ПОВЕРХНОСТЬ. РЕНТГЕНОВСКИЕ, СИНХРОТРОННЫЕ И НЕЙТРОННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, 2021, № 8, с. 95–99

УДК 530.182:538.971:535.016

ИЗМЕНЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА САМОФОКУСИРУЮЩИХСЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СРЕД В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ИНТЕНСИВНОСТИ ЛОКАЛИЗОВАННОГО СВЕТОВОГО ПУЧКА

© 2021 г. С. Е. Савотченко*

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, Белгород, 308012 Россия

**e-mail: savotchenkose@mail.ru*

Поступила в редакцию 29.11.2020 г.
После доработки 27.01.2021 г.
Принята к публикации 30.01.2021 г.

Предложена модель, в которой локализованное распространение света описывается нелинейным уравнением Шредингера с меняющимися скачкообразно параметрами и положительным коэффициентом квадратичной нелинейности, а также с точечным потенциалом, моделирующим взаимодействие возбуждений с границей раздела слоев волновода. Найдено точное решение уравнения и проанализированы его параметры в зависимости от интенсивности такого взаимодействия и амплитуды поля на дефекте. Показано, что при взаимодействии волны с границей раздела слоев волновода снижается амплитуда поля на дефекте. Описаны изменения свойств области вблизи границы, связанные с особенностями структуры поля в локализованном пучке света.

Ключевые слова: нелинейная оптика, нелинейные волны, нелинейное уравнение Шредингера, ступенчатая нелинейность, плоский дефект.

DOI: 10.31857/S1028096021080161

ВВЕДЕНИЕ

Оптические свойства нелинейных слоистых структур находят широкое техническое применение в различных оптических устройствах. Для теоретического описания распространяющихся вдоль границ раздела сред локализованных пучков света часто используется нелинейное уравнение Шредингера [1]. Известно множество форм нелинейного члена в этом уравнении, таких как степенная [2] (квадратичная или керровская – ее частный случай [3]), логарифмическая [4], насыщаемая [5], ступенчатая [6–11]. Недавно в [12] было предложено использовать модель, в которой нелинейный коэффициент меняется скачком в зависимости от амплитуды решения. Также изучали взаимодействие локализованных в пространстве возбуждений (волн, в том числе и солитонов) с дефектами [13]. Такое взаимодействие моделируется потенциалом в нелинейном уравнении Шредингера. Для получения результатов в точном аналитическом виде применяется приближение точечного потенциала с дельта-функцией Дирака. Решения нелинейного уравнения Шредингера с таким потенциалом и со скачкообразным изменением линейного слагаемого были получены в [14].

Изменения оптических свойств приповерхностных слоев кристаллов в зависимости от интенсивности излучения наблюдались в [15]. Поэтому возникает интерес построения моделей для теоретического изучения механизмов контроля изменений оптических свойств вследствие распространения высокоинтенсивного излучения вдоль приграничных областей среды в волноводах.

В настоящей работе для моделирования особенностей локализованного распространения света вдоль границы раздела нелинейных сред предлагается использовать нелинейное уравнение Шредингера с точечным потенциалом и особой формой нелинейного слагаемого. В предлагаемой модели при достижении амплитуды волны (интенсивности света) определенной величины линейный коэффициент преломления и коэффициент квадратичной нелинейности керровского типа меняются скачком. Такая модель удобна для теоретического описания изменения оптических свойств приграничных областей сред вблизи зоны контакта в зависимости от интенсивности распространяющегося пучка света, а также позволяет получать основные результаты в явном аналитическом виде.

ФОРМУЛИРОВКА И УРАВНЕНИЯ МОДЕЛИ

Приближение точечного потенциала можно использовать для моделирования ультратонкого слоя между широкими слоями нелинейного волновода, когда характерный масштаб локализации возмущений параметров среды, создаваемых им, существенно превосходит его толщину. В этом случае ультратонкий слой можно считать плоским дефектом, расположенным в плоскости $x = 0$ и разделяющим два нелинейных широких слоя (полубесконечных в поперечном к границе направлении). Вдоль такого ультратонкого слоя, расположенного на оси Ox, будет происходить локализация пучка света. Возмущения в широких слоях будем считать однородными вдоль плоскости дефекта yz и неоднородными в поперечном направлении вдоль оси Ox.

