

УДК 538.9

КИНЕТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКЕ, ВОЗБУЖДАЕМОМ ОРИЕНТИРОВАННЫМ ПУЧКОМ БЫСТРЫХ ЧАСТИЦ

© 2022 г. Е. А. Мазур^{a, b, *}

^aНациональный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, 115409 Россия

^bНациональный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, 123122 Россия

*e-mail: eugen_mazur@mail.ru

Поступила в редакцию 17.06.2021 г.

После доработки 14.08.2021 г.

Принята к публикации 20.08.2021 г.

Показано, что прохождение каналированных частиц сквозь кристалл без центра симметрии или в магнитном поле приводит к появлению тока – квазифотогальваническому и квазифотомагнитному эффектам. Построена теория этих явлений. Предсказана ориентационная зависимость квазифотогальванического и квазифотомагнитного тока от угла влета каналированной частицы по отношению к кристаллографическим плоскостям. Исследована зависимость эффекта от состояния и квантовых переходов каналированной частицы. Изучен вклад в квазифотомагнитный эффект матричных элементов как первого, так и второго рода. Оценена интенсивность квазифотомагнитного тока, индуцированного не дипольным излучением жестких фотонов, сгенерированным высокоэнергетической каналированной частицей.

Ключевые слова: каналирование, излучение, квазифотогальванический, квазифотомагнитный ток, магнитное поле, матрица плотности, недиагональные элементы.

DOI: 10.31857/S102809602203013X

ВВЕДЕНИЕ

В кристалле без центра симметрии воздействии электромагнитной волны вызывает ток, связанный с возникновением асимметрии распределения электронов по скоростям или сдвигом электронов в координатном пространстве при квантовых переходах [1–3]. В кристаллах с центром симметрии, очевидно, такой же эффект может возникнуть при наложении магнитного поля. При воздействии на центросимметричный кристалл импульса быстрых частиц в магнитном поле также возникает электрический ток (эффект Кикоина–Носкова [4, 5]). В отсутствие магнитного поля такой эффект проявляется в нецентросимметричных кристаллах. Для возбуждения полупроводника наиболее удобен [6, 7] пучок каналированных частиц, поскольку эффекты повреждения кристалла такими быстрыми частицами отсутствуют, а изменение энергии быстрых ориентированных заряженных частиц или их угла влета относительно кристаллографических плоскостей приводит к контролируемому изменению уровня возбуждения кристалла и спектра генерируемых в нем возбуждений [8]. Основные представления о физике каналированных частиц изложены в [9]. В настоящей работе показано, что прохождение каналированных частиц в кристал-

ле без центра симметрии или в магнитном поле приводит к появлению тока – квазифотогальваническому и квазифотомагнитному эффектам. Построена теория этих явлений.

ВОЗБУЖДАЕМЫЙ В КРИСТАЛЛЕ ТОК

Будем рассматривать кристалл, помещенный в скрещенные электрическое \mathbf{E} и магнитное \mathbf{H} поля и испытывающий воздействие импульса быстрых заряженных (каналированных) частиц, движущихся в направлении, параллельном выбранным кристаллографическим плоскостям, в конфигурации, представленной на рис. 1. Для плотностей токов электронов \mathbf{j}_e и дырок \mathbf{j}_h , возбуждаемых в кристалле, находящемся под воздействием магнитного и электрического полей, быстрой, ориентированной относительно кристаллографических плоскостей заряженной частицей, в работе рассматривали следующие уравнения:

$$\mathbf{j}_e = e\mu_e n_e \mathbf{E} + eD_e \text{grad} n_e - \mu_{He} [\mathbf{j}_e \times \mathbf{B}], \quad (1)$$

$$\mathbf{j}_h = e\mu_h n_h \mathbf{E} - eD_h \text{grad} n_h + \mu_{Hh} [\mathbf{j}_h \times \mathbf{B}], \quad (2)$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = G_e - R_e + \frac{1}{e} \text{div} \mathbf{j}_e, \quad (3)$$

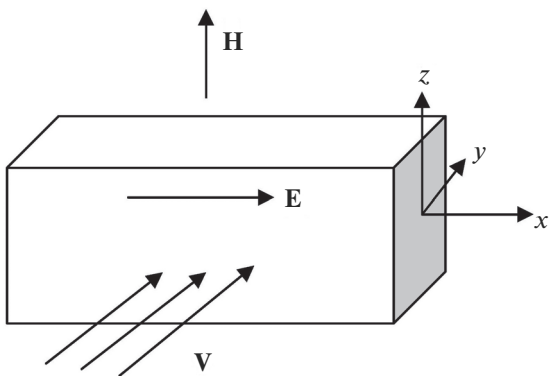


Рис. 1. Схема эксперимента для описания возникновения квазифотомагнитного тока в кристалле, индуцированного импульсом каналированных частиц.

$$\frac{\partial n_h}{\partial t} = G_h - R_h - \frac{1}{e} \operatorname{div} \mathbf{j}_h. \quad (4)$$

Здесь e – заряд электрона, \mathbf{j}_e и \mathbf{j}_h – векторы плотности тока электронов и дырок соответственно, возбуждаемого в кристалле импульсом ориентированной частицы, n_e и n_h , μ_e и μ_h – концентрации и дрейфовые подвижности электронов и дырок соответственно, D_e и D_h – коэффициенты диффузии электронов и дырок соответственно, G_e и G_h , R_e и R_h – коэффициенты, описывающие интенсивность генерации (рекомбинации) электронов (дырок) ориентированных частиц в кристалле. Холловские подвижности μ_{He} электронов и дырок μ_{Hh} не считали равными их дрейфовым подвижностям μ_e и μ_h . В случае генерации электронов и дырок в кристалле ориентированной частицей G_e и G_h , а также R_e и R_h полагали равными.

МАТРИЦА ПЛОТНОСТИ ВОЗБУЖДЕННОГО КРИСТАЛЛА

Общее выражение для плотности тока \mathbf{j} в макроскопической пространственно однородной электронно-фононной системе кристалла, описываемой неравновесной матрицей плотности $\hat{\rho}$, имеет вид:

$$\mathbf{j} = e S p (\hat{\mathbf{V}} \hat{\rho}_e), \quad (5)$$

где $\hat{\mathbf{V}}$ – оператор скорости электронов кристалла, $\hat{\rho}_e$ – матрица плотности электронов в кристалле. Общее выражение для тока \mathbf{j} (5) распадается на вклады диагональных элементов матрицы плотности электронов, т.е. функций распределения $f_{p \equiv \hat{\rho}_{pp}}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_{\text{диаг}} &= e \int d^3 p (\hat{\mathbf{V}})_{pp} \hat{\rho}_{pp} = \\ &= e \int d^3 p (\hat{\mathbf{V}})_{pp} f_p = \frac{1}{\hbar} \sum_{SK} f_{SK} \frac{\partial \mathcal{E}_{SK}}{\partial \mathbf{K}} \end{aligned} \quad (6)$$

и недиагональных элементов матрицы плотности и скорости электронов:

$$\mathbf{j}_{\text{недиаг}} = e \int d^3 p d^3 p' ((\hat{\mathbf{V}})_{pp'} \hat{\rho}_{pp'}). \quad (7)$$

В некоторых ситуациях, например, для электронов Ландау в скрещенных электрическом и магнитном полях, диагональные элементы оператора скорости отсутствуют, т.е. $\mathbf{j}_{\text{диаг}}$ в выражении (6) обращается в нуль [10]. При подстановке в выражения (6) и (7) равновесной матрицы плотности $\hat{\rho}^{(0)}$ выражения для токов тождественно обращаются в нуль. Получим теперь квантовые кинетические уравнения для матрицы плотности ρ электронно-фононной системы кристалла, возбуждаемой быстрыми заряженными ориентированными частицами. Гамильтониан рассматриваемой системы имеет вид:

$$\hat{H} = \hat{H}_{\text{кр}} + \hat{H}_{\text{ч-кр}} + \hat{H}_{\text{ч}} \equiv \hat{H}_1 + \hat{H}_2, \quad (8)$$

где $\hat{H}_1 = \hat{H}_{\text{кр}} + \hat{H}_{\text{ч-кр}}$ – гамильтониан электронно-фононной системы кристалла (при наличии или в отсутствие магнитного поля с индукцией \mathbf{B}) и гамильтониан взаимодействия быстрой, “одетой”, заряженной ориентированной частицы с кристаллом; $\hat{H}_2 \equiv \hat{H}_{\text{ч}}$ – гамильтониан “одетых” ориентированных частиц в кристалле, т.е. гамильтониан частиц в каналированном надбарьерном или подбарьерном состоянии. Уравнение для полной матрицы плотности $\hat{\rho}$ системы имеет вид (здесь и в дальнейшем $\hbar = c = 1$):

$$i \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H}, \hat{\rho}]. \quad (9)$$

