
УДК 531.36

ДЕКОМПОЗИЦИОННЫЙ СИНТЕЗ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ В УСЛОВИЯХ НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ

© 2019 г. А. С. Антипов¹, Д. В. Краснов¹, А. В. Уткин^{1,*}

¹ *Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия*

**e-mail: utkin-av@rambler.ru*

Поступила в редакцию 28.01.2019 г.

После доработки 10.04.2019 г.

Принята к публикации 15.05.2019 г.

Рассматривается задача синтеза системы слежения для электромеханических объектов управления при измерении только обобщенных координат механической подсистемы и при действии на нее внешних и параметрических возмущений. В предположении о гладкости внешних воздействий и неопределенностей математическая модель объекта управления представлена в виде совместной блочной формы управляемости и наблюдаемости относительно ошибок слежения в координатном базисе смешанных переменных (функций переменных состояния, внешних воздействий и их производных). На основе совместной блочной формы в условиях параметрической неопределенности матрицы перед управляющими воздействиями разработана процедура декомпозиционного синтеза базового закона разрывного управления, обеспечивающего экспоненциальную сходимость обобщенных координат к заданным сигналам. Для получения оценок смешанных переменных, используемых в обратной связи, предложен метод синтеза наблюдателя состояния пониженного порядка с большими коэффициентами, в котором реализуется принцип полной декомпозиции. Представлены результаты численного моделирования разработанных алгоритмов для трехзвенного манипулятора, функционирующего в цилиндрическом рабочем пространстве в условиях неполной информации.

Ключевые слова: задача слежения, обобщенные координаты, внешние воздействия, декомпозиционный синтез, наблюдатель состояния

DOI: 10.1134/S0032823519040039

К системам механической природы относятся такие практически важные объекты автоматического управления как роботы-манипуляторы, летательные и плавательные аппараты, транспортные средства и многие другие. Общим для голономных механических систем, которые рассматриваются в данной работе, является математическая модель, составленная на основе уравнений Лагранжа второго рода [1]. Для механических объектов, функционирующих в условиях неопределенности, разработаны законы управления в форме обратной связи, обеспечивающие в замкнутой системе инвариантность по отношению к неизвестным параметрам и внешним неконтролируемым возмущениям в рамках различных подходов: с использованием ПИД-регуляторов, нейронных сетей, малых сил, с решением обратных задач динамики и др. (см, например, [2–7]).

Отдельно выделим используемые в данной работе методы синтеза систем с разрывными управлениями, функционирующих в скользящем режиме, в которых обеспечи-

ваются подавление параметрических и внешних согласованных возмущений, принадлежащих пространству управления. Однако законы разрывного управления приобретают эвристический характер при применении их в механических системах в качестве управляющих моментов [8, 9], а при их непосредственном использовании в механических системах с учетом динамики электрических исполнительных устройств не дают ожидаемого эффекта. В этом случае возмущения различной природы, действующие на механическую систему, уже не принадлежат пространству истинного управления, действующего на исполнительные устройства, и не могут быть непосредственно подавлены или скомпенсированы. Таким образом, при синтезе электромеханических систем управления возникает проблема обеспечения инвариантности по отношению к несогласованным внешним возмущениям и неопределенностям, которая требует специального рассмотрения.

Отметим еще один важный аспект: в упомянутых выше и во многих других работах, посвященных управлению механическими и электромеханическими объектами, предполагается априорное знание и использование в законах управления обобщенных координат, их скоростей, ускорений, переменных состояния исполнительных устройств, а также автономных генераторов задающих воздействий и внешних возмущений (см., например [10]). Системы с обратной связью по всему вектору состояния и внешним воздействиям обладают большими возможностями и способны обрабатывать различные технологические режимы, в отличие от систем со статической обратной связью только по выходным переменным (например, только по обобщенным координатам), которые не обеспечивают инвариантность и предназначены для решения узкого класса задач [11].

Однако установка полного комплекта датчиков и использование автономных динамических моделей приводит, во-первых, к увеличению стоимости и усложнению конструкции; во-вторых, к расширению динамической модели объекта управления, в частности при синтезе требуется учитывать малые динамики измерительных устройств и допускаемые ими погрешности измерений вплоть до фильтрации шумов; в-третьих, к снижению надежности, так как при выходе из строя датчиков или существенного изменения внешних воздействий, не учтенных в модели, система управления теряет работоспособность вплоть до возникновения аварийной ситуации.

