

УДК 537.533.79:539.1.06

ИЗМЕРЕНИЕ ПОПЕРЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ ПУЧКА ЭЛЕКТРОНОВ ПО УГЛОВОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ ИХ КОГЕРЕНТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В КРИСТАЛЛЕ

© 2019 г. И. Е. Внуков^{1, *}, Ю. А. Гопонов¹, М. А. Сиднин¹,
Р. А. Шатохин¹, К. Sumitani², Y. Takabayashi³

¹Белгородский государственный национальный
исследовательский университет (НИУ “БелГУ”), 308015 Белгород, Россия

²Japan Synchrotron Radiation Research Institute (JASRI),
1-1-1 Kouto, Sayo-cho, Sayo-gun, Hyogo 679-5198 Japan

³SAGA Light Source, Tosu, Saga 841-0005 Japan

*E-mail: vnukov@bsu.edu.ru

Поступила в редакцию 12.06.2018 г.

После доработки 02.07.2018 г.

Принята к публикации 02.07.2018 г.

Предложена методика нахождения поперечных размеров пучка на мишени по двумерным угловым распределениям излучения для двух расстояний между кристаллом, в котором генерируется излучение, и координатным детектором. Искомые размеры находят из результатов “подгонки”, когда подгоняемой функцией является распределение для меньшего расстояния, а подгоночной функцией — свертка углового распределения на большем расстоянии с двумерным распределением Гаусса, параметры которого однозначно связаны с размерами пучка на мишени и расстоянием между кристаллом и детектором. Определены границы применимости методики.

Ключевые слова: параметрическое рентгеновское излучение, дифрагированное переходное излучение, дифрагированное тормозное излучение, электрон, кристалл, пространственные размеры пучка.

DOI: 10.1134/S0207352819060143

ВВЕДЕНИЕ

Расходимость и поперечный размер пучка ускоренных частиц являются наиболее важными параметрами любого ускорителя. Поэтому существует большое количество способов их измерения. Наряду с использованием флуоресцентных экранов для диагностики параметров электронных пучков широко применяют оптическое переходное излучение [1], оптическое дифракционное излучение [2] и излучение Смита–Парселла в оптическом диапазоне [3]. Однако недавно было показано, что оптическое переходное излучение нельзя использовать при измерении профиля электронных пучков линейных ускорителей для рентгеновского лазера на свободных электронах, поскольку оно становится когерентным, если продольный размер электронного пучка сопоставим с длиной волны регистрируемого излучения [4].

Наиболее естественный способ избежать эффекта когерентности — использовать излучение с меньшей длиной волны. Несколько лет назад [5, 6] для определения поперечных размеров пучка на мишени было предложено применять параметри-

ческое рентгеновское излучение (ПРИ), которое испускается под углом Брэгга, когда быстрая заряженная частица движется через кристаллическую мишень (например, [7]). В первом приближении ПРИ можно рассматривать как когерентное рассеяние собственного электромагнитного поля частицы на электронных оболочках периодически расположенных атомов кристалла [8, 9]. К достоинствам использования ПРИ для измерения параметров пучка частиц следует отнести хорошее согласие экспериментальных данных с расчетами в широком диапазоне значений энергии электронов [10], низкий уровень фона, поскольку оно испускается под большим углом к направлению движения пучка частиц, сравнительно высокую интенсивность на уровне 10^{-5} – 10^{-6} фотонов на электрон, возможность изменять угловое распределение излучения, варьируя угол расположения детектора и ориентацию кристалла.

Измерения угловых распределений ПРИ быстрых электронов в тонких кристаллах с помощью координатных детекторов [6, 11, 12] подтвердили возможность нахождения поперечных размеров

пучка с помощью детектора, расположенного в непосредственной близости от кристалла [6]. Можно также фиксировать зависимость формы регистрируемых распределений от размера пучка на кристалле [11] и устанавливать размеры пучка частиц на мишени с помощью камеры-обскуры, т.е. наблюдать рентгеновское излучение от кристалла через отверстие, которое меньше “пятна” электронов на мишени [12].

Расположение координатного детектора в непосредственной близости к источнику излучения, как это было сделано в эксперименте [6], не всегда возможно. К тому же возникает проблема отделения регистрируемого углового распределения от фона тормозного излучения, источником которого являются элементы конструкции ускорителя. Использование камеры-обскуры [12] предполагает азимутальную симметрию углового распределения регистрируемого излучения и при ее отсутствии, как отмечено в цитируемой работе, приводит к ошибке определения поперечных размеров пучка по результатам измерений. Не менее значимым недостатком метода [12] является длительность процесса измерения, обусловленная жесткой коллимацией регистрируемого излучения. При среднем токе 7 нА процесс измерения занял свыше 3 ч, тогда как измерение полного углового распределения потребовало 10 мин.

Невозможность решить проблему зависимости результатов измерения параметров электронного пучка от асимметрии углового распределения, регистрируемого излучения и большая длительность процесса измерения [12] требуют разработки новых методов, основанных на измерении полного углового распределения ПРИ и учитывающих его особенности, в частности, азимутальную асимметрию и вклад других механизмов излучения.

Как показано в работах [10, 13], в том же направлении, что и ПРИ, распространяется дифрагированное переходное (ДПИ) и дифрагированное тормозное излучение (ДТИ). Первый механизм реализуется в области значений энергии фотонов $\omega < \gamma\omega_p$, где γ и ω_p — лоренц-фактор частицы и энергия плазмона среды, а второй — при выполнении противоположного условия. Вклад, обусловленный этими механизмами излучения, зависит от энергии электронов, угла наблюдения, толщины кристалла и его состава, меняется в широких пределах и хорошо описывается в рамках модели дифракции реальных фотонов [14]. Исходя из вышеизложенного, анализ зависимости угловых распределений когерентного излучения (ПРИ + ДПИ + ДТИ) от размеров электронного пучка, угла наблюдения и других экспериментальных условий, направленный на разработку новой методики диагностики поперечных разме-

ров электронных пучков высокой энергии, представляется важным и актуальным.

МЕТОДИКА РАСЧЕТА

Как уже отмечалось выше, одним из достоинств применения когерентного излучения электронов в кристаллах для измерения параметров электронного пучка является хорошее согласие экспериментальных и расчетных данных [14]. Это позволяет проанализировать зависимость характеристик углового распределения излучения от параметров пучка с помощью расчета. Приведем вкратце основные особенности методики расчета, следуя в основном [13].

Как показано в ряде работ (например, [10]), вклад динамических эффектов в выход ПРИ не превышает 10–15%, поэтому для расчета была использована формула спектрально-углового распределения излучения, полученная в кинематическом приближении [15]. Для расчета вклада ДТИ брали данные [16], учитывающие подавление интенсивности тормозного излучения из-за эффекта плотности.

