УДК 537.533.35:53.072

# УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПУЧКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ПРИ МНОГОКРАТНОМ РАССЕЯНИИ В ВЕЩЕСТВЕ

© 2020 г. Н. Н. Михеев\*

Институт кристаллографии им. А.В. Шубникова ФНИЦ "Кристаллография и фотоника" РАН, Москва, 248640 Россия \*e-mail: kmikran@spark-mail.ru Поступила в редакцию 26.06.2019 г.

После доработки 17.07.2019 г. Принята к публикации 17.07.2019 г.

На основе полученного ранее решения транспортного уравнения впервые проведено аналитическое описание спектральных распределений по углу для заряженных частиц моноэнергетического пучка после многократного рассеяния в веществе. Получена новая универсальная функция двумерного распределения по углу для заряженных частиц при нормальном падении пучка на поверхность образца, а также новые формулы для расчета наиболее вероятного угла отклонения для частиц, прошедших пленку вещества заданной толщины. Учтено влияние поверхности мишени на регистрируемые спектры выходящих из пленки частиц. Приведены результаты всесторонней проверки полученных соотношений на основе сопоставления модельных расчетов угловых распределений с экспериментальными спектрами электронов и протонов, взятыми из научных публикаций.

**Ключевые слова:** многократное рассеяние, протоны, электроны, решение транспортного уравнения, транспортное сечение и транспортная длина пучка частиц в веществе.

DOI: 10.31857/S1028096020030127

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Для современных нано-технологий и большого числа количественных методов локальных исследований, которые используют электронные и ионные пучки, распределение заряженных частиц, прошедших пленку вещества, по углу является одной из важнейших характеристик, определяющих возможности проведения контролируемого технологического воздействия на материал и возможности изучения свойств материала с высоким пространственным разрешением. Задача по расчету таких спектральных распределений решалась и решается либо на основе выбора подходяшей аппроксимирующей функции [1], либо с применением различных моделей кратного и многократного рассеяния [2-5], а также с использованием метода Монте-Карло [6]. Все эти подходы, в целом, как показано в работе [6], приводят к весьма близким друг другу результатам. рассчитываемым угловым распределениям. В тоже время истинные распределения угловых отклонений при многократном рассеянии заряженных частиц во всей области регистрации углов несколько отличаются от рассчитываемых. При угловых отклонениях, превышающих величину полной ширины углового распределения на половине максимума, истинное распределение идет выше рассчитываемых. Это отмечалось еще Р. Штернхеймером [7], и сохраняется поныне. Другой недостаток связан с отсутствием единого системного подхода при нахождении и расчете базового параметра угловых распределений – угла наиболее вероятного отклонения  $\theta_p$  частиц, прошедших пленку: формул много, но точность их не велика, и они не обеспечивают нужного соответствия результатам, получаемым непосредственно из измерений  $\theta_p$  по экспериментальным спектрам.

В данной работе представлены результаты использования статистической модели многократного рассеяния работ [8-12] для описания двумерного распределения заряженных частиц моноэнергетического пучка по углу их отклонения  $\theta$ от начального направления после прохождения пленки вещества заданной толщины и при нормальном падении на поверхность образца. Получена новая универсальная функция  $F(\theta, \theta_p)$  для углового распределения прошедших частиц, а также новые формулы для расчета наиболее вероятного угла отклонения θ<sub>р</sub> легких частиц (электронов) и тяжелых (протонов). Приводятся результаты всесторонней проверки полученных соотношений на основе сопоставления проведенных модельных расчетов угловых распределений с экспериментальными спектрами угловых отклонений электронов и протонов, взятых из научных публикаций.

### ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ *F*(θ, θ<sub>p</sub>) ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

В работе [10] при решении одномерного транспортного уравнения впервые была учтена зависимость дифференциального сечения неупругого рассеяния частиц от числа испытанных ими неупругих взаимодействий. Также было получено решение транспортного уравнения  $F(\Delta E, \Delta E_p)$ , в котором более полно учтена статистика дискретного процесса многократного рассеяния для пучка частиц. Соответствующее распределение электронов пучка с начальной энергией  $E_0$  по потерянной энергии:  $\Delta E = E_0 - E$  и при наиболее вероятной потере энергии  $\Delta E_p = E_0 - E_p$  имеет вид:

$$F(\Delta E_p, u) =$$

$$= A \exp\left\{-\frac{b\Delta E_p}{0.125E_0} \exp\left[-\int_{u_{\min}}^{u} \frac{dk}{0.5\ln k + 1 - k}\right]\right\}, \quad (1)$$

где  $u = \Delta E / \Delta E_p$ ,  $u_{\min} = \Delta E_{\min} / \Delta E_p$ ,  $\Delta E_{\min}$  — минимальная суммарная потеря энергии, равная произведению наиболее вероятной однократной потери энергии  $\omega_p(1)$  на среднее число *n* неупругих взаимодействий; A — нормировочный множитель, b — коэффициент, учитывающий особенности распределения атомных электронов, равный 4 в тонких пленках, равный 1 в толстых мишенях.

