | 21.0 | 67.0 | -409.6 | -250.0 | 401.6 | 299.7 | 25.4 | 365.4 | 9.01 |
| 170.2 | 1.72 | 22.6 | 67.1 | -408.7 | -252.6 | 396.5 | 288.8 | 27.2 | 352.6 | 11.1 |
| 170.2 | 1.74 | 26.1 | 68.1 | -394.3 | -246.8 | 384.1 | 267.6 | 30.3 | 331.6 | 13.7 |

Таблица 3. Влияние толщины тела на разрушающее напряжение

| $2t$, мм | K_I , МПа $\sqrt{м}$ | T_{xx} , МПа | T_{zz} , МПа | χ_x | χ_z | $\sigma_{\text{разр}}$, МПа |
|-----------|------------------------|----------------|----------------|----------|----------|------------------------------|
| 10 | 63.8 | -187.4 | -185.3 | -0.468 | -0.463 | 121.1 |
| 20 | 62.6 | -177.9 | -167.2 | -0.445 | -0.418 | 118.7 |
| 40 | 60.1 | -157.5 | -128.2 | -0.394 | -0.320 | 114.0 |
| 100 | 58.4 | -151.4 | -84.3 | -0.379 | -0.211 | 110.9 |

эффективный КИН становился равным вязкости разрушения K_{Ic} . В табл. 2 представлены результаты сравнения расчетных и экспериментальных разрушающих напряжений. Для большей иллюстративности (табл. 2) кроме экспериментальных и расчетных разрушающих напряжений, посчитанных по разработанному критерию разрушения, приведены разрушающие напряжения, полученные по однопараметрическому силовому критерию разрушения Ирвина. Также представлены значения КИН, T -напряжений и погрешности вычисления разрушающих напряжений по двум критериям.

Анализ данных (табл. 2) показывает, что разрушающие напряжения, прогнозируемые по критерию Ирвина, получаются сильно заниженными. Средняя погрешность вычисления разрушающих напряжений по этому критерию составляет 18.8%. При использовании разработанного критерия разрушения средняя погрешность более чем в два с половиной раза ниже и составляет в среднем 7.10%, что позволяет сделать вывод о целесообразности практического использования предлагаемого подхода для оценки трещиностойкости элементов конструкций.

Примеры реализации разработанного критерия разрушения. Для иллюстрации возможностей предложенного критерия разрушения рассмотрено влияние толщины нагруженной напряжениями σ_y (рис. 2) пластины со сквозной соосной поперечной трещиной на значение разрушающего напряжения. Расчет проведен для квадратной пластины со стороной 200 мм и трещиной длиной $2l = 100$ мм. При этом толщина изменялась в пределах 10–100 мм. Значение K_{Ic} принято равным 50 МПа $\sqrt{м}$, а предел текучести 400 МПа. В табл. 3 представлены результаты расчета. Кроме разрушающей нагрузки в таблице представлены значения T -напряжений и их отношений к пределу текучести. Из таблицы видно, что с уменьшением толщины пластины за счет меньшего стеснения деформаций T_{xx} - и T_{zz} -напряжения в алгебраическом смысле уменьшаются. За счет этого уменьшается и эффективный КИН, поэтому разрушающее напряжение увеличивается.

Для исследования влияния двухосности нагружения на трещиностойкость рассмотрена пластина с такими же размерами W , H и механическим характеристикам матери-

Таблица 4. Влияние двухосного растяжения на значение разрушающего напряжения

| σ_x/σ_y | K_I , МПа $\sqrt{м}$ | T_{xx} , МПа | T_{zz} , МПа | χ_x | χ_z | $\sigma_y^{Разр}$, МПа |
|---------------------|------------------------|----------------|----------------|----------|----------|-------------------------|
| 1 | 55.1 | -32.0 | -79.5 | 0.080 | -0.199 | 104.5 |
| 2 | 44.7 | 63.9 | -64.5 | 0.160 | -0.161 | 84.8 |
| 3 | 38.1 | 131.1 | -55.1 | 0.378 | -0.138 | 72.3 |