Введем теперь согласно [11, 12] гамильтониан \hat{H}_0 кристалла, эволюционирующего в усредненном, строго периодическом потенциале ориентированной частицы (с периодом, совпадающим с периодом кристалла)

$$\hat{H}_0 = S p_2 (\hat{\rho}_2^{(0)} \hat{H}_1), \quad (10)$$

где $\hat{\rho}_2^{(0)}$ – равновесная матрица плотности ориентированной частицы, диагональная в представлении собственных функций ее гамильтониана \hat{H}_2 . Оператор

$$\hat{W} = \hat{H}_1 - \hat{H}_0 \quad (11)$$

есть оператор неупругого взаимодействия кристалла с ориентированной частицей. Оператор \hat{W} не имеет диагональных по состояниям ориентированной частицы матричных элементов, поскольку

$$S p_2 (\hat{\rho}_2^{(0)} \hat{W}) = S p_2 (\hat{\rho}_2^{(0)} (\hat{H}_1 - \hat{H}_2)) = 0.$$

Матрица плотности $\hat{\rho}_1$ взаимодействующей электронно-фононной системы кристалла находится

при суммировании $\hat{\rho}$ по переменным ориентированной частицы

$$\hat{\rho}_1 = Sp_2 \hat{\rho}. \quad (12)$$

Из уравнения (9) получаем:

$$i \frac{\partial \hat{\rho}_1}{\partial t} = [\hat{H}_0, \hat{\rho}_1] + Sp_2 [\hat{W}, \hat{\rho}]. \quad (13)$$

Ограничимся квадратичным приближением по оператору неупругого взаимодействия \hat{W} . В случае не очень толстого кристалла, когда можно пренебречь влиянием рассеивающей системы (кристалла) на матрицу плотности ориентированной частицы $\hat{\rho}_2^{(0)}$, полная матрица плотности может быть заменена на

$$\hat{\rho}(t) = \hat{\rho}_2^{(0)} \hat{\rho}_1(t). \quad (14)$$

Далее, учитывая, что характерные для некогерентного изменения $\hat{\rho}_1$ времена велики по сравнению с продолжительностью столкновений, и пренебрегая вкладом членов с главными значениями интегралов по энергии при переходе от выражения (13) к интегральному представлению, т.е. пренебрегая перенормировкой энергетических спектров в кристалле, в полной аналогии с [12] находим кинетическое уравнение для электронно-фононной системы кристалла, возбуждаемой ориентированной частицей:

$$\frac{\partial \rho_{1SS'}}{\partial t} + i(E_S - E_{SS'}) \rho_{1SS'} = I_{SS'}, \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} I_{SS'} = & \pi \sum_{S''S'''} \rho_{2\alpha}^{(0)} \{ W_{SS''}^{\alpha\alpha'} W_{S''S'''}^{\alpha\alpha'} \rho_{1S''S'''}(t) \times \\ & \times [\delta(E_S + E_{\alpha'} - E_{S''} - E_{\alpha}) + \\ & + \delta(E_{S'} + E_{\alpha'} - E_{S''} - E_{\alpha})] - \\ & - [W_{SS''}^{\alpha\alpha'} W_{S''S'''}^{\alpha\alpha'} \rho_{1S''S'''}(t) + W_{S''S'''}^{\alpha\alpha'} W_{S''S''}^{\alpha\alpha'} \rho_{1S''S'''}(t)] \times \\ & \times \delta(E_{S''} + E_{\alpha'} - E_{S''} - E_{\alpha}) \}. \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь индексом S обозначены состояния кристалла с гамильтонианом \hat{H}_0 , индексом α – состояния ориентированной частицы в кристалле. Усредняя уравнение (15) по фононной $\hat{\rho}_{ph}$ и электронной $\hat{\rho}_{el}$ матрицам плотности, получаем уравнения для электронной и фононной подсистем кристалла, возбуждаемого пучком ориентированных частиц с учетом взаимного увлечения электронов и фононов. Диагональный вклад в ток должен находиться путем решения кинетического уравнения для электронной подсистемы. Взятие шпура по $\hat{\rho}_{ph}$ в выражении (15) будет сопровождаться появлением фактора Дебая–Уоллера в потенциале электронно-фононного взаимодействия и в потенциале взаимодействия фононной

подсистемы кристалла с ориентированной частицей [7]. Приведем здесь вклады в ток за счет недиагональных элементов электронной матрицы плотности $\hat{\rho}_{el}$:

$$\mathbf{j}_{\text{недиаг}} = \mathbf{j}_{\text{недиаг}}^{\text{phot}} + \mathbf{j}_{\text{недиаг}}^{\text{phon}} + \mathbf{j}_{\text{недиаг}}^{\text{оч}}, \quad (17)$$

где $\mathbf{j}_{\text{недиаг}}^{\text{оч}}$ – “недиагональный” вклад в плотность тока за счет прямого взаимодействия ориентированной частицы (оч) с электронной подсистемой кристалла, $\mathbf{j}_{\text{недиаг}}^{\text{phot}}$ и $\mathbf{j}_{\text{недиаг}}^{\text{phon}}$ – “недиагональные” вклады за счет взаимодействия электронов кристалла с неравновесными поперечными возбуждениями (например, фотонами) и фононами, генерированными ориентированной частицей при ее прохождении в кристалле.

Для $\mathbf{j}_{\text{недиаг}}^{\text{оч}}$ в результате подстановки решения уравнения (15), усредненного по $\hat{\rho}_{ph}$, в выражение (7) получаем:

$$\begin{aligned} \mathbf{j}^{\text{оп}} = & e \sum_{S,\alpha} \int \{ [(f_{SK_1} f_{SK_2}) \rho_{2\alpha}^{(0)} - f_{SK_2} (1 - f_{SK_1})] \times \\ & \times W_S^{(\text{оп})}(K_2, K_1) R_S(K_2, K_1) \times \\ & \times \delta(\Delta E_{\text{оп}}(\mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_2)) - \varepsilon_S(\mathbf{K}_2) - \varepsilon_S(\mathbf{K}_1)] \} d\mathbf{K}_1 d\mathbf{K}_2, \end{aligned} \quad (18)$$

где $W_S^{(\text{оп})}(K_2, K_1)$ – дифференциальная вероятность перехода с участием ориентированной частицы, записанная в предположении отсутствия межзонных электронных переходов:

$$W_S^{(\text{оп})}(K_2, K_1) = \frac{a^6}{\hbar(2\pi)^5} |W_{K_2 K_1}^{SS}|^2. \quad (19)$$

Здесь предполагается, что блоховские периодические амплитуды $U_{SK}(r)$ нормированы на объем элементарной ячейки a^3 :

$$\int U_{S^* \mathbf{K}}^* U_{S \mathbf{K}} d\mathbf{r} = \delta_{SS^*} a^3. \quad (20)$$

Вектор \mathbf{R}_S , имеющий размерность длины, определяется соотношением:

$$\begin{aligned} R_S(K_2, K_1) = \\ = - \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{K}_1} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{K}_2} \right) \Phi_S(K_2, K_1) + \Omega_S(K_2) - \Omega_S(K_1), \end{aligned} \quad (21)$$

где введены обозначения

$$\Omega_S(\mathbf{K}) = \frac{i}{a^3} \int U_{S \mathbf{K}}^* \frac{\partial}{\partial \mathbf{K}} U_{S \mathbf{K}} d\mathbf{r}, \quad (22)$$

т.е. $\Omega_S(\mathbf{K})$ – диагональная по импульсу и номерам зон часть матричного элемента координаты, а Φ_S – фаза комплексной величины $W_{K_2 K_1}^{SS}$. Выражения для $\mathbf{j}^{(\text{phot})}$ и $\mathbf{j}^{(\text{phon})}$ совпадают с приведенными в [2]. Однако неравновесная фононная функция распределения $N^{(\text{phon})}$, входящая в $\mathbf{j}^{(\text{phon})}$, должна определяться из уравнения (15) после усреднения

его по $\hat{\rho}_{e1}$. В отличие от обычного вклада в плотность тока (9), связанного с изменением скорости электронов кристалла под действием пролетающей ориентированной частицы, $\mathbf{j}_{\text{недиаг}}^{\text{оч}}$ представляет собой вклад, связанный со смещением блоховских электронов в \mathbf{R} -пространстве [2]. Часть плотности тока $j^{(\text{оч})}$ в выражении (18), пропорциональная $\hat{\rho}_{2d}^{(0)}$, представляет собой ток ионизации. Второе слагаемое в выражении (18) от матрицы плотности явно не зависит и имеет смысл тока рекомбинации. Кроме того, должен быть еще вклад в ток, связанный с рассеянием блоховских электронов, например, на примесях [2]. Матричные элементы оператора рассеяния \hat{W} , фигурирующие в выражении (18), исследованы в случае взаимодействия квантовой каналированной частицы с плазмонами кристалла в [13]. В случае резонансного рассеяния ориентированной частицы в кристалле [14] матрицу ее плотности $\hat{\rho}_2$ нельзя считать постоянной во времени, и уравнения (15), (16) для отклика кристалла в этом случае не применимы. В случае взаимодействия ориентированной частицы с электронными возбуждениями кристалла матричный элемент оператора неупругого взаимодействия $\hat{W}(e1)$ обсуждается в [15], а при ее взаимодействии с фононными возбуждениями кристалла – в [7]. Из [15] следует, что матричный элемент $W_{SS'}^{\alpha\alpha'}$ зависит как от квазизонной структуры поперечного движения каналированных частиц в кристалле, так и от диагональных и недиагональных элементов матрицы диэлектрической проницаемости кристалла, т.е. от микроскопической структуры кристалла на расстояниях порядка межатомных.