Поэтому для описания стационарного распределения пучка света, локализованного в поперечном к плоскости дефекта направлении, будем использовать одномерное нелинейное уравнение Шредингера в традиционной форме:

$$Eu = -u''_{xx}\big/2m + \Omega(|u|)u + U_0\delta(x)u, \tag{1}$$

где $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака. В нелинейной оптике принято, что $u(x)$ – y-компонента напряженности электрического поля [16], E – константа распространения (или эффективный показатель преломления), $m = 1/2D > 0$, D – коэффициент дифракции (всюду постоянный), $\Omega(|u|)$ – функция, пропорциональная показателю преломления и описывающая оптические свойства широких слоев волновода, в том числе их нелинейный отклик [17, 18].

Интенсивность взаимодействия волны с дефектом U_0 пропорциональна показателю преломления в ультратонкой границе раздела широких слоев n_b: $U_0 \sim hn_b$, где h – толщина прослойки (малая величина); при $U_0 > 0$ дефект отталкивающий, а при $U_0 < 0$ – притягивающий. Более детальную формулировку физической модели, приводящей к стационарному нелинейному уравнению Шредингера (1), можно найти в [17, 18].

На границе раздела линейных сред с постоянной и одинаковой всюду характеристикой Ω локализованное состояние существует только в случае притяжения ($U_0 < 0$) и описывается экспоненциально убывающим полем [19]:

$$u(x) = u(0)\exp(-q_L|x|),$$

где

$$q_L = -mU_0,$$

с энергией локального уровня

$$E_L(\Omega) = \Omega - mU_0^2\big/2,$$

квадратично зависящей от “мощности” дефекта.

В случае контакта линейной среды с нелинейной, в которой характеристика Ω (невозмущенный показатель преломления) зависит от поля переключения, условие локализации меняется [7]. Пусть первоначально среда характеризуется квадратичной самофокусирующейся нелинейностью с параметром

$$\Omega(|u|) = \Omega_1 - \alpha_1|u|^2$$

по обе его стороны от дефекта при $|u| < u_s$, где $u_s > 0$ – пороговое значение поля переключения. Затем с ростом поля происходит мгновенный скачок до другого значения

$$\Omega(|u|) = \Omega_2 - \alpha_2|u|^2$$

при $|u| > u_s$. Здесь коэффициенты $\Omega_{1,2}$ и $\alpha_{1,2}$ считаются постоянными и положительными. Положительные значения коэффициентов нелинейности соответствуют самофокусирующейся нелинейности. Случай $U_0 = 0$ и $\alpha_{1,2} = 0$ был рассмотрен в [7–11], $U_0 = 0$ и $\alpha_{1,2} \neq 0$ – в [12], $U_0 \neq 0$ и $\alpha_{1,2} = 0$ – в [14].

В результате вблизи дефекта, где $|u| > u_s$, формируется симметричная область (оптический домен) конечной ширины $2x_s$ с оптическими свойствами, отличающимися от остальной среды. Образование такого домена обусловлено специфической структурой поля локализованного состояния, которая состоит из различных компонентов внутри домена и вне него [7–12, 14].

ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ СОСТОЯНИЯ

Структура поля локализованного состояния характеризуется симметрией ($u(-x) = u(x)$) и при $E < \Omega_{1,2}$ определяется составляющими, описываемыми солитонным решением стационарного нелинейного уравнения Шредингера (1):

$$u(x) = q_{1,2}\big/\mathrm{ch}(q_{1,2}(x \mp x_{1,2}))\big/\sqrt{m\alpha_{1,2}}, \tag{2}$$

где

$$q_{1,2}^2 = 2m(\Omega_{1,2} - E),$$

верхний знак соответствует области $x < 0$, а нижний – $x > 0$, индекс 1 соответствует случаю, когда $|u| < u_s$, а 2 – $|u| > u_s$.