Эффективное решение связано с введением в контур обратной связи динамического наблюдателя состояния. Это алгоритмы, реализуемые в вычислительной среде, которые позволяют при выполнении определенных условий получить текущие оценки неизмеряемых сигналов по измерениям части переменных вектора состояния [12–14]. Наша цель состоит в повышении надежности системы управления за счет ввода системы аналитического резервирования измерительных устройств, а также упрощении структуры регулятора за счет сокращения числа датчиков, что потребует разработки специальных подсистем наблюдения, дающих оценку не только неизмеряемых переменных состояния, но и внешних воздействий.

В данной работе для полноприводного электромеханического объекта управления в рамках задачи слежения представлено комплексное решение указанных проблем при измерениях только обобщенных координат механической подсистемы и их задающих воздействий, и при действии на механическую подсистему внешних и параметрических возмущений. Возмущения являются несогласованными и сужают наблюдаемое пространство вектора состояния. Для преодоления проблемы большой размерности используется блочный принцип управления [12, 15–21], что позволяет декомпозировать задачу синтеза на последовательно решаемые элементарные подзадачи. В предположении о гладкости неопределенных массо-инерционных характеристик и внешних воздействий разработана процедура преобразования математической модели электромеханической системы в совместную блочную форму (СБФ) управляемости и наблюдаемости относительно ошибок слежения. Координатный базис СБФ составля-

ют смешанные переменные — функции переменных состояния, внешних воздействий и их производных.

В отличие от блочных форм электромеханических объектов, полученных в [12, 17, 19], в данной СБФ возмущения становятся согласованными и могут быть подавлены с помощью разрывных управлений и организации скользящего режима в виртуальном пространстве смешанных переменных. Кроме того, система становится наблюдаемой относительно измерений ошибок слежения. В то же время, в силу структуры электромеханической системы матрица перед управляющими воздействиями в СБФ становится параметрически неопределенной. В условиях неопределенности входных каналов предлагается, во-первых, использовать метод иерархии управлений [8, 16, 19]. Во-вторых, для информационного обеспечения базового закона управления на основе укороченной СБФ разработан наблюдатель смешанных переменных с большими коэффициентами, в котором реализуется принцип полной декомпозиции. Предложен оригинальный метод косвенного оценивания (с помощью виртуальных корректирующих воздействий наблюдателя) смешанных переменных без использования их динамических моделей, что существенно упрощает структуру регулятора.

1. Описание объекта управления. Постановка задач. Рассматривается математическая модель полноприводного электромеханического объекта управления вида [12, 22]

$$\dot{q}_1 = q_2, \quad \dot{q}_2 = H^{-1}(q_1)[\tau - C(q_1, q_2)q_2 + f(t)] \quad (1.1)$$

$$\dot{\tau} = K(\omega - q_2), \quad \dot{\omega} = J^{-1}(\Psi i - \tau), \quad i = L^{-1}(u - Ri - \Psi\omega), \quad (1.2)$$

где уравнениями (1.1) описывается лагранжева механическая подсистема с неопределенными массо-инерционными характеристиками; уравнениями (1.2) — динамическая модель электрических исполнительных устройств (приводов постоянного тока) с эластичными сочленениями; $q_1 = \text{col}(q_{11}, \dots, q_{1n}) \in Q_1 \subset \mathfrak{R}^n$ — вектор обобщенных координат механической подсистемы (вектор выходных переменных); $q_2 = \text{col}(q_{21}, \dots, q_{2n}) \in Q_2 \subset \mathfrak{R}^n$ — вектор обобщенных скоростей; $H(q_1) \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ — положительно-определенная нелинейная матрица инерции, $H^{-1}(q_1) > 0 \forall q_1 \in Q_1$; $C(q_1, q_2) \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ — матрица центробежных и кориолисовых сил; $f(t) = \text{col}(f_1, \dots, f_n) \in \mathfrak{R}^n$ — часть обобщенных сил (в том числе гравитационных), трактуемых как неконтролируемые возмущения; $\tau(t) \in \mathfrak{R}^n$ — вектор обобщенных сил, развиваемых исполнительными устройствами; $\omega \in \mathfrak{R}^n$ — вектор угловых скоростей роторов электроприводов; $i \in \mathfrak{R}^n$ — вектор токов цепей якорей; K, J, L, R, Ψ — диагональные матрицы с положительными постоянными элементами (коэффициенты крутильной жесткости, приведенные моменты инерции на валу электроприводов (подсчитанные с учетом коэффициентов передачи), индуктивности и активные сопротивления контуров якорей, магнитный поток); $u \in \mathfrak{R}^n$ — вектор управляющих напряжений якорей.