Для расчета ДПИ использовали спектрально-угловое распределение, описываемое формулой Гарибяна [7] в случае падения пучка частиц по нормали к поверхности мишени. Предполагалось, что переходное излучение рождается непосредственно при влете в кристалл и дифрагирует внутри него, а само излучение поляризовано в плоскости вылета. То есть изменение поляризации, обусловленное несовпадением направления электронного пучка с нормалью к поверхности мишени [17], не учитывалось. Вклад поглощения излучения в диэлектрическую проницаемость и его влияние на спектрально-угловое распределение переходного излучения не принимали во внимание.

Расходимость электронного пучка, многократное рассеяние частиц в кристалле, угол коллимации излучения и другие экспериментальные условия учитывали в соответствии с методикой, разработанной для расчета когерентного излучения электронов в мозаичных кристаллах пиролитического графита и подробно описанной в [18].

Методика [13] основана на предложенном в [19] подходе с использованием для описания процесса ПРИ трех систем отсчета, связанных с направлением движения электронов (“лабораторная система”), плоскостью кристалла, на которой происходит процесс ПРИ (“система кристалла”), и направлением вылета фотонов (“система детектора”). Для упрощения расчетов ось u всех систем направлена вертикально вверх. Оси z системы детектора и кристалла развернуты относительно оси z лабораторной системы вокруг вертикальной оси на углы Θ_D и $-(\pi/2 + \Theta_B)$ соответственно.

Здесь Θ_B и Θ_D – углы разворота плоскости, на которой происходит процесс дифракции, и расположения детектора соответственно.

Использование этого подхода позволяет определять направление вектора обратной решетки \mathbf{g} и направление испущенного фотона ПРИ \mathbf{n} в той системе отчета, где они описываются наиболее просто, т.е. в системе “кристалла” и “детектора”. Переход в лабораторную систему позволяет найти значения всех переменных в лабораторной системе и получить искомую интенсивность излучения.

В случае процесса дифракции реальных фотонов этот подход также оказался очень удобен. В системе “детектора” задаются граничные направления попадания излучения в коллиматор $\theta_x, \theta_y, \theta_z$, и переходом в систему “кристалла” определяются направления движения этих фотонов после отражения. Поскольку в системе “кристалла” отражение фотонов эквивалентно изменению знака θ_z , после замены знака проекции вектора движения фотона на ось z становится известным направление движения фотонов до дифракции. Эта последовательность действий позволяет выявить направления движения фотонов, которые после процесса дифракции могут попасть в детектор и найти выход дифрагированного излучения. Энергия фотонов и интенсивность отраженного излучения в соответствии с законом Брэгга определяются интенсивностью первичного излучения и вероятностью попадания дифрагированного излучения в детектор. В рамках этого подхода показано [20], что для углов расположения детектора Θ_D и изменения ориентации плоскости кристалла вблизи значения $\Theta_D - \Theta_D/2$ дифрагированное излучение наблюдается до тех пор, пока в спектрально-угловом распределении первичного излучения есть фотоны, которые после брэгговского отражения могут попасть в детектор.

УЧЕТ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ РАЗМЕРОВ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА

Влияние размеров пучка и расстояния между кристаллом и детектором на измеряемое двумерное угловое распределение когерентного излучения (например, [6]) можно охарактеризовать следующим выражением:

$$Y(\theta'_x, \theta'_y) = \iint Y(\theta_y, \theta_x) G(\theta_y \rightarrow \theta'_y, \theta_x \rightarrow \theta'_x) d\theta_y d\theta_x, \quad (1)$$

где $Y(\theta'_y, \theta'_x)$ и $Y(\theta_y, \theta_x)$ – измеряемое и собственное угловое распределения когерентного излучения для протяженного и точечного пучка частиц на мишени, соответственно, а интегрирование

ведется в пределах полного телесного угла. Функция $G(\theta_y \rightarrow \theta'_y, \theta_x \rightarrow \theta'_x)$ описывает связь между переменными каждого из этих распределений в случае разброса точек попадания электронов на кристалл и в случае двумерного гауссовского распределения такого разброса может быть представлена в виде:

$$G(\theta_y \rightarrow \theta'_y, \theta_x \rightarrow \theta'_x) = \frac{R^2}{2\pi\sigma_y\sigma_x} \exp\left(\frac{-R^2(\theta_y - \theta'_y)^2}{2\sigma_y^2}\right) \exp\left(\frac{-R^2(\theta_x - \theta'_x)^2}{2\sigma_x^2}\right), \quad (2)$$

где σ_x, σ_y – характерные размеры пучка в горизонтальной и вертикальной плоскостях, а R – расстояние между кристаллом и детектором. В эксперименте, как правило, измеряют выход излучения, попавшего в детектор с фиксированной апертурой, в зависимости от его положения, т.е. вертикальное $Y(\theta_{y_i})$ или горизонтальное $Y(\theta_{x_i})$ угловое распределение:

$$\iint_{\Delta\Omega(y_i)} Y(\theta'_x, \theta'_y) d\theta'_x d\theta'_y, \quad (3)$$

где $\Delta\Omega(y_i)$ – телесный угол, перекрываемый детектором, расположенным в точке y_i , по которому ведется интегрирование.

Применение методики расчета [13] для учета пространственного распределения электронов, падающих на кристалл, с одной стороны, требует изменения угла расположения детектора относительно направления электронного пучка для каждой точки кристалла, на которую попадают электроны. Это приводит к резкому увеличению времени вычислений, делая такой расчет практически невозможным. С другой стороны, эквивалентность сдвига излучающей точки и изменения положения угла расположения детектора в вертикальной или горизонтальной плоскости позволяет заменить этот сдвиг соответствующим смещением положения детектора в противоположную сторону. Характерный размер электронного пучка на кристалле обычно не превышает нескольких сотен микрон, тогда как расстояние между кристаллом и детектором, как правило, несколько десятков сантиметров и более. Поэтому изменением телесного угла, перекрываемого детектором, из-за сдвига излучающей точки в первом приближении можно пренебречь.

Предполагалось, что распределение точек попадания электронов на кристалл описывается двумерным распределением Гаусса с различными дисперсиями в горизонтальной и вертикальной плоскостях. Наличие пучка конечных размеров на мишени эквивалентно увеличению реального размера детектора $\pm\delta_x/2, \pm\delta_y/2$ в обеих плоско-

стях до величин $\pm\Delta_x/2 = \pm\delta_x/2 \pm n\sigma_x$ и $\pm\Delta_y/2 = \pm\delta_y/2 \pm n\sigma_y$, где $\sigma_{x,y}$ – характерный размер пучка электронов в горизонтальной и вертикальной плоскостях, а n – число учитываемых стандартных отклонений. Значение $x = 0$, $y = 0$ соответствуют центру детектора, расположенного под углом Θ_D относительно направления пучка электронов. Из-за различия физики процесса и методологии расчета ПРИ и дифракции реальных фотонов методика учета поперечных размеров пучка электронов на мишени для каждого из этих механизмов излучения различна.