ала. Толщина пластины принята равной 100 мм. Пластина растянута по оси y (рис. 2) напряжениями $\sigma_y = \sigma$, а по оси x напряжениями $\sigma_x = \sigma, 2\sigma$ и 3σ . Следует отметить, что растягивающие напряжения σ_x не влияют на значение КИН. Результаты расчета сведены в табл. 4. Из таблицы видно, что при увеличении отношения σ_x к σ_y значения T -напряжений повышаются, причем T_{xx} -напряжения при отношении больше единицы становятся положительными. Повышение T -напряжений при увеличении σ_x приводит к повышению эффективного КИН, что приводит к снижению разрушающего напряжения σ_y . Согласно табл. 3 разрушающее напряжение при одноосном растяжении для пластины толщиной 100 мм равно 110.9 МПа, что больше разрушающих напряжений из табл. 4, которые были получены при двухосном растяжении. Таким образом, растягивающие напряжения, лежащие в плоскости трещины, приводят к стеснению деформации по фронту трещины, что приводит к увеличению эффективного КИН, и как следствие, снижению разрушающих напряжений, перпендикулярных плоскости трещины. Несмотря на то, что критерий разрушения был получен из предположения, что T_{xx} отрицательные, для положительных T_{xx} -напряжений приводит к ожидаемым результатам.

В качестве иллюстрации на рис. 4 и 5 представлено распределение T_{xx} - и T_{zz} -напряжений по толщине тела соответственно в зависимости от относительной координаты η .

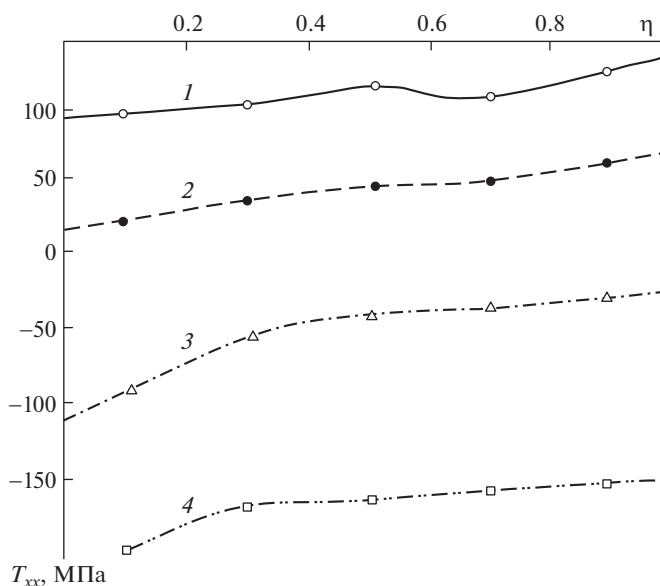


Рис. 4. Влияние двухосного растяжения на распределение T_{xx} -напряжений по толщине пластины: 1 — $\sigma_x/\sigma_y = 3$; 2 — $\sigma_x/\sigma_y = 2$; 3 — $\sigma_x/\sigma_y = 1$; 4 — $\sigma_x/\sigma_y = 0$.

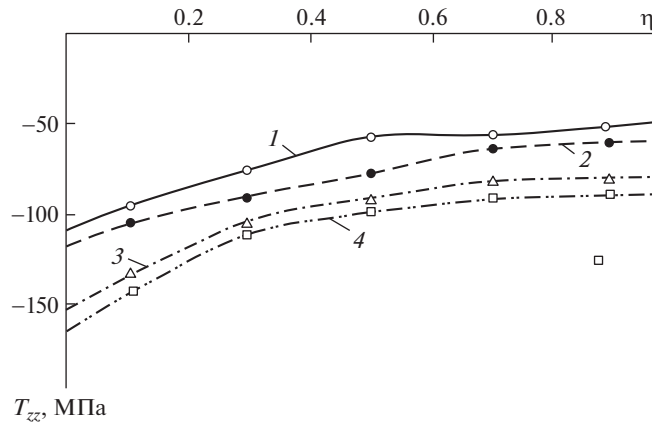


Рис. 5. Влияние двухосного растяжения на распределение T_{zz} -напряжений по толщине пластины: 1 – $\sigma_x/\sigma_y = 3$; 2 – $\sigma_x/\sigma_y = 2$; 3 – $\sigma_x/\sigma_y = 1$; 4 – $\sigma_x/\sigma_y = 0$.