Для выходных переменных $q_1(t)$ объекта управления (1.1)–(1.2) рассматривается задача слежения за заданными сигналами $g(t) = \text{col}(g_1, \dots, g_n) \in Q_1$ в следующих предположениях:

1) в системе (1.1)–(1.2) измеряются только обобщенные координаты $q_1(t)$, шумы в измерениях отсутствуют;

2) аналитический вид задающих воздействий не известен, имеются только их текущие значения $g(t)$, как следствие, нет полной информации о производных задающих воздействий, которые полагаются неизвестными, гладкими, ограниченными функциями времени;

3) внешние возмущения $f_i(t)$, $i = \overline{1, n}$ являются неизвестными гладкими ограниченными функциями времени с ограниченными производными;

4) для постоянных, положительных элементов диагональных матриц $J = \text{diag}(J_i)$, $L = \text{diag}(L_i)$, $\Psi = \text{diag}(\psi_i)$ известны только границы диапазонов, в которых находятся их значения:

$$0 < \bar{J}_i \leq J_i \leq \bar{\bar{J}}_i, \quad 0 < \bar{L}_i \leq L_i \leq \bar{\bar{L}}_i, \quad 0 < \bar{\psi}_i \leq \psi_i \leq \bar{\bar{\psi}}_i, \quad i = \overline{1, n} \quad (1.3)$$

5) неопределенность элементов матриц механической подсистемы $H = (H_{ij})$, $C = (C_{ij})$ обусловлена неизвестными массо-инерционными характеристиками, которые могут плавно меняться в процессе эксплуатации в известных диапазонах.

С учетом особенностей среды функционирования и в силу ограничений

$$Q_1 : |q_{1i}(t)| \leq \bar{q}_{1i}, \quad Q_2 : |q_{2i}(t)| \leq \bar{q}_{2i}, \quad |\dot{q}_{2i}(t)| \leq \bar{q}_{3i}, \quad t \geq 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad (1.4)$$

которые обусловлены конструкцией и запланированной мобильностью механизма в рабочем пространстве, границы диапазонов изменения неизвестных параметров системы (1.1)–(1.2), а также внешних воздействий считаются известными константами:

$$\begin{aligned} |g_i^{(l)}(t)| &\leq G_{il}, \quad l = \overline{0, 5}, \quad i = \overline{1, n} \\ \left| \frac{d^l}{dt^l} H_{ij}(t) \right| &\leq \bar{H}_{ijl}, \quad \left| \frac{d^l}{dt^l} C_{ij}(t) \right| \leq \bar{C}_{ijl}, \quad |f_i^{(l)}(t)| \leq F_{il}, \quad i, j = \overline{1, n}, \quad l = \overline{0, 3} \end{aligned} \quad (1.5)$$

Для стабилизации ошибок слежения $e_1(t) = q_1(t) - g(t) \in \mathfrak{K}^n$ ставится задача синтеза динамической обратной связи, а именно, синтеза базового закона разрывного управления $u = \text{col}(u_1, u_2, \dots, u_n) \in \mathfrak{K}^n$ и его реализации с помощью переменных динамического наблюдателя состояния.

В сделанных предположениях поставленная задача нетривиальна, поскольку наличие несогласованных внешних и параметрических возмущений, во-первых, не позволяет непосредственно использовать преимущества систем с разрывными управлениями, в которых при организации скользящего режима можно обеспечить инвариантность по отношению только к согласованным ограниченными возмущениям [8, 9, 15]. Во-вторых, при измерении только обобщенных координат теряется наблюдаемость, и в условиях параметрической неопределенности неизмеряемые переменные состояния не подлежат оцениванию даже при расширении пространства состояний за счет ввода экзогенных динамических моделей внешних воздействий [10, 12].

В следующем разделе для электромеханической системы (1.1)–(1.2) обоснован выбор нового координатного базиса, в котором составляющие модели объекта управления, трактуемые как неизвестные возмущения, становятся согласованными, и, кроме того, не сужают наблюдаемого пространства вектора состояния относительно измерений ошибок слежения.