РОЛЬ ДВУХ ФАКТОРОВ, ВЛИЯЮЩИХ НА ВОЗБУЖДЕНИЕ ТОКА

Рассмотрим относительную роль эффектов локальной неоднородности электронной плотности в кристалле с одной стороны и эффектов непрямолинейности распространения каналированных частиц в кристалле, влияющих на возбуждение квазифотогоальванического тока каналированной частицей в кристалле, с другой. Такое сравнение проведем в области как надбарьерных, так и подбарьерных состояний каналированной частицы. Считая, как это обычно бывает в теории явлений каналирования, потенциал кристалла $V(\mathbf{r})$ зависящим только от координаты x , отсчитываемой вдоль оси, перпендикулярной плоскостному ка-

налу, для волновой функции ориентированной частицы $U_p^{(n)}(\mathbf{r})$ из [15–17] получаем уравнение

$$\begin{aligned} & \left(\hbar^2 \Delta_{xx} + E_{\perp}^2 / c^2 \right) U_{P_x}^{(n)}(\mathbf{r}) = \\ & = 2E/c^2 \sum_{G_x} V_{G_x} \exp(iG_x x) U_{G_x}^{(n)}(\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (23)$$

В уравнении (23) периодический усредненный по плоскости каналирования потенциал кристалла $V(x)$ представлен в виде разложения по векторам обратной решетки кристалла. В области высоколежащих надбарьерных состояний, т.е. когда $2EV(x)/c^2 P_{x0}^2$, решение уравнения (23) легко находится квазиклассически и имеет вид:

$$\begin{aligned} U_{P_x}^{(n)}(x) &= A_{P_x}^{(n)} \exp\left(\frac{i}{\hbar} \tilde{P}_x^{(n)} x\right) \times \\ & \times \left\{ 1 + \frac{E}{2P_{x0}^2 c^2} \sum_{G_x \neq 0} \tilde{V}_{G_x} \left(1 + \frac{P_{x0}}{G_x} \exp(iG_x x) \right) \right\}, \end{aligned} \quad (24)$$

где $\tilde{P}_x = (P_x^2 - 2E\bar{V}/c^2)^{0.5}$, $\bar{V} = \int_c^d \frac{V(x) dx}{d}$, d – расстояние между эквивалентными точками двух соседних каналов, $\hat{V} = V - \bar{V}$. Ясно, таким образом, что \bar{V} представляет собой нулевую фурье-компоненту плоскостного потенциала кристалла. В решении (24) приведена только падающая волна. Для коэффициентов шивки с использованием решения (24) непосредственно находим

$$\begin{aligned} C_{P_x}^{(n)}(x) &= A_{P_x}^{(n)} \left[\delta(P_{x0} - \tilde{P}_x^{(n)}) + \right. \\ & + \sum_{G_x \neq 0} \frac{E \tilde{V}_{G_x}}{2P_{x0}^2 c^2} \left(1 + \frac{P_{x0}}{G_x} \right) \times \\ & \left. \times \delta(P_{x0} - \tilde{P}_x^{(n)} - \hbar G_x) \right]. \end{aligned} \quad (25)$$

Для матричных элементов и переходов каналированной частицы получаем:

$$\begin{aligned} \left\langle U_{P_x} \left| \exp(-i(q_x x + K_x' x')) \right| U_{P_x}^* \right\rangle &= 2\pi/\hbar \left(A_{P_x}^{(n)} A_{P_x'}^{(n')} \right) \times \\ & \times \left\{ \delta \left(\frac{\tilde{P}_x}{\hbar} - \frac{\tilde{P}_x'}{\hbar} + q_x + K_x' \right) + \frac{E}{2P_{x0}^2 c^2} \sum_{G_x \neq 0} (\tilde{V}_{G_x} + \tilde{V}_{G_x}') \times \right. \\ & \left. \times \left(1 + \frac{P_{x0}}{G_x} \right) \delta \left(\frac{\tilde{P}_x}{\hbar} - \frac{\tilde{P}_x'}{\hbar} + q_x + K_x' - G_x \right) \right\}. \end{aligned} \quad (26)$$

Ограничиваясь учетом первого наиболее важного слагаемого в коэффициенте шивки (25) и подставляя матричные элементы (26) в выражение (24), получаем в случае нерелятивистских частиц, выражение для интенсивности процессов возбужде-

ния среды через потери энергии ориентированной частицы:

$$-\frac{dE}{dz} = M \int_0^\infty d\omega \omega \int \frac{d^3\mathbf{q}}{q^2} \delta(\omega - \mathbf{q}\mathbf{v}) \times \\ \times \left[\text{Im}\varepsilon^{-1}(\mathbf{q}, \omega) + \sum_{G_x \neq 0} \text{Im}\varepsilon^{-1}(\mathbf{q}, q_x + G_x, \omega) \right] \times \\ \times \frac{2}{MV_0^2 x} \text{Re}\tilde{V}_{G_x} \left(1 + \frac{P_{x0}}{G_x} \right), \quad (27)$$

где V_x и V_z – соответствующие компоненты скорости частицы, M – ее масса. Первое слагаемое в квадратных скобках приводит к обычному линдхардовскому вкладу в потери энергии каналированной частицы. Как следует из выражения (27), недиагональные по импульсу элементы обратной матрицы диэлектрической проницаемости кристалла $\varepsilon^{-1}(\mathbf{q}, q_x + G_x, \omega)$ входят в выражение для потерь с различными и резко отличающимися от единицы весовыми множителями, зависящими от вектора обратной решетки K_x . Как известно, если точечная группа кристалла содержит инверсию, то для потенциала кристалла выполняется соотношение $V_{-G} = V_G$. Для таких кристаллов, например кремния, германия, InSb, GaAs,

$$V(x) = \sum_{G_x} \exp(iG_x x) = V_0 + 2 \sum_{G_x > 0} V_{G_x} \cos(G_x x). \quad (28)$$

Возьмем для конкретности потенциал решетки при направлении каналирования, приводящем к эквидистантности плоскостей каналирования. Для таких кристаллов значительная часть пространственно неоднородных слагаемых в усредненном плоскостном потенциале (28) обращается в нуль, а оставшиеся выражаются через фурье-компоненты $V_{4n,0,0}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) пространственного решеточного потенциала $V(\mathbf{r})$, так что $V(x) \equiv \bar{V} + 2 \sum_{n=1,2} V_{4n,0,0} \cos(4Gx)$. Ограничиваясь двумя первыми наибольшими слагаемыми в сумме (24), можно аналитически рассмотреть задачу о каналировании и о потерях энергии на возбуждение квазифотогальванического тока быстрой заряженной частицей. В этом случае уравнение (23) после обезразмеривания коэффициентов сводится к известному уравнению Матье [18]:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial S^2} + (\tilde{a} - 2q \cos 2S)U(S) = 0, \quad (29)$$

где

$$\tilde{a} = \frac{E_\perp^2}{4G^2 \hbar^2 c^2} - \frac{8EV_0}{2G^2 \hbar^2 c^2}, \quad q = \frac{EV_G}{2G^2 \hbar^2 c^2}, \quad (30) \\ S = 2Gx, \quad G \equiv G_{\min} = 2\pi/d,$$

d – постоянная решетки. В случае каналированных положительно заряженных частиц $q > 0$, поскольку \bar{V} и V_{400} больше нуля. В случае же отрицательно заряженных частиц $\bar{V} < 0$, $-V_{400}$. После такого сдвига q можно полагать положительным и для отрицательных частиц. Значение a в обоих случаях может быть как меньше, так и больше нуля в зависимости от значения поперечной энергии каналированной частицы E_\perp . Оценим значение q в уравнении (29). При $E = 50$ МэВ, $\bar{V} \approx 15$ эВ (т.е. глубина ямы 30 эВ, $G_x = 10^{10} \text{ м}^{-1}$) получаем $q \approx 20$, значение a меняется в зависимости от $E_\perp(P_x)$ и может быть как большим, так и малым. Решения уравнения (29) имеют зонный характер. Границы энергетических зон определяются хорошо известными в теории Матье [18] числами a_l и b_{l+1} , где $l = 0, 1, 2, \dots$, причем разрешенные значения поперечной энергии каналированной частицы $E_\perp(P_x)$ определяются из условия $a_l < a < b_{l+1}$ (l – номер разрешенной зоны). Ясно, что причисление тех или иных зон к дискретному или непрерывному спектру условно и определяется исключительно шириной зоны каналированной частицы. На рис. 2 приведены графики зависимости a_l и b_{l+1} от q для наиболее низко лежащих пяти зон [18]. Как видим, при $q = 10$ ($E \sim 25$ МэВ) уже четвертую энергетическую зону каналированной частицы нельзя считать дискретным “уровнем”, в то время как пятая энергетическая зона должна остаться зоной непрерывного спектра. Приведем также общее выражение ширины зоны “дискретного” спектра каналированной частицы, справедливое при больших q [18]:

$$\Delta(E_\perp^2) = 4\hbar G^2 c^2 2^{4l+5} \sqrt{\pi} 2q^{0.75} \exp(-4\sqrt{q})/l. \quad (31)$$