Для расчета выхода ПРИ необходима информация об угле вылета фотона относительно направления движения излучающего электрона для каждой точки детектора [13, 15, 18]. Поэтому для каждой точки эффективного детектора с апертурой $\Delta_x \times \Delta_y$ определяли вероятность ее попадания в реальный детектор с размерами $\delta_x \times \delta_y$ при усреднении по всем положениям этого детектора, обусловленным смещением точки попадания электронов на кристалл. Полную интенсивность излучения находили интегрированием по углам его вылета в диапазоне $\Delta\Omega = \Delta_x \times \Delta_y / R^2$, где R – расстояние от кристалла до центра детектора с учетом вероятности попадания фотонов ПРИ в ту или иную точку детектора. В процессе расчета ПРИ ведется интегрирование по толщине мишени, поэтому использование определяемой один раз эффективности попадания фотонов в каждую точку детектора существенно сокращает время вычислений.

При расчете вклада дифракции реальных фотонов используют углы их вылета относительно плоскости, на которой происходит отражение. Наличие поперечных размеров приводит к увеличению эффективного угла коллимации дифрагированного излучения и, следовательно, диапазона углов первичного излучения, которое вследствие процесса дифракции может попасть в детектор. Вероятность попадания для каждого из возможных углов в пределах этого диапазона определяется с помощью моделирования, в котором разыгрывается изменение угла расположения детектора вследствие случайности координат попадания электронов на кристалл.

Описанная методика учета размеров пучка на мишени использовалась для сопоставления измеренных пространственных распределений ПРИ из тонкого кристалла кремния и контролируемых размеров пучка электронов на мишени в эксперименте [11] с расчетом и показала удовлетворительное согласие результатов измерений и расчетов [21].

СОПОСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА И ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Как отмечено во введении, для измерения профиля пучка частиц в ускорителе желательно использовать полное угловое распределение когерентного излучения. Поэтому с целью анализа возможностей метода рассмотрим влияние размеров пучка на результаты измерений пространственного распределения когерентного излучения электронов в условиях экспериментов, когда измерялось полное распределение, а параметры, описывающие профиль электронного пучка на мишени, известны [11, 22, 23]. В этих экспериментах для измерения пространственного распределения излучения использовали координатные детекторы HRC-25 [24] и рентгенографическую, или так называемую IP-пластину (IP – imaging plate) [25]. Оба прибора измеряют энергию вторичных электронов, переданную фотоном излучения, попавшим в ту или иную точку детектора. Эффективность обоих приборов спадает с ростом энергии фотонов.

Главным достоинством рентгеновской камеры высокого разрешения HRC-25 является возможность измерения пространственного распределения излучения за несколько секунд, что позволяет быстро получить информацию о профиле электронного пучка. Недостаток заключается в том, что сигнал с прибора обладает высоким уровнем шума. В результате величина эффекта, обусловленного когерентным излучением электронов в кристалле, не превышает 15–20% от амплитуды измеренного распределения [21]. Другим недостатком является наличие ярко выраженных пиков в измеряемом распределении [11], обусловленных, по-видимому, прямой регистрацией рентгеновских фотонов, попавших в тот или иной пиксель CCD-камеры, измеряющий интенсивность сцинтилляций от фотонов в случае когерентного излучения. Наличие этих недостатков наряду с неполнотой информации о материале передней стенки детектора не позволили авторам [21] получить хорошее согласие результатов расчета с данными эксперимента [11].

В отличие от HRC-25 рентгенографическая пластина измеряет поглощенную дозу, т.е. энергию вторичных электронов внутри рабочего объема детектора. Величина дозы определяется по интенсивности оптического излучения, испускаемого каждым участком пластины при его подсветке лазерным пучком малого поперечного размера. Прибор обладает хорошей линейностью и низким уровнем шума. Главным недостатком является невысокая чувствительность на уровне 5–10 фотонов на 1 кэВ поглощенной энергии в зависимости от химического состава [26] и, как следствие, сравнительно большое время измерения.

Линейность и низкий уровень шума обеспечивают точное измерение пространственного распределения когерентного излучения, что позволяет адекватно сопоставить результаты измерений с расчетом и выделить вклад профиля пучка электронов на мишени. На рис. 1 приведены результаты сопоставления измеренных в эксперименте [22] угловых распределений когерентного излучения вдоль осей y и x с расчетом, учитывающим распределение электронного пучка на мишени. Энергия электронов 255 МэВ, расходимость электронного пучка 0.25 мрад. Характерные размеры пучка на мишени в вертикальной и горизонтальной плоскостях $\sigma_y \approx 0.7$ мрад, $\sigma_x \approx 0.2$ мрад соответственно. Большая грань кристалла кремния толщиной 20 мкм перпендикулярна оси $\langle 100 \rangle$. Для получения когерентного излучения плоскость (110) разворачивали на угол $\Theta = \Theta_D/2 = 16.1^\circ$ вокруг вертикальной оси. IP-пластина с пространственным разрешением не хуже 50 мкм была установлена на расстоянии 1 м от кристалла под углом $\Theta_D = 32.2^\circ$.

Расчет выполнен для квадратного детектора с размерами 0.3×0.3 мм, который установлен на расстоянии 1 м от кристалла и перемещается через центр рефлекса в вертикальном (рис. 1а) и горизонтальном (рис. 1б) направлениях. IP-пластина измеряет поглощенную дозу, обусловленную попаданием ионизирующего излучения с любой энергией, поэтому в расчете учтен вклад трех порядков отражения для всех механизмов когерентного излучения: ПРИ + ДПИ + ДТИ. Зависимость эффективности и отклика IP-пластины от энергии фотонов, как и поглощение излучения на пути между кристаллом и детектором, учитывали по методике, аналогичной [21], с использованием параметров, приведенных в [25]. Полное описание методики моделирования зависимости эффективности и отклика прибора от энергии фотонов и соотношение вкладов разных порядков отражения будут представлены позднее. Поскольку сигнал, регистрируемый IP-пластиной, пропорционален поглощенной дозе, а в результате расчета определяется энергия, переданная фотонами вторичным электронам в материале детектора, результаты расчета нормированы на экспериментальные данные для больших углов наблюдения относительно центра рефлекса когерентного излучения. С целью анализа вклада профиля пучка в результаты измерений расчет выполнен как для реальных экспериментальных условий, так и для точечного электронного пучка.