2. Совместная блочная форма управляемости и наблюдаемости электромеханической системы. Синтез базового закона разрывного управления. Если на систему (1.1)–(1.2) внешние возмущения не действуют, то она является управляемой и наблюдаемой относительно выходных переменных q_1 в силу своей структуры [12, 15, 17]. Это позволяет выполнить диффеоморфную замену локальных переменных и представить систему (1.1)–(1.2) в эквивалентной блочной форме вход–выход, которая является совместной блочной формой управляемости и наблюдаемости относительно ошибок слежения и состоит из 5-и элементарных блоков размерности n . Согласно идеологии блочного принципа управления [12, 15–21], в каждом j -м ($j = 1, 2, 3, 4$) блоке переменные следующего, $(j + 1)$ -го блока тракуются как фиктивные управления и последовательно, сверху вниз выбираются в виде комбинированных управлений с линейными ло-

кальными связями, обеспечивающими стабилизацию невязок между реальными и выбранными фиктивными управлениями. Сформированные локальные связи обеспечиваются с помощью реального управления в последнем блоке. Предположение о дифференцируемости элементов матриц механической подсистемы и внешних воздействий позволяет использовать в данных преобразованиях внешние воздействия и их производные. В процессе дифференцирования ошибок слежения и диффеоморфных замен локальных переменных порождаются смешанные переменные нового координатного базиса, которые являются функциями от переменных состояния исходной системы, внешних воздействий и их производных, а именно:

$$\begin{aligned} e_1 &= q_1 - g, & e_2 &= q_2 + K_1 e_1 - \dot{g}, & e_3 &= H^{-1}(q_1)[\tau - w_2] + K_2 e_2 \\ e_4 &= H^{-1}(q_1)[K\omega - w_3] + K_3 e_3 \\ e_5 &= H^{-1}(q_1)[KJ^{-1}\Psi i - w_4] + K_4 e_4, \end{aligned} \quad (2.1)$$

где

$$\begin{aligned} K_j &= \text{diag}(k_{ji}), \quad j = \overline{1, 4}, \quad k_{4i} > k_{3i} > k_{2i} > k_{1i} > 0, \quad i = \overline{1, n} \\ w_2 &= Cq_2 - f(t) + H(K_1^2 e_1 + \ddot{g}) \\ w_3 &= Kq_2 + \dot{w}_2 - H(\dot{H}^{-1}(\tau - w_2) - K_2(K_2 - K_1)e_2) \\ w_4 &= KJ^{-1}\tau + \dot{w}_3 - H(\dot{H}^{-1}(K\omega - w_3) + K_3(K_3 - K_2)e_3) \end{aligned} \quad (2.2)$$

С учетом (2.1)–(2.2) имеем СБФ электромеханической системы (1.1)–(1.2) относительно ошибок слежения с линейными локальными связями вида

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= -\bar{K}_1 e_1 + e_2, & \dot{e}_2 &= -\bar{K}_2 e_2 + e_3 \\ \dot{e}_3 &= -\bar{K}_3 e_3 + e_4, & \dot{e}_4 &= -\bar{K}_4 e_4 + e_5 \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\dot{e}_5 = B(u + w_5), \quad (2.4)$$

где $\bar{K}_j = K_j - K_{j-1}$, $j = 4, 3, 2$, $\bar{K}_1 = K_1$, $\bar{K}_j = \text{diag}(\bar{k}_{ji})$, $\bar{k}_{ji} > 0$, а элементы смешанного вектора $w_5 = \text{col}(w_{51}, \dots, w_{5n})$,

$$\begin{aligned} w_5 &= -Ri - \Psi\omega - L\Psi^{-1}JK^{-1}(\dot{w}_4 - H(\dot{H}^{-1}(KJ^{-1}\Psi i - w_4) + \\ &+ K_4((K_4 - K_3)e_4 - e_5))) \end{aligned}$$

тракуются как ограниченные возмущения. Диапазоны их изменения

$$|w_{5i}(t)| \leq W_{5i} \quad \forall t \geq 0, \quad i = \overline{1, n}$$

определяются с учетом (1.3)–(1.5) при выбранных коэффициентах усиления (2.2). Матрица перед истинным управлением имеет вид

$$B_{n \times n} = H^{-1}(q)KJ^{-1}\Psi L^{-1} = (b_{ij}) \quad (2.5)$$

и содержит неопределенные параметры. Существенно, что в силу электромеханической природы объекта управления матрица B (2.5) является положительно определенной и все ее угловые миноры $\Delta_1 = b_{11}$, $\Delta_2 = b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21}$, ..., $\Delta_n = \det B$ строго положительные.

