ПРОБЛЕМЫ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ

Том 55 **2019** **Вып. 3**

УДК 621.391 : 621.394/395.74

© 2019 г. **А.А. Пухальский**

ПОПРАВКИ К СТАТЬЕ “ТЕОМЕТРИЯ БОЛЬШИХ ОЧЕРЕДЕЙ” (ПРОБЛЕМЫ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ. 2019. Т. 55. № 2. С. 82–111)

Исправлены неточности в формулировке и доказательстве леммы 9, а также в доказательствах леммы 1 и формулы (1.5) указанной статьи.

DOI: 10.1134/S0555292319030100

В указанной статье автором допущены неточности. Для их исправления в текст статьи необходимо внести следующие изменения:

1. Соотношение (4.5) в формулировке леммы 9 должно быть заменено на

$$\lim_{n\to\infty} \mathbf{P}\left(\sup_{(\tau_n - T^*)^+ \leqslant t \leqslant \tau_n} \left| \frac{Q(nt)}{n} - q^*(t - (\tau_n - T^*)^+) \right| < \delta \mid \tau_n \leqslant T \right) = 1. \tag{4.5}$$

Соответственно, доказательство соотношения (4.5) в опубликованном варианте статьи нужно заменить на следующее рассуждение.

Для доказательства (4.5) обозначим $\tau(q) = \inf\left\{t : \sum\limits_{k=1}^{K} q_k(t) \geqslant A\right\}$, где $q = (q(t),\ t \geqslant 0) \in \mathbb{D}(\mathbb{R}_+, \mathbb{R}_+^K)$. Так как множество

$$\left\{q \in \mathbb{D}(\mathbb{R}_+, \mathbb{R}_+^K) : \sup_{(\tau(q) - T^*)^+ \leqslant t \leqslant \tau(q)} \left| q(t) - q^*(t - (\tau(q) - T^*)^+) \right| \geqslant \delta, \right.$$
$$\left. \sup_{t \leqslant T} \sum_{k=1}^{K} q_k(t) \geqslant A \right\}$$

содержит те свои предельные точки, которые являются непрерывными функциями, и так как $\mathbf{I}(q) = \infty$, если q разрывна, то

$$\limsup_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln \mathbf{P}\left(\sup_{(\tau_n - T^*)^+ \leqslant t \leqslant \tau_n} \left| \frac{Q(nt)}{n} - q^*(t - (\tau_n - T^*)^+) \right| \geqslant \delta,\ \tau_n \leqslant T \right) \leqslant$$
$$\leqslant - \inf_{\substack{q:\, \sup_{(\tau(q)-T^*)^+ \leqslant t \leqslant \tau(q)} \left|q(t) - q^*(t - (\tau(q) - T^*)^+)\right| \geqslant \delta, \\ \sum_{k=1}^{K} q_k(t) \geqslant A \text{ для некоторого } t \in [0,T]}} \mathbf{I}(q).$$

Так как множество, по которому берется инфимум, замкнуто, то эта нижняя грань достигается на некоторой функции $\check{q}$. Как мы видели, если

$$\inf_{(q,T'):\, \sum_{k=1}^{K} q_k(T') \geqslant A} \int_0^{T'} L(q(t), \dot{q}(t))\, dt$$

достигается в точке (q, T'), то $T' \geqslant T^*$ и $q(T'-t) = q^*(T^*-t)$ при $0 \leqslant t \leqslant T^*$ (как следствие, $\tau(q) = T'$). Следовательно, если $\tau(\breve{q}) < T^*$, то пара $(\breve{q}, \tau(\breve{q}))$ не достигает указанной нижней грани. Предположим, что $\tau(\breve{q}) \geqslant T^*$. Тогда существует момент $t \in [\tau(\breve{q}) - T^*, \tau(\breve{q})]$, такой что $\breve{q}(t) - q^*(t - \tau(\breve{q}) + T^*) \geqslant \delta$, т.е. $(\breve{q}, \tau(\breve{q}))$ также не достигает указанной нижней грани. Таким образом, $\mathbf{I}(\breve{q}) \geqslant \int\limits_0^{\breve{q}} L(\breve{q}(t), \dot{\breve{q}}(t))\,dt > \int\limits_0^{T^*} L(q^*(t), \dot{q}^*(t))\,dt = \theta^* \cdot r$. Поэтому

$$\limsup_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln \mathbf{P}\biggl(\sup_{(\tau_n - T^*)^+ \leqslant t \leqslant \tau_n} \biggl| \frac{Q(nt)}{n} - q^*(t - (\tau_n - T^*)^+) \biggr| \geqslant \delta,\ \tau_n \leqslant T \biggr) < -\theta^* \cdot r.$$

Сопоставляя это неравенство с (4.4), получаем, что для всех достаточно больших T

$$\limsup_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln \mathbf{P}\biggl(\sup_{(\tau_n - T^*)^+ \leqslant t \leqslant \tau_n} \biggl| \frac{Q(nt)}{n} - q^*(t - (\tau_n - T^*)^+) \biggr| \geqslant \delta \mid \tau_n \leqslant T \biggr) < 0,$$

что влечет за собой (4.5).

2. В определении вектора ζ в доказательстве леммы 1 в Приложении слово "единичный" должно быть опущено.

3. Функция Лагранжа в доказательстве формулы (1.5) в Приложении должна иметь следующий вид:

$$\sum_{k=1}^{K} \sum_{\ell=1}^{K} \bigl(-\theta_\ell + \sigma_{k\ell} - \tau_k + \alpha_\ell\bigr) d_k \varrho_{k\ell} - \sum_{\ell=1}^{K} \alpha_\ell (y_\ell + d_\ell).$$

Минимум этой функции по переменным $\varrho_{k\ell}$ равен $\sum\limits_k d_k \min\limits_\ell \bigl(-\theta_\ell + \sigma_{k\ell} - \tau_k + \alpha_\ell\bigr) \wedge 0 - \sum\limits_k \alpha_k (y_k + d_k)$.

Автор приносит свои извинения за допущенные неточности.

Пухальский Анатолий Анатольевич
Институт проблем передачи информации
им. А.А. Харкевича РАН
puhalski@iitp.ru

Поступила в редакцию
20.06.2019
После доработки
20.06.2019
Принята к публикации
16.07.2019