Как видно из рисунка, измеренные распределения достаточно хорошо согласуются с результатами расчета, что подтверждает адекватность методики [13] и необходимость учета всех механизмов для описания пространственного распределения когерентного излучения быстрых электронов в

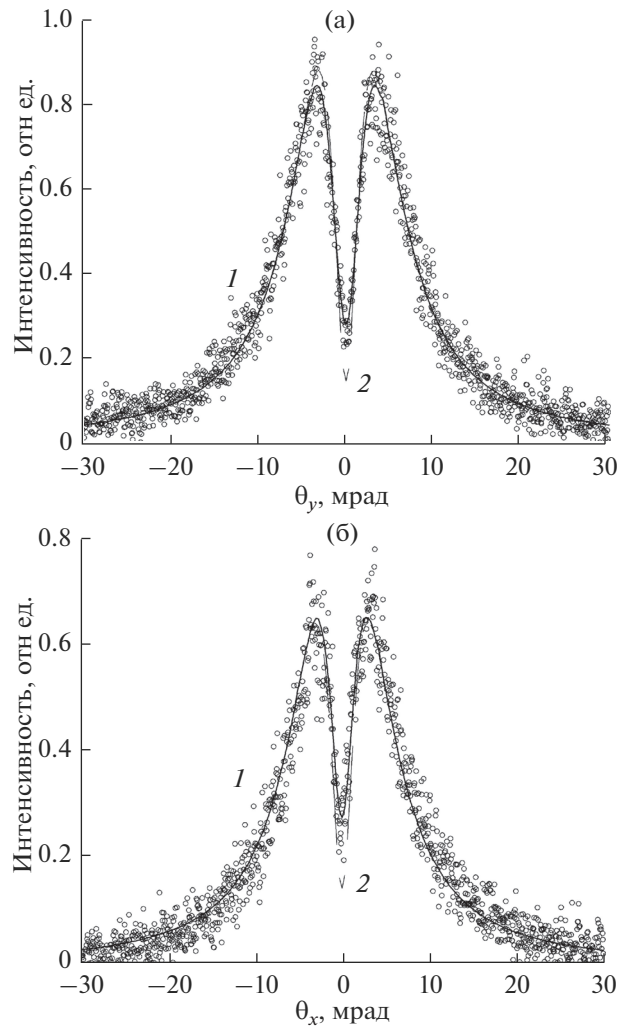


Рис. 1. Вертикальное (а) и горизонтальное (б) угловые распределения излучения: точки – экспериментальные данные [22]; кривые – расчет с учетом размеров пучка на мишени (1) и точечного электронного пучка (2).

тонких кристаллах. Из сопоставления результатов расчета и эксперимента видно, что зависимость 1, полученная при учете профиля пучка на мишени лучше согласуется с экспериментальными данными, чем зависимость в случае точечного пучка. Следует отметить, что различие расчетных зависимостей наблюдается только для углов наблюдения $\theta_{x,y} \leq \Theta_{ph} \approx 3.2$ мрад относительно центра рефлекса, где $\Theta_{ph} = \left(\gamma^{-2} + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)^{1/2}$ – характерный угол вылета фотонов ПРИ, т.е. там, где вклад дифракции реальных фотонов максимален [10, 13]. Следует отметить, что меньшее различие между горизонтальными распределениями по сравнению с вертикальными хорошо коррелирует с

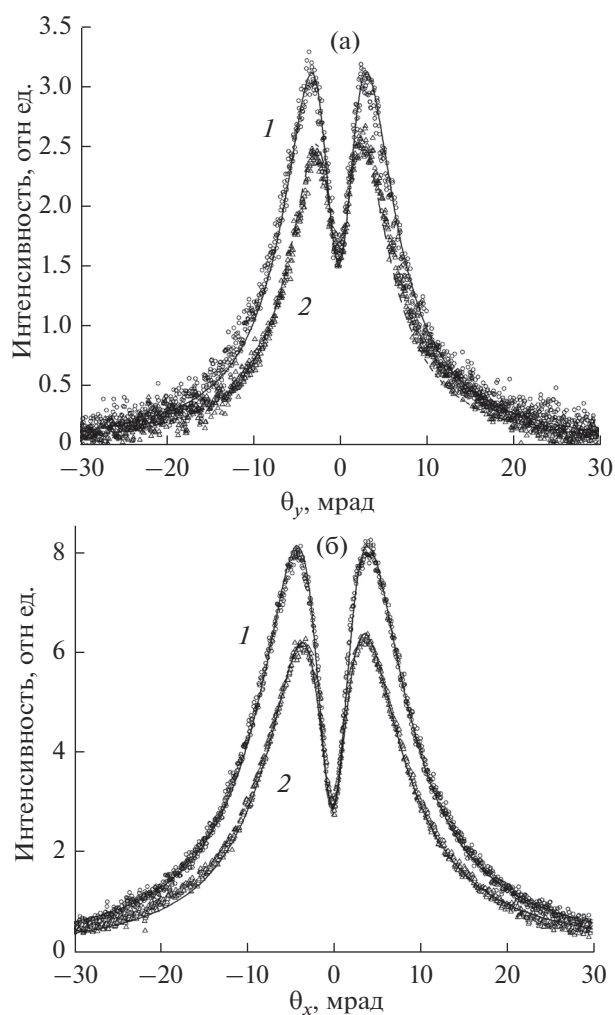


Рис. 2. Экспериментальные [23] (точки) и рассчитанные (кривые) угловые распределения излучения для отражающих плоскостей (110) (а) и (111) (б): вертикальное (кружки и 1) и горизонтальное (треугольники и 2).

меньшим размером пучка частиц в горизонтальной плоскости.

Большой разброс экспериментальных значений в эксперименте [22] не позволяет констатировать полное соответствие результатов расчета и эксперимента. С этой точки зрения более интересны результаты эксперимента [23], выполненного в близких условиях на этой же экспериментальной установке. В отличие от эксперимента [22] в цитируемой работе использовался кристалл алмаза толщиной 50 мкм с большой гранью, перпендикулярной оси $\langle 100 \rangle$. Размеры электронного пучка на мишени $\sigma_x = 0.3$ и $\sigma_y = 0.9$ мм также различались. Еще одной особенностью этого эксперимента была возможность измерения при двух ориентациях кристалла для отражающих плоскостей (110) и (111), соответствующих разным значе-

ниям энергии фотонов $\omega_{220} = 17.7$ кэВ, $\omega_{111} = 10.9$ кэВ и характерным углам вылета фотонов 2.9 и 4.0 мрад. Результаты сопоставления экспериментальных и расчетных данных приведены на рис. 2.

Как и ранее, расчетная зависимость получена суммированием по отражениям трех порядков с учетом поглощения излучения на пути от кристалла до детектора и зависимости эффективности и отклика IP-пластины от энергии фотонов, а результаты расчета нормированы на экспериментальные данные для больших углов наблюдения.

Как видно из рисунка, для обеих ориентаций наблюдается хорошее согласие формы измеренных и рассчитанных зависимостей. Вместе с тем следует отметить, что нормировочные константы для обеих отражающих плоскостей различаются более чем на 30%. Отношение измеренного выхода излучения для плоскости (111) с меньшей энергией фотонов к расчетному оказывается больше, чем для плоскости (110). Скорее всего, это обусловлено неполнотой информации о характеристиках IP-пластины. Например, ее меньшая реальная толщина или плотность по сравнению с использованными при моделировании значениями могут привести именно к такому результату. Более подробный анализ ситуации и объяснение ее причин будут представлены позднее.