В отличие от системы (1.1)–(1.2) в СБФ (2.3)–(2.4) возмущения w_5 являются согласованными, т.е. принадлежат пространству истинного управления, и все неопределенности сосредоточены в последнем, пятом блоке. Как следствие, переменные состояния $e_j \in \mathfrak{X}^n$, $j = \overline{2, 5}$ системы (2.3)–(2.4) являются наблюдаемыми относительно измерений ошибок слежения e_1 , однако получить с помощью наблюдателя состояния

текущие оценки возмущений $w_5(t)$ для синтеза комбинированного управления и их компенсации не представляется возможным из-за неопределенной матрицы B (2.5) [12].

Таким образом, обеспечить инвариантность замкнутой системы по отношению к внешним возмущениям можно только путем их подавления с помощью разрывного управления в форме обратной связи:

$$u = -K_5 \text{sign } e_5, \quad \text{sign } e_5 = \text{col}(\text{sign } e_{51}, \dots, \text{sign } e_{5n}), \quad (2.6)$$

где $K_5 = \text{diag}(k_{5i})$, $k_{5i} > 0$, $i = \overline{1, n}$. В замкнутой системе подсистема (2.4) имеет вид $\dot{e}_5 = B(w_5 - K_5 \text{sign } e_5)$.

В частном случае, когда матрица $H^{-1}(q_1)$, и, следовательно, B (2.5) являются диагональными $B = \text{diag}(b_i)$, $0 < \underline{b}_i \leq b_i(q_1) \leq \overline{b}_i(q_1) \forall q_1 \in Q_1$, $i = \overline{1, n}$, неравенства для выбора амплитуд разрывных управлений k_{5i} , $i = \overline{1, n}$ получим из достаточных условий [8]

$$e_{5i} \dot{e}_{5i} < 0 \Rightarrow k_{5i} > W_{5i}, \quad i = \overline{1, n} \quad (2.7)$$

При их выполнении за конечное время

$$\frac{|e_{5i}(0)|}{\underline{b}_i(k_{5i} + W_{5i})} \leq t_i^* \leq \frac{|e_{5i}(0)|}{\overline{b}_i(k_{5i} - W_{5i})}, \quad i = \overline{1, n}$$

возникают скольльзящие режимы в виртуальном пространстве смешанных переменных на поверхностях $e_{5i} = 0$, $i = \overline{1, n}$. При $t > t_i^*$ поведение переменных замкнутой системы (2.3)–(2.4), (2.6) описывается логической цепочкой

$$e_{5i}(t) = 0 \Rightarrow e_{4i}(t) \rightarrow 0 \Rightarrow e_{3i}(t) \rightarrow 0 \Rightarrow e_{2i}(t) \rightarrow 0 \Rightarrow e_{1i}(t) \rightarrow 0 \Rightarrow q_{li}(t) \rightarrow g_i(t) \quad (2.8)$$

$$i = \overline{1, n},$$

экспоненциальная стабилизация ошибок слежения обеспечивается.

Заметим, что в этом частном случае моменты времени возникновения скольльзящих режимов t_i^* на поверхностях $e_{5i} = 0$ не зависят друг от друга и определяются начальными условиями $e_{5i}(0)$ и выбором амплитуд разрывных управлений k_{5i} , $i = \overline{1, n}$.

В общем случае, когда матрица B (2.5) содержит неопределенные параметры, не является диагональной и не имеет преобладающей диагонали, для выбора амплитуд разрывных управлений, обеспечивающих (2.8), следует использовать метод иерархии управлений [8, 16, 19], основанный на иерархии сходимости компонент вектора e_5 в нуль, которая, например, совпадает с их порядковыми номерами:

$$e_{51}(t) = 0 \quad \forall t > t_1^* > 0, \quad e_{5i}(t) = 0 \quad \forall t > t_i^* > t_{i-1}^*, \quad i = \overline{2, n} \quad (2.9)$$

Идея заключается в том, что для уравнений замкнутой подсистемы (2.4), (2.6) следовательно, сверху вниз составляются неравенства для выбора k_{5i} , $i = \overline{1, n}$, при которых за конечное время последовательно возникают скольльзящие режимы на поверхностях (2.9). После анализа каждого i -го уравнения согласно методу эквивалентного управления [8] из уравнения статики $\dot{e}_{5i}(t) = 0 \forall t > t_i^*$ нужно выразить эквивалентное управление u_{ieq} и подставить в нижние уравнения с номерами $i + 1$, $i + 2, \dots, n$. Таким образом, управления u_i , $i = \overline{1, n - 1}$ последовательно исключаются из подсистемы (2.4), а матрица B будет приведена аналитически к верхнетреугольному виду B^* в режиме off-line.

