

УДК 539.125.5.172

К РЕФЛЕКТОМЕТРИИ НЕЙТРОНОВ С ПРЕЦЕССИРУЮЩИМИ СПИНАМИ

© 2019 г. Н. К. Плешанов*

*Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова
НИИЦ “Курчатовский институт”, 188300 Гатчина, Ленинградская область, Россия*

*E-mail: pleshanov_nk@pnpi.nrcki.ru

Поступила в редакцию 28.12.2018 г.

После доработки 11.02.2019 г.

Принята к публикации 28.02.2019 г.

Для анализа поведения вектора нейтронной поляризации определен оператор спина в точке $\sigma(\mathbf{r}) \equiv \sigma\delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r})$. Поляризация нейтронов в двухуровневом состоянии при прохождении областей с магнитным полем в отсутствие рассеяния описывается с помощью таких понятий как пилотная скорость, прецессионный фронт, нутационная и динамическая оси. Предложена схема рефлектометрии нейтронов в двухуровневом состоянии (рефлектометрия нейтронов с прецессирующими спинами) для более детального исследования магнитных слоистых структур.

Ключевые слова: поляризация нейтронов, нейтронная рефлектометрия, оператор спина в точке, прецессия спина нейтрона, нутация спина нейтрона, нейтронные поляризационные эффекты.

DOI: 10.1134/S0207352819090117

ВВЕДЕНИЕ

Современные нейтронные методики используют трехмерную природу поляризации и многоуровневые состояния. В их числе нейтронное резонансное спин-эхо [1], четырехволновое нейтронное резонансное спин-эхо [2], нейтронная резонансная интерферометрия [3] и ее обобщенный вариант с меняющейся во времени структурой плотности вероятности [4], метод нейтронной группировки [5], открывающий новые перспективы для высокоразрешающей спектроскопии, временной интерферометрии и нейтронной голографии.

В нейтронной рефлектометрии также могут использоваться многоуровневые состояния. Наиболее простой для реализации является схема рефлектометрии нейтронов в двухуровневом состоянии (рефлектометрия нейтронов с прецессирующими спинами). В этой связи значительный интерес представляет точное описание прохождения нейтрона в двухуровневом состоянии через области с магнитным полем.

Квазиклассический подход к нейтронной поляризации на основе ларморовского уравнения был обогащен важными деталями в ряде работ [6–13], в которых используется тот факт, что проекция спина нейтрона на направления вдоль (“вверх”) и против (“вниз”) поля являются фактически проекциями в оптически разные среды.

В настоящей работе для анализа поведения вектора поляризации введен оператор спина в

точке. Он использован для описания поляризации нейтронов в двухуровневом состоянии при прохождении областей с магнитным полем в отсутствие рассеяния. Введение таких понятий как пилотная скорость, прецессионный фронт, нутационная и динамическая оси позволяет наиболее просто описать поведение спина. На основе анализа предложена схема рефлектометрии нейтронов с прецессирующими спинами, которая может быть использована для более детального исследования магнитных слоистых структур.

ВЕКТОР НЕЙТРОННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Спин нейтрона представлен квантово-механическим оператором $\hat{\mathbf{s}}$, который действует в спиновом подпространстве и преобразует спиновые компоненты волновой функции, не “замечая” пространственные координаты. На практике используют оператор Паули, пропорциональный оператору спина $\hat{\mathbf{s}}$:

$$\hat{\mathbf{g}} = 2\hat{\mathbf{s}}/\hbar. \quad (1)$$

Его измерение дает вектор поляризации

$$\mathbf{P} = \langle \hat{\mathbf{g}} \rangle \equiv \langle \Psi | \hat{\mathbf{g}} | \Psi \rangle / \langle \Psi | \Psi \rangle. \quad (2)$$

Ввиду ортогональности координатного и спинового подпространств ось квантования Z может быть выбрана независимо от координатных осей. Выбрав ось квантования Z и орты \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y , \mathbf{e}_z декартовой системы координат, оператор Паули мож-

но записать с помощью операторов проекции спина на соответствующие оси:

$$\hat{\sigma} = \hat{\sigma}_X \mathbf{e}_X + \hat{\sigma}_Y \mathbf{e}_Y + \hat{\sigma}_Z \mathbf{e}_Z. \quad (3)$$

Операторы проекции спина представлены матрицами Паули:

$$\hat{\sigma}_X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}_Z, \quad \hat{\sigma}_Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}_Z, \quad (4)$$

$$\hat{\sigma}_Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}_Z.$$

Здесь и далее ось квантования будем указывать нижним индексом.

Длину вектора поляризации \mathbf{P} будем считать равной единице, поэтому вектор \mathbf{P} визуализирует вектор спинового подпространства – нормированный спинор

$$|A\rangle = \begin{pmatrix} a_{\uparrow} \exp(i\alpha_{\uparrow}) \\ a_{\downarrow} \exp(i\alpha_{\downarrow}) \end{pmatrix}_Z, \quad a_{\uparrow, \downarrow} \geq 0, \quad (5)$$

$$a_{\uparrow}^2 + a_{\downarrow}^2 = 1,$$

который всегда можно привести к каноническому виду:

$$|A\rangle = \exp\left(i\frac{\alpha_{\uparrow} + \alpha_{\downarrow}}{2}\right) \begin{pmatrix} \cos(\gamma/2) \exp(-i\varphi/2) \\ \sin(\gamma/2) \exp(i\varphi/2) \end{pmatrix}_Z, \quad (6)$$

$$\varphi = \alpha_{\downarrow} - \alpha_{\uparrow}, \quad a_{\uparrow} = \cos(\gamma/2), \quad a_{\downarrow} = \sin(\gamma/2). \quad (7)$$

Поскольку

$$\mathbf{P} = (\langle A | \sigma_X | A \rangle, \langle A | \sigma_Y | A \rangle, \langle A | \sigma_Z | A \rangle)_Z = (\sin \gamma \cos \varphi, \sin \gamma \sin \varphi, \cos \gamma)_Z, \quad (8)$$

γ – это угол между \mathbf{P} и осью квантования Z , φ – угол между осью X и проекцией вектора \mathbf{P} на плоскость XY (рис. 1).

Также спинор $|A\rangle$ можно интерпретировать как суперпозицию ортогональных состояний $|\uparrow\rangle$ и $|\downarrow\rangle$, и визуализировать двумя спинами – вдоль (“вверх”) и против (“вниз”) оси квантования (рис. 1). Изменение отношения амплитуд вероятности этих состояний $\alpha_{\uparrow}/\alpha_{\downarrow}$ приводит к изменению угла γ . Увеличению разности фаз φ между этими состояниями соответствует вращение \mathbf{P} (спина нейтрона) вокруг оси квантования Z против часовой стрелки. При условии $a_{\uparrow} = a_{\downarrow}$ вектор \mathbf{P} вращается в плоскости XY .

ПЛОСКОВОЛНОВОЕ РЕШЕНИЕ

Теперь проанализируем поведение спина нейтрона в однородной магнитной среде на основе точных плосковолновых решений уравнения Шредингера

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V_n - \mu_n \hat{\sigma} \mathbf{B} \right) |\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle. \quad (9)$$

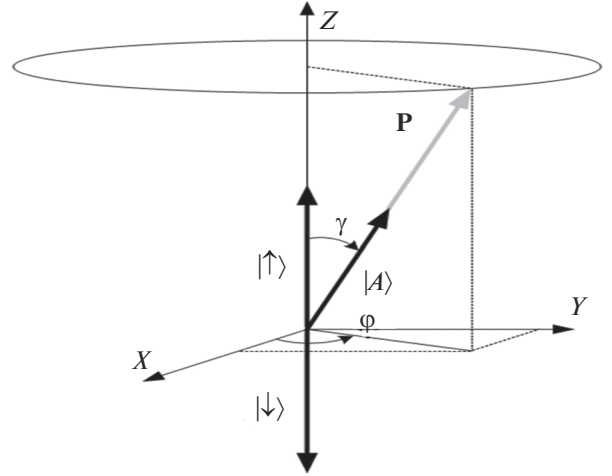


Рис. 1. Геометрическая визуализация спинора: углы γ и φ задают ориентацию вектора поляризации \mathbf{P} . Также спинор можно интерпретировать как суперпозицию ортогональных состояний $|\uparrow\rangle$ (“спин вверх”) и $|\downarrow\rangle$ (“спин вниз”); спин вдоль вектора поляризации \mathbf{P} визуализирует состояние $|A\rangle$.

При выборе оси квантования $Z \parallel \mathbf{B}$ имеем $\hat{\sigma} \mathbf{B} = \hat{\sigma}_Z B$, и уравнение распадается на независимые уравнения для компонент $\Psi_{\pm}(\mathbf{r}, t)$ со спином вдоль (+) и против (–) поля. Частными решениями этих уравнений для нейтрона с энергией $E = \hbar\omega$ являются плоские волны с волновыми векторами \mathbf{k}_{\pm} длиной

$$k_{\pm} = \hbar^{-1} \sqrt{2m_n [E - (V_n \pm |\mu_n| B)]}. \quad (10)$$

Поэтому плосковолновое решение уравнения (9) запишем как

$$|\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle = \exp(-i\omega t) \begin{pmatrix} a_+ \exp(i\alpha_+) \exp(i\mathbf{k}_+ \mathbf{r}) \\ a_- \exp(i\alpha_-) \exp(i\mathbf{k}_- \mathbf{r}) \end{pmatrix}_B. \quad (11)$$

Нижний индекс указывает на использование представления с осью квантования $Z \parallel \mathbf{B}$. Это решение также можно записать с помощью оператора волнового числа в виде:

$$|\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle = \exp(-i\omega t) \exp(i\hat{\mathbf{k}} \mathbf{r}) |\Psi(0, 0)\rangle, \quad (12)$$

$$\hat{\mathbf{k}} = (\mathbf{k}_+ + \mathbf{k}_-)/2 + \hat{\sigma} \mathbf{b} \cdot (\mathbf{k}_+ - \mathbf{k}_-)/2, \quad (13)$$

где $\mathbf{b} = \mathbf{B}/B$, а $|\Psi(0, 0)\rangle$ – значение спинора при $\mathbf{r} = 0$, $t = 0$.

С помощью радиочастотного флиппера с рабочей частотой ω_{RF} можно приготовить нейтрон в состоянии, которое является суперпозицией когерентных состояний со спинами вдоль (+) и против (–) поля с разной энергией $E_{\pm} [1, 9]$:

$$E_+ - E_- = \hbar\omega_{RF}. \quad (14)$$

Соответствующее плосковолновое решение уравнения (9) есть

$$|\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle = \begin{pmatrix} a_+ \exp(i\alpha_+) \exp[i(\mathbf{k}_+ \mathbf{r} - \omega_+ t)] \\ a_- \exp(i\alpha_-) \exp[i(\mathbf{k}_- \mathbf{r} - \omega_- t)] \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}, \quad (15)$$

$$k_{\pm} = \hbar^{-1} \sqrt{2m_n[E_{\pm} - (V_n \pm |\mu_n| B)]}, \quad (16)$$

$$\omega_{\pm} = E_{\pm} / \hbar.$$

В операторной форме общее плосковолновое решение уравнения (9) для нейтрона, состояние которого является суперпозицией двух состояний со своей энергией (E_1 или E_2) и своей ориентацией спина, есть

$$|\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle = |\Psi_1(\mathbf{r}, t)\rangle + |\Psi_2(\mathbf{r}, t)\rangle = \exp(-it\omega_1) \exp(i\hat{\mathbf{k}}_1 \mathbf{r}) |\Psi_1(0, 0)\rangle + \exp(-it\omega_2) \exp(i\hat{\mathbf{k}}_2 \mathbf{r}) |\Psi_2(0, 0)\rangle, \quad (17)$$

$$\hat{\mathbf{k}}_{1,2} = (\mathbf{k}_{1,2}^+ + \mathbf{k}_{1,2}^- / 2) + \hat{\sigma} \mathbf{b} \cdot (\mathbf{k}_{1,2}^+ - \mathbf{k}_{1,2}^-) / 2, \quad (18)$$

$$k_{1,2}^{\pm} = \hbar^{-1} \sqrt{2m_n[E_{1,2} - (V_n \pm |\mu_n| B)]}, \quad (19)$$

$$\omega_{1,2} = E_{1,2} / \hbar,$$

где индексами 1 и 2 отмечены величины, относящиеся к состояниям с энергией E_1 и E_2 , соответственно, $|\Psi_1(0, 0)\rangle$ и $|\Psi_2(0, 0)\rangle$ – значения при $\mathbf{r} = 0$, $t = 0$. Таким образом, при $E_1 \neq E_2$ в решении будут четыре волновых вектора. Матрицы операторов $\hat{\mathbf{k}}_1$ и $\hat{\mathbf{k}}_2$ диагональны в одном и том же представлении ($Z \parallel \mathbf{B}$). Величины $|\Psi_1(0, 0)\rangle$ и $|\Psi_2(0, 0)\rangle$ определяют два спина, которые могут быть ориентированы под любым углом друг к другу и к направлению поля.

ОПЕРАТОР СПИНА В ТОЧКЕ

Из определения (2) для нейтронного состояния (15) в пределе бесконечно большого объема Ω получим компоненты вектора поляризации ($\langle \Psi(\mathbf{r}, t) | \Psi(\mathbf{r}, t) \rangle = \int_{\Omega} d^3 \mathbf{r} = \Omega$):

$$P_X = \frac{2a_+ a_-}{\Omega} \int_{\Omega} \cos[(\mathbf{k}_- - \mathbf{k}_+) \mathbf{r} + t\Delta E / \hbar + \alpha_- - \alpha_+] d^3 \mathbf{r} = 0, \quad (20a)$$

$$P_Y = \frac{2a_+ a_-}{\Omega} \int_{\Omega} \sin[(\mathbf{k}_- - \mathbf{k}_+) \mathbf{r} + t\Delta E / \hbar + \alpha_- - \alpha_+] d^3 \mathbf{r} = 0, \quad (20b)$$

$$P_Z = a_+^2 - a_-^2. \quad (20в)$$

Таким образом, формальный подход не выявляет прецессии вектора поляризации, хотя компоненты P_X и P_Y обращаются в ноль благодаря прецессии.

Поэтому введем оператор спина в точке

$$\hat{\sigma}(\mathbf{r}) \equiv \hat{\sigma} \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) \hat{\sigma}, \quad (21)$$

который представляет вектор поляризации нейтрона в точке \mathbf{r} (в любой момент времени t):

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \langle \Psi(\mathbf{r}', t) | \hat{\sigma}(\mathbf{r}) | \Psi(\mathbf{r}', t) \rangle / \langle \Psi(\mathbf{r}', t) | \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) | \Psi(\mathbf{r}', t) \rangle, \quad (22)$$

δ -функция “вырезает” в конфигурационном пространстве кет-вектор спинового подпространства:

$$\delta(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}) | \Psi(\mathbf{r}, t) \rangle = | \Psi(\mathbf{r}_0, t) \rangle. \quad (23)$$

Например, сравним скалярные произведения:

$$\langle \Psi(\mathbf{r}, t) | \Psi(\mathbf{r}, t) \rangle = \int \left[|\Psi_+(\mathbf{r}', t)|^2 + |\Psi_-(\mathbf{r}', t)|^2 \right] d^3 \mathbf{r}', \quad (24)$$

$$\langle \Psi(\mathbf{r}_0, t) | \Psi(\mathbf{r}_0, t) \rangle = |\Psi_+(\mathbf{r}_0, t)|^2 + |\Psi_-(\mathbf{r}_0, t)|^2. \quad (25)$$

С помощью δ -функции можно ввести “траекторию” движения со скоростью \mathbf{v} из точки \mathbf{r}_0 и найти

$$|\Psi(t)\rangle = \delta(\mathbf{r}_0 + \mathbf{v}t - \mathbf{r}) | \Psi(\mathbf{r}, t) \rangle \quad (26)$$

и уравнение движения вектора поляризации:

$$\mathbf{P}(t) = \frac{\langle \Psi(\mathbf{r}, t) | \hat{\sigma}(\mathbf{r}_0 + \mathbf{v}t) | \Psi(\mathbf{r}, t) \rangle}{\langle \Psi(t) | \Psi(t) \rangle} \equiv \frac{\langle \Psi(\mathbf{r}, t) | \hat{\sigma} \delta(\mathbf{r}_0 + \mathbf{v}t - \mathbf{r}) | \Psi(\mathbf{r}, t) \rangle}{\langle \Psi(t) | \Psi(t) \rangle} = \frac{\langle \Psi(t) | \hat{\sigma} | \Psi(t) \rangle}{\langle \Psi(t) | \Psi(t) \rangle}, \quad (27)$$

которое является аналогом квазиклассического ларморовского уравнения. Для нахождения временной зависимости \mathbf{P} нужно знать волновую функцию нейтрона в интересующей области пространства.

ПРЕЦЕССИЯ СПИНА НЕЙТРОНА

Скорость нейтрона невозможно использовать в формуле (27), поскольку состояние нейтрона в магнитном поле есть суперпозиция состояний с разными скоростями:

$$\mathbf{v}_{\pm} = \hbar \mathbf{k}_{\pm} / m_n. \quad (28)$$

Поэтому подставим решение (15) в формулу (26), заменив \mathbf{v} пилотной скоростью, получим:

$$\mathbf{v}_p = (\mathbf{v}_+ + \mathbf{v}_-) / 2. \quad (29)$$

Поскольку $E_{\pm} = mv_{\pm}^2 / 2 + V_n \pm |\mu_n B|$, при $\mathbf{r}_0 = 0$ найдем:

$$|\Psi(t)\rangle = \delta(\mathbf{v}_p t - \mathbf{r}) | \Psi(\mathbf{r}, t) \rangle = \exp \left(it \frac{mv_p^2}{\hbar} - it \frac{\omega_+ + \omega_-}{2} \right) \times \begin{pmatrix} a_+ \exp(i\alpha_+) \exp(-i\omega_+ t / 2) \\ a_- \exp(i\alpha_-) \exp(i\omega_- t / 2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}. \quad (30)$$

Используя определения (7), из (27) получим:

$$\mathbf{P} = (\sin \gamma \cos(\varphi + \omega_L t), \sin \gamma \sin(\varphi + \omega_L t), \cos \gamma)_{\mathbf{B}}, \quad (31)$$

$$\omega_L = 2|\mu_n|B/\hbar. \quad (32)$$

Таким образом, при выборе движения с пилотной скоростью вектор поляризации прецессирует вокруг вектора магнитной индукции \mathbf{B} в точности с ларморовской частотой независимо от разности значений энергии в состояниях “спин вверх” и “спин вниз”. Это утверждение верно также в случае, когда направления \mathbf{k}_+ и \mathbf{k}_- (\mathbf{v}_+ и \mathbf{v}_-) не совпадают. Тогда направление \mathbf{v}_p является промежуточным между направлениями \mathbf{v}_+ и \mathbf{v}_- .

Использование пилотной скорости расширяет применимость концепции ларморовской прецессии в область очень медленных нейтронов. Пилотная скорость может быть полезна и в общем случае. Например, “дополнительная” прецессия спина в немагнитном бруске [14], наблюдавшаяся в случае нейтронов с длиной волны около 0.6 нм [15], получает объяснение, не выходящее за рамки чисто ларморовской прецессии: ядерный потенциал уменьшает пилотную скорость нейтрона в бруске и увеличивает время пролета в магнитном поле и прецессионный угол.

В другом эксперименте [16] авторы используют прецессию спина для определения времени прохождения нейтронов с длиной волны 0.6 нм через магнитные пленки и приходят к весьма странному выводу: “наблюдаемые сдвиги сигналов спин-эхо хорошо согласуются с классической ларморовской прецессией при прохождении по пути луча, преломленного только за счет ядерного потенциала магнитной пленки”. Этот вывод также получает свое объяснение, не выходящее за рамки чисто ларморовской прецессии. Действительно, зависимость компоненты пилотной скорости:

$$v_{\perp p} = (v_{\perp+} + v_{\perp-})/2 \quad (33)$$

от поля нивелируется разными знаками магнитного потенциала для перпендикулярных компонент скоростей нейтронов с противоположными спинами:

$$v_{\perp\pm} = \sqrt{2[E \sin^2 \theta - (V_n \pm |\mu_n|B)]/m}, \quad (34)$$

тогда как ядерный потенциал V_n не зависит от спина. Следует также отметить, что некорректная рефракционная поправка, учитывающая только ядерный потенциал, при малых углах скольжения приводит к занижению оценки времени прохождения нейтронов через пленку на 7–10%.

Из (15) следует, что плоскости с одинаковой ориентацией \mathbf{P} задаются условием:

$$(\mathbf{k}_- - \mathbf{k}_+)\mathbf{r} = \text{const}, \quad (35)$$

т.е. прецессионный фронт перпендикулярен разностному вектору $\mathbf{k}_- - \mathbf{k}_+$. Из-за спин-зависимой рефракции в магнитной пленке направления волновых векторов \mathbf{k}_+ и \mathbf{k}_- будут различаться. Прецессионный фронт не параллелен волновым фронтам, и можно говорить о нефронтальной

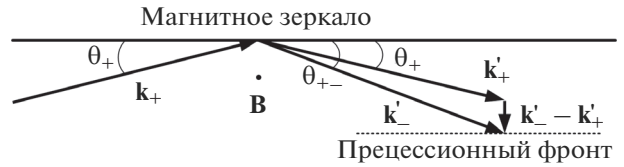


Рис. 2. Нейтронная волна в состоянии “спин вверх” (\mathbf{k}_+) отражается от зеркала в магнитном поле без флиппирования (\mathbf{k}'_+) и с флиппированием спина (\mathbf{k}'_-).

Разностный вектор $\mathbf{k}'_- - \mathbf{k}'_+$ перпендикулярен поверхности зеркала, поэтому прецессионный фронт в отраженном пучке параллелен этой поверхности.

прецессии, не перпендикулярной пилотной скорости \mathbf{v}_p . Благодаря двулучепреломлению в магнитной пленке фронт прецессии будет параллелен ее границам.

Благодаря двулучепреломлению при отражении от зеркала в магнитном поле (эффект Игнатовича [17]) прецессионный фронт в отраженном пучке также параллелен поверхности зеркала (рис. 2). Нефронтальная прецессия легко наблюдается в малых полях [18], но разрушается при наблюдении углового расщепления отраженных лучей в больших полях [19].

КВАНТОВАЯ НУТАЦИЯ СПИНА НЕЙТРОНА

Согласно общему плосковолновому решению (17) состояниям с разной энергией E_1 и E_2 в начальный момент времени в начале координат соответствуют произвольно ориентированные спины. Запишем решение (17) в представлении с осью квантования $Z\|\mathbf{B}$:

$$\begin{aligned} |\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle &= |\Psi_1(\mathbf{r}, t)\rangle + |\Psi_2(\mathbf{r}, t)\rangle = \\ &= \exp(-it\omega_1) \begin{pmatrix} A_1^+ \exp(i\mathbf{k}_1^+ \mathbf{r}) \\ A_1^- \exp(i\mathbf{k}_1^- \mathbf{r}) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}} + \\ &+ \exp(-it\omega_2) \begin{pmatrix} A_2^+ \exp(i\mathbf{k}_2^+ \mathbf{r}) \\ A_2^- \exp(i\mathbf{k}_2^- \mathbf{r}) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}, \end{aligned} \quad (36)$$

где комплексные амплитуды $A_{1,2}^{\pm}$ задают волновую функцию при $\mathbf{r} = 0$, $t = 0$. Как и ранее, величины, относящиеся к состояниям со спином вдоль и против поля \mathbf{B} , обозначены индексами (\pm).

Для траектории движения из точки $\mathbf{r}_0 = 0$ ($t = 0$) со скоростью \mathbf{v} по (26) найдем:

$$\begin{aligned} |\Psi_{1,2}(t)\rangle &= \exp\left[i(\mathbf{k}_{1,2}^+ + \mathbf{k}_{1,2}^-)\mathbf{v}t/2 - i\omega_{1,2}t\right] \times \\ &\times \begin{pmatrix} A_{1,2}^+ \exp\left[-i(\mathbf{k}_{1,2}^- - \mathbf{k}_{1,2}^+)\mathbf{v}t/2\right] \\ A_{1,2}^- \exp\left[i(\mathbf{k}_{1,2}^- - \mathbf{k}_{1,2}^+)\mathbf{v}t/2\right] \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}. \end{aligned} \quad (37)$$

Аргументы экспоненциальных множителей в $|\Psi_1(t)\rangle$ и $|\Psi_2(t)\rangle$ равны для скорости $\mathbf{v} = \mathbf{v}_p$, которая удовлетворяет равенству:

$$(\mathbf{v}_p^{(1)} - \mathbf{v}_p^{(2)})\mathbf{v}_p = (\omega_1 - \omega_2)\hbar/m = (v_1^2 - v_2^2)/2, \quad (38)$$

где $v_{1,2}$ – скорость нейтрона с кинетической энергией, равной полной энергии $E_{1,2}$, а

$$\mathbf{v}_p^{(1,2)} = (\mathbf{v}_{1,2}^+ + \mathbf{v}_{1,2}^-)/2, \quad \mathbf{v}_{1,2}^\pm = \hbar\mathbf{k}_{1,2}^\pm/m. \quad (39)$$

Выбор \mathbf{v}_p по условию (38) однозначен, только если все волновые векторы $\mathbf{k}_{1,2}^\pm$ параллельны друг другу. Тогда направление скорости \mathbf{v}_p то же, а величину можно записать в виде:

$$v_p = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2(v_p^{(1)} - v_p^{(2)})} = \frac{v_p^{(1)} + v_p^{(2)}}{2} \frac{v_1^2 - v_2^2}{v_1^+ v_1^- - v_2^+ v_2^-}, \quad (40)$$

где было учтено соотношение

$$E_{1,2} = mv_{1,2}^2/2 = m(v_{1,2}^\pm)^2/2 + V_n \pm |\mu_n B|. \quad (41)$$

Поэтому в случае произвольных $\mathbf{k}_{1,2}^\pm$ в качестве новой пилотной скорости можно выбрать скорость

$$\mathbf{v}_p = \frac{\mathbf{v}_p^{(1)} + \mathbf{v}_p^{(2)}}{2} \frac{v_1^2 - v_2^2}{v_1^+ v_1^- - v_2^+ v_2^-}, \quad (42)$$

которая удовлетворяет условию (38). Тогда экспоненциальные множители $|\Psi_1(t)\rangle$ и $|\Psi_2(t)\rangle$ равны, поведение спина определяется двухкомпонентной функцией:

$$|\Psi(t)\rangle = \begin{pmatrix} A_1^+ \exp[-i(\mathbf{k}_1^- - \mathbf{k}_1^+) \mathbf{v}_p t/2] \\ A_1^- \exp[i(\mathbf{k}_1^- - \mathbf{k}_1^+) \mathbf{v}_p t/2] \end{pmatrix}_{\mathbf{B}} + \begin{pmatrix} A_2^+ \exp[-i(\mathbf{k}_2^- - \mathbf{k}_2^+) \mathbf{v}_p t/2] \\ A_2^- \exp[i(\mathbf{k}_2^- - \mathbf{k}_2^+) \mathbf{v}_p t/2] \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}. \quad (43)$$

Плоскости с одинаковой фазой прецессии двух спинов найдутся аналогично (35):

$$(\mathbf{k}_{1,2}^- - \mathbf{k}_{1,2}^+) \mathbf{r} = \text{const}. \quad (44)$$

Если разностные векторы $\mathbf{k}_1^- - \mathbf{k}_1^+$ и $\mathbf{k}_2^- - \mathbf{k}_2^+$ параллельны, \mathbf{P} в точке на траектории $\mathbf{r} = \mathbf{v}_p t$ задает вектор поляризации в плоскости, перпендикулярной этим разностным векторам.

Используем результат о прецессии спина с ларморовской частотой в системе координат, движущейся с соответствующей скоростью $\mathbf{v}_p^{(1,2)}$, для каждого слагаемого в (43). Тогда получим:

$$|\Psi(t)\rangle = |1\rangle + |2\rangle = \begin{pmatrix} A_1^+ \exp(-it\omega'_{L1}/2) \\ A_1^- \exp(it\omega'_{L1}/2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}} + \begin{pmatrix} A_2^+ \exp(-it\omega'_{L2}/2) \\ A_2^- \exp(it\omega'_{L2}/2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}, \quad (45)$$

$$\omega'_{L1,2} = \frac{v_p}{v_p^{(1,2)}} \omega_L. \quad (46)$$

В любой момент времени состояниям $|1\rangle$ и $|2\rangle$ с разной энергией соответствуют спины с определенными направлениями ($|1\rangle$ -спин и $|2\rangle$ -спин). Из уравнения (45) следует, что $|1\rangle$ -спин и $|2\rangle$ -спин вращаются вокруг \mathbf{B} с частотами, соответственно, ω'_{L1} и ω'_{L2} . Направление спина нейтрона найдется из суперпозиции состояний $|1\rangle$ и $|2\rangle$.

Уравнение (45) можно также записать в виде:

$$|\Psi(t)\rangle = \begin{pmatrix} [A_1^+ \exp(-it\omega_n/2) + A_2^+ \exp(it\omega_n/2)] \exp(-it\omega_p/2) \\ [A_1^- \exp(it\omega_n/2) + A_2^- \exp(-it\omega_n/2)] \exp(it\omega_p/2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}, \quad (47)$$

$$\omega_p = \frac{\omega'_{L1} + \omega'_{L2}}{2} = \frac{v_p (v_p^{(1)} + v_p^{(2)})}{2v_p^{(1)} v_p^{(2)}} \omega_L, \quad (48)$$

$$\omega_n = \frac{\omega'_{L1} - \omega'_{L2}}{2} = \frac{v_p (v_p^{(2)} - v_p^{(1)})}{2v_p^{(1)} v_p^{(2)}} \omega_L. \quad (49)$$

Отсюда следует, что в системе координат, вращающейся вокруг \mathbf{B} против часовой стрелки с частотой ω_p , движение спина описывается функцией

$$|\Psi_{\text{rot}}(t)\rangle = \begin{pmatrix} A_1^+ \exp(-it\omega_n/2) \\ A_1^- \exp(it\omega_n/2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}} + \begin{pmatrix} A_2^+ \exp(it\omega_n/2) \\ A_2^- \exp(-it\omega_n/2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}. \quad (50)$$

В новой системе координат $|1\rangle$ -спин и $|2\rangle$ -спин вращаются в противоположных направлениях с одинаковой частотой ω_n . Функцию (50) можно также записать как

$$|\Psi_{\text{rot}}(t)\rangle = \exp\left(-it\frac{\omega_n}{2}\right)\begin{pmatrix} A_1^+ \\ A_2^- \end{pmatrix}_{\mathbf{B}} + \exp\left(it\frac{\omega_n}{2}\right)\begin{pmatrix} A_2^+ \\ A_1^- \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}, \quad (51)$$

$$|\Psi_{\text{rot}}(t)\rangle = \exp\left(-it\frac{\omega_n}{2}\right)|\alpha\rangle + \exp\left(it\frac{\omega_n}{2}\right)|\beta\rangle. \quad (52)$$

Ранее была доказана теорема [13]: суперпозиция любых двух спиновых состояний $|\alpha\rangle$ и $|\beta\rangle$, разность фаз между которыми меняется с заданной частотой ω , задает вращение спина (вектора поляризации \mathbf{P}) вокруг некоторой оси с периодом $2\pi/\omega$; при условии $|A_1^+ A_2^+| = |A_1^- A_2^-|$ вращение спина – равномерное, в противном случае угловая скорость вращения изменяется в течение периода и сопровождается изменением плотности вероятности нахождения частицы с данной ориентацией спина. Следовательно, движение вектора поляризации \mathbf{P} есть суперпозиция двух вращений – с периодом $T_n = 2\pi/\omega_n$ вокруг нутационной оси N , которая, в свою очередь, вращается вокруг вектора магнитной индукции \mathbf{B} с частотой ω_p (рис. 3).

Ориентацию нутационной оси N в случае, когда $|1\rangle$ -спин, $|2\rangle$ -спин и вектор \mathbf{B} лежат в одной плоскости, найдем более простым способом, чем в [13]. Поскольку углы наклона $|1\rangle$ -спина (χ_1) и $|2\rangle$ -спина (χ_2) относительно вектора \mathbf{B} при их вращении сохраняются, функцию (50) всегда можно записать в виде:

$$|\Psi_{\text{rot}}(t)\rangle = w_0(|1\rangle + |2\rangle), \quad (53)$$

$$|1\rangle = w_1 \begin{pmatrix} \cos(\chi_1/2) \exp(i\varphi_1^+ - it\omega_n/2) \\ \sin(\chi_1/2) \exp(i\varphi_1^- + it\omega_n/2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}, \quad (54)$$

$$|2\rangle = w_2 \begin{pmatrix} \cos(\chi_2/2) \exp(i\varphi_2^+ + it\omega_n/2) \\ \sin(\chi_2/2) \exp(i\varphi_2^- - it\omega_n/2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}},$$

$$w_{0,1,2} \geq 0, \quad w_1^2 + w_2^2 = 1, \quad \varphi_{1,2}^\pm = \arg(A_{1,2}^\pm). \quad (55)$$

Без ограничения общности можно считать, что $w_0 = 1$. Соответственно,

$$|\alpha\rangle = \begin{pmatrix} w_1 \cos(\chi_1/2) \exp(i\varphi_1^+) \\ w_2 \sin(\chi_2/2) \exp(i\varphi_2^-) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}, \quad (56)$$

$$|\beta\rangle = \begin{pmatrix} w_2 \cos(\chi_2/2) \exp(i\varphi_2^+) \\ w_1 \sin(\chi_1/2) \exp(i\varphi_1^-) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}.$$

Угол между осью X и проекцией нутационной оси N на плоскость (X, Y) запишем как

$$\delta = \varphi_2^- - \varphi_1^+ = \varphi_1^- - \varphi_2^+. \quad (57)$$

Из (53), (54) следует, что в течение нутационного периода T_n нейтронная плотность:

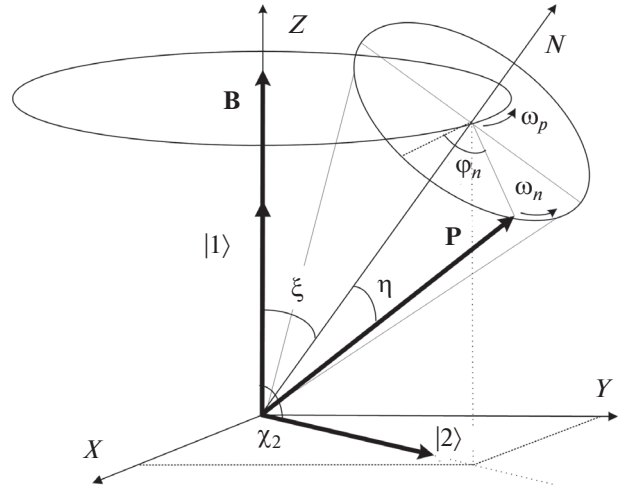


Рис. 3. Движение вектора поляризации \mathbf{P} есть суперпозиция двух вращений – с периодом $T_n = 2\pi/\omega_n$ вокруг нутационной оси N , которая, в свою очередь, вращается вокруг вектора магнитной индукции \mathbf{B} с частотой ω_p . Нутационный конус задается углом наклона нутационной оси ξ к полю \mathbf{B} и углом раствора конуса 2η ; здесь $|1\rangle$ -спин направлен по полю \mathbf{B} ($\chi_1 = 0^\circ$), а $|2\rangle$ -спин перпендикулярен \mathbf{B} ($\chi_2 = 90^\circ$).

$$\rho_n(t) = \langle \Psi_{\text{rot}}(t) | \Psi_{\text{rot}}(t) \rangle, \quad (58)$$

максимальна в момент времени t_0 , когда $|1\rangle$ -спин и $|2\rangle$ -спин максимально сближаются при вращении вокруг \mathbf{B} в противоположных направлениях, т.е. при $\varphi_1^\pm \mp \omega_n t_0/2 = (\varphi_2^\pm \pm \omega_n t_0/2)$. Отсюда

$$t_0 = [\varphi_1^+ - \varphi_1^- - (\varphi_2^+ - \varphi_2^-)]/2\omega_n. \quad (59)$$

Изменение фаз $\varphi_{1,2}^\pm$ меняет угол δ , а также t_0 , т.е. угол φ_n на нутационной окружности, при котором нейтронная плотность максимальна. Она минимальна при максимальном удалении $|1\rangle$ -спина и $|2\rangle$ -спина в момент времени $t_0 + T_n/2$.

При условии $\varphi_{1,2}^\pm = 0$ нутационная ось N находилась бы в плоскости (XZ) , максимальное и минимальное сближение $|1\rangle$ -спина и $|2\rangle$ -спина было бы, соответственно, при $t = 0$ и $t = T_n/2$, когда волновая функция принимает значения:

$$|\Psi_{\text{rot}(\pm)}\rangle = w_1 \begin{pmatrix} \cos(\chi_1/2) \\ \sin(\chi_1/2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}} \pm w_2 \begin{pmatrix} \cos(\chi_2/2) \\ \sin(\chi_2/2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}, \quad (60)$$

где индексы в круглых скобках (\pm) связаны со сложением и вычитанием амплитуд. В том и другом случае вектор \mathbf{P} находится в плоскости (XZ) , поэтому минимальный и максимальный углы наклона вектора \mathbf{P} относительно \mathbf{B} запишем как

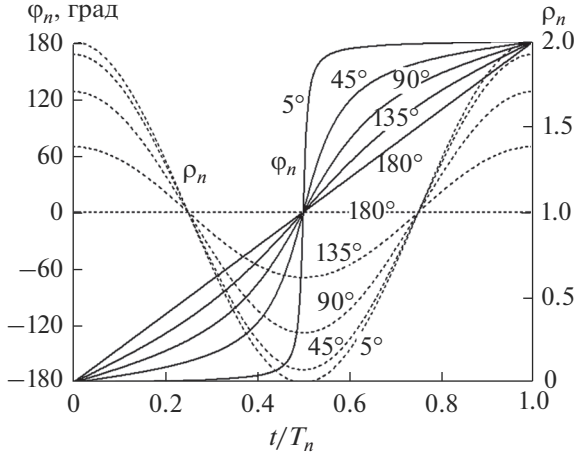


Рис. 4. Временные зависимости нейтронной плотности ρ_n и нутационного угла φ_n в течение периода нутации $T_n = 2\pi/\omega_n$ при $w_1 = w_2 = \sqrt{0.5}$, $\chi_1 = 0^\circ$ и $\chi_2 = 5^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ и 180° . Момент времени с максимальной плотностью вероятности считается начальным ($t = 0$).

$$\xi_{(\pm)} = 2 \operatorname{arctg} \frac{w_1 \sin(\chi_1/2) \pm w_2 \sin(\chi_2/2)}{w_1 \cos(\chi_1/2) \pm w_2 \cos(\chi_2/2)}. \quad (61)$$

Таким образом, угол между осью N и вектором \mathbf{B} равен (рис. 3):

$$\xi = (\xi_{(+)} + \xi_{(-)})/2, \quad (62)$$

а угол между осью N и вектором \mathbf{P} равен:

$$\eta = |\xi_{(+)} - \xi_{(-)}|/2. \quad (63)$$

Углы δ и ξ задают ориентацию нутационной оси N . Вектор \mathbf{P} задается нутационной осью, а также (рис. 3) углами η и

$$\varphi_n(t) = \arg[-N | \Psi_{\text{rot}}(t)] - \arg[+N | \Psi_{\text{rot}}(t)], \quad (64)$$

где $|\pm N\rangle$ – собственные векторы оператора спина в представлении с осью квантования $Z||N$. Обозначим верхнюю и нижнюю компоненты спинора (53), (54) в представлении с осью квантования $Z||\mathbf{B}$, соответственно, как $\Psi_{\text{rot}}^+(t)$ и $\Psi_{\text{rot}}^-(t)$. В новом представлении спинор:

$$\begin{pmatrix} \Psi_{\text{rot}}^+(t) \\ \Psi_{\text{rot}}^-(t) \end{pmatrix}_N = U(\delta, \xi) \begin{pmatrix} \Psi_{\text{rot}}^+(t) \\ \Psi_{\text{rot}}^-(t) \end{pmatrix}_B, \quad (65)$$

$$U(\delta, \xi) = \begin{pmatrix} \cos(\xi/2) \exp(i\delta/2) & \sin(\xi/2) \exp(-i\delta/2) \\ -\sin(\xi/2) \exp(i\delta/2) & \cos(\xi/2) \exp(-i\delta/2) \end{pmatrix}. \quad (66)$$

Таким образом,

$$\varphi_n(t) = \arg[\Psi_{\text{rot}}^-(t)] - \arg[\Psi_{\text{rot}}^+(t)]. \quad (67)$$

Временные зависимости ρ_n и φ_n определяются значениями w_1, w_2 и $|\chi_1 - \chi_2|$. На рис. 4 величины ρ_n и φ_n рассчитаны при $w_1 = w_2 = \sqrt{0.5}$, $\chi_1 = 0$ ($|1\rangle$ -спин по полю \mathbf{B}) и нескольких значениях угла χ_2 между $|2\rangle$ -спином и \mathbf{B} . При $\chi_2 = 180^\circ$ (состояния $|1\rangle$ и $|2\rangle$ ортогональны), $\rho_n = 1$ и вращение вектора \mathbf{P} вокруг оси N равномерное (нутационный угол линейно зависит от времени). В других случаях нейтронная плотность зависит от времени, вращение \mathbf{P} неравномерное. Размах осцилляций ρ_n и неравномерность вращения в течение нутационного периода $T_n = 2\pi/\omega_n$ растут при сближении $|2\rangle$ -спина и $|1\rangle$ -спина. Скорость нутации $d\varphi_n/dt$ увеличивается с уменьшением ρ_n .

Для того чтобы получить выражения для ρ_n и φ_n , используем представление с $Z||N$. Тогда

$$|\alpha\rangle = \begin{pmatrix} d_1^\uparrow \exp(i\theta_1^\uparrow) \\ d_1^\downarrow \exp(i\theta_1^\downarrow) \end{pmatrix}_N, \quad |\beta\rangle = \begin{pmatrix} d_2^\uparrow \exp(i\theta_2^\uparrow) \\ d_2^\downarrow \exp(i\theta_2^\downarrow) \end{pmatrix}_N, \quad (68)$$

где модули $d_{1,2}^{\uparrow,\downarrow}$ и фазы $\theta_{1,2}^{\uparrow,\downarrow}$ спиновых компонент можно найти из (56) с помощью матрицы (66). Унитарное преобразование сохраняет длину векторов, поэтому

$$(d_1^\uparrow)^2 + (d_1^\downarrow)^2 + (d_2^\uparrow)^2 + (d_2^\downarrow)^2 = 1. \quad (69)$$

Поскольку угол между осью N и спином не меняется со временем, то

$$\begin{aligned} |\Psi_{\text{rot}}(t)\rangle &= \exp\left(-it\frac{\omega_n}{2}\right)|\alpha\rangle + \exp\left(it\frac{\omega_n}{2}\right)|\beta\rangle = \\ &= \sqrt{\rho(t)} \begin{pmatrix} d_\uparrow \exp(i\theta_\uparrow) \exp(-it\varphi_n(t)/2) \\ d_\downarrow \exp(i\theta_\downarrow) \exp(it\varphi_n(t)/2) \end{pmatrix}_N, \end{aligned} \quad (70)$$

$$d_\uparrow^2 + d_\downarrow^2 = 1. \quad (71)$$

Из (70) следует, что

$$\begin{aligned} \rho_n(t) &= 1 + \frac{2d_1^\uparrow d_2^\uparrow \cos(\theta_2^\uparrow - \theta_1^\uparrow + \omega_n t)}{(d_1^\uparrow)^2 + (d_2^\uparrow)^2} = \\ &= 1 + \frac{2d_1^\downarrow d_2^\downarrow \cos(\theta_2^\downarrow - \theta_1^\downarrow + \omega_n t)}{(d_1^\downarrow)^2 + (d_2^\downarrow)^2}, \end{aligned} \quad (72)$$

$$\begin{aligned} \varphi_n(t) &= \theta_1^\downarrow - \theta_1^\uparrow + \varphi_\downarrow(t) - \varphi_\uparrow(t) = \\ &= \theta_2^\downarrow - \theta_2^\uparrow + \varphi_\downarrow(t) - \varphi_\uparrow(t), \end{aligned} \quad (73)$$

$$\varphi_{\uparrow,\downarrow}(t) = \operatorname{arctg} \frac{d_2^{\uparrow,\downarrow} \sin(\theta_2^{\uparrow,\downarrow} - \theta_1^{\uparrow,\downarrow} + \omega_n t)}{d_1^{\uparrow,\downarrow} + d_2^{\uparrow,\downarrow} \cos(\theta_2^{\uparrow,\downarrow} - \theta_1^{\uparrow,\downarrow} + \omega_n t)}. \quad (74)$$

Синусоидальная зависимость $\rho_n(t) - 1$ согласуется с численными расчетами по формуле (58) (рис. 4).

Найдем также условия ортогональности пар состояний из (54) и (56). Их скалярные произведения:

$$\langle 2|1\rangle = w_1 w_2 \left\{ a_1^+ a_2^+ \exp\left[i(\varphi_1^+ - \varphi_2^+ - \omega_n t)\right] + a_1^- a_2^- \exp\left[i(\varphi_1^- - \varphi_2^- + \omega_n t)\right] \right\}, \quad (75)$$

$$\langle \beta|\alpha\rangle = w_1 w_2 \left\{ a_1^+ a_2^+ \exp\left[i(\varphi_1^+ - \varphi_2^+)\right] + a_1^- a_2^- \exp\left[-i(\varphi_1^- - \varphi_2^-)\right] \right\}, \quad (76)$$

$$a_{1,2}^+ = \cos(\chi_{1,2}/2), \quad a_{1,2}^- = \sin(\chi_{1,2}/2). \quad (77)$$

Состояния $|\alpha\rangle$ и $|\beta\rangle$ ортогональны при выполнении следующих двух условий:

$$a_1^+ a_2^+ = a_1^- a_2^-, \quad (78)$$

$$\varphi_1^+ + \varphi_1^- = \varphi_2^+ + \varphi_2^- + \pi. \quad (79)$$

Из (78) и (77) следует, что $a_2^+ = a_1^-$, $a_2^- = a_1^+$. Условие (78) достаточно для того, чтобы

$$\rho_n(t) = \langle \Psi(t)|\Psi(t)\rangle = \langle \Psi_{\text{rot}}(t)|\Psi_{\text{rot}}(t)\rangle = 1 \quad (80)$$

в согласии с теоремой о суперпозиции двух спиновых состояний [13]. Состояния $|1\rangle$ и $|2\rangle$ ортогональны при выполнении условия (78) в моменты времени, когда

$$\varphi_1^+ - \varphi_1^- = \varphi_2^+ - \varphi_2^- + \pi + 2\omega_n t. \quad (81)$$

Вращение вокруг нутационной оси, действительно, выглядит как известная из классической механики нутация (рис. 3). Конечно, эту аналогию не следует воспринимать слишком глубоко, тем более что природа нутаций в классической механике иная. Поэтому вращение спина нейтрона вокруг нутационной оси было названо квантовой нутацией [12]. Следует отметить, что прецессия также трактуется по-разному в классической и квантовой механике, но термин прецессия широко употребляется в квантовой механике, а термин квантовая прецессия использован в [20, 21] для описания поведения спина, неколлинеарного намагниченности зеркального покрытия, при полном отражении нейтронов.

Из (49) следует, что происхождение нутации обусловлено разностью частот вращения $|1\rangle$ -спина и $|2\rangle$ -спина вокруг \mathbf{B} . В результате взаимная ориентация $|1\rangle$ -спина и $|2\rangle$ -спина со временем меняется, что и приводит к изменению угла между спином нейтрона и \mathbf{B} , которое проявляется в виде нутации. Знак ω_n определяет направление нутации (или, другими словами, направление нутационной оси).

Обычно $|\mu_n| B/E_{1,2} \ll 1$, поэтому все скорости в выражении (48) почти одинаковы, и ω_p практически совпадает с ларморовской частотой ω_L . Тогда

Таблица 1. Пути нейтрона за одну прецессию (L_p) и одну нутацию (L_n) для $B = 0.1$ Тл, $B_{\text{RF}} = 0.01$ Тл и разных длин волн λ нейтронов

λ , нм	L_p	L_n	L_n/L_p
0.1	1.36 мм	369 км	2.7×10^8
1	0.136 мм	369 м	2.7×10^6
10	13.6 мкм	369 мм	2.7×10^4
100	1.36 мкм	0.369 мм	2.7×10^2

пути нейтрона за одну прецессию и одну нутацию равны, соответственно,

$$L_p = v_p \frac{2\pi}{\omega_p} = \frac{v_p^{(1)} v_p^{(2)}}{\bar{v}_p} \frac{2\pi}{\omega_L} \cong \frac{1.36 \times 10^{-5}}{B\lambda}, \quad (82)$$

$$L_n = v_p \frac{2\pi}{|\omega_n|} \cong \frac{0.369}{B_{\text{RF}} B \lambda^3}, \quad (83)$$

где L_p [м], L_n [м], если λ [нм], B [Тл] и B_{RF} [Тл]; B_{RF} – статическое поле радиочастотного флиппера, который расщепляет энергию нейтрона. Соответствующие пути для $B = 0.1$ Тл и $B_{\text{RF}} = 0.01$ Тл представлены в табл. 1. Согласно расчетам спин нейтрона с $\lambda = 0.1$ нм совершит две нутации при его пролете от С.-Петербурга до Москвы. Нутационные длины L_n для нейтронов с длинами волн 10 и 100 нм поместятся в прибор, но каждая нутация будет сопровождаться множеством прецессий ($L_p \ll L_n$).

Таким образом, квантовые нутации могут проявляться только для нейтронов с энергиями, сравнимыми с разницей между ними. При существующих потоках медленных нейтронов наблюдать нутации практически невозможно. Однако проведенный выше анализ будет полезен в других экспериментальных ситуациях, рассмотренных ниже.

ЛОКАЛЬНАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ ОСЬ

Рассмотрим поведение вектора нейтронной поляризации \mathbf{P} в лабораторной системе координат ($\mathbf{v} = 0$). Введя координату L вдоль траектории, заданной точкой \mathbf{r}_0 ($L = 0$) и пилотной скоростью (42), определим по формуле (36) волновую функцию в виде:

$$|\Psi(L, t)\rangle = \delta(L\mathbf{v}_p/v_p - \mathbf{r}) |\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle = |\Psi(L, t)\rangle \exp[-it(E_1 + E_2)/2\hbar], \quad (84)$$

$$|\Psi(L, t)\rangle = \begin{pmatrix} A_1^+ \exp(ik_1^+ L) \\ A_1^- \exp(ik_1^- L) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}} \exp\left(-it \frac{\omega_{\text{RF}}}{2}\right) + \begin{pmatrix} A_2^+ \exp(ik_2^+ L) \\ A_2^- \exp(ik_2^- L) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}} \exp\left(it \frac{\omega_{\text{RF}}}{2}\right), \quad (85)$$

$$|\psi(L, t)\rangle = \exp(-it\omega_{\text{RF}}/2)|1, L\rangle + \exp(it\omega_{\text{RF}}/2)|2, L\rangle, \quad (86)$$

где $\omega_{\text{RF}} = (E_1 - E_2)/\hbar$ – частота радиочастотного флиппера. Поведение нейтронного спина определяется волновой функцией $|\psi(L, t)\rangle$, $|1, L\rangle$ -спин и $|2, L\rangle$ -спин играют роль $|\alpha\rangle$ -спина и $|\beta\rangle$ -спина в проведенном выше анализе. Если разностные векторы $\mathbf{k}_1^- - \mathbf{k}_1^+$ и $\mathbf{k}_2^- - \mathbf{k}_2^+$ параллельны, то поведение вектора \mathbf{P} одинаково в сечениях пучка, перпендикулярных этим векторам.

Используя проведенный выше анализ суперпозиции двух спиноров, можно заключить, что в точке с координатой L вектор \mathbf{P} вращается с периодом $T_{\text{RF}} = 2\pi/\omega_{\text{RF}}$ вокруг фиксированной оси D , которую назовем локальной динамической осью. Ее ориентацию можно найти также как ориентацию нутационной оси. Знак ω_{RF} определяет направление вращения (или, другими словами, направление оси D). Если $|1, L\rangle$ -спин и $|2, L\rangle$ -спин антипараллельны, \mathbf{P} равномерно вращается вокруг локальной динамической оси D , а нейтронная плотность ρ_n не меняется. В противном случае ρ_n изменяется с периодом T_{RF} , с меньшим ρ_n угловая скорость вращения $d\varphi_{\text{RF}}/dt$ выше (T_n и φ_n на рис. 4 следует заменить на T_{RF} и φ_{RF}). Поскольку вероятность обнаружения нейтрона в объеме $dxdydz$ вблизи точки \mathbf{r} в интервале времени $(t, t + dt)$ пропорциональна ρ_n , вероятности реализации состояния с разной ориентацией спина могут существенно различаться.

Именно вероятностную интерпретацию следует использовать при анализе поведения спина в лабораторной системе координат. Некорректно говорить о прецессии спина в нулевом поле, что иногда допускается при интерпретации экспериментов в методе нейтронного резонансного спин-эхо. Если $B = 0$, то при движении с пилотной скоростью спин нейтрона остается неподвижным.

При перемещении вдоль траектории локальная динамическая ось D вращается вокруг \mathbf{B} с периодом L_p , причем угол между этой осью и \mathbf{B} изменяется с периодом L_n . Согласно проведенным оценкам (табл. 1) L_n практически всегда намного превышает L_p .

ПРОХОЖДЕНИЕ ЧЕРЕЗ ГРАНИЦУ МАГНИТНЫХ СРЕД

Рассмотрим прохождение нейтронов в двухуровневом состоянии, являющемся суперпозицией состояний $|1\rangle$ и $|2\rangle$ с разной энергией $E_{1,2}$, через границу раздела магнитных областей с неколлинеарными полями \mathbf{B}_0 и \mathbf{B} в предположении, что пучок перпендикулярен границе и отражением от нее можно пренебречь.

Положим вначале, что $|1\rangle$ -спин и $|2\rangle$ -спин в первой области направлены, соответственно, вдоль и против поля \mathbf{B}_0 , поэтому на границе сред ($L = 0$) состояние нейтрона будет суперпозицией ортогональных состояний:

$$|\Psi_1(0, t)\rangle = \cos \frac{\eta_0}{2} \exp \frac{-i\varphi_0 - \omega_{\text{RF}}t}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathbf{B}_0} \quad \text{и} \quad (87)$$

$$|\Psi_2(0, t)\rangle = \sin \frac{\eta_0}{2} \exp \frac{i\varphi_0 + \omega_{\text{RF}}t}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{\mathbf{B}_0},$$

где угол η_0 между векторами поляризации \mathbf{P} и полем \mathbf{B}_0 (рис. 5) не зависит от времени; φ_0 – угол прецессии спина вокруг вектора \mathbf{B}_0 в момент времени $t = 0$. Определив ось X в плоскости $(\mathbf{B}_0, \mathbf{B})$, с помощью матрицы вращения системы координат вокруг оси Y запишем спиноры (87) в представлении с осью квантования $Z \parallel \mathbf{B}$ (χ – угол между \mathbf{B}_0 и \mathbf{B}):

$$|\Psi_1(0, t)\rangle = \cos \frac{\eta_0}{2} \exp \frac{-i(\varphi_0 + \omega_{\text{RF}}t)}{2} \begin{pmatrix} \cos(\chi/2) \\ -\sin(\chi/2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}} \quad (88)$$

$$|\Psi_2(0, t)\rangle = \sin \frac{\eta_0}{2} \exp \frac{i(\varphi_0 + \omega_{\text{RF}}t)}{2} \begin{pmatrix} \sin(\chi/2) \\ \cos(\chi/2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}.$$

В поле \mathbf{B} решение имеет общий вид (24) с $|\Psi_1(0, 0)\rangle$ и $|\Psi_2(0, 0)\rangle$ – значениями спиноров (88) на границе раздела при $t = 0$. Из (88) следует, что состояния $|1\rangle$, $|2\rangle$ (54) и $|\alpha\rangle$, $|\beta\rangle$ (56) задаются параметрами:

$$w_1 = \cos(\eta_0/2), \quad w_2 = \sin(\eta_0/2), \quad \chi_1 = \chi,$$

$$\chi_2 = \pi - \chi, \quad \varphi_1^+ = -\varphi_0/2, \quad \varphi_1^- = -\varphi_0/2 + \pi, \quad (89)$$

$$\varphi_2^\pm = \varphi_0/2.$$

В системе координат, движущейся с пилотной скоростью v_p и вращающейся вокруг \mathbf{B} с частотой ω_p , $|1\rangle$ -спин и $|2\rangle$ -спин вращаются вокруг \mathbf{B} в противоположных направлениях с частотой ω_n (рис. 5). Из (88) и (89) следует, что условие (78) выполняется, поэтому нутация спина нейтрона является равномерной и нейтронная плотность не меняется во времени.

В момент пересечения нейтроном границы ($t = 0$) состояния $|1\rangle$ и $|2\rangle$ ($|\Psi_1(0, 0)\rangle$ и $|\Psi_2(0, 0)\rangle$) ортогональны при любом значении φ_0 , угла поворота \mathbf{P} вокруг \mathbf{B}_0 . Из значений $|\Psi_1(0, 0)\rangle$ и $|\Psi_2(0, 0)\rangle$ в представлении с $Z \parallel \mathbf{B}$ (88) получаем:

$$|\alpha\rangle = \cos(\chi/2) \begin{pmatrix} \cos(\eta_0/2) \exp(-i\varphi_0/2) \\ \sin(\eta_0/2) \exp(i\varphi_0/2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}} \quad \text{и} \quad (90)$$

$$|\beta\rangle = \sin(\chi/2) \begin{pmatrix} \sin(\eta_0/2) \exp(i\varphi_0/2) \\ -\cos(\eta_0/2) \exp(-i\varphi_0/2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}.$$

Состояния $|\alpha\rangle$ и $|\beta\rangle$ ортогональны только при $\varphi_0 = 0$, когда $|\alpha\rangle$ -спин и $|\beta\rangle$ -спин (а, следовательно, и вектор \mathbf{P}) лежат в плоскости $(\mathbf{B}_0, \mathbf{B})$. Тогда

$|1\rangle$ -спин и $|2\rangle$ -спин на границе, а также нутационная ось также лежат в плоскости $(\mathbf{V}_0, \mathbf{V})$. После пересечения нейтроном границы $|1\rangle$ -спин и $|2\rangle$ -спин вращаются вокруг \mathbf{V} в противоположных направлениях (во вращающейся системе координат) и максимально сближаются при $t = T_n/2$, оказываясь в той же плоскости, что и при $t = 0$, причем угол между векторами \mathbf{P} и \mathbf{V} становится минимальным (рис. 5) и равным:

$$\eta = \eta_0 - \chi. \quad (91)$$

Заметим дополнительно, что

$$\eta_0 + \chi = \eta + \xi, \quad (92)$$

где ξ – угол между двумя положениями вектора \mathbf{P} в плоскости $(\mathbf{V}_0, \mathbf{V})$.

Комбинируя (91) и (92), находим угол раствора нутационного конуса: $\xi = 2\chi$. Отсюда следует, что угол между нутационной осью N и вектором \mathbf{P} равен углу χ между \mathbf{V}_0 и \mathbf{V} , а угол наклона оси N относительно \mathbf{V} равен углу η_0 между \mathbf{V}_0 и \mathbf{P} на границе областей. Как и следовало ожидать, антипараллельные $|\alpha\rangle$ -спин и $|\beta\rangle$ -спин лежат на нутационной оси.

При $\varphi_0 \neq 0$ $|\alpha\rangle$ -спин и $|\beta\rangle$ -спин найдутся в результате их вращения из положения в плоскости $(\mathbf{V}_0, \mathbf{V})$ (при $\varphi_0 = 0$) вокруг \mathbf{V}_0 в противоположных направлениях на угол φ_0 . При $\varphi_0 = \pi$ они максимально сближаются, вновь оказываясь в плоскости $(\mathbf{V}_0, \mathbf{V})$. Вектор \mathbf{P} на границе найдется в результате его вращения вокруг \mathbf{V}_0 на угол φ_0 из положения в плоскости $(\mathbf{V}_0, \mathbf{V})$. Нутационный конус, на котором оказывается вектор \mathbf{P} для данного φ_0 , подобен определенному выше, имеет тот же угол раствора 2χ , его ось наклонена под тем же углом η к полю \mathbf{V} . Нутационная ось во второй области в момент пересечения нейтроном границы может быть найдена поворотом вокруг \mathbf{V} на угол φ_0 из ее положения в плоскости $(\mathbf{V}_0, \mathbf{V})$ в первой области.

Подобие нутационных конусов можно объяснить следующим образом. Согласно (88) введение $\varphi_0 \neq 0$ в значения $|1\rangle$ и $|2\rangle$ на границе ($L = 0$), т.е. в $|\Psi_1(0, t)\rangle$ и $|\Psi_2(0, t)\rangle$, эквивалентно смещению по времени. Во вращающейся системе координат при смещении по времени вектор поляризации \mathbf{P} остается на том же нутационном конусе. В стационарной системе координат этот нутационный конус поворачивается вокруг \mathbf{V} на угол φ_0 , и \mathbf{P} оказывается на разных нутационных конусах, подобных друг другу.

Как следствие, движение спина нейтрона всегда является суперпозицией равномерных вращений – с частотой ω_n вокруг нутационной оси, наклоненной под углом η к полю \mathbf{V} , которая вращается вокруг \mathbf{V} с частотой ω_p . Обычно расстояние L_n очень велико, поэтому состояния $|1\rangle$ и $|2\rangle$ остаются ортогональными, и единственным движением

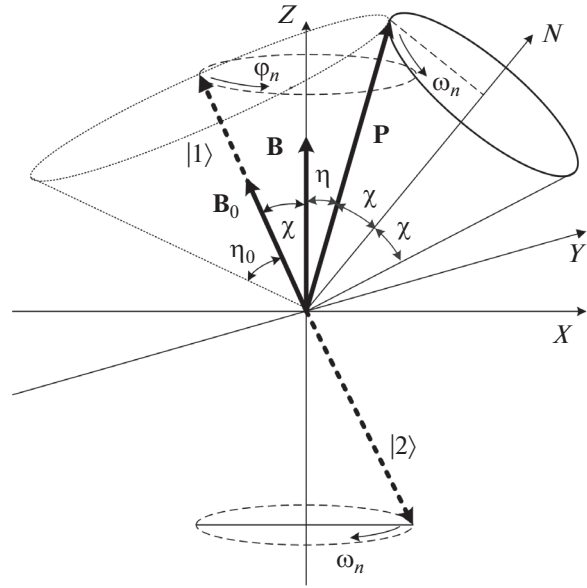


Рис. 5. Граница раздела магнитных сред в момент времени, когда вектор поляризации \mathbf{P} лежит в плоскости $(\mathbf{V}_0, \mathbf{V})$. Ось квантования $Z\|\mathbf{V}$ и ось X лежат в плоскости $(\mathbf{V}_0, \mathbf{V})$. В системе координат, вращающейся с частотой ω_p , движение вектора \mathbf{P} в области с полем \mathbf{V} задается вращением $|1\rangle$ -спина и $|2\rangle$ -спина вокруг \mathbf{V} в противоположных направлениях с одинаковой частотой ω_n . Другие обозначения определены в тексте.

вектора \mathbf{P} является вращение с частотой ω_p , которая практически совпадает с ларморовской (ω_L).

В первой области и на границе динамическая ось коллинеарна \mathbf{V}_0 . При перемещении вдоль пучка во второй области динамическая ось вращается вокруг \mathbf{V} . Если L_n намного превышает длину прибора, состояния $|1, L\rangle$ и $|2, L\rangle$ остаются ортогональными.

В общем случае состояния $|1, L\rangle$ и $|2, L\rangle$ нейтрона в поле \mathbf{V}_0 ($L < 0$) не являются ортогональными, и динамическая ось D_0 на границе раздела сред ($L = 0$) не коллинеарна \mathbf{V}_0 . Тогда анализ поведения спина при прохождении нейтрона в поле \mathbf{V} аналогичен проведенному выше анализу с той лишь разницей, что роль \mathbf{V}_0 будет играть ось D_0 . Преобразование $|\Psi_1(0, t)\rangle$ и $|\Psi_2(0, t)\rangle$ к представлению с $Z\|D_0$ аналогично преобразованию $|\alpha\rangle$ и $|\beta\rangle$ к представлению с $Z\|N$ (68)–(74). Неравномерность вращения спина нейтрона и временная зависимость $\rho_n(t)$ на границе магнитных областей транслируются в область с полем \mathbf{V} : спин неравномерно вращается вокруг динамической оси D ; при перемещении вдоль пучка ось D вращается вокруг \mathbf{V} с периодом L_p , угол ее наклона относительно \mathbf{V} и нейтронная плотность ρ_n изменяются с перио-

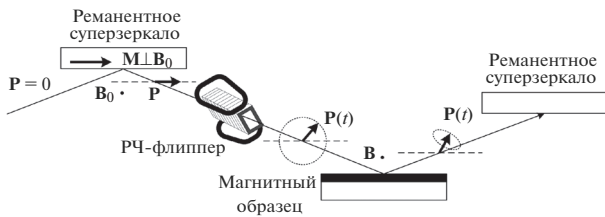


Рис. 6. Пучок с прецессирующим вектором поляризации \mathbf{P} готовится с помощью реманентного суперзеркала с вектором намагниченности \mathbf{M} , перпендикулярным ведущему полю \mathbf{B}_0 , и радиочастотного флиппера. Прецессионный фронт параллелен поверхности суперзеркала. Зеркальный образец в ведущем поле \mathbf{B} ; его поверхность параллельна поверхностям суперзеркал поляризатора и анализатора.

дом L_n . Отметим, что ось D будет наклонена к вектору \mathbf{B} даже при условии, что $D_0 \parallel \mathbf{B}$ (направление динамической оси меняется скачком при переходе через границу). В системе координат, движущейся в поле \mathbf{B} с пилотной скоростью, спин равномерно прецессирует и совершает неравномерное нутационное вращение с изменением плотности вероятности $\rho_n(t)$; $\rho_n(t)$ пропорциональна плотности вероятности $\rho_n(t_0)$ в момент t_0 пересечения нейтроном границы.

Аналогично можно рассмотреть прохождение нейтроном нескольких областей с резкими границами, например, через прецессионную катушку. Отметим важную роль, которую играет динамическая ось и ее изменение на каждой из границ при описании прохождения нейтрона.

ОТРАЖЕНИЕ НЕЙТРОНОВ С ПРЕЦЕССИРУЮЩИМИ СПИНАМИ

На рис. 6 представлена схема рефлектометрии нейтронов с прецессирующими спинами. Пучок с прецессирующим вектором поляризации готовится с помощью зеркального поляризатора (реманентного суперзеркала или $\pi/2$ -вращателя спина); прецессионный фронт параллелен поверхности поляризатора. После радиочастотного флиппера энергия нейтрона в состояниях со спином вдоль и против поля различна, в каждой точке прецессионного фронта вектор \mathbf{P} синхронно вращается с частотой ω_{RF} вокруг направления ведущего поля.

Если поверхность образца параллельна поверхности зеркального поляризатора, то в любой момент времени t спины падающих на образец нейтронов имеют одинаковую ориентацию. Значения волновых функций падающего и отраженного нейтрона в точках $\mathbf{r}(S)$ на поверхности S образца можно записать в виде:

$$|\Psi_{\text{inc}}(S, t)\rangle = \begin{pmatrix} A_+ \exp(-it\omega_{RF}/2) \\ A_- \exp(it\omega_{RF}/2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}, \quad (93)$$

$$A_{\pm} = a_{\pm} \exp[i(\mathbf{k}_{\pm} \mathbf{r}(S) + \alpha_{\pm})],$$

$$a_{\pm} \geq 0, \quad a_+^2 + a_-^2 = 1,$$

$$|\Psi_{\text{refl}}(S, t)\rangle = \hat{\mathbf{r}} |\Psi_{\text{inc}}(S, t)\rangle =$$

$$= A_+ \exp\left(-it \frac{\omega_{RF}}{2}\right) \begin{pmatrix} r_{++} \\ r_{+-} \end{pmatrix}_{\mathbf{B}} + A_- \exp\left(it \frac{\omega_{RF}}{2}\right) \begin{pmatrix} r_{-+} \\ r_{--} \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}, \quad (94)$$

$$|\Psi_{\text{refl}}(S, t)\rangle = \exp(-it\omega_{RF}/2) |1, S\rangle + \exp(it\omega_{RF}/2) |2, S\rangle, \quad (95)$$

где $\hat{\mathbf{r}}$ – оператор отражения; матрица отражения в представлении с $Z \parallel \mathbf{B}$:

$$\hat{\mathbf{r}} = \begin{pmatrix} r_{++} & r_{-+} \\ r_{+-} & r_{--} \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}. \quad (96)$$

Из рассмотрения на рис. 2 случая \mathbf{k}_+ (и аналогичного рассмотрения случая \mathbf{k}_-) следует, что поведение \mathbf{P} в отраженном пучке также будет одинаково в плоскостях, параллельных поверхности образца. Поэтому в качестве 3D-анализатора можно использовать реманентное суперзеркало, которое вращается вокруг нормали к его поверхности [18].

Состояния отраженных нейтронов, соответствующие разным значениям энергии, задаются разными элементами матрицы отражения (96). Как правило, $|r_{+-}| = |r_{-+}|$, поэтому при $|r_{++}| \neq |r_{--}|$ состояния $|1, S\rangle$ и $|2, S\rangle$ не будут ортогональными. Направление динамической оси D , неравномерность вращения \mathbf{P} вокруг D , сопутствующее изменение нейтронной плотности можно описать представленным выше способом. Биения нейтронной плотности и вращение \mathbf{P} вокруг локальной динамической оси с одинаковым для всех нейтронов периодом $2\pi/\omega_{RF}$ можно наблюдать в сечении пучка, параллельных поверхности образца. Угол наклона локальной динамической оси D относительно \mathbf{B} , угол между осью D и вектором \mathbf{P} , неравномерность вращения \mathbf{P} вокруг D зависят не только от модулей, но и от фаз элементов матрицы отражения. Таким образом, можно получить более детальную информацию о магнитных слоях в образце.

Вращение \mathbf{P} вокруг локальной динамической оси с высокой частотой, задаваемой радиочастотным флиппером, может усложнить измерение поляризации. Поэтому радиочастотный флиппер можно исключить из схемы измерений. Достаточно изменять ведущее поле, дискретно или с небольшой частотой. Экспериментальные аспекты нейтронной рефлектометрии с векторным анализом поляризации были подробно рассмотрены ранее [21].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использование оператора $\hat{\sigma}(\mathbf{r}) \equiv \hat{\sigma}\delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r})$, представляющего вектор поляризации \mathbf{P} в точке \mathbf{r} , и теоремы о суперпозиции двух спиноров [13] позволило описать поведение спина нейтронов в двухуровневом состоянии в однородном магнитном поле в таких терминах как пилотная скорость, прецессионный фронт, нутационная и динамическая оси. Введение пилотной скорости не только расширяет применимость концепции ларморовской прецессии в область медленных нейтронов, но и может играть эвристическую роль. Скажем, под действием гравитации траектории частицы будут параболическими. Изменение вертикальной компоненты пилотной скорости может изменить время нахождения нейтрона в области с магнитным полем и, следовательно, угол прецессии. Поскольку вертикальные компоненты всех скоростей за один и тот же промежуток времени изменятся на одинаковую величину, фронты прецессии, перпендикулярные разностным векторам (44), не изменятся. В частности, вертикальный фронт прецессии останется вертикальным, несмотря на изменение направления пилотной скорости под действием силы тяжести.

Предложена схема рефлектометрии нейтронов с прецессирующим спином. Для ее реализации формируется пучок нейтронов в двухуровневых состояниях с фронтом прецессии, параллельным поверхности исследуемого магнитного покрытия. Поляризационные эффекты при отражении нейтронов в двухуровневом состоянии могут быть использованы для более детального исследования магнитных зеркальных образцов, а также для создания элементов нейтронной спин-манипуляционной оптики [22, 23]. В дальнейшем для раскрытия потенциала рефлектометрии нейтронов с прецессирующими спинами будут проведены численные расчеты на основе представленного формализма.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (Соглашение № 14.607.21.0194 от 26.09.17, проект RFMEFI60717X0194).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gähler R., Golub R. // *Z. Phys. B.* 1987. V. 65. P. 269.
2. Grigoriev S.V., Kraan W.H., Rekveldt M.Th. // *Phys. Rev. A.* 2004. V. 69. P. 043615.
3. Chetverikov Yu.O., Axelrod L.A., Syromyatnikov A.V. et al. // *Physica B.* 2004. V. 350. P. E1039.
4. Grigoriev S.V., Chetverikov Yu.O., Metelev S.V., Kraan W.H. // *Phys. Rev. A.* 2006. V. 74. P. 043605.
5. Golub R., Gähler R., Habicht K., Klimko S. // *Phys. Lett. A.* 2006. V. 349. P. 59.
6. Badurek G., Rauch H., Summhammer J. // *Phys. Rev. Lett.* 1983. V. 51. P. 1015.
7. Mezei F. // *Physica B.* 1988. V. 151. P. 74.
8. Baryshevskii V.G., Cherepitsa S.V., Frank A.I. // *Phys. Lett. A.* 1991. V. 153. P. 299.
9. Golub R., Gähler R., Keller T. // *Am. J. Phys.* 1994. V. 62. P. 779.
10. Mezei F. // *J. Phys. Soc. Jpn.* 1996. V. 65. S. A. P. 25.
11. Pleshanov N.K. // *Phys. Lett. A.* 1999. V. 259. P. 29.
12. Pleshanov N.K. // *Phys. Rev. B.* 2000. V. 62. P. 2994.
13. Pleshanov N.K. // *Physica B.* 2001. V. 304. P. 193.
14. Frank A.I. // *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A.* 1989. V. 284. P. 161.
15. Hino M., Achiwa N., Tasaki S. et al. // *Physica. B.* 1995. V. 213–214. P. 842.
16. Hino M., Achiwa N., Tasaki S. et al. // *J. Phys. Soc. Jpn.* 1996. V. 65. Suppl. A. P. 203.
17. Игнатович В.К. // *Письма в ЖЭТФ.* 1978. V. 28. P. 311.
18. Pleshanov N.K., Bodnarchuk V., Gähler R. et al. // *Physica B.* 2001. V. 297. P. 126.
19. Felcher G.P., Adenwalla S., De Haan V.O., Van Well A.A. // *Nature.* 1995. V. 377. P. 409.
20. Funahashi H., Ebisawa T., Haseyama T. et al. // *Phys. Rev. A.* 1996. V. 54. P. 649.
21. Пleshанов Н.К., Аксельрод Л.А., Забенкин В.Н. и др. // *Поверхность. Рентген. синхротр. и нейтрон. исслед.* 2008. Т. 11. С. 3.
22. Пleshанов Н.К. // *Поверхность. Рентген. синхротр. и нейтрон. исслед.* 2015. Т. 1. С. 28.
23. Pleshanov N.K. // *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A.* 2017. V. 853. P. 61.

On Neutron Spin Precession Reflectometry

N. K. Pleshanov

The spin operator at a point, $\sigma(\mathbf{r}) \equiv \sigma\delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r})$, is defined for analysis of behavior of the neutron polarization vector. Polarization of neutrons in a two-level state, passing through regions with magnetic field without scattering, is described in terms of pilot velocity, precession front, nutation, and dynamic axes. A scheme of reflectometry of neutrons in two-level states (neutron spin precession reflectometry) is suggested for a more detailed study of magnetic layered structures.

Keywords: neutron polarization, neutron reflectometry, spin operator at a point, neutron spin precession, neutron spin nutation, neutron polarization effects.