Как отмечено выше, существенное влияние профиля пучка частиц на измеряемое распределение сконцентрировано в области малых углов относительно центра рефлекса когерентного излучения. Поэтому наиболее интересным результатом является больший вклад в эту область углов наблюдения для плоскости (110) по сравнению с (111).

С целью анализа влияния профиля пучка на рис. 3 приведено измеренное вертикальное распределение для отражающей плоскости (110) (точки) в сопоставлении с результатами расчета для реальных размеров пучка электронов и точечного пучка (соответственно, кривые 1 и 2). Здесь же приведены расчетные зависимости для угловых распределений ПРИ (кривая 3) и вклада дифракции реальных фотонов (кривая 4).

Из рисунка видно, что в условиях эксперимента [23] вклад дифракции реальных фотонов в наблюдаемое распределение интенсивности когерентного излучения существенно меньше, чем размеров пучка электронов на мишени. Для выделения вклада профиля пучка в регистрируемое распределение рассмотрим разность зависимостей для протяженного и точечного пучка электронов (кривая 5). Из зависимости видно, что распределение электронов по координатам точек попадания на кристалл приводит к перераспределению наблюдаемого выхода излучения. В центре рефлекса интенсивность возрастает, затем становится меньше, чем в случае точечного пучка, по-

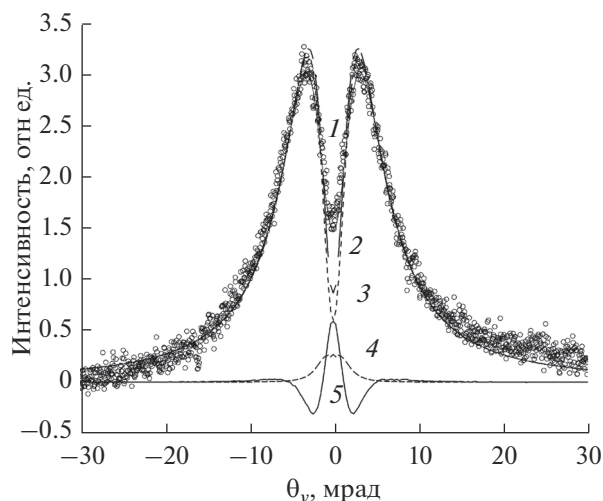


Рис. 3. Вертикальное угловое распределение излучения для условий эксперимента [23] (точки) и отражающей плоскости (110). Кривые – расчет: 1 – ПРИ + ДПИ + ДТИ с учетом размера пучка; 2 – ПРИ + ДПИ + ДТИ, точечный пучок; 3 – ПРИ; 4 – ДПИ + ДТИ; 5 разность кривых 1 и 2.

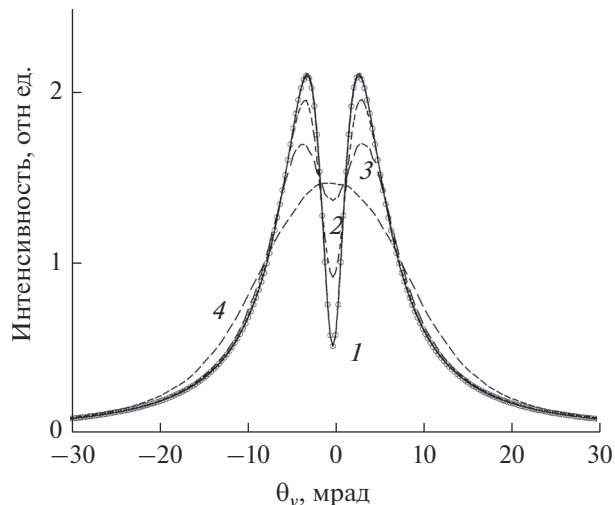


Рис. 4. Вертикальное угловое распределение излучения для условий эксперимента [23] и отражающей плоскости (110): точки – точечный пучок; расстояние между кристаллом и детектором R : 5 (1); 1 (2); 0.5 (3); 0.2 м (4).

том несколько возрастает. При сравнительно больших углах наблюдения распределения в случае точечного и протяженного пучков совпадают.

АНАЛИЗ ЗАВИСИМОСТИ УГЛОВЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ОТ РАЗМЕРОВ ПУЧКА

Хорошее согласие измеренных и рассчитанных распределений позволяет проанализировать влияние профиля пучка на регистрируемое распределение интенсивности излучения с помощью расчета и выбрать наиболее простой и удобный способ измерения характерных размеров пучка. Для упрощения задачи расчеты выполнены для условий эксперимента [23], т.е. для кристалла алмаза толщиной 50 мкм, угла наблюдения 31.2° и отражающей плоскости (110). Расчет для разных поперечных размеров и фиксированного расстояния между кристаллом и детектором показал, что такое же поведение разности зависимостей в случае протяженного и точечного пучка электронов, как и на рис. 3, наблюдается в широком диапазоне размеров пучка на мишени. С ростом поперечного размера пучка центральный максимум плавно растет, глубина провала увеличивается, а пики на больших углах наблюдения становятся более заметными. С уменьшением размера пучка амплитуда центрального пика и провала уменьшается. Однозначная связь между параметрами разностной кривой и размерами пучка на мишени отсутствует. Дисперсия углового распределения с ростом характерного размера электронного пучка возрастает.

Как отмечено выше, влияние размера пучка на мишени на угловое распределение ПРИ в первом приближении эквивалентно дополнительной расходимости электронного пучка $\sigma' \approx \sigma/R$. Изменение расстояния между кристаллом и детектором приводит к изменению регистрируемого распределения излучения, которое может быть использовано для оценки размера пучка. Для доказательства вышесказанного на рис. 4 приведены вертикальные угловые распределения излучения для различных расстояний между кристаллом и детектором. Все условия, кроме расстояний, совпадают с условиями эксперимента [23]. Для удобства сопоставления расчет выполнен для разных размеров детектора и шагов его перемещения, выбираемых так, чтобы телесный угол, перекрываемый детектором, оставался постоянным. Для точечного пучка частиц все распределения должны быть одинаковы. Поскольку выход фотонов для отражений более высоких порядков не превышает 3–5% от интенсивности отражения 220 [23], вклады отражений более высоких порядков не учитывали.

Как видно из рисунка, распределение при расстоянии между кристаллом и детектором $R = 5$ м практически совпадает с распределением для точечного пучка. С уменьшением R различие между этими распределениями и распределением для точечного пучка увеличивается. При малых расстояниях распределение становится одномерным.