Для реализации данного алгоритма нужно в символьном виде выполнить умножение матрицы B на преобразующую матрицу $S_{n \times n}$, $\det S \neq 0$:

$$SB = B_{n \times n}^* = (b_{ij}^*), \quad b_{ij}^* = 0 \quad \forall i > j,$$

где S является нижнетреугольной с единицами на главной диагонали. Получить ее можно или в результате итерационной процедуры метода Гаусса [16, 19], или непосредственно путем решения соответствующей системы линейных уравнений. Заметим, что первая строка верхнетреугольной матрицы B^* совпадает с первой строкой матрицы B (2.5), а ее диагональные элементы имеют вид

$$b_{11}^* = b_{11} > 0, \quad b_{ii}^* = \Delta_i / \Delta_{i-1} > 0, \quad i = \overline{2, n}$$

В силу (1.3)–(1.5) определяются нижние оценки диагональных и верхние оценки остальных ненулевых элементов матрицы $B^* \forall q_1 \in Q_1, \forall t \geq 0$:

$$\bar{b}_{ii}^* \leq |b_{ii}^*(q_1, t)|, \quad i = \overline{1, n}, \quad |b_{ij}^*(q_1, t)| \leq \bar{b}_{ij}^*, \quad 2 \leq i < j \quad (2.10)$$

С учетом (2.9) уравнения $S\dot{e}_5 = SB(w_5 - K_5 \text{sign } e_5)$ можно представить в виде

$$\dot{e}_{5i} = \sum_{l=i}^n b_{il}^*(w_{5l} + u_l), \quad u_l = -k_{5l} \text{sign } e_{5l}, \quad i = \overline{1, n} \quad (2.11)$$

На основе анализа системы (2.11) и достаточных условий (2.7) имеем:

$$\begin{aligned} e_{5i} \dot{e}_{5i} &= e_{5i} \left(b_{ii}^*(w_{5i} - k_{5i} \text{sign } e_{5i}) + \sum_{l=i+1}^n b_{il}^*(w_{5l} + u_l) \right) \leq \\ &\leq |e_{5i}| \left(\bar{b}_{ii}^*(W_{5i} - k_{5i}) + \sum_{l=i+1}^n \bar{b}_{il}^*(W_{5l} + k_{5l}) \right) < 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow k_{5i} > W_{5i} + \left(\sum_{l=i+1}^n \bar{b}_{il}^*(W_{5l} + k_{5l}) \right) / \bar{b}_{ii}^*, \quad (2.12) \\ &i = \overline{1, n-1}; \end{aligned}$$

$$e_{5n} \dot{e}_{5n} \leq |e_{5n}| \bar{b}_{nn}^*(W_{5n} - k_{5n}) < 0 \Rightarrow k_{5n} > W_{5n}$$

После выбора численного значения k_{5n} обратным ходом, снизу вверх на основе неравенств (2.12) последовательно выбираются численные значения k_{5i} , $i = \overline{n-1, 1}$. Таким образом, с помощью итерационной процедуры матрица перед управляющими воздействиями наделяется преобладающей диагональю, что обеспечивает иерархию (2.9) и устойчивость следящей системы (2.8). На проектной стадии неравенства (2.12) являются основой для выбора исполнительных устройств (ИУ), способных обеспечивать различные режимы работы системы в заданных ограничениях. На стадии эксплуатации при наличии комплектных ИУ с постоянными амплитудами неравенства (2.12) служат для анализа допустимых диапазонов изменения внешних воздействий и неопределенностей, при которых система не теряет работоспособность.

Заметим, что соотношения (2.8) справедливы, если в замкнутой системе возникнет идеальный скользящий режим и текущие значения смешанных переменных $e_{5i}(t)$, $i = \overline{1, n}$ точно известны $\forall t \geq 0$. В следующем разделе решается задача информационного обеспечения базового закона разрывного управления (2.6), а именно, для получения оценок смешанных переменных $\tilde{e}_{5i}(t) \approx e_{5i}(t)$, $i = \overline{1, n}$ вводится динамический наблюдатель состояния. Сразу заметим, что из-за наличия внешних возмущений и не-

определенностей задача наблюдения может быть решена только с заданной точностью [12], а именно:

$$|\tilde{e}_{5i}(t) - e_{5i}(t)| \leq \delta_i \quad \forall t > T > 0, \quