ПОВЕРХНОСТЬ. РЕНТГЕНОВСКИЕ, СИНХРОТРОННЫЕ И НЕЙТРОННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, 2022, № 10, с. 107–112

УДК 539.412:539.1.09

# КЛАССИЧЕСКОЕ И КВАНТОВОЕ ОПИСАНИЯ ЭФФЕКТА КАНАЛИРОВАНИЯ КАК ВЗАИМНО ДОПОЛНЯЮЩИЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ

© 2022 г.   Н. П. Калашников[a], *, А. С. Ольчак[a], **

[a]Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”,
Москва, 115409 Россия

*e-mail: kalash@mephi.ru

**e-mail: asolchak@mephi.ru

Поступила в редакцию 28.12.2021 г.
После доработки 18.02.2022 г.
Принята к публикации 21.02.2022 г.

Работа продолжает серию исследований, посвященную разным аспектам каналирования релятивистских электронов в монокристаллах. Движение заряженной частицы в режиме каналирования удобно рассматривать в так называемой сопутствующей системе отсчета, движущейся вдоль направления каналирования со скоростью, равной продольной компоненте скорости каналированной частицы. В такой системе движение частицы финитно и подобно колебательному движению в случае одномерного потенциала (при плоскостном каналировании) или двумерному финитному движению в центральном поле (при аксиальном каналировании). Движение электронов достаточно больших (релятивистских) энергий можно рассматривать как в квантовом, так и в классическом приближении. При классическом рассмотрении удается достаточно просто, аналитически рассчитать интенсивность возникающего электромагнитного излучения, его спектральные характеристики и даже характерные времена жизни квантовых каналированных состояний и вероятности переходов между ними, что непосредственно в квантовом подходе удается сделать только численно. В настоящей работе метод упрощенного аналитического рассмотрения применен к расчету спектральных характеристик и интенсивности излучения, возникающего как при плоскостном, так и при аксиальном каналировании электронов ультрарелятивистских энергий (до нескольких ГэВ). Показано, что при прохождении ориентированной монокристаллической мишени толщиной несколько миллиметров – это излучение способно привести к конверсии значительной части энергии электронного пучка в гамма-кванты высокой энергии.

**Ключевые слова:** когерентное взаимодействие, каналирование, монокристалл, электромагнитное излучение, квантовая механика, гамма-излучение.

**DOI:** 10.31857/S1028096022080088

## ВВЕДЕНИЕ

Движение заряженной частицы в поле кристаллической плоскости (плоскостное каналирование) или атомной цепочки (аксиальное каналирование), а также электромагнитное излучение, возникающее при таком движении, можно теоретически рассматривать как в классическом приближении, так и в квантовом. В литературе можно найти примеры обоих подходов [1–9]. Традиционно считается, что при относительно невысоких энергиях ($E$ < 100 МэВ), когда число квантовых связанных каналированных состояний невелико, следует применять квантовый подход – решать релятивистское уравнение Шредингера для определения спектра состояний, применять квантовую электродинамическую теорию возмущений для расчета матричных элементов радиационных переходов. Для приближенных к реальности моделей усредненных потенциалов выполнить такие расчеты можно только численно, что не способствует ясному пониманию физики таких процессов.

При энергии от сотен МэВ и выше, когда число квантовых состояний становится велико, можно воспользоваться классической (не квантовой) релятивистской механикой и классической электродинамикой. В этом приближении многие вычисления можно проделать аналитически, хотя для “формально усредненных” потенциалов даже классические расчеты иначе как численно не выполнишь. “Формальное усреднение” – это усреднение атомных потенциалов по соответствующей плоскости или оси. Если отталкиваться от известных в литературе приближений атомных потенциалов (потенциал Мольер, приближение Хартри–Фока и других), то после формального усреднения для осевого потенциала можно получить функции, в лучшем случае выражаемые через сложные логарифмические (так называемый стандартный потенциал Линдхарда [1]) или специальные (Макдональда [2]) функции, работать с которыми можно только численно.