В качестве характеристики формы измеряемого углового распределения выхода излучения Y для фиксированного расстояния между кристал-

лом и детектором R_j удобнее всего взять дисперсию этого распределения $D(\theta_y)_{R_j}$:

$$D(\theta_y)_{R_j} = \frac{\sum_{i=1}^n Y(\theta_{yi})_{R_j} (\theta_{yi} - \bar{\theta}_{R_j})^2}{\sum_{i=1}^n Y(\theta_{yi})_{R_j}}, \quad (4)$$

где n – число точек измеренной зависимости, а $\bar{\theta}_{R_j}$ – координата ее центра тяжести. В этом случае дисперсии угловых распределений для протяженного и точечного пучков будут связаны с поперечными размерами пучка на мишени и расстоянием между кристаллом и детектором следующим образом:

$$D(\theta_y)_{R_j} \approx D(\theta_y)_{R=\infty} + (\sigma_y/R_j)^2, \quad (5)$$

где $D(\theta_y)_{R=\infty}$ – дисперсия распределения для точечного пучка.

Следовательно, оценка искомого характерного размера пучка электронов на мишени $\tilde{\sigma}_y$ может быть представлена в виде:

$$\tilde{\sigma}_y = R_j (D(\theta_y)_{R_j} - D(\theta_y)_{R=\infty})^{1/2}. \quad (6)$$

Моделирование показало, что полученная таким образом оценка $\tilde{\sigma}_y \sim 0.8$ мм для $R_j = 1$ м оказывается близкой к истинному значению $\sigma_y = 0.9$ мм, использованному при проведении расчетов угловых распределений когерентного излучения, но меньше него. Как отмечалось выше, аналогичное соотношение размеров пучка на мишени было получено в эксперименте [12] с использованием ПРИ и оптического переходного излучения. Причиной этого различия является асимметрия углового распределения ПРИ и влияние размеров пучка в перпендикулярной плоскости. Для горизонтального размера пучка $\tilde{\sigma}_x \sim 0.01$ мм значения $\tilde{\sigma}_y$ и σ_y совпадают.

Главной трудностью использования предлагаемой методики в реальном эксперименте является требование информации о дисперсии углового распределения для точечного пучка частиц или углового распределения, измеренного при очень большом расстоянии между кристаллом и детектором. Даже при расстоянии $R = 5$ м угловые распределения для протяженного и точечного пучков несколько различаются. Использование расчетного распределения на практике неосуществимо, поскольку эффективность координатных детекторов определяется, как правило, с точностью не лучше 5–10%, к тому же расходимость электронного пучка и степень несовершенства кристалла, влияющие на угловое распределение излучения, как правило, точно неизвестны.

Для решения проблемы можно воспользоваться тем фактом, что неизвестное значение дисперсии распределения для точечного пучка в соответствии с выражением (5) может быть получено из измерений при другом расстоянии между кристаллом и детектором, что позволяет обойтись без знания величины $D(\theta_y)_{R=\infty}$. Пусть измерения проведены при двух расстояниях между кристаллом и детектором R_1 и R_2 , причем $R_1 = kR_2$, где k значимо отличается от единицы. В этом случае можно записать следующее уравнение, связывающее дисперсии распределений для этих расстояний:

$$(\sigma_y/R_2)^2 - (\sigma_y/R_1)^2 \approx D(\theta_y)_{R_2} - D(\theta_y)_{R_1}, \quad (7)$$

и получить из него следующую оценку искомого характерного размера пучка:

$$\tilde{\sigma}_y \approx kR_2 \left(\frac{D(\theta_y)_{R_2} - D(\theta_y)_{R_1}}{k^2 - 1} \right)^{1/2}. \quad (8)$$

Полученная таким образом оценка с использованием зависимостей 2, 3 на рис. 4 для расстояний между кристаллом и детектором $R_1 = 1$ и $R_2 = 0.5$ м дала значение $\tilde{\sigma}_y \approx 0.78$ мм, что практически совпадает со значением, полученным с использованием углового распределения для точечного пучка. Как показывают расчеты, поперечные размеры пучка частиц на мишени также влияют на изменение угловых распределений и в случае других ориентаций, кристаллов и углов наблюдения. Однако степень этого влияния разная и в первую очередь зависит от соотношения эффективной расходимости $\sigma' = \sigma/R$ и характерного угла вылета фотонов ПРИ Θ_{ph} . Как отмечено выше (рис. 2), в условиях эксперимента [22] и в случае отражающей плоскости (111) ($\Theta_{ph} \approx 4$ мрад) влияние размера пучка на угловое распределение излучения существенно меньше, чем в случае (110) ($\Theta_{ph} \approx 2.9$ мрад). В экспериментах [11, 23] вертикальные размеры пучка на мишени $\sigma_y = 0.796$ и 0.9 мм практически совпадают, но из-за почти троекратной разницы в расстояниях и меньшего угла наблюдения в [11] провал в центре углового распределения отсутствует, тогда как в эксперименте [23] (рис. 2) он проявляется. Расчеты показывают, что использование предлагаемого метода оценки размеров пучка частиц на мишени возможно только при выполнении условия $\sigma' = \sigma/R \sim 0.1-0.2\Theta_{ph}$, где R – меньшее из двух используемых расстояний между кристаллом и детектором. Другой проблемой в его реализации является неустраняемое взаимное влияние вертикального и поперечного размеров пучка на регистрируемое угловое распределение. В частности, достоверно установить горизонтальный размер по угловому распределению можно только при выполнении условия $\tilde{\sigma}_x \geq \sigma_x$. В случае

меньших значений σ_x при увеличении расстояния величина $D(\theta_x)_R$ не уменьшается, а растет.

мимирующие эту форму. Они связаны с размерами пучка на мишени $\tilde{\sigma}_x, \tilde{\sigma}_y$ следующим образом:

ПРЕДЛАГАЕМАЯ МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Решение проблемы взаимовлияния размеров в обеих плоскостях на распределение интенсивности излучения в этих направлениях невозможно, поэтому от описываемых формулой (3) одномерных распределений в вертикальном и горизонтальном направлениях необходимо перейти к двумерным распределениям. Если детектор расположен на расстоянии R , то измеряемое им двумерное распределение интенсивности излучения $Y(\theta_{y_i}, \theta_{x_j})_R$, исходя из выражения (1) по аналогии с (3), можно записать в виде:

$$\tilde{\sigma}_{y,x} \approx kR_2(k^2 - 1)^{-1/2} \sigma'_{y,x}. \tag{11}$$

С целью проверки предлагаемой методики и оценки границ ее применимости проведено моделирование нахождения размеров пучка из двумерных распределений с использованием метода градиентного спуска и вариации параметров свертки. Результаты моделирования для вертикального и горизонтального распределений приведены на рис. 5. В качестве модельного распределения, имитирующего собственное угловое распределение излучения (кривая 3), была выбрана зависимость:

$$Y(\theta_{y_i}, \theta_{x_j})_R = \iint_{\Delta\Omega(y_i, x_j)} Y(\theta'_{y_i}, \theta'_{x_j})_R d\theta'_{y_i} d\theta'_{x_j}, \tag{9}$$

$$Y(x, y) = \left(A \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma_l^2}\right) - B \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma_c^2}\right) \right) \left(c + \frac{x^2}{a_x^2} + \frac{y^2}{a_y^2} \right), \tag{12}$$

где $Y(\theta'_{y_i}, \theta'_{x_j})_R$ – свертка собственного углового распределения излучения с гауссовским распределением, параметры которого зависят от размеров пучка и расстояния между кристаллом и детектором, в соответствии с выражением (1), а $\Delta\Omega(y_i, x_j)$ – телесный угол, перекрываемый детектором, расположенным в точке y_i, x_j , по которому ведется интегрирование. Различие распределений $Y(\theta_{y_i}, \theta_{x_j})_{R_1}$ и $Y(\theta_{y_i}, \theta_{x_j})_{R_2}$, измеренных при расстояниях R_1 и R_2 , будет обусловлено только характерными размерами пучка и расстояниями между кристаллом и детектором. Как и раньше, считаем, что $R_1 = kR_2$, а телесные углы, перекрываемые детекторами, при каждом измерении одинаковы. Поэтому в первом приближении можно полагать, что $Y(\theta_{y_i}, \theta_{x_j})_{R_2}$ является сверткой распределения $Y(\theta_{y_i}, \theta_{x_j})_{R_1}$ с гауссовским распределением с дисперсией, зависящей от неизвестных размеров пучка на мишени и величин R_1, R_2 . Для определения искомых размеров пучка на мишени можно воспользоваться методом наименьших квадратов, минимизируя квадратичную форму:

где константы $A, B, \sigma_l, \sigma_c, c, a_x, a_y$ были подобраны так, чтобы получившееся распределение было похоже на угловое распределение когерентного излучения быстрых электронов в кристаллах (рис. 1–4) с величиной $\Theta_{ph} \sim 12$ и разными амплитудами в горизонтальном и вертикальном направлениях. Центр распределения находится в начале координат.

Для учета влияния размера пучка двумерное распределение, полученное в соответствии с выражением (12), было свернуто с двумерным гауссовским распределением с разными дисперсиями в горизонтальном и вертикальном направлениях $(\sigma'_{x,y})^2 = \sigma_{x,y}^2 / R^2$, имитирующим влияние профиля пучка на мишени на регистрируемое распределение излучения. Кривые 1 и 2 соответствуют расстояниям между кристаллом и детектором $R_1 = 2R_2$ и R_2 . Для учета возможного влияния статистического разброса результатов измерений зависимости 1 и 2 “зашумлены” по нормальному закону с величиной $\sigma \sim 10\%$ от интенсивности в каждой точке для R_1 и R_2 соответственно.

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left[Y(\theta_{y_i}, \theta_{x_j})_{R_2} - \frac{1}{2\pi\sigma'_x\sigma'_y} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m Y(\theta_{y_i}, \theta_{x_j})_{R_1} \times \exp\left(-\frac{(\theta_{y_i} - \theta_{x_j})^2}{2(\sigma'_y)^2}\right) \exp\left(-\frac{(\theta_{x_i} - \theta_{x_j})^2}{2(\sigma'_x)^2}\right) \right]^2 = \text{Min}, \tag{10}$$

Как видно из рисунка, полученная с помощью подгонки зависимость (кривая 4) практически совпадает с кривой 2, что обеспечивает хорошую точность определения параметров подгонки и оценки размеров пучка, получаемых с помощью предлагаемой методики. Моделирование показало, что вплоть до значений $\sigma' \approx 0.1\Theta_{ph}$ различие между полученной таким образом оценкой σ' и ее истинным значением не превышает 5%. При меньших значениях σ' разница между распределениями 1 и 2 практически отсутствует, и метод теряет чувствительность. Для лучшего понимания границ применимости метода следует отме-

где m и n – число точек измеряемого распределения в горизонтальном и вертикальном направлениях, а σ'_x и σ'_y – подгоночные параметры, мини-

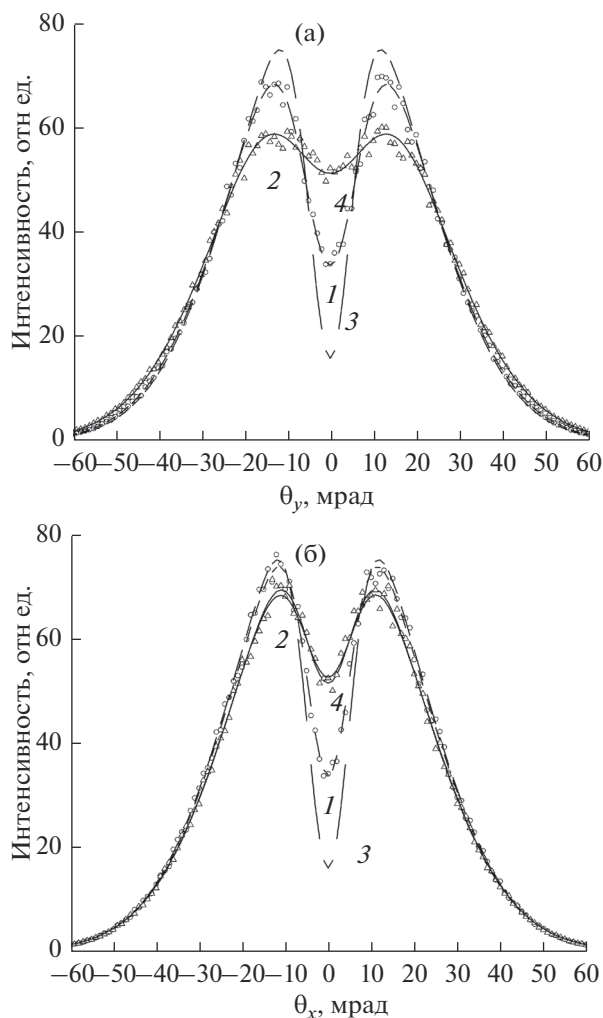


Рис. 5. Модельные угловые распределения излучения в вертикальном (а) и горизонтальном (б) направлениях: 1 – детектор расположен на расстоянии $R_1 = 2R_2$; 2 – детектор расположен на расстоянии R_2 ; 3 – собственное угловое распределение излучения; 4 – результат подгонки.

тить, что в условиях экспериментов [22, 23] величина σ'_y принимала значения $0.2\Theta_{ph}$ и $0.3\Theta_{ph}$. В эксперименте [11] в зависимости от размера пучка она менялась от $0.1\Theta_{ph}$ для $\sigma_y \sim 50$ мкм до $1.5\Theta_{ph}$ для $\sigma_y \sim 800$ мкм.

Не менее важным условием является требование $\sigma_{x,y} \approx \delta_{x,y}$, т.е. размер детектора $\delta_{x,y}$ должен быть сопоставим с характерными размерами пучка частиц на мишени. При выполнении условия $\delta_{x,y} < \sigma_{x,y}$ достоверное определение величины $\tilde{\sigma}_{y,x}$ оказалось возможным даже для $\sigma' \sim 0.05\Theta_{ph}$. Как показано в [27], с ростом энергии электронов до 10–15 ГэВ, вклад дифракции переходного излучения в центре рефлекса становится существенно

больше, чем вклад ПРИ, а итоговое распределение выхода излучения приобретает вид широкого максимума с узким пиком в центре. Как показывает моделирование, достоверно найти размер пучка по результатам измерения таких угловых распределений выхода излучения можно при соотношении величин $\sigma' > 0.1\Theta_{ph}$, как и в предыдущем случае. При отсутствии особенностей в виде пика или провала, т.е. при использовании сравнительно толстых кристаллов, границы применимости метода обуславливаются различием распределений для разных расстояний и могут быть оценены как $\sigma' \geq 0.2\Theta_{ph}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Размеры пучка частиц $\sigma_{x,y}$ можно найти по результатам измерения пространственных распределений излучения быстрых электронов в тонких кристаллах при двух различающихся не менее чем в два раза расстояниях между источником и координатным детектором. Искомые размеры пучка можно найти в результате подгонки распределения для меньшего расстояния путем свертки распределения для большего расстояния с двумерным гауссовским распределением, параметры которого однозначно связаны с размерами пучка и расстояниями между кристаллом и детектором. Границей применимости методики являются условие $\sigma_{x,y}/R > 0.1\Theta_{ph}$. Дополнительное требование – выполнение соотношения между характерным размером пучка и размером детектора $\sigma \sim \delta$.

Предлагаемая методика оценки размеров электронного пучка модельно независима, не требует точного знания расходимости пучка и степени совершенства структуры кристалла. Главным требованием является одинаковость истинного углового распределения излучения, полученного при каждом измерении для разных расстояний между кристаллом и детектором, а также адекватное определение фона, в том числе для больших углов наблюдения относительно центра рефлекса, поскольку подгонка включает учет отклонений распределений во всем измеряемом угловом диапазоне. Методика слабо чувствительна к импульсному нагреву кристалла, если он не приводит к его разрушению [28], и может быть использована на интенсивных пучках линейных ускорителей для рентгеновских лазеров на свободных электронах.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при частичной поддержке JSPS KAKENHI (грант № JP17K05483).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fiorito R.B. // Proceed. Particle Accelerator Conf. Vancouver, 2009. P. 741.
2. Urakawa J., Hayano H., Kubo K. et al. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A. 2001. V. 472. P. 309.
3. Kube G., Backe H., Lauth W. et al. // Proceed. Beam Diagnostic and Instrumentation for Particle Accelerators, Mainz, 2003. P. 40.
4. Loos H., Akre R., Decker F.-J. et al. // Proceed. 30th Int. Free Electron Laser Conf. Gyeongju, 2008. P. 485.
5. Gogolev A., Potylitsyn A., Kube G. // J. Phys.: Conf. Ser. 2012. V. 357. P. 012018.
6. Takabayashi Y. // Phys. Lett. A. 2012. V. 376. P. 2408.
7. Rullhusen R., Artru X., Dhez P. Novel Radiation Sources Using Relativistic Electrons. Singapore: World Scientific, 1999. 202 p.
8. Гарибян Г.М., Шу Я. // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. С. 930.
9. Барышевский В.Г., Феранчук И.Д. // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. С. 944.
10. Brenzinger K.-H., Herberg C., Limburg B. et al. // Z. Phys. A. 1997. V. 358. P. 107.
11. Kube G., Behrens C., Gogolev A.S. et al. // Proceed. Int. Particle Accelerator Conf. Pasadena, 2013. P. 491.
12. Takabayashi Y., Sumitani K. // Phys. Lett. A. 2013. V. 377. P. 2577.
13. Laktionova S.A., Pligina O.O., Sidnin M.A. et al. // J. Phys.: Conf. Ser. 2014. V. 517. P. 012020.
14. Goponov Yu.A., Laktionova S.A., Sidnin M.A. et al. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B. 2017. V. 402. P. 92.
15. Nitta H. // Phys. Lett. A. 1991. V. 158. P. 270.
16. Клейнер В.П., Насонов Н.Н., Шляхов Н.А. // Укр. физ. журн. 1992. Т. 57. Вып. 1. С. 48.
17. Гарибян Г.М., Шу Я. Рентгеновское переходное излучение, Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1983. 320 с.
18. Bogomazova E.A., Kalinin B.N., Naumenko G.A. et al. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B. 2003. V. 201. P. 276.
19. Potylitsin A. arXiv cond-mat/9802279 v1 26 Feb 1998
20. Балдин А.Н., Внуков И.Е., Калинин Б.Н. и др. // Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. 2006. № 4. С. 72.
21. Goponov Yu.A., Sidnin M.A., Vnukov I.E. et al. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B. 2017. V. 402. P. 83.
22. Takabayashi Y., Shchagin A.V. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B. 2012. V. 272. P. 78.
23. Takabayashi Y., Korotchenko K.B., Pivovarov Yu.V. et al. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B. 2017. V. 202. P. 79.
24. High-Resolution X-Ray Camera. <http://www.proxivision.de/datasheets/X-Ray-Camera-HR25-x-ray-PR-0055E-03.pdf>
25. Meadowcroft A.L., Bentley C.D., Stott E.N. // Rev. Sci. Instrum. 2008. V. 78. P. 113102.
26. Leblans P., Vandenbroucke D., Willems P. // Materials. 2011. V. 4. P. 1034.
27. Goponov Yu.A., Laktionova S.A., Pligina O.O. et al. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B. 2015. V. 355. P. 150.
28. Babaev A.A., Gogolev A.S. // J. Phys.: Conf. Ser. 2016. V. 732. P. 012030.

Möasurement of Lateral Sizes of Electron Beam by Angular Distribution of the Coherent Radiation in Crystal

I. E. Vnukov, Yu. A. Goponov, M. A. Sidnin, R. A. Shatokhin, K. Sumitani, Y. Takabayashi

A technique for determining lateral sizes of a beam on a target from two-dimensional angular distributions of radiation for two distances between the crystal, where the radiation is generated, and the coordinate detector is proposed. The required sizes are determined from the “fit”, where the fitted function is the distribution for a shorter distance, and the fitting function is the convolution of the angular distribution at a larger distance with a two-dimensional Gauss distribution, whose parameters are definitely related to the beam sizes on the target and the distances between the crystal and the detector. The limits of applicability of the technique are determined.

Keywords: parametric X-ray radiation, diffracted transition radiation, diffracted bremsstrahlung, electron, crystal, beam spatial dimensions.