В отличие от функции распределения потерь энергии Ландау [13] функция (1) имеет два первых приближенных решения, которые представимы через элементарные функции. После разложения  $\ln k$  в ряд Грегори и последующего учета вклада только первого члена разложения мы получаем функцию первого приближения решения (1) в виде:

$$F_1(\Delta E_p, \Delta E) = A_1 \exp\left\{-\frac{b\left(\Delta E - \Delta E_p\right)^2}{0.125E_0\Delta E}\right\}.$$
 (2)

Более полное, но и более громоздкое второе приближение лишь незначительно меняет рассчитываемые по (2) распределения в области их "хвостов". Проведенная в работах [10–12] проверка показала широкие возможности и высокую эффективность применения функции распределения (2) при описании энергетических спектров потерь энергии заряженными частицами в процессе многократного неупругого рассеяния.

Если абстрагироваться от конкретной переменной  $\Delta E$  и перейти к любой монотонно изменяющейся переменной, которую обозначим  $\varepsilon$ , то выражение (2) может быть записано как

$$F(\varepsilon,\varepsilon_p) = A \exp\left[-\frac{(\varepsilon-\varepsilon_p)^2}{K\varepsilon}\right],$$
 (3)

где  $\varepsilon_p$  — наиболее вероятное значение переменной  $\varepsilon$ , а *K* — некоторая константа.

Эта функция представляет распределение частиц по переменной  $\varepsilon$  и описывает результат многократно повторяющего процесса через вероятность отклонения переменной  $\varepsilon$  от своего наиболее вероятного значения  $\varepsilon_p$ .

В случае многократного рассеяния заряженных частиц пучка при транспорте через пленочную мишень и при нормальном падении на поверхность образца распределение частиц  $F(\theta, \phi)$  в пространстве зависит только от полярного угла  $\theta$ и не зависит от азимутального угла ф. Как следствие, экспериментально регистрируемое распределение частиц строго симметрично относительно первоначального направления движения частиц. Это позволяет применить функцию (3) для описания двумерного процесса многократного рассеяния. Пусть  $\theta$  – угловое отклонение частицы от первоначального направления пучка после прохождения пленки известной толщины х. Тогда функция  $F(\theta, \theta_p)$  может быть получена из (3) введением новой переменной  $\theta = (\varepsilon - \varepsilon_p)$ , а также введением в знаменатель показателя экспоненты величины ( $\theta + \theta_p$ ) вместо ( $\theta + \varepsilon_p$ ):

$$F(\theta, \theta_p) = \frac{dN}{d\Omega} = \frac{dN}{2\pi \sin \theta d\theta} =$$
  
=  $A \exp\left[-\frac{\theta^2}{K(\theta + \theta_p)}\right].$  (4)

При малоугловых отклонениях, когда  $\sin\theta/\theta \approx 1$ , значение параметра *К* определяется из очевидного условия, что функция

$$\frac{dN}{d\theta} = A2\pi\theta \exp\left[-\frac{\theta^2}{K(\theta + \theta_p)}\right]$$

при  $\theta = \theta_p$  имеет экстремум (максимум), в результате получаем  $K = 0.75\theta_p$  и имеем следующее выражение:

$$F(\theta, \theta_p) = \frac{dN}{d\Omega} = \frac{dN}{2\pi\theta d\theta} =$$
  
=  $A \exp\left[-\frac{\theta^2}{0.75\theta_p (\theta + \theta_p)}\right].$  (5)

Выражение (5) описывает распределение заряженных частиц по углу  $\theta$  в материале мишени и характеризуется величиной параметра  $\theta_p$ , который применительно к процессу многократного рассеяния представляет собой максимальный угол однократного рассеяния частиц [8]. При малоугловом рассеянии это еще и угол наиболее вероятного отклонения заряженных частиц, прошедших пленку вещества известной толщины. Другой фундаментальный параметр одномодовых распределений типа (5) — полная ширина на половине максимума, который в дальнейшем будем обозначать как Г. Какова взаимосвязь Г и  $\theta_p$  при рассеянии частиц пучка в образце? В работе [9] было установлено, что для функции (2) при ( $\Delta E = \Delta E_p$ ) квадратный корень из знаменателя по-

казателя экспоненты, нормированный на  $\sqrt{b}$ , равен  $\Gamma/(4\ln 2)^{1/2}$ . Поэтому для углового распределения частиц выражения (5):

$$\Gamma = \left(4\ln 2 \times 1.5 \times \theta_p^2\right)^{1/2} = 2.039\theta_p \approx 2\theta_p.$$
 (6)

Это соотношение важно для правильного понимания существующей для толстых пленок разницы между экспериментально измеренной величиной  $\theta_p^{exp}$  спектрального распределения и величиной  $\theta_p$ , которую необходимо использовать при решении прямой задачи аналитического описания этого же углового распределения, так как для более точного измерения  $\theta_p^{exp}$  (как правило) используется положение максимума функции  $f = 2\pi \sin\theta F(\theta, \theta_p)$  [14]. При расширении диапазона регистрируемых угловых отклонений заряженных частиц, когда условие  $\sin\theta/\theta \approx 1$  не соблюдается, угловое положение максимума  $\theta_p^{exp}$  не представляет величину параметра  $\theta_p$  углового распределения частиц в выражении (5). Для частиц, прошедших пленку, толщина которой рав-

на или превышает транспортную длину частиц, это приводит к тому, что  $\theta_p^{\exp}$  достигает своего максимального значения, равного  $\approx 38^{\circ}$  [14], что заметно меньше ожидаемого. Поскольку очевидно, что максимальное значение угла однократного рассеяния  $\theta_p$  в функции  $F(\theta, \theta_p)$  должно быть равно углу в 45°. Именно тогда все направления рассеяния для частиц становятся равновероятными, величина Г распределений перестает зависеть от толщины пленки, а изменяется лишь общее число регистрируемых первичных частиц.

Другой важный момент, который необходимо учитывать при расширении диапазона угловых отклонений заряженных частиц, это зависимость вероятности выхода частицы из пленки от величины суммарного углового отклонения  $\theta$ , которое частица приобрела в процессе многократного рассеяния в мишени. Как показано в работе [8], это может быть достигнуто путем учета угловой зависимости коэффициента пропускания  $\Phi(\xi)$  поверхности мишени для частиц, выходящих из пленки, и реализуется простым добавлением его сомножителем в выражение (5). Окончательно имеем:

$$F(\theta, \theta_p) = \frac{dN}{d\Omega} = \frac{dN}{2\pi\sin\theta d\theta} =$$
  
=  $A_N \exp\left[-\frac{\theta^2}{0.75\theta_p(\theta + \theta_p)}\right] \Phi(\xi),$  (7)

где:

$$\xi = \frac{\frac{\pi}{2} - \theta}{\sqrt{2}\frac{\pi}{8}}, \quad \mu \quad \Phi(\xi) = \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\xi} \exp(-t^2) dt.$$

Здесь важно иметь в виду следующее, что распределение  $F(\theta, \theta_n)$  частиц по углу  $\theta$  описывает угловое распределение потока частиц, вышедших из мишени. Важное свойство полученного результата – это распределение  $F(\theta, \theta_n)$  без  $\Phi(\xi)$ , то есть выражение (5), представляет угловое распределение частиц внутри самой пленочной мишени. И оно будет заметно отличаться от (7) при  $\theta > 30-$ 35°. Поэтому внутри мишени число частиц, испытавших отклонение на большие углы, может быть существенно больше, чем это следует из регистрируемого углового распределения. А это важно учитывать при проведении технологических воздействий на мишень пучками заряженных частиц, например, при электронной или ионной литографии или при локальном ионном легировании.

# ЗАВИСИМОСТЬ θ, ОТ ТОЛЩИНЫ ПЛЕНОЧНОЙ МИШЕНИ

Во многих физических приложениях теории столкновений в качестве величины, характеризующей рассеяние заряженных частиц, фигурирует интеграл:

$$\sigma_{\rm tr} = \int (1 - \cos \theta) \, d\sigma,$$

который называется транспортным сечением. Данный интеграл представляет собой усредненное по всем возможным угловым отклонениям сечение взаимодействия первичных частиц с веществом. Для расчета транспортных сечений по упругому каналу рассеяния электронов в данной работе использовались результаты работы [15], а для протонов — результаты работы [16]. Для расчета транспортных сечений по неупругому каналу рассеяния электронов использовались результаты работы [17].