С другой стороны, точность известных экспериментов по измерению спектров излучения каналированных частиц высоких энергий, как правило, не настолько велика, чтобы можно было заметить отличия близких по форме функций потенциальной энергии от координат. Расчеты в разных приближениях и с разными модельными потенциалами дают сходные результаты и качественно сходное совпадение с экспериментами [4, 9, 10]. В этой связи возникает вопрос: если численный расчет не позволяет качественно улучшить совпадение результата с экспериментом, не лучше ли провести расчет хотя и приближенно, но физически прозрачно и понятно, т.е. аналитически? Численный расчет — это, безусловно, мощнейший математический инструмент, но понять и почувствовать физический смысл рассчитываемого эффекта он не помогает.

В настоящей работе авторы предлагают примеры расчета спектра состояний и интенсивности излучения каналированной частицы, сознательно выполненные для максимально простых (математически) модельных потенциалов с использованием классического и упрощенного квантового подходов. Целью является демонстрация возможности и желательности использования приближенных методов при изучении как самого явления каналирования, так и излучения при каналировании.

Для удобства движение частиц рассматривается как в лабораторной системе отсчета, так и в так называемой сопутствующей системе отсчета [11—13], движущейся вдоль направления каналирования со скоростью, равной продольной компоненте скорости каналированной частицы. В сопутствующей системе отсчета движение частицы финитно и подобно колебательному движению в случае одномерного потенциала (при плоскостном каналировании) или двумерному финитному движению по орбитам в центральном поле (при аксиальном каналировании). Используя удобные приближенные модели усредненного потенциала, можно достаточно просто, аналитически рассчитать спектральные характеристики возникающего электромагнитного излучения, его интенсивность и характерные времена жизни квантовых каналированных состояний. Покажем это на нескольких примерах.

## ПЛОСКОСТНОЕ КАНАЛИРОВАНИЕ — ОДНОМЕРНАЯ МОДЕЛЬ АТОМА

В сопутствующей системе отсчета каналированные в плоскостном канале частицы совершают финитные колебания между соседними ионными плоскостями (если они заряжены положительно) или вблизи одной из таких плоскостей (если они заряжены отрицательно). По сути, электрон в режиме плоскостного каналирования представляет собой одномерную модель атома. Аналитически несложно решить задачу о движении частиц в случае параболического потенциала, имеющего минимум посередине между соседними ионными плоскостями и достигающего максимумов точно на плоскостях (вполне реалистичное приближение для каналирования положительно заряженных частиц — позитронов или протонов):

$$U = kx^2/2 = 4U_0x^2/d^2, \tag{1}$$

где $x < d/2$, $d$ — межплоскостное расстояние, $U_0$ — глубина усредненного плоскостного потенциала в лабораторной системе отсчета, определяемая параметрами кристалла. В большинстве кристаллов эта глубина составляет 20—50 эВ [2, 9]. Если рассматривать такое движение в сопутствующей системе отсчета и при классическом подходе, то в случае параболического потенциала (1) частица должна совершать гармонические колебания с циклической частотой:

$$\omega_{\text{кл}} = c\sqrt{k/E} = (2c/d)(2U_0/E)^{1/2}, \tag{2}$$

где $E$ — полная энергия каналированной частицы. При низких (нерелятивистских) энергиях $E = mc^2$, $c$ — скорость света.