Волновые функции – решения уравнения (25) – будут иметь блоховский вид:

$$U_{E_\perp}^{(n)}(x) = \exp(iv_n(E_\perp)Gx) D_{E_\perp}^{(n)}(2Gx), \quad (32)$$

где $D(2Gx)$ – блоховский модулятор, периодичный по x с периодом, равным $a_x/4$ – одной четверти периода кристаллической решетки вдоль оси x :

$$D\left(2G\left(x + \frac{a}{4}\right)\right) = D. \quad (33)$$

Функции (32) исследованы в теории функций Матье, где они именуются решениями уравнений Матье в форме Флоке [18]. В выражении (32) $v_n(E_\perp, E)$ – безразмерный так называемый характеристический показатель. Величина $v_n(E_\perp, E)G$ представляет собой обычный блоховский квазиимпульс $K_n(E_\perp, E)$ каналированной частицы. Обращение зависимости

$$K_x = v_n(E_\perp, E)G \quad (34)$$

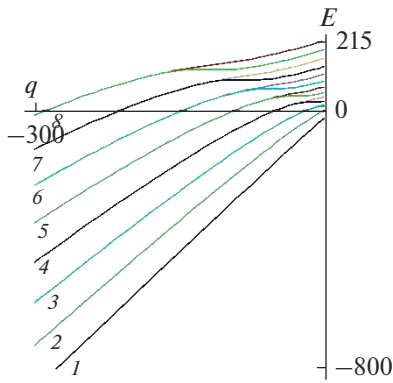


Рис. 2. Зонный спектр поперечного движения ориентированного электрона в кристалле кремния как функция параметра квазимпульса q в приближении синусоидального кристаллического потенциала. Указаны номера зон $n = 1-8$.

приведет к обычному закону дисперсии частицы в зоне для каждого номера n . Задача нахождения зависимости $v_n(E_{\perp}, E)$ решена в теории функции Матье. Аналитические и графические результаты, воспроизводящие эти зависимости, приведены в [18]. Учитывая свойства характеристического показателя v , непосредственно устанавливаем, что длина волнового вектора каналированной частицы в n -й зоне изменяется в пределах от nG до $(n + 1)G$, т.е. изменяется на один вектор обратной решетки G . При квазимпульсах каналированной частицы, отвечающих границам энергетических зон, т.е. при $G_n = 2\pi n/a$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) функции типа Флоке переходят в хорошо изученные волновые функции Матье $Cl_l(S, q)$ и $Sl_l(S, q)$, где $Cl_l(S, q)$ – четные волновые функции каналированной частицы, отвечающие нижнему краю l -й энергетической зоны, в то время как $Sl_l(S, q)$ – нечетные волновые функции каналированной частицы, отвечающие верхним краям соответствующих энергетических зон ее поперечного движения. На рис. 3 приведены графики волновых функций, соответствующих верхним и нижним краям наиболее низколежащих зон поперечного движения каналированной частицы. В соответствии со сказанным ранее, волновые функции

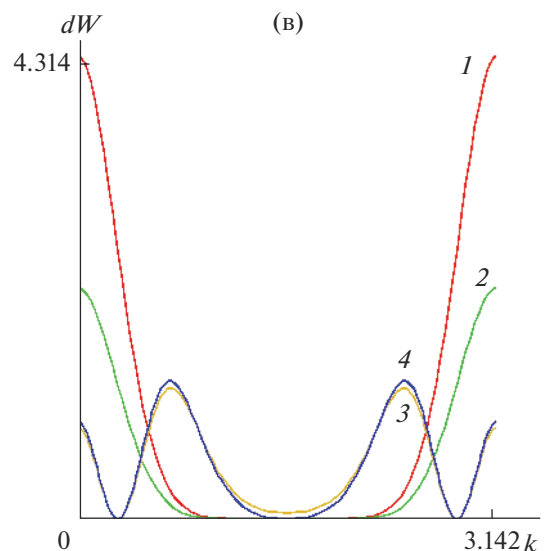
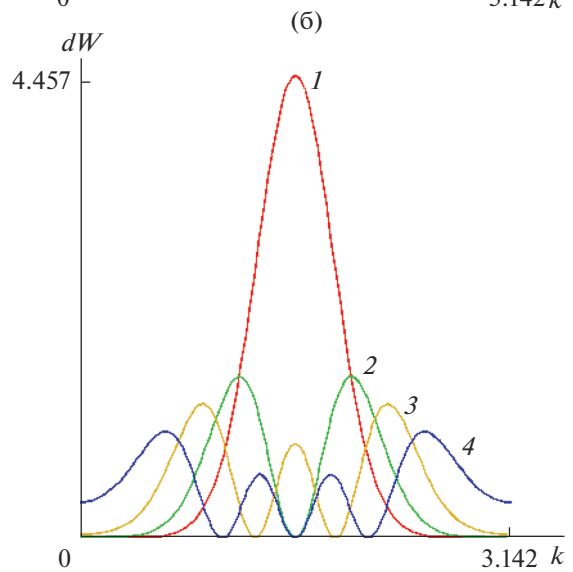
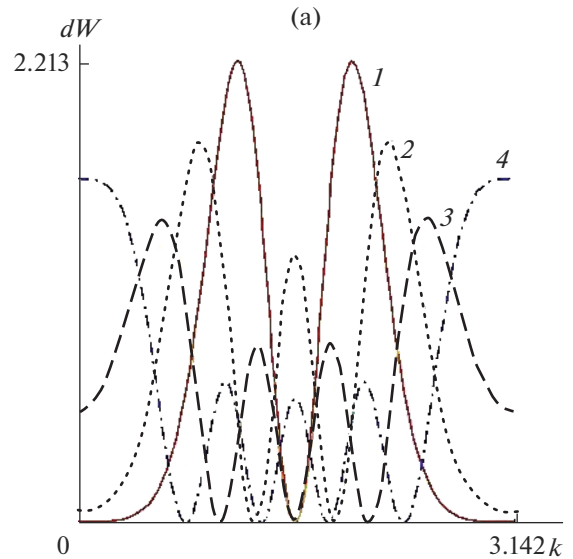


Рис. 3. Квадрат модуля dW нечетных (а) и четных (б) волновых функций позитронов с энергией 28 МэВ в планарном канале (110) в периодическом потенциале с параметрами, соответствующими плоскости (110) в монокристалле кремния; волновой вектор k , соответствующий межплоскостному расстоянию, принят за 2π ; величина волнового вектора по оси абсцисс указана в безразмерных единицах как часть межплоскостного расстояния; на рисунке показана только половина канала. Для сравнения показан квадрат модуля dW четной волновой функции электрона с этими же параметрами (в). Цифрами обозначены номера зон.

Sl_5 , Sl_3 и Cl_5 , Cl_6 отвечают уже надбарьерному каналированию.

Приведем теперь точный вид коэффициентов сшивки $C_{p_{x0}}^{(n)}(q_x)$ в случае блоховского поведения каналированной частицы в кристалле:

$$C_{p_{x0}}^{(n)}(q_x) = 2\pi \sum_{G_x} D_{p_{x0}}^{(n)}(G_x) \delta\left(\frac{p_{x0}}{h} - q_x + G_x\right). \quad (35)$$

$D_{p_x}^{(n)}(x)$ в выражении (35) есть фурье-образ блоховского модулятора волновой функции ориентированной частицы. Ясно, что для частицы, каналированной в кристаллах со структурой алмаза, для направления каналирования [100] сумма по G_x в выражении (35) распространяется на обратные волновые векторы типа nG ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). Для матричных элементов по волновым функциям каналированной частицы, входящих в выражение (26), получаем аналогичное выражение:

$$\begin{aligned} & \left\langle U_{p_x'}^{*(n)} \left| \exp(iq_x x) \right| U_{p_x}^{(n)} \right\rangle = \\ & = 2\pi \sum_{G_x} L(P_x', P_x, n', n, G_x, q_x) \times \\ & \times \delta\left(\frac{p_x}{h} - \frac{p_x'}{h} + q_x + G_x\right). \end{aligned} \quad (36)$$

В уравнении (36) символом M обозначен фурье-образ произведения модуляторов волновых функций каналированной частицы, входящих в матричный элемент

$$\begin{aligned} & L(P_x', P_x, n', n, G_x) = \\ & = \frac{1}{2\pi a} \int_0^a D_{p_x'}^{*(n')} (x) D_{p_x}^{(n)} (x) \exp(-iG_x x) dx. \end{aligned} \quad (37)$$