Представлены зависимости для разных отношений σ_x к σ_y , а также для одноосного растяжения. Из рисунков видно, что как T_{xx} -, так и T_{zz} -напряжения увеличиваются по мере удаления от поверхности тела и достигают максимума в середине фронта трещины. В связи с этим максимальный эффективный КИН возникает также в этой точке фронта трещины, по которой и проводилась оценка трещиностойкости.

Заключение. В настоящей статье разработан критерий разрушения, и с использованием разработанных программных средств проведена оценка статической трещиностойкости растянутой в одном или двух направлениях пластины с соосной поперечной сквозной трещиной. В результате проведенного исследования можно сформулировать следующие выводы: **1.** Осуществленная верификация доказывает адекватность разработанного критерия разрушения, позволяющего учесть двухосное стеснение деформаций по фронту трещины нормального отрыва. **2.** T_{zz} -напряжения существенно зависят от толщины пластины, в отличие от T_{xx} -напряжений, которые практически не зависят от толщины. **3.** Максимальные T_{xx} - и T_{zz} -напряжения возникают в середине фронта трещины, поэтому наиболее опасная точка, в которой эффективный КИН имеет наибольшее значение располагается в этом месте фронта. **4.** Сравнение расчетных значений разрушающих напряжений, получаемых на основе разработанного критерия, с результатами экспериментов, показало существенно более высокую точность получаемых результатов, чем в случае применения однопараметрического критерия Ирвина. Значения, рассчитанные по критерию Ирвина, получаются сильно заниженными. **5.** С увеличением толщины пластины разрушающее напряжение снижается за счет повышения стеснения деформации в наиболее опасной точке, расположенной в середине фронта трещины. **6.** Растягивающие напряжения, направленные вдоль линии трещины, приводят к стеснению деформации по фронту трещины, что приводит к увеличению эффективного КИН, и как следствие снижению разрушающих напряжений перпендикулярных плоскости трещины.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Черепанов Г.В.* Механика разрушения. М.: Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2012. 872 с.
2. *Добровольский Д.С.* Критерии трещиностойкости нелинейной механики разрушения конструкций // Интеллектуальные системы в производстве. 2017. Т. 15. № 2. С. 23.
3. *Вовк Л.П., Кисель Е.С.* Моделирование распространения полуэллиптической продольной трещины на внешней поверхности полого цилиндра // Журнал теоретической и прикладной механики. 2021. № 1 (74). С. 5.
4. *Матвиенко Ю.Г.* Двухпараметрическая механика разрушения. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2020. 208 с.
5. *Williams M.L.* On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack // Journal of Applied Mechanics. 1957. V. 24 (1). P. 109.
6. *Покровский А.М., Матвиенко Ю.Г., Егранов М.П.* Использование двухпараметрического критерия для прогнозирования траектории роста сквозной трещины в сжатом диске // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2022. № 5. С. 43.
7. *Степанова Л.В.* Экспериментальное и конечно-элементное определение коэффициентов асимптотического разложения М. Уильямса у вершины трещины в линейно-упругом изотропном материале. Часть II // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2021. № 1. С. 72.
8. *Степанова Л.В.* Влияние высших приближений в асимптотическом разложении М. Уильямса поля напряжений на описание напряженно-деформированного состояния у вершины трещины. Часть I // Вестник Самарского университета. Естественная серия. 2021. Т. 27. № 4. С. 30.
9. *Nakamura T., Parks D.M.* Determination of elastic T-stress along three-dimensional crack front an interaction integral // Int. J. Solid Struct. 1992. V. 29. P. 1597.
10. *Феодосьев В.И.* Сопrotивление материалов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018. 544 с.
11. *Партон В.З., Морозов Е.М.* Механика упругопластического разрушения. Основы механики разрушения. М.: Издательство ЛКИ, 2008. 352 с.
12. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 541 с.
13. *Henning S., Kianoush M.-A.* On the full set of elastic T-stress terms of integral circular cracks under mixed-mode loading conditions // Eng. Fract. Mech. 2007. V. 74. P. 2770.
14. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений: В 2-х томах. Т. 1: Пер. с англ. / Под ред. Ю. Мураками. М.: Мир, 1990. 448 с.
15. *Orange T.W., Sullivan T.L., Calfo F.D.* Fracture of thin sections containing through and part through cracks. Nasa TN D-6305, 1971. 22 p.