В случае малоуглового рассеяния частиц в материале с числом атомов в единице объема  $N_0$  изза независимости результата усреднения от азимута  $\varphi$ :

$$\sigma_{\rm tr} = \int (1 - \cos \theta) \, d\sigma \approx \frac{1}{2} \int \theta^2 \, d\sigma = \frac{1}{2N_0} \frac{d\theta^2}{dx}.$$

Учитывая, что транспортная длина  $L_{tr}$  частиц определяет величину пробега частиц, после которого все направления их движения становятся равновероятными, и при этом  $L_{tr}$  по определению равняется ( $N_0 \sigma_{tr}$ )<sup>-1</sup>, то имеем:

$$\frac{d\theta^2}{dx} = \frac{2}{L_{\rm tr}}.$$
(8)

ПОВЕРХНОСТЬ. РЕНТГЕНОВСКИЕ, СИНХРОТРОННЫЕ И НЕЙТРОННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ № 3 2020

С учетом того, что  $\overline{\theta^2} \sim \theta_p \theta_{\text{max}}$ , где  $\theta_{\text{max}} - \text{макси$ мальный угол однократного рассеяния [9], а так $же что при <math>x \ge L_{\text{tr}}$  величина  $\theta_p = \theta_{\text{max}} = \pi/4$  [8], то решением уравнения (8) будет:

$$\theta_p = \frac{\pi}{4} \frac{x}{L_{\text{tr}}}, \text{ при } x < L_{\text{tr}} \text{ и } \theta_p = \frac{\pi}{4} \text{ при } x \ge L_{\text{tr}}.$$
(9)

В работе [8] эта формула была предложена для электронов средних энергий, но без приведенного выше обоснования. Проверка соотношения (9) подтвердила линейную зависимость  $\theta_n$  от толщины пленки х. Было также показано, что прошедшие через тонкие пленки ( $x < 0.25L_{tr}$ ) электроны пучка представляют собой совокупность двух групп первичных электронов, каждая из которых характеризуется своим угловым распределением. описываемым аналитическим выражением (6). Поэтому для пучка электронов формула (8) является лишь базовой канвой. Все особенности ее использования для электронных пучков подробно изложены и обсуждены в работе [8]. Для протонов и ионов непосредственное применение формулы (8) затруднительно, так как транспортная длина по упругому каналу рассеяния  $L_{tr}^{el}$  тяжелых частиц [16], как правило, существенно превосходит глубину их проникновения R в материал мишени. В тоже время, представляется очевидным, что в конце пробега, когда частицы уже практически полностью потеряли первоначальную кинетическую энергию направленного движения, их угловое распределение будет близко к изотропному распределению. Величина энергетического пробега  $R_p$  для пучка протонов с энергией  $E_0$  (1 кэВ–10 МэВ) в мишени со средним атомным номером Z и средней энергией возбуждения J (по результатам работы [11]) может быть рассчитана по следующей формуле:

$$R_{p} = \frac{\frac{m_{e}}{M_{p}}E_{0}^{2}}{4\pi q^{4}N_{0}Z\frac{1}{\left(1-\beta^{2}\right)^{\frac{1}{2}}}\ln\left\{\frac{2m_{e}V_{0}^{2}}{J\left(1-\beta^{2}\right)^{\frac{1}{4}}}\right\}F_{M}^{N}},$$
 (10)

где q — заряд электрона,  $m_e$  — масса электрона,  $M_p$  — масса протона,  $\beta$  — фактор Лоренца,  $V_0$  — начальная скорость пучка протонов;

$$F_M^N = 2.314 \left\{ 1 - \exp\left[ -0.1714 \left( \frac{2m_e V_0^2}{J} \right)^{1/2} \right] \right\}$$
 при  $\frac{2m_e V_0^2}{J} < 11$   
и  $F_M^N = 1$  при  $\frac{2m_e V_0^2}{J} \ge 11$ .