В квантовом приближении уровни поперечной энергии связанного одномерного движения можно определить из одномерного (в сопутствующей системе отсчета) релятивистского уравнения Шредингера с потенциалом атомной плоскости $U(x)$, умноженным на лоренц-фактор:

$$\hbar c^2 d^2\psi(x)/dx^2 + 2E(E_{x,n} - U(x))\psi(x) = 0, \tag{3}$$

или, для простоты, можно воспользоваться правилом Бора—Зоммерфельда [14], которое принято записывать как

$$\oint p dx = 2\pi\hbar(n + 1/2), \quad n = 0, 1, 2, 3, \ldots, \tag{4}$$

где $p = (2E(\varepsilon_x - U(x)))^{1/2}/c$ — классический поперечный импульс каналированной частицы с поперечной энергией $E_x$, движущейся в поле с потенциалом $U(x)$, а интеграл берется по всей классически допустимой области связанного движения $\varepsilon_x > U(x)$. Применение правила (4) к параболическому потенциалу приводит к эквидистантным разрешенным значениям поперечной энергии $\varepsilon_{xn} = \hbar\omega_{\text{кл}}(n + 1/2)$, где классическая частота определяется выражением (2), а переходы между соседними уровнями приводят к испусканию фотонов той же частоты, что и при классическом рассмотрении. Общее число уровней связанного движения в поле с потенциалом (1) можно оценить величиной:

$$N \sim U_0/\hbar\omega_{\text{кл}} \sim (EU_0/2)^{1/2}(d/2c\hbar), \tag{5}$$

Для отрицательно заряженных частиц (электронов) усредненный потенциал атомной плоскости складывается из перекрывающихся потенциалов соседних плоскостей и напоминает перевернутую параболу (1). Потенциал имеет пологие параболические вершины между соседними атомными плоскостями, а вблизи ионных плоскостей соседние параболы стыкуются, и потенциал меняется почти линейно по мере удаления от плоскости:

$$U(x) \approx -U_0(1 - x/b) \text{ при } x < b \sim d/4, \tag{6}$$

где $b \le d/2$ – параметр размерности длины, примерно равный четверти межплоскостного расстояния. Применение правила (4) для определения номера самого верхнего связанного состояния ($\varepsilon_x \sim 0$) дает результат $N \sim (2\sqrt{2}/3\pi)(EU_0)^{1/2}(b/c\hbar)$, отличающийся от результата (5) только численным коэффициентом порядка единицы. Уровни поперечной энергии в поле с потенциалом (6), конечно, не будут эквидистантными, но средние расстояния между ними будут сопоставимы по величине с расстояниями между уровнями в (1). Аналогичные результаты получаются и для других потенциалов, "считаемых аналитически", например, для простейшего потенциала Кронига–Пенни [15] $U = -U_0$, если $|x| < b$, и $U = 0$, если $b < |x| < d/2$, для которого уровни поперечной энергии тоже не эквидистантны ($\varepsilon_n \sim n^2$), но общее число связанных состояний $N$ и средние расстояния между уровнями поперечной энергии будут того же порядка величины, что и для потенциалов иной геометрической формы (при тех же глубине и ширине).

## УПРОЩЕННЫЙ ЛИНЕЙНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ И КЛАССИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ В ТЕОРИИ ИЗЛУЧЕНИЯ

Учитывая слабую зависимость спектральных характеристик связанных состояний частиц в плоскостных каналах от геометрии усредненного потенциала, для оценки интенсивности электромагнитного излучения, испускаемого каналированным электроном, воспользуемся потенциалом (6), достаточно реалистичным и позволяющим выполнить такой расчет аналитически. Напомним, что "точное" квантовое решение этой задачи требует расчета волновых функций с помощью релятивистского уравнения Шредингера (3) и вычисления матричных элементов для переходов между уровнями с найденными функциями, что можно сделать только численно даже с самыми простыми потенциалами. Однако, если воспользоваться несколько упрощенным квантово-классическим подходом, то эта задача решается аналитически и очень просто. Заметим, что в случае потенциала (6) электрон (в классическом приближении) движется под действием практически постоянной по величине силы, испытывая (в сопутствующей системе отсчета) ускорение:

$$|w| = |\partial U/\partial x|/E \approx U_0/bm. \tag{7}$$

Классическая электродинамика утверждает [16], что движущийся с постоянным ускорением электрон обязан излучать электромагнитные волны. Интенсивность излучения в сопутствующей системе отсчета определяется выражением:

$$I = (2ke^2/3c^3)w^2 = 2ke^2U_0^2/3b^2m^2c^3, \tag{8}$$

где $c$ – скорость света, $e$ – заряд электрона, $w$ – его ускорение, $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ – постоянная закона Кулона. Заметим, что интенсивность излучения (8) не зависит от поперечной энергии электрона, в отличие от известной ситуации с кулоновским потенциалом в атомной физике, когда по мере потери энергии электроном интенсивность излучения возрастает. Этот факт заметно упрощает дальнейшие оценки. Можно оценить, за какое время $t$ (на какой длине пути $l = tc$ в кристалле) электрон потеряет поперечную энергию $\sim U_0$ и дойдет до самого нижнего состояния:

$$t \sim U_0/I \sim b^2m^2c^3/ke^2U_0. \tag{9}$$

Подставляя известные значения констант и взяв вполне типичные для многих кристаллов значения $b \sim 10^{-10}$ м, $U_0 \sim 50$ эВ [2, 9, 17], можно оценить характерную длину пробега в кристалле, на которой электрон после серии радиационных переходов дойдет до дна потенциальной ямы: $l = tc \sim$ $\sim (bmc)^2/ke^2U_0 \le 1$ см (несколько миллиметров).

В процессе потери поперечной энергии электрон будет терять и энергию полную, причем при каждом переходе с изменением поперечной энергии на $\Delta\varepsilon$ будет испускаться фотон в направлении вперед (эффективные углы излучения $\theta \sim mc^2/E$) с энергией в лабораторной системе отсчета, сильно увеличенной за счет эффекта Доплера [2, 3, 8, 9, 13, 17, 18]:

$$h\nu \sim (E/mc^2)^2\Delta\varepsilon \sim (E/mc^2)^2(U_0/N) \sim \\ \sim 4hc(E/mc^2)^2(U_0/E)^{1/2}. \tag{10}$$

Опускаясь от края потенциальной ямы к ее дну, электрон потеряет на излучение энергию

$$\Delta E \sim (E/mc^2)^2U_0. \tag{11}$$

Доля потерянной электроном энергии $\Delta E/E$ при невысоких значениях $E$ будет достаточно мала, но при повышении $E$ она быстро растет, приближаясь к 100% при энергии $E \sim (mc^2)^2/U_0 \sim 5$ ГэВ. Эта же энергия одновременно является пределом применимости нерелятивистского приближения при рассмотрении поперечного движения каналированного электрона [13, 18]. Характерная энергия излучаемых фотонов будет в диапазоне, определяемом выражением (10).

## АКСИАЛЬНОЕ КАНАЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ – ДВУМЕРНАЯ МОДЕЛЬ АТОМА

В сопутствующей системе отсчета движение электрона вокруг притягивающей его ионной цепочки подобно двумерному финитному движению по орбитам в центральном поле. В литературе известны весьма разные модельные потенциалы, использовавшиеся для описания такого движения. Исторически первой моделью усредненного потенциала атомной цепочки был так называемый стандартный потенциал Линдхарда [1]:

$$U(\rho) = -\frac{Ze^2}{d}\ln\left[\frac{3R_{\text{T-F}}^2}{\rho^2}\right]+1, \tag{12}$$

где $\rho$ – радиальная координата (расстояние до оси каналирования), $d$ – межатомное расстояние в цепочке, $Z$ – атомный номер кристалла, $R_{\text{T-F}}$ – радиус экранирования Томаса–Ферми. Для аналитического расчета спектральных характеристик и интенсивности излучения электрона в режиме аксиального каналирования потенциал фактически не пригоден.

В [2] выполнено точное усреднение потенциала цепочки атомов, описываемых экспоненциально экранированным кулоновским потенциалом, приводящее к специальным функциям Макдональда, дальнейшая работа с которыми возможна только численно. В [4, 8, 19, 20] предлагали аппроксимировать непрерывный потенциал атомной цепочки двумерным кулоновским потенциалом:

$$U(\rho) = -c\frac{Ze^2R_{\text{T-F}}}{\rho d}, \tag{13}$$

где $c$ – подгоночный параметр порядка единицы. Функция (13) весьма далека от реального усредненного потенциала цепочки атомов, зато она позволяет аналитически исследовать некоторые особенности движения в случае аксиального двумерного потенциала. В [21] анализировали аналитическое решение волнового уравнения с потенциалом (13) и было предложено классифицировать квантовые состояния по аналогии с атомной физикой: 1$s$, 2$s$, 2$p$ и так далее. Были получены волновые функции состояний с квантовыми числами $n$, $m$:

$$\psi_{nm}(\rho,\varphi) = \exp(im\varphi)\frac{1}{\sqrt{\rho}}\times \\ \times\exp\left(-\gamma\frac{\rho}{a}\right)\left(\frac{\rho}{a}\right)^{|m|+\frac{1}{2}}\sum_{k=0}^{n}a_k\left(\frac{\rho}{a}\right)^k. \tag{14}$$

Однако дальнейший аналитический расчет интенсивности возникающего излучения в квантовом подходе даже с таким упрощенным потенциалом, как (13), весьма затруднен. Проще исследовать движение быстрой отрицательно заряженной частицы в случае потенциала притягивающей струны, имеющего вид прямоугольной ямы:

$$U(\rho) = \begin{cases}-U_0 & 0 \le \rho \le R_{\text{T-F}} \\ 0 & \rho > R_{\text{T-F}},\end{cases} \tag{15}$$

где $R_{\text{T-F}}$ – поперечный радиус струны. Собственные волновые функции движения частицы в случае потенциала (15) имеют вид:

$$\psi(\rho,\varphi) = \exp(im\varphi)R(\rho), \tag{16}$$

где функции $R(\rho)$ можно найти из уравнения:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\left(\frac{d^2R}{d\rho^2}+\frac{1}{\rho}\frac{dR}{d\rho}-\frac{m^2}{\rho^2}R\right)+U(\rho)R = \varepsilon R. \tag{17}$$

Пренебрегая просачиванием через центробежный барьер, для потенциала (17) можно оценить энергию связанных стационарных состояний:

$$\varepsilon_{n,m} = \pi^2n^2\big/2ER_{\text{T-F}}^2 + m^2\big/2ER_{\text{T-F}}^2 - U_0. \tag{18}$$

Нетрудно вычислить и число связанных состояний (в атомных единицах ($\hbar = c = 1$)):

$$n_{\max}^2 = 2ER_{\text{T-F}}^2U_0\big/\pi^2. \tag{19}$$

Из соотношения (19) видно, что $n_{\max}$ не зависит от $m$ и определяется только параметрами ямы и полной энергией частицы. Учитывая, что радиус экранирования Томаса–Ферми $R_{\text{T-F}}$ – это величина, сравнимая с параметром $b$, который был использован в моделях потенциалов плоскостного каналирования, можно констатировать факт, что число связанных состояний для электронов в аксиальном канале сравнимо с числом состояний в плоскостном канале и отличается только численным коэффициентом – порядка единицы.

## ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ АКСИАЛЬНОМ КАНАЛИРОВАНИИ. КЛАССИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ИНТЕНСИВНОСТИ

Для оценки интенсивности излучения электрона при аксиальном каналировании удобно воспользоваться упрощенным, но сохраняющим физическую суть рассмотрением, аналогичным случаю плоскостного каналирования. Для выбора самой простой, но реалистичной модели усредненного потенциала атомной цепочки приведем несколько очевидных физических соображений.

Потенциал каждой ионной цепочки для каналированного электрона является притягивающим и убывает при приближении к цепочке. Вблизи каждой цепочки формально усредненный потенциал покоящихся строго на оси цепочки ионов с точечными ядрами в центре "расходится" по логарифмическому закону: $U(\rho) \to -\infty$ при $\rho \to 0$ [1, 2]. Понятно, однако, что это не физическая расходимость. Реальный потенциал всегда ограничен (конечен), если учесть хотя бы неустранимое тепловое движение ионов и дополнительно усреднить по нему. Потенциалы соседних цепочек перекрываются, благодаря чему устраняется нефизическая логарифмическая расходимость [1, 2] формально усредненных потенциалов ионных цепочек на большом удалении от осей.

Форма реального потенциала "пучка" параллельных ионных цепочек – сложная искривленная поверхность с коническими углублениями, имеющими вершины на осях цепочек. Недалеко от оси цепочки потенциал будет расти практически линейно, как и потенциал (6) в плоскостном случае, но с заменой переменной $x$ на $\rho$: $U_0(1-\rho/b)$, где $U_0$ – эффективная глубина потенциальной ямы, а $b \le d/2$ – параметр, который при расчете можно подобрать так, чтобы обеспечить лучшее совпадение с реальным.

В случае аксиального, линейно растущего с удалением от оси потенциала частица (в сопутствующей системе отсчета) может, в частности, двигаться по круговым финитным траекториям разного радиуса, но всегда с одинаковым центростремительным ускорением, которое обеспечивает этот потенциал: $|w| = U_0/bm$. Соответственно, это движение будет сопровождаться электромагнитным излучением постоянной интенсивности, как и в плоскостном случае, определяемой той же формулой (8). Спектральные характеристики (10), характерное время потери поперечной энергии (9), характерная полная потеря энергии (11) будут такими же, как и в плоскостном случае, с заменой глубины плоскостного канала на глубину осевого и заменой параметра $b$. Численная оценка длины, на которой электрон опустится на дно потенциальной ямы (несколько миллиметров), тоже остается прежней. Интересно, что расчет с потенциалом кулоновского типа (13), естественно, дает оценку времени падения электрона на ось того же порядка ($\sim 3 \times 10^{-11}$ с), что и оценка времени падения электрона на ядро в модели атома Резерфорда [22], и обе они близки к оценке (9).

## ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применение упрощенного, квантово-классического подхода для теоретического рассмотрения задачи об интенсивности и спектральных характеристиках электромагнитного излучения, возникающего при каналировании электронов в монокристаллах, позволяет аналитически рассчитать основные характеристики излучения для электронов с энергией $E \sim 10^8$–$10^9$ эВ, когда количество уровней поперечной энергии в случае усредненного потенциала велико и можно уже использовать классическое (не квантовое) приближение, одновременно применяя нерелятивистское приближение для описания поперечного движения электрона в канале.

Проведенный анализ позволяет установить, что спектральные и энергетические характеристики излучения, возникающего при плоскостном и при аксиальном каналировании в рассматриваемом диапазоне значений энергии, качественно близки. Интегральная интенсивность излучения растет пропорционально квадрату полной начальной энергии электрона. При энергии электронов несколько ГэВ серия радиационных переходов с верхних связанных уровней каналированного движения на нижние способна привести к потере энергии, сравнимой с начальной энергией электрона, на монокристалле толщиной несколько миллиметров ($l \le 1$ см). Оценка толщины кристалла, способного привести к почти полной конверсии энергии электрона в энергию жесткого гамма-излучения ($l \sim 1$ см), слабо зависит от типа кристалла и ориентации кристаллической решетки. Излучение, сопровождающее практически любой режим каналирования, должно иметь сходные количественные характеристики.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках Программы повышения конкурентоспособности НИЯУ МИФИ.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Линдхард Й.* // УФН. 1969. Т. 99. № 2. С. 249.
2. *Калашников Н.П.* Когерентные взаимодействия заряженных частиц в монокристаллах. М.: Атомиздат, 1981. 224 с.
3. *Барышевский В.Г.* Каналирование, излучение и реакции в кристаллах при высоких энергиях. Минск: Изд. БГУ им. В.И. Ленина, 1982. 256 с.
4. *Воробьев С.А.* Каналирование электронных пучков. М.: Энергоатомиздат, 1984. 96 с.
5. *Базылев В.А., Живаго Н.К.* Излучение быстрых частиц в веществе и во внешних полях. М.: Наука, 1987. 272 с.
6. *Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М.* Электромагнитные процессы при высокой энергии в

ориентированных кристаллах. Новосибирск: Наука, 1989. 400 с.

7. *Ахиезер А.И., Шульга Н.Ф.* Электродинамика высоких энергий в веществе. М.: Наука, 1993. 344 с.
8. *Рябов В.А.* Эффект каналирования. М.: Энергоатомиздат, 1994. 240 с.
9. *Оцуки Е.-Х.* Взаимодействие заряженных частиц с твердыми телами. М.: Мир, 1985. 280 с.
10. *Andersen J.U., Bonderup E., Loegsgaard E. et al.* // Nucl. Instrum. Methods. 1982. V. 194. P. 209.
11. *Kalashnikov N.P., Olchak A.S.* // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B. 2015. V. 355. P. 121.
12. *Калашников Н.П., Ольчак А.С.* // Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. 2018. № 4. С. 25.
13. *Загайнов В.А., Калашников Н.П., Ольчак А.С.* // Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. 2020. № 3. С. 109.
14. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. III Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М.: Наука, 1977. 768 с.
15. *Калашников Н.П., Ольчак А.С.* Взаимодействие ядерных излучений с монокристаллами. / Ред. Рязанов М.И. М.: МИФИ, 1979. 58 с.
16. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. II. Теория поля. М.: Наука, 1973. 504 с.
17. *Калашников Н.П., Мамонов М.Н., Ольчак А.С., Стриханов М.Н.* // Физика твердого тела. 1983. Т. 25. № 1. С. 190.
18. *Kalashnikov N.P., Olchak A.S., Khangulian E.V.* // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B. 2013. V. 309. P. 67.
19. *Kaplin V.V., Plotnikov S.V., Tsekhanovsky I.A.* // Phys. Lett. A. 1975. V. 54. № 6. P. 447.
20. *Рябов В.А.* // ЖЭТФ. 1982. Т. 8. С. 1176.
21. *Каплин В.В., Воробьев С.А.* // ЖЭТФ. 1977. Т. 73. № 2. С. 583.
22. *Rutherford E.* // Philosoph. Magazine. Ser. 6. V. 21. Iss. 125. P. 669.

# Classical and Quantum Interpretations of the Channeling Effect as Mutually Amending Approximations

**N. P. Kalashnikov[1], *, A. S. Olchak[1], ****

[1]*National Nuclear Research University "MEPhI", Moscow, 115409 Russia*

**e-mail: kalash@mephi.ru*

***e-mail: asolchak@mephi.ru*

This work continues a series of studies dedicated to various aspects of the channeling of relativistic electrons in single crystals. It is convenient to consider the motion of a charged particle in the channeling mode in the so-called accompanying reference frame moving along the channeling direction with a velocity equal to the longitudinal component of the velocity of the channeled particle. In such a system, the particle motion is finite and is similar to oscillatory motion in the case of a one-dimensional potential (with planar channeling) or two-dimensional finite motion in a central field (with axial channeling). The motion of relativistic electrons can be considered in both the classical and quantum approaches. In the quantum approach, it is possible to quite simply, analytically calculate the intensity of the emerging electromagnetic radiation, its spectral characteristics and even the characteristic lifetimes of quantum channeled states and the probabilities of transitions between them, which can be done directly in the quantum approach only numerically. In this work, the method of simplified analytical consideration is applied to the calculation of the spectral characteristics and intensity of radiation arising both in the plane and in the axial channeling of electrons of ultrarelativistic energies (up to several GeV). It is shown that when passing through an oriented single-crystal target with a thickness of several millimeters, this radiation can lead to the conversion of a significant part of the energy of the electron beam into high-energy gamma quanta.

**Keywords:** coherent interactions, channeling, single crystal, electromagnetic radiation, quantum mechanics, gamma-radiation.