Подставим теперь выведенные выражения (36) и (37) в общее выражение для потерь (28) энергии на возбуждение кристалла ориентированной частицы. При этом автоматически будут учтены все типы переходов, поскольку волновая функция (28) описывает в зависимости от номера зоны n как подбарьерные, так и надбарьерные состояния. При сделанных предположениях потери энергии ориентированной частицы будут описываться следующей формулой:

$$\begin{aligned} & -\frac{dE}{dz} = m \sum_{P_x, n', n} \left[C_{p_{x0}}^{(n)} \right]^2 \times \\ & \times \sum_{G_x} \int_0^\infty d\omega \omega \int \frac{d^3 q}{q^2} \text{Im} \varepsilon^{-1}(q, q_x + G_x, \omega) \times \\ & \times \sum_{K_x, P_x'} L(P_x', P_x, n', n, K_x) L(P_x, P_x, n', n, K_x + G_x) \times \\ & \times \delta(E - E' - \hbar\omega). \end{aligned} \quad (38)$$

Здесь p_x ($p_x \in BZ$) однозначно определяется через p_{x0} так, чтобы $p_{x0} - p_x$ было равно целому числу векторов обратной решетки, p_x' и K_x однозначно определяются через p_x и q_x из условия, чтобы $p_x - p_x' + q_x + K_x$ обращалось в нуль. Как видим из формулы (38), даже если не учитывать локальные кристаллические поля, т.е. когда в сумме по G_x остается единственное слагаемое с $G_x = 0$, выражение для потерь энергии ориентированной частицы коренным образом отличается от линдхардовского [9] наличием в подынтегральном выражении фактора

$$\left| L(p_x', p_x, n, n'; K_x) \right|^2. \quad (39)$$

Полученные выражения (38) являются общими, поскольку в их выводе нигде не использованы какие-либо свойства волновой функции ориентированной частицы, связанные с типом выбранного приближения для кристаллического потенциала. Поведение функции (39) резко немонотонное по q_x . Действительно, при q_x , равных длинам векторов обратной решетки, в выражении (39) вычисление сведется к нахождению фурье-образа через p_x и произведения различных функций Матье, которое обращается в нуль при $K_x = 0$. Эффект немонотонности квадрата модуля матричного элемента (39) в зависимости от передаваемого импульса приводит к осцилляциям квазифотогальванического тока, возбуждаемого в кристалле быстрой заряженной частицей, при изменении угла влета такой частицы по отношению к кристаллографическим плоскостям.

СОБСТВЕННЫЕ ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ

Как видим из формул (35), (38), для исследования кинетических эффектов в кристалле при прохождении ориентированной частицы необходимо знать коэффициенты заселенности состояний поперечного движения при влете частицы в кристалл, а также матричные элементы квантовых переходов ориентированной частицы $M_{if} = \langle \Psi_{iq} \exp(-iq_x x) \Psi_{jq'} \rangle$.

Потенциал кристаллографической плоскости может быть аппроксимирован выражением вида

$$V(x) - |V_0| \exp(-|x|/2R), \quad (40)$$

где R – эффективная толщина кристаллографической плоскости, V_0 – глубина потенциальной ямы. Ограничимся рассмотрением переходов в дискретном спектре. Для волновой функции поперечного движения каналированного электрона уравнение Шредингера будет иметь вид:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + K^2\right)U_K(x) = 2E_K V(x)U_K(x), \quad K^2 < 0. \quad (41)$$

Решение уравнения (41), удовлетворяющее условиям сшивки в точке расположения плоскости $x = 0$, имеет вид:

$$\Psi_{q_n}^{(e)} = C_{q_n} J_{q_n}(q_0 \exp(-|x|)/2R) \quad (42)$$

для четных состояний каналированного электрона. Несколько иной вид имеет набор нечетных волновых функций каналированного электрона:

$$\Psi_{q_n}^{(\text{odd})}(x) = C_{q_n} \begin{cases} J_{q_n}(\exp(-x)/2R), & x > 0 \\ J_{q_n}(\exp(+x)/2R), & x < 0. \end{cases} \quad (43)$$

Причем q_n , определяющее положение n -го уровня поперечного движения каналированного электрона, находят из условий

$$J'_{q_n}(q_0) = 0 \quad (44)$$

для четных состояний и

$$J_{q_n}(q_0) = 0 \quad (45)$$

для нечетных состояний. В выражениях (42), (43) $q_n^2 = -K_n^2 R^2 > 0$, $q_0^2 = 2E|V_0| > 0$. Нормировочные константы в уравнениях (42), (43) имеют вид:

$$C_{q_n} = \left(2R \int_0^{q_0} J_{q_n}^2(y) dy/y\right)^{-0.5}. \quad (46)$$

В случае больших q_0 ($q_0 \gg 1$) и $q_n \ll q_0$ пределы интегрирования могут быть расширены до бесконечности, давая для C_q :

$$C_q = \left(\frac{2R\Gamma(2q+1)\sqrt{\pi}}{2^{2q+1}q\Gamma(q+1)\Gamma(q+0.5)}\right)^{-0.5}. \quad (47)$$

В (47) в C_q отброшены слагаемые под корнем, примерно равные $-1/\pi q_0$. Волновые функции $\Psi_{q_n}(x)$ (42), (43) аналитические при любых x , кроме $x = 0$ – точки кристаллографической плоскости, в окрестности которой локализована волновая функция (46), (47) – двумерный аналог функций Ванье. Волновые функции каналированного электрона $\Psi_{q_n}(x)$ взаимно ортогональны при различных индексах q_n , удовлетворяющих условиям (44) для четных и (45) для нечетных состояний соответственно. Разумеется, при прочих q и q' интеграл $\int \Psi_q \Psi_{q'}(x) dx$ отличен от нуля. Для доказательства сделанного утверждения достаточно отметить, что

$$\begin{aligned} & (E_{q_m} - E_{q_n}) \int \Psi_{q_n}(x) \Psi_{q_m}(x) dx = \\ & = \left(\frac{\hbar^2}{2m}\right) \left(\Psi_{q_m}(x) \Psi_{q_n}^*(x) - \Psi_{q_n}^*(x) \Psi_{q_m}'(x) \right) \Big|_{x=0}^{x=0} + \end{aligned} \quad (48)$$

В силу условий сшивки (42), (43) правая часть выражения (48) обращается в нуль при любой (четно-четной, нечетно-нечетной, четно-нечетной) комбинации волновых функций $\Psi_{q_m}(x)$ и $\Psi_{q_n}(x)$. Для амплитуд заселенностей уровней поперечного движения имеем:

$$\begin{aligned} Q_{p_x}(K) &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-ip_x x) \Psi_q(x) dx = \\ &= C_q \left[\left(\frac{q_0}{2}\right)^{-iq_1} \frac{2}{q - q_1} \frac{\Gamma\left(\frac{q + iq_1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{q - iq_1}{2}\right)} + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{q_0}{2}\right)^{iq_1} \frac{2}{q + q_1} \frac{\Gamma\left(\frac{q - iq_1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{q + iq_1}{2}\right)} \right]. \end{aligned} \quad (49)$$

Выражение (49) может быть преобразовано без приближений к виду:

$$\begin{aligned} Q_{p_x}(K) &= C_q \frac{1}{Z} \times \\ &\times \cos \left[\varphi_1 - C_{q_1} + \ln(2/q_0) q_1 + \sum_{K=1}^{\infty} (-2\varphi_K + q_1/K) \right], \end{aligned} \quad (50)$$

где

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\sqrt{q^2 + q_1^2}}{2}, \quad \text{tg} \varphi_K = q_1/[q + 2(K-1)], \\ &K = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (51)$$

Ряд в выражении (50) сходится по K как $1/K^2$. Приблизненно с точностью до слагаемых $\sim -2\sqrt{q^2 + q_1^2}$ получаем:

$$\begin{aligned} Q_{p_x}(K) &= \frac{4C_q}{\sqrt{q^2 + q_1^2}} \times \\ &\times \cos \left[\text{arctg} \left(\frac{q_1}{q_0} \right) q + q_1 \ln \left(\frac{\sqrt{q^2 + q_1^2}}{l q_0} \right) \right]. \end{aligned} \quad (52)$$

При малых поперечных импульсах влета быстрого электрона в кристалл уравнение (52) упрощается до вида:

$$Q_{q_1}(q) \approx (4C_q/q) \cos[q_1 \ln(q/q_0)]. \quad (53)$$

В уравнении (53) виден эффект осцилляций заселенности уровней поперечного движения с вариацией поперечного импульса влета q_1 . Такой же эффект осцилляций, но менее очевидный, содержится и в более общих выражениях (50) и (52). Приведем теперь результаты аналитических расчетов матричных элементов квантовых переходов каналированных электронов M_q между подбарьерными уровнями поперечного движения, не

прибегая к предположению о дипольности переходов, что особенно существенно при расчете эффектов генерации возбужденных каналированных частицей фотонов и электронов в кристалле, а также фононов в кристалле [16, 17]:

$$M_{q_n q_{n'}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_{q_n}(x) \exp(-q_x x) \Psi_{q_{n'}}(x) dx. \quad (54)$$

Для четно-четных (чч) и нечетно-нечетных (нн) переходов каналированных электронов получаем:

$$M_{nn'}^{ee}(q_x) = K_{nn'}^{чч}(q_x) + K_{nn'}^{чч}(-q_x), \quad (55)$$

а для переходов между состояниями с различной четностью будем иметь:

$$M_{nn'}^{eodd}(q_x) = K_{nn'}^{чч}(q_x) - K_{nn'}^{чч}(-q_x), \quad (56)$$

где

$$K_{nn'}(q_x) = \int_0^1 dy y^{-2iq_x R - 1} J_{q_n}(q_0 y) J_{q_{n'}}(q_0 y). \quad (57)$$

После разложения функции J_q (без ограничения общности полагаем $q > q'$) в ряд по степеням аргумента интеграл в уравнении (57) берется для каждого члена ряда [18, 19], в результате имеем:

$$K_{nn'}(q_x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m 0.5^{2m+q}}{m! \Gamma(m+q+1)} q_0^{2iq_x R} \times \\ \times \left[(q' + 2iq_x R - 2 + 2m + q) q_c J_{q'}(q_0) + \right. \\ \left. + S_{-2iq_x R - 2 + 2m + q, q'}(q_c) - \right. \\ \left. - q_c J_{q' - 1}(q_0) S_{2iq_x R - 2m + q, q'}(q_c) + \right. \\ \left. + 2^{-2iq_x R - 1 + 2m + q} \frac{\Gamma(q + m - iq_x R)}{\Gamma(q - m - iq_x R)} \right]. \quad (58)$$

Здесь $S_{\mu, \nu}(x)$ – функции Ломмеля [18, 19]. После точного аналитического суммирования первого и четвертого рядов по m в выражении (58)

$$K_{nn'}(q_x) = K_{nn'}^{(a)}(q_x) + \\ + \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m 0.5^{2m+q}}{m! \Gamma(m+q+1)} q_0^{2iq_x R} \times \\ \times [S_{-2iq_x R - 2 + 2m + q, q' - 1}(q_0) - \\ - q_0 J_{q' - 1}(q_0) S_{-2iq_x R - 1 + 2m + q, q'}(q_0)] + K_{nn'}^{(d)}(q_x). \quad (59)$$

Здесь $K_{nn'}^{(a)}(q_x)$ имеет вид:

$$K_{nn'}^{(a)}(q_x) = q_0^{2iq_x R + 1} J_{q'}(q_0) (q' - 2iq_x R - 2) J_q(0.5). \quad (60)$$

$K_{nn'}^{(d)}(q_x)$ в уравнении (59) описывается выражением:

$$K_{nn'}^{(d)}(q_x) = \frac{2^{-2iq_x R - 1}}{\pi} \sin\left(\frac{q - q'}{2} + iq_x R\right) \Gamma(i2q_x R + 1) \times \\ \times \frac{\Gamma\left(\frac{q - q'}{2} - iq_x R\right)}{\Gamma\left(\frac{q - q'}{2} + iq_x R + 1\right)} \frac{\Gamma\left(\frac{q + q'}{2} - iq_x R\right)}{\Gamma\left(\frac{q + q'}{2} + iq_x R + 1\right)}. \quad (61)$$

В случае надбарьерных каналированных электронов в кристалле нельзя ограничиваться приближением изолированной плоскости, и потенциал кристаллографической плоскости запишем в виде:

$$V(x) = -V_0 \exp\left(-\frac{|x - 2na|}{2R}\right), \quad (62)$$

$$a(2n - 1) < x < a(2n + 1), \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Нетрудно видеть, что потенциал (62) обладает свойством непрерывности. В интервале $-a < x < a$ ($2a$ – расстояние между кристаллографическими плоскостями) блоховская волновая функция каналированного электрона в потенциале (62) запишется в виде (с точностью до общего множителя, который будет добавлен позднее, исходя из условия нормировки блоховской волновой функции на поток из одного каналированного электрона):

$$\Psi_q(x) = \begin{cases} AJ_{iq}(q_0 \exp(x/2R)) + DJ_{-iq}(q_0 \exp(x/2R)), & -a < x < 0, \\ J_{iq}(q_0 \exp(-x/2R)) + CJ_{-iq}(q_0 \exp(-x/2R)), & 0 < x < a. \end{cases} \quad (63)$$

$$(64)$$

Коэффициенты A , C , D в выражениях (63), (64) и зонный спектр блоховского каналированного электрона определяются из условий сшивки волновой функции (42), (43) в точке $x = 0$:

$$\Psi_q(x = 0-) = \Psi_q(x = 0+), \\ \frac{\partial \Psi_q}{\partial x}(x = 0-) = \frac{\partial \Psi_q}{\partial x}(x = 0+),$$

и в точке $x = a$

$$\Psi_q(x = a) = \Psi_q(x = -a) \exp(i2q_x a), \quad (65)$$

$$\frac{\partial \Psi_q}{\partial x}(x = a) = \frac{\partial \Psi_q}{\partial x}(x = -a) \exp(i2q_x a). \quad (66)$$

Здесь q_x – поперечный волновой вектор каналированного электрона. Из условий сшивки получаем:

$$C = \frac{-J'_{iq}(q_0)(A+1)}{J'_{-iq}(q_0)} + \frac{J_{iq}(q_0)(A-1)}{J_{-iq}(q_0)}, \quad (67)$$

$$D = \frac{-J'_{iq}(q_0)(A+1)}{J'_{-iq}(q_0)} - \frac{J_{iq}(q_0)(A-1)}{J_{-iq}(q_0)}, \quad (68)$$

а коэффициент A задается выражением:

$$A = -P \pm (P^2 - 1)^{0.5}, \quad (69)$$

где знаки “плюс” и “минус” соответствуют двум наборам (четным и нечетным) зон поперечного движения каналированного электрона:

$$P = 1 + \left\{ 2 \left[\frac{J_{iq}(q_0)}{J_{-iq}(q_0)} \right]^2 + 4 \frac{J_{iq}(q_0)}{J_{-iq}(q_0)} \left[\frac{J'_{iq}(\beta)}{J'_{-iq}(\beta)} + \frac{J_{iq}(q_0)}{J_{-iq}(q_0)} \right] - 2 \frac{J'_{iq}(\beta)J_{iq}(\beta)}{J'_{-iq}(\beta)J_{-iq}(\beta)} \right\} / \left\{ \left[\frac{J'_{iq}(q_0)}{J'_{-iq}(q_0)} \right]^2 - \left[\frac{J_{iq}(q_0)}{J_{-iq}(q_0)} \right]^2 + 2 \left[\frac{J'_{iq}(\beta)}{J'_{-iq}(\beta)} + \frac{J_{iq}(\beta)}{J_{-iq}(\beta)} \right] \left[\frac{J'_{iq}(q_0)}{J'_{-iq}(q_0)} - \frac{J_{iq}(q_0)}{J_{-iq}(q_0)} \right] \right\}. \quad (70)$$

В уравнении (70) введено обозначение $\beta = q_0 \exp(-a/2R)$. Зонный спектр поперечного движения каналированного электрона, т.е. зависимость q^2 от q_x , находится из следующего дисперсионного уравнения:

$$A \left[2 - \frac{J'_{iq}(q_0)J_{-iq}(\beta)}{J'_{-iq}(q_0)J_{iq}(\beta)} - \frac{J_{iq}(q_0)J_{-iq}(\beta)}{J_{-iq}(q_0)J_{iq}(\beta)} \right] + \left[\frac{J'_{iq}(q_0)J_{-iq}(\beta)}{J'_{-iq}(q_0)J_{iq}(\beta)} + \frac{J_{iq}(q_0)J_{-iq}(\beta)}{J_{-iq}(q_0)J_{iq}(\beta)} \right] = \exp(iq_x 2a). \quad (71)$$

Все выражения, приведенные выше, упрощаются при учете неравенства $q_0 \gg 1$. В этом случае, например,

$$\frac{J_{iq}(\beta)}{J_{-iq}(\beta)} \approx \frac{1 + \text{ch}(q\pi) \sin(2q_0) - i \cos(2q_0) \text{sh}(q\pi)}{\sin(2q_0) + \text{ch}(q\pi)}, \quad (72)$$

$$\frac{J_{iq}(q_0)}{J_{-iq}(q_0)} \approx \frac{1 - \text{ch}(q\pi) \sin(2q_0) + i \cos(2q_0) \text{sh}(q\pi)}{-\sin(2q_0) + \text{ch}(q\pi)}. \quad (73)$$

При учете $\frac{\lambda}{R} \sim 10$ имеем $\beta \ll 1$, так что

$$J_{\pm iq}(\beta) \approx \left(\frac{\beta}{2} \right)^{\pm iq} / \Gamma(1 \pm iq). \quad (74)$$

Формулы (63), (64), (71) описывают как надбарьерный, так и подбарьерный зонный спектр каналированного электрона. В соответствующих формулах мнимые индексы функций Бесселя следует заменить на действительные $iq \rightarrow q$. Зонные волновые функции подбарьерного движения необходимо применять для описания состояний каналированного электрона вблизи границы дискретного и непрерывного спектров, где приближение изолированной кристаллографической

плоскости (62) неоправданно. В случае подбарьерных зон дисперсионное уравнение (71) (после замены $\pm iq \rightarrow \pm q$) позволяет вычислить и ширины соответствующих зон. Для определения верхней и нижней по энергии границы зоны необходимо решить уравнение (71) относительно q , подставляя вместо $\exp(iq_x 2a)$ “+1” и “-1” соответственно.

ИНТЕНСИВНОСТЬ ИНДУЦИРОВАННЫХ ТОКОВ В КРИСТАЛЛЕ

Вычислим спектрально-угловую плотность вероятности не дипольного излучения жестких фотонов высокоэнергетической каналированной частицей с энергией, удовлетворяющей неравенству $U_0 E \geq 1$. Известно, что не дипольные процессы излучения жестких фотонов не могут быть описаны при этих значениях энергии в квазиклассическом приближении [16, 17, 20–25]. В случае неполяризованного излучения можно записать следующее выражение для такой плотности вероятности [20, 21]:

$$\frac{d^2 w(\omega, \theta)}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \omega}{2\pi} \times \sum_f \left\{ \left(1 + u + \frac{u^2}{2} \right) \left[\left| I_{if}^{(1)}(k_x) \right|^2 \theta^2 + \left| I_{if}^{(2)}(k_x) \right|^2 - 2 \text{Re} \left(I_{if}^{(1)}(k_x) I_{if}^{(2)*}(k_x) \right) \theta \cos \varphi \right] + \frac{u^2}{2e^2} \left| I_{if}^{(1)}(k_x) \right|^2 \right\} \times \times \delta \left(2 \frac{\omega}{E - \omega} \left[(\theta^2 + E^{-2}) E - \omega \theta^2 \cos^2 \varphi \right] - \varepsilon_i(E) + \varepsilon_f(E - \omega) \right). \quad (75)$$

Как видно из рис. 4, матричные элементы квантового перехода ориентированной частицы $I^{(1)} = \langle \Psi_n | \exp(ikx) | \Psi_{n'} \rangle$ имеют отличные от нуля значения, когда безразмерная составляющая ее импульса, направленная поперек плоскостей кристалла, значительно меньше единицы. Этот импульс в безразмерной форме измеряется в долях вектора обратной решетки $K = 2\pi/a = 2\pi \times 10^{10} \text{ м}^{-1}$ в случае кристалла кремния. В то же время волновой вектор фотона с энергией E , равной 10 ГэВ, равен $k_{\text{phot}} = \hbar E/c\hbar = 10^{17} \text{ м}^{-1}$. Таким образом, для того, чтобы k_x имел более низкие значения по сравнению с вектором обратной решетки $k_x \leq \leq 0.1K$, угол $\theta = k_x/k_{\text{phot}}$ должен иметь значения, не превышающие $\theta \leq 2\pi \times 10^9/10^7 \approx 6 \times 10^{-8}$. В то же время угол φ может меняться в широком диапазоне, так что можно положить $\delta\varphi \sim 0.1$. Рассмотрим вероятность излучения фотона каналированной частицей с энергией $E = 10 \text{ ГэВ}$ в телесном угле $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi \approx \theta d\theta d\varphi \approx 6 \times 10^{-8} \times 6 \times 10^{-8} \times 10^{-1} = 3.6 \times 10^{-16}$ ср. Рассмотрим, например, четно-четные квантовые переходы каналированной частицы, когда матричные элементы второго рода $I^{(2)} = \langle \Psi_n | \exp(ikx) | \frac{\partial}{\partial x} \Psi_{n'} \rangle$ малы: $|I_{if}^{(2)}(k_x = 0)|^2 = 0$. Для неполяризованного излучения при малых углах наблюдения $\theta \ll 1, \varphi \ll 1 (k_x \ll 1)$ и в пределе $\theta \ll 1/E, \theta \ll u/E$ при указанных условиях вероятность излучения фотона с энергией $\omega \leq E$ каналированной частицей описывается следующим упрощенным выражением:

$$\frac{d^2 w_{if}(\theta, \varphi)}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \omega}{2\pi} \sum_f \left(1 + u_{if} + u_{if}^2/2\right) \times \times \frac{u_{if}^2}{2E^2} |I_{if}^{(1)}(0)|^2 \delta\left(\varepsilon_i(E) - \varepsilon_f(E - \omega) - \frac{\omega}{E - \omega} \frac{2}{E}\right). \quad (76)$$

Здесь $u_{ij} = \omega_{ij}/(E - \omega_{ij})$ при условиях, определяемых не дипольным излучением. Выделив только один наиболее важный член в (75), (76), легко получить вероятность излучения фотона с энергией $\omega_{if} = E(E - \omega_{ij})[\varepsilon_i(E) - \varepsilon_f(E - \omega)]/2$:

$$\frac{dw_{if}(\theta)}{d\Omega} = \int d\omega \frac{d^2 w_{if}(\theta)}{d\omega d\Omega} = = \frac{e^2 \omega_{if}^2}{\pi 4E^2} \left(1 + u_{if} + u_{if}^2/2\right) |I_{if}^{(1)}(0)|^2. \quad (77)$$

Рассмотрим случай, когда $\hbar\omega_{ij} \approx 0.4E$, так что $u_{if} \sim 0.66$. В условиях не дипольного излучения, указанных ранее, $\hbar\omega_{ij}/\hbar = 0.4 \times 10^{10} \text{ эВ}/0.66 \times \times 10^{-15} \text{ эВ} \cdot \text{с} = 0.6 \times 10^{25} \text{ с}^{-1}$. Обращаясь к размерным единицам и принимая во внимание тот факт, что $|I_{if}^{(1)}(k_x \approx 0)|^2 \approx 5$ (рис. 4), получаем следую-

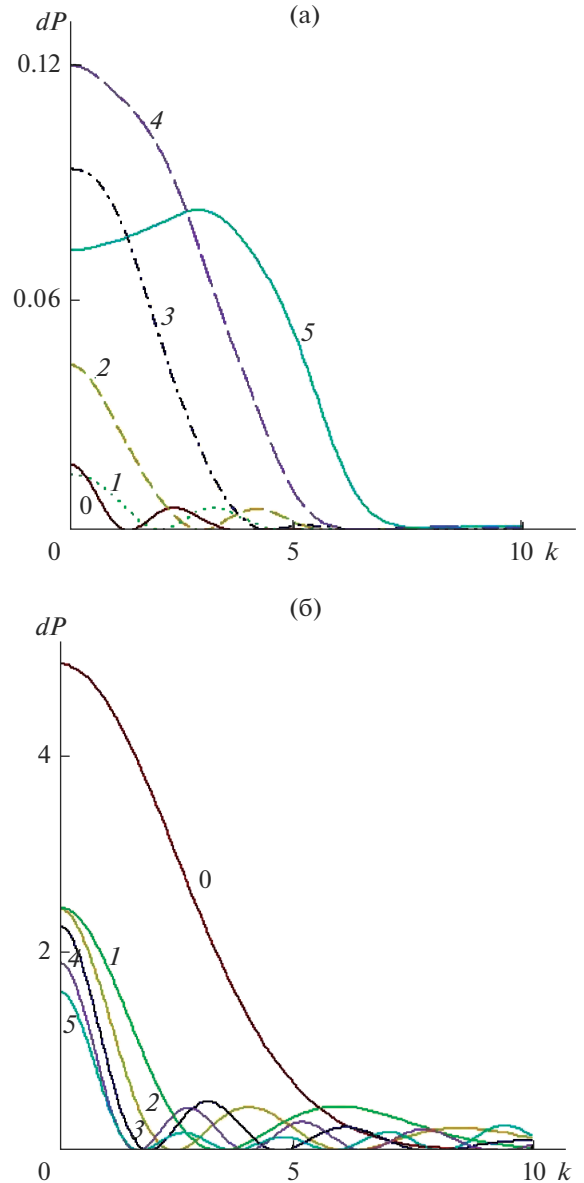


Рис. 4. Квадрат модуля dP не дипольных матричных элементов второго (а) и первого типа (б) для перехода позитрона с энергией, соответствующей $q = 71$, в состоянии с энергией $q = 51$ между четными уровнями с изменением числа n нечетных (а) и четных (б) зон поперечной энергии, каналированной в зависимости от больших значений угла падения позитрона на кристалл. Угол θ измеряется как отношение поперечного импульса к продольному импульсу, выраженного в единицах, пропорциональных количеству векторов обратной решетки. Номера кривых соответствуют квантовым переходам позитрона с изменением номера зоны на данное число n , $n = 0$ отвечает квантовым переходам позитрона без изменения номера уровня поперечного движения.