Для протонов с энергией 10.3 МэВ в кремнии  $L_{tr}^{el} = 1.54$  см [16], а  $R_p = 0.074$  см; для протонов с энергией 350 кэВ в золоте  $L_{tr}^{el} = 5.03$  мкм [16], а  $R_p = 0.825$  мкм; для протонов с энергией 50 кэВ в никеле  $L_{tr}^{el} = 1.33$  мкм [16], а  $R_p = 0.306$  мкм. Поэтому естественно допущение, что именно параметр  $R_p$  для протонов (применительно к процессам многократного рассеяния) можно определить как то значение пробега пучка частиц в мишени, при котором  $\theta_p$  достигает своего максимума в 45° (или  $\pi/4$  радиан). В этой связи для них будет справедлива формула (8), но с заменой  $L_{tr}$  на  $R_p$ :

$$\theta_p = \frac{\pi}{4} \frac{x}{R_p}.$$
 (11)

Простая формула (11) допускает простую проверку на основе имеющихся многочисленных экспериментальных измерений параметра  $\theta_p$ , определенного из спектров угловых распределений протонов, прошедших пленку вещества известной толщины *x*, например, в работе [18]. Полученные результаты представлены в табл. 1. Видно, что наблюдается соответствие рассчитанных по формулам (10) и (11) значений  $\theta_p$  с экспериментальными измерениями этого параметра. В табл. 1 приведены также и значения  $\theta_p$ , рассчитанные по формулам работы [5]. Результаты такого сравнения свидетельствуют о правильности сделанного выше предположения о роли параметра  $R_p$  при описании транспорта протонов в веществе и об очевидных достоинствах предлагаемого метода расчета параметра  $\theta_p$  для функции углового распределения (7).

#### ПРОВЕРКА СООТВЕТСТВИЯ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ СПЕКТРАМ

Всесторонняя проверка полученных аналитических соотношений проведена на основе сопоставления выполненных модельных расчетов угловых распределений  $F(\theta, \theta_p)$  и  $f(\theta, \theta_p) = 2\pi \sin\theta F(\theta, \theta_p)$  с экспериментальными спектрами угловых отклонений протонов и электронов, взятыми из известных научных публикаций [14, 19–21]. Представлен достаточно широкий набор материалов (от алюминия до золота) и диапазон энергий  $E_0$  пучков протонов (от 30 кэВ до 10.3 МэВ). Результаты приведены на рис. 1–5. На рис. 1 представлены результаты использования полученного в

N⁰	<i>Е</i> <sub>0</sub> , кэВ	θ <sub>р</sub> , угл. град, эксперимент работы [18]	θ <sub>p</sub> , угл. град, расчет по формулам данной работы	θ <sub><i>p</i></sub> , угл. град, расчет по формулам работы [5]
1	200	$0.56 \pm 0.02$	0.546	0.19
2	350	$0.28\pm0.02$	0.273	0.11
3	500	$0.20\pm0.02$	0.172	0.075

**Таблица 1.** Экспериментально определенные и рассчитанные значения параметра  $\theta_p$  для угловых распределений пучка протонов с энергиями 200–500 кэВ после прохождения пленки золота толщиной 50 Å

данной работе распределения (7) и формулы (11) при расчете углового распределения пучка протонов с  $E_0 = 50$  кэВ, прошедших пленку никеля известной толщины. Видно, что обеспечивается адекватное соответствие расчетов и эксперимента во всем регистрируемом угловом диапазоне. Для сравнения возможностей различных подходов при описании одного и того же экспериментального спектра угловых отклонений протонов, прошедших мишень известной толщины, на рис. 2 приведены данные, полученные из работы [6], и представляющие рассчитанные угловые распределения для таких же протонов и такой же мишени, но по метоликам многократного рассеяния и методу Монте-Карло. Видно, что наблюдается хорошее соответствие расчетов и моделирования друг другу, но заметное отличие их от экспери-



**Рис. 1.** Угловое распределение пучка протонов с  $E_0 = 50$  кэВ, прошедших пленку никеля толщиной 0.0225 мкм ( $L_{\rm tr} = 1.334$  мкм,  $R_p = 0.31$  мкм,  $\theta_p^{\rm calc} = 3.27^\circ$ ,  $\theta_p^{\rm exp} = 3.33^\circ$ ): сплошная линия – расчет по полученным формулам,  $\bigcirc$  – эксперимент работы [21].

ментального спектра, в том числе и по углу  $\theta_p$ . На рис. 3, 4 для сравнения с рассчитанными функциями  $F(\theta, \theta_p)$  пунктирными линиями изображены угловые распределения, соответствующие функции Гаусса, с  $\theta_p$ , аналогичным использованным при расчетах функции углового распределения (6). Наглядно видно, насколько хорошо используемое при выводе функции распределения (7) решение транспортного уравнения передает особенности физики дискретного процесса многократного рассеяния. А именно: с ростом числа



**Рис. 2.** Угловые распределения пучка протонов с  $E_0 = 50$  кэВ, прошедших пленку никеля толщиной 0.0225 мкм. Взяты из работы [6] и представляют собой рассчитанные угловые распределения по методикам многократного рассеяния и методу Монте-Карло: сплошная линия – расчет по методике многократного рассеяния работы [5],  $\circ$  – расчет методом Монте-Карло работы [6],  $\Delta$  – расчет по методике многократного рассеяния работы [4],  $\bullet$  – эксперимент работы [21].



**Рис. 3.** Угловое распределение пучка протонов с  $E_0 = 30$  кэВ, прошедших пленку золота толщиной 300 Å ( $R_p = 0.169$  мкм,  $\theta_p \approx 8^\circ$ ): сплошная линия – расчет по полученным формулам; пунктир – функция Гаусса;  $\bigcirc$  – эксперимент работы [20].

испытанных частицами взаимодействий происходит монотонное возрастание статистической вероятности для них быть рассеянными на больший угол.

И наконец, рис. 5 приведен для того, чтобы проиллюстрировать выше сказанное о том, почему максимальное значение параметра  $\theta_p^{\exp}$  угловых распределений электронов, измеренное на толстых пленочных мишенях ( $x > L_{tr}$ ) и равное ≈38° [14], всегда меньше расчетного максимального значения  $\theta_p = 45^\circ$ , используемого в данной работе. На данном рисунке рассчитанные значения распределения  $F(\theta)/F(0)$  в объеме пленки изображены пунктирной линией, а значения распределения  $F(\theta)/F(0)$  электронов, вышедших из пленки, сплошной линией. Видно, что учет влияния угловой зависимости коэффициента пропускания  $\Phi(\xi)$  на  $F(\theta)/F(0)$  уменьшает  $\theta_p$  углового распределения примерно на 1.5°. В то же время по определению и по способу измерения  $\theta_p^{exp}$  является угловым отклонением, при котором функция  $f = 2\pi \sin \theta F(\theta, \theta_n)$  достигает своего максимального значения. В виду того, что в данном случае процесс многократного рассеяния не является малоугловым и  $\sin\theta < \theta$ , то более быстрое уменьшение f с ростом угла  $\theta$  приводит к смещению углового

положения максимума функции в сторону меньших углов. На рис. 5 распределение f в объеме пленки изображено штрихпунктирной линией, а распределение f электронов, вышедших из пленки, сплошной линией. Итоговый результат выполненных расчетов: максимальное значение распределения f пучка электронов, вышедших из пленки, реализуется при  $\theta = 37.5^{\circ}$ . Открытыми кружками на рис. 5 представлены экспериментально измеренные значения функции f, взятые



**Рис. 4.** Угловое распределение пучка протонов с  $E_0 =$ = 10.3 МэВ, прошедших пленку кремния толщиной 0.91 мкм в режиме "Random" ( $L_{tr} = 1.54$  см;  $R_p =$ = 0.0744 см;  $\theta_p^{calc} = 0.055^\circ$ ;  $\theta_p^{exp} = 0.057^\circ$ ): сплошная линия – расчет по полученным формулам; пунктир – функция Гаусса;  $\bigcirc$  – эксперимент работы [19].

из работы [14]. Очевидно, что наблюдается хорошее согласие расчетов, выполненных на основе полученных распределений и формул, с экспериментальными спектрами угловых отклонений электронов.



**Рис. 5.** Угловое распределение пучка электронов с энергией 20 кэВ, прошедших пленку алюминия толщиной x = 1.79 мкм ( $L_{tr} = 1.69$  мкм;  $\theta_p^{calc} = 45^\circ$ ): сплошные линии, пунктир и штрих пунктир – расчеты функций  $F(\theta, \theta_p)$  и  $f(\theta, \theta_p) = 2\pi \sin \theta F(\theta, \theta_p)$  по формулам данной работы;  $\bigcirc$  – экспериментальные результаты из работы [14].

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате использования статистической модели многократного рассеяния и решения транспортного уравнения получена новая функция, описывающая угловое распределение заряженных частиц после прохождения ими пленки вещества заданной толщины при нормальном падении моноэнергетического пучка на поверхность образца. Определены формулы для расчета базового параметра угловых распределений – наиболее вероятного угла отклонения легких (электроны) и тяжелых (протоны) частиц. Учтено влияние поверхности образца на распределение угловых отклонений, выходящих из образца заряженных частиц. Проведенная проверка полученных соотношений показала исключительно хорошее соответствие между выполненными модельными расчетами и экспериментальными результатами, полученными из научных публикаций, во всем регистрируемом диапазоне угловых отклонений.

### БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ "Кристаллография и фотоника" РАН.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Bothe W. // Hand. Phys. 1933. B. 22. S. 1.
- Bethe H.A., Rose M.E., Smith L.P. // Proc. Amer. Phil. Soc. 1938. V. 78. P. 573.
- 3. Moliere G. // Z. Naturf. 1947. B. 2a. S. 133.
- Gouldsmit S., Saunderson J. // Phys. Rev. 1940. V. 57. P. 24.

- 5. Meyer L. // Phys. Stat. Sol. (b). 1971. V. 44. P. 253.
- 6. *Möller W., Pospiech G., Schrieder G. //* Nuclear Instruments and Methods. 1975. V. 130. P. 265.
- Штернхеймер Р. Принципы и методы регистрации элементарных частиц, / под ред. Арцимовича Л.А., М.: Издательство иностранной литературы, 1963. С. 9.
- 8. *Михеев Н.Н.* // Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. 1998. № 10. С. 37.
- 9. *Михеев Н.Н.* // Известия РАН. Серия физическая. 2000. Т. 64. № 11. С. 2137.
- 10. *Михеев Н.Н., Степович М.А., Юдина С.Н.* // Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. 2009. № 3. С. 53.
- 11. *Михеев Н.Н.* // Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. 2010. № 4. С. 25.
- 12. *Михеев Н.Н., Колесник А.С.* // Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. 2017. № 12. С. 88. https://doi.org/10.7868/S0207352817120083
- 13. *Ландау Л.Д*. Собрание трудов. М.: Наука, 1969. Т. 1. С. 482.
- Cosslett V.E., Thomas R.N. // Brit. J. Appl. Phys. 1964. V. 15. P. 883.
- 15. Тилинин И.С. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. С. 96.
- 16. *Тилинин И.С.* // Поверхность. Физика, химия, механика. 1991. № 9. С. 109.
- 17. *Михеев Н.Н., Степович М.А., Широкова Е.В. //* Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. 2013. № 12. С. 84. https://doi.org/10.7868/S0207352813120123
- Бедняков А.А., Жукова Ю.Н., Иферов Г.А., Чернов В.Л. // ЖЭТФ. 1976. Т. 70. С. 427.
- 19. Cano G.L. // J. Appl. Phys. 1972. V. 43. № 4. P. 1504.
- Ведьманов Г.Д., Лазарев Ю.Г., Николайчук Л.И., Радченко В.И., Хижняк Н.А. // Известия РАН. Серия физическая. 1995. Т. 59. № 10. С. 141.
- 21. Schäffler H.G. // Dissertation IPP 9/14. Institute fur Plasmaphysik. Garching b. Műnchen. 1971.

# The Angular Distribution of Charge Beam Particles under Multiple Scattering in Solids

N. N. Mikheev\*

SMS IC RAS – Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS, Kaluga, 248640 Russia \*e-mail: kmikran@spark-mail.ru

The task of the analytical description of the charge beam particles angular distribution under multiple scattering have been solved on the basis of the usage of the transport equation decision. The new universal function of the charge beam particles angular distribution in bulk material under normal incidence has been obtained. New formulas have been obtained for calculating the most probable deflection angle of light (electrons) and heavy (protons) particles that have passed a film of a substance of a given thickness. The effect of influence of the interface transmission coefficient on the recorded spectra of particles emerging from the film was taken into account. The obtained relationships were checked on the basis of a comparison of model calculations of the angular distributions with experimental spectra of electrons and protons taken from scientific publications. It is shown that the calculations are in good agreement with experimental results in the entire range of recorded angular deviations of particles.

**Keywords:** elastic and inelastic multiple scattering of charge particles, the angular distribution function, the transport equation decision, the most probable particles deflection angle, transport cross section and transport length of charge particles, protons depth run.