Все параметры локализованного состояния (2) определяются из уравнения (1) и условий непрерывности поля и скачка его производной на границе раздела сред $x = 0$ [14], а также непрерывности поля и его производной при $x = \pm x_s$ – координата, при которой поле локализованного состояния равно полю переключения: $|u(x_s)| = u_s$ [7].

Важно отметить, что положение границы домена x_s не является исходным параметром модели, а определяется в ходе решения задачи как функция коэффициентов нелинейного уравнения Шредингера (1).

Из указанных условий для поля получаем соотношения:

$$q_1 \big/ \mathrm{ch}(q_1(x_s - x_1)) \big/ \sqrt{m\alpha_1} = \\ = q_2 \big/ \mathrm{ch}(q_2(x_s - x_2)) \big/ \sqrt{m\alpha_2} = u_s, \tag{3}$$

$$q_1 \mathrm{th} q_1(x_s - x_1) = q_2 \mathrm{th} q_2(x_s - x_2), \tag{4}$$

$$q_2 \mathrm{th}(q_2 x_2) = mU_0. \tag{5}$$

Из (3)–(5) следует, что пороговое значение поля переключения не является произвольным параметром, а полностью определяется свойствами среды:

$$u_s^2 = 2(\Omega_1 - \Omega_2)\big/(\alpha_1 - \alpha_2).$$

Из (3)–(5) удается найти в явном виде все параметры решения (2):

$$x_2(E, U_0) = \frac{1}{\sqrt{2m(\Omega_2 - E)}} \mathrm{arth}\left(U_0 \sqrt{\frac{m}{2(\Omega_2 - E)}}\right), \tag{6}$$

$$x_1(E, U_0) = x_s(E, U_0) - \frac{1}{\sqrt{2m(\Omega_1 - E)}} \times \\ \times \mathrm{arch} \sqrt{\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1} \frac{\Omega_1 - E}{\Omega_1 - \Omega_2}}, \tag{7}$$

где полуширина домена

$$x_s(E, U_0) = \frac{1}{\sqrt{2m(\Omega_2 - E)}} \times \\ \times \left\{ \mathrm{arth}\left(U_0 \sqrt{\frac{m}{2(\Omega_2 - E)}}\right) + \mathrm{arch} \sqrt{\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_2} \frac{\Omega_2 - E}{\Omega_1 - \Omega_2}} \right\}. \tag{8}$$

Амплитуда поля в плоскости дефекта:

$$u_0^2(E, U_0) = 2(E_L(\Omega_2) - E)^{1/2} \big/ \alpha_2, \tag{9}$$

где $E_L(\Omega_2)$ – локальный уровень при $\Omega = \Omega_2$.

Для существования решения (2) должно выполняться условие $u_0 > u_s$. Амплитуда поля в плоскости дефекта (9) убывает квадратичным образом с увеличением "мощности" дефекта при $E \le E_L(\Omega_2)$. Максимальная амплитуда (9) достигается при отсутствии взаимодействия волны с дефектом. Получается, что наличие такого взаимодействия приводит к снижению амплитуды в плоскости дефекта.

ОБСУЖДЕНИЕ

Выражения (6)–(9) определяют зависимости параметров локализованного состояния как функции E, являющейся в данном контексте свободным параметром. Такой подход к анализу обычно используется в нелинейной оптике, когда параметр E выступает в роли константы распространения (или эффективного показателя преломления) [20]. Все характеристики световых поверхностных волн и локализованных пучков света обычно выражаются через константу распространения. Это связано с тем, что в реальных экспериментах ее может варьировать путем изменения угла падения светового луча на плоскость дефекта (границу раздела).

В теории нелинейных колебаний и солитонов принято выражать энергию (или частоту) через амплитуду колебаний [21]. Частоты колебаний в нелинейном молекулярном кристалле находятся вне непрерывного спектра и зависят от амплитуды колебаний [22]. Устойчивость таких колебаний обусловлена ангармонизмом межмолекулярного взаимодействия. Поэтому представляется важным проанализировать зависимость энергии E локализованных состояний и других характеристик от амплитуды поля u_0 на дефекте. Тогда из (9) получаем энергию локального состояния в виде:

$$E(u_0, U_0) = \Omega_2 - \left(\alpha_2 u_0^2 + mU_0^2\right)\big/2. \tag{10}$$

Из (10) видно, что зависимость энергии локального состояния от амплитуды колебаний дефекта квадратичная, что характерно для свободного солитона, описываемого нелинейным уравнением Шредингера (в среде без дефектов и постоянными параметрами). Поскольку из (9) следует, что амплитуда на дефекте не должна превосходить критическое значение $u_0 < \left(2\Omega_2 + mU_0^2\right)\big/\alpha_2$, с учетом условия существования решения (2) $u_0 > u_s$ и выражения для амплитуды поля переключения получаем ограничение на допустимые значения "мощности" дефекта: $|U_0| < \{2[\alpha_2(\Omega_1 - \Omega_2)\big/(\alpha_1 - \alpha_2) - \Omega_2]\big/m\}^{1/2}$. Следовательно, локализованное состояние, описываемое нелинейным уравнением Шредингера (1), существует как для притягивающего, так и для отталкивающего дефекта, т.е. для потенциальной ямы ограниченной мощности (конечной глубины).

Параметры решения (2) также можно выразить через амплитуду поля на дефекте с использованием (10):

$$
\begin{gathered}
x_2(u_0, U_0) = \frac{1}{\sqrt{m\left(\alpha_2 u_0^2 + mU_0^2\right)}} \times \\
\times \operatorname{arth}\left(U_0 \sqrt{\frac{m}{\alpha_2 u_0^2 + mU_0^2}}\right),
\end{gathered} \tag{11}
$$

$$
\begin{gathered}
x_1(u_0, U_0) = x_s(u_0, U_0) - \\
- \frac{1}{\sqrt{m\left[2(\Omega_1 - \Omega_2) + \alpha_2 u_0^2 + mU_0^2\right]}} \times \\
\times \operatorname{arch}\sqrt{\left(1 + \frac{\alpha_2 u_0^2 + mU_0^2}{2(\Omega_1 - \Omega_2)}\right)\left(1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right)},
\end{gathered} \tag{12}
$$

где полуширина домена

$$
\begin{gathered}
x_s(u_0, U_0) = \frac{1}{\sqrt{m\left(\alpha_2 u_0^2 + mU_0^2\right)}} \times \\
\times \left\{\operatorname{arth}\left(U_0 \sqrt{\frac{m}{\alpha_2 u_0^2 + mU_0^2}}\right) + \right. \\
\left. + \operatorname{arch}\sqrt{\frac{\alpha_2 u_0^2 + mU_0^2}{2(\Omega_1 - \Omega_2)}\left(1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right)}\right\}.
\end{gathered} \tag{13}
$$

В случае слабого взаимодействия с дефектом, когда $|U_0| \ll q_0/2m$, полуширина домена зависит линейно от “мощности” дефекта:

$$
x_s(u_0, U_0) \approx x_s^{(0)}(u_0) + U_0 \big/ \alpha_2 u_0^2, \tag{14}
$$

где не зависящая от U_0 часть

$$
x_s^{(0)}(u_0) = \operatorname{arch}\left(u_0 / u_s\right) \big/ u_0 \sqrt{m\alpha_2}.
$$

С ростом интенсивности взаимодействия в случае притягивающего дефекта толщина домена уменьшается, а в случае отталкивающего – увеличивается.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе найдено точное решение нелинейного уравнения Шредингера с меняющимися скачкообразно параметрами, в том числе положительным коэффициентом квадратичной нелинейности, а также точечным потенциалом, моделирующим взаимодействие волны с ультратонкой границей раздела, рассматриваемой в качестве плоского дефекта.

Проанализированы параметры полученного решения в зависимости от “мощности” дефекта и амплитуды поля на дефекте. Найденное решение существует только в случае “потенциальной ямы” конечной мощности. Показано, что взаимодействие волн с плоским дефектом приводит к новым возможностям управления профилем локализации пучка света вдоль границы раздела нелинейных сред. Взаимодействие волн с дефектом в среде со скачком квадратичной нелинейности позволяет снизить амплитуду поля на границе по сравнению с полем в приграничных областях.

Полученные в работе результаты могут иметь значение при проектировании элементов электронно-оптических устройств, использующих контролируемую локализацию волн вдоль слоев. Предложенная теория расширяет представления о механизмах формирования нелинейных локализованных состояний и возможности управления ими.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Додд Р., Эйлбек Дж., Гиббон Дж., Моррис Х.* Солитоны и нелинейные волновые уравнения. М.: Мир, 1988. 694 с.
2. *Kursseva V., Tikhov S., Valovik D.* // J. Nonlinear Opt. Phys. Mat. 2019. V. 28. P. 1950009.
3. *Malomed B.A., Mihalache D.* // Romanian J. Phys. 2019. V. 64. P. 106.
4. *Zhan K., Tian H., Li X. et al.* // Sci. Rep. 2016. V. 6. P. 32990.
5. *Christian J.M., McDonald G.S., Chamorro-Posada P.* // J. Opt. Soc. Am. B. 2009. V. 26. P. 2323.
6. *Kaplan A.E.* // IEEE J. Quantum Electronics. 1985. V. QE-21. P. 1538.
7. *Хаджи П.И., Федоров Л.В.* // ЖТФ. 1991. Т. 61. С. 110.
8. *Ляхомская К.Д., Хаджи П.И.* // ЖТФ. 2000. Т. 70. С. 86.
9. *Savotchenko S.E.* // Romanian J. Phys. 2020. V. 65. P. 202.
10. *Савотченко С.Е.* // ФТТ. 2020. Т. 62. С. 1260.
11. *Савотченко С.Е.* // Письма в ЖТФ. 2020. Т. 46. Вып. 16. С. 43.
12. *Savotchenko S.E.* // Phys. Lett. A. 2020. V. 384. P. 126451.
13. *Kivshar Yu.S., Kosevich A.M., Chubykalo O.A.* // Phys. Rev. A. 1990. V. 65. P. 1677.
14. *Савотченко С.Е.* // ЖЭТФ. 2020. Т. 158. Вып. 2(8). С. 1.
15. *Jarque E.C., Malyshev V.A.* // Opt. Commun. 1997. V. 142. P. 66.
16. *Sukhorukov A.A., Kivshar Yu.S.* // J. Opt. Soc. Am. B. 2002. V. 19. P. 772.
17. *Савотченко С.Е.* // Оптика и спектроскопия. 2019. Т. 126. Вып. 5. С. 554.
18. *Савотченко С.Е.* // Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. 2020. № 7. С. 79. https://doi.org/10.31857/S1028096020050155
19. *Елютин П.В., Кривченков В.Д.* Квантовая механика (с задачами). М.: Физматлит, 2001. 304 с.
20. *Кившарь Ю.С., Агравал Г.П.* Оптические солитоны. От волоконных световодов до фотонных кристаллов. М.: Физматлит, 2005. 648 с.
21. *Косевич А.М., Ковалев А.С.* Введение в нелинейную физическую механику. Киев; Наукова думка, 1989. 304 с.
22. *Овчинников А.А.* // ЖЭТФ. 1970. Т. 30. С. 147.

Change in the Optical Properties Near the Interface of Self-Focusing Nonlinear Media Depending on the Intensity of a Localized Light Beam

S. E. Savotchenko*

Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov, Belgorod, 308012 Russia

**e-mail: savotchenkose@mail.ru*

A model is proposed in which the localized light propagation is described by the nonlinear Schrödinger equation with abruptly varying parameters and a positive coefficient of quadratic nonlinearity, as well as with a point potential simulating the interaction of excitations with the interface between the waveguide layers. An exact solution of the equation is found and its parameters are analyzed depending on the intensity of this interaction and the field amplitude at the defect. It is shown that the field amplitude at the defect decreases when the wave interacts with the interface between the waveguide layers. Changes in the properties of the region near the boundary are described, which are associated with the features of the field structure in a localized light beam.

Keywords: nonlinear optics, nonlinear waves, nonlinear Schrödinger equation, stepwise nonlinearity, plane defect.