щую оценку вероятности перехода, которая пропорциональна интенсивности генерации свободных электронов G_e и дырок G_h в кристалле, вносящих вклад в квазифотомагнитный ток в кристалле, в соответствии с (1)–(4):

$$\begin{aligned}
 w_{if}(\omega_{if}) &= dw_{if}(\omega_{if})d\Omega = \\
 &= \frac{e^2 \hbar \omega_{if}}{hc\pi} \frac{(\hbar \omega_{if})^2}{\pi (E - \hbar \omega_{if})^2} \frac{(mc^2)^2}{E^2} \times \\
 &\times \left(1 + u_{if} + \frac{u_{if}^2}{2}\right) \left|I_{if}^{(1)}(k_x \approx 0)\right|^2 d\Omega = \quad (78) \\
 &= 2 \times 10^{-3} \times 0.6 \times 10^{25} \times 0.66^2 \times (4 \times 10^4)^{-2} \times \\
 &\times 1.5 \times 5 \times 3.6 \times 10^{-16} \times 1/s \approx 0.2s^{-1}.
 \end{aligned}$$

Поскольку индуцированный ориентированной частицей квазифотомагнитный ток пропорционален интенсивности испускаемых фотонов, получаем весьма заметный квазифотомагнитный ток даже от одной каналированной частицы, испускающей фотоны в кристалле. При этом квазифотомагнитный ток ориентационно зависит от угла влета каналированной частицы в кристалл.

ВЫВОДЫ

Обсуждаемые в настоящей работе квазифотогальванический и квазифотомагнитный эффекты будут весьма удобным инструментом для изучения ориентационных явлений [7, 8, 16, 17, 20–28] при прохождении ориентированной частицы через кристалл, а также для изучения анизотропии электронно-фононного взаимодействия [29]. Из ориентационной зависимости многих эффектов, обусловленных эффектом каналирования, а также из ориентационной зависимости интенсивности испускаемых каналированной частицей жестких фотонов [16, 17, 20–28] следует ориентационная зависимость квазифотогальванического и квазифотомагнитного токов, которую легко можно будет наблюдать в эксперименте. Уравнения (1)–(4) в случае воздействия ультракороткого импульса ориентированной частицы на кристалл описывают динамический отклик электронно-фононной системы кристалла на такое воздействие [30], вполне аналогичный отклику кристалла на пикосекундные возбуждающие световые импульсы [31, 32]. В случае прохождения через кристалл ультракороткого (например, пикосекундного) пространственно-модулированного импульса ориентированной частицы в кристалле будут наблюдаться динамические решетки на неравновесных носителях заряда, аналогичные решеткам, индуцируемым в кристаллах полем двух когерентных интерферирующих электромагнитных волн [33].

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках Проекта повышения конкурентоспособности НИЯУ МИФИ (договор № 02.a03.21.0005, 27.08.2013) с использованием оборудования центра коллективного пользования “Комплекс для моделирования и обработки данных с иссле-

довательских установок мега-класса” НИЦ “Курчатовский институт” (дотация Минобрнауки, рабочий идентификатор RFMEFI62117X0016).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Белиничер В.И., Стурман Б.И.* // УФН. 1980. Т. 130. № 2. С. 415.
2. *Белиничер В.И., Ивченко Е.Л., Стурман Б.И.* // ЖЭТФ. 1982. Т. 83. №. 2. С. 649.
3. *Гринберг А.А.* // ЖЭТФ. 1970. Т. 58. №. 3. С. 989.
4. *Kikoin I.K., Noskov M.M.* // Phys. Z. Sowietunion. 1934. V. 5. P. 586.
5. *Kikoin I.K.* // Phys. Z Sowietunion, 1934. V. 6. P. 478.
6. *Мазур Е.А.* Возбуждение и релаксация полупроводника, генерация дефектов при воздействии импульсом быстрых ориентированных частиц // XII Совещ. по теории полупроводников. Киев: ИФП, 1985. Ч. 2. С. 93.
7. *Мазур Е.А.* // Кинетические явления в полупроводниках и диэлектриках. М.: Энергоатомиздат, 1985. С. 58.
8. *Мазур Е.А.* Ориентационные эффекты при возбуждении фононов и плазмонов каналированной частицей // XVI Всесоюз. совещ. по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами. М.: МГУ, 1986. С. 24.
9. *Gemmel D.S.* // Rev. Modern Phys. 1974. V. 46. P. 129.
10. *Кубо Р.* // Вопросы квантовой теории необратимых процессов / Ред. Бонч-Бруевич В.Л. М.: Изд-во иностр. лит., 1961. С.39.
11. *Каган Ю.М., Кононец Ю.В.* // ЖЭТФ. 1970. Т. 58. № 1. С. 226.
12. *Каган Ю.М., Кононец Ю.В.* // Теория эффекта каналирования. М.: МИФИ, 1976. С. 92.
13. *Мазур Е.А.* // Исследование поверхностных и объемных свойств твердых тел по взаимодействию частиц. М.: Энергоатомиздат, 1981. С. 381.
14. *Мазур Е.А.* Резонансные эффекты в рассеянии ориентированных пучков лептонов в кристаллах // Тр. XV Всесоюз. совещ. по взаимодействию быстрых заряженных частиц с кристаллами. М.: МГУ, 1986. С. 53.
15. *Мазур Е.А.* // Исследование поверхностных и объемных свойств твердых тел по взаимодействию частиц. М.: Энергоатомиздат, 1981. С. 65.
16. *Калашиников Н.П., Мазур Е.А.* // ЖЭТФ. 2019. Т. 155. № 4. С. 579.
17. *Kalashnikov N.P., Mazur E.A.* // J. Surf. Invest.: X-ray, Synchrotron Neutron Tech. 2019. V. 13. № 6. P. 1135.
18. *Справочник по специальным функциям / Ред. Абрамовиц М., Стиган И. М.: Наука, 1979. 832 с.*
19. *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971. 1108 с.
20. *Базылев В.А., Жеваго Н.К.* Излучение быстрых частиц в веществе и во внешних полях. М.: Наука, 1987. 272 с.
21. *Жеваго Н.К.* // ЖЭТФ. 1978. 75. С. 1389.

22. *Барышевский В.Г.* Каналирование, излучение и реакции в кристаллах при высоких энергиях. Минск: Изд-во БГУ, 1982. 256 с.
23. *Kumakhov M.A., Weddel R.* Radiation of Relativistic Light Particles during Interaction with Single Crystals. Heidelberg: Spectrum, 1991. 322 с.
24. *Ахиезер А.И., Шульга Н.Ф.* Электродинамика частиц высоких энергий в веществе. М.: Наука, 1993. 344 с.
25. *Akhiezer A.I., Shulga N.F.* High-Energy Electrodynamics in Matter. Amsterdam: Gordon and Breach, 1996. 351 с.
26. *Mazur E.* // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B. 2015. V. 355. P. 57.
<https://doi.org/10.1016/j.nimb.2015.02.013>
27. *Калашиников Н.П., Мазур Е.А., Ольчак А.С.* // Ядерная физика. 2016. Т. 79. № 3. С. 390.
28. *Kalashnikov N.P., Mazur E.A., Olczak A.S.* // Int. J. Mod. Phys. A. 2015. V. 30. № 22. P. 1550137.
29. *Мазур Е.А.* // Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 43. № 8. С. 381.
30. *Мазур Е.А.* Пикосекундная лазерная спектроскопия импульсными пучками в полупроводниках // XII Всесоюз. конф. по когерентной и нелинейной оптике. М.: МГУ, 1985. Ч.П. С. 617.
31. *Elci A., Scully J.* // Phys. Rev. B. 1977. V. 16. № 1. P. 191.
32. *Smirl A.J.* // Phys. Rev. B. 1982. V. 25. № 4. P. 2645.
33. *Винецкий В.Л., Кухтарев Н.В., Одулов С.Т., Соскин М.С.* // УФН. 1979. Т. 129. № 1. С. 113.

Kinetic Phenomena in a Semiconductor Excited by an Oriented Beam of Fast Particle Beam

E. A. Mazur^{1, 2, *}

¹*National Research Nuclear University MPhI, Moscow, 115409 Russia*

²*Kurchatov Institute National Research Center, Moscow, 123122 Russia*

*e-mail: eugen_mazur@mail.ru

It is shown that the passage of channeled particles through a crystal without a center of symmetry or in a magnetic field leads to the appearance of a current, i.e. quasi-photogalvanic and quasi-photomagnetic effects. The theory of these phenomena has been developed. The orientational dependence of the quasi-photomagnetic and quasi-photogalvanic currents on the angle of entry of the channeled particle with respect to the crystallographic planes is predicted. The dependence of the effect on the state and quantum transitions of a channeled particle is studied. The contribution of matrix elements of both the first and the second kind to the quasi-photogalvanic effect is investigated. The intensity of the quasi-photogalvanic current induced by the non-dipole radiation of hard photons generated by a high-energy channeled particle is estimated.

Keywords: channeling, radiation, quasi-photogalvanic and quasi-photo-magnetic currents, magnetic field, density matrix, off-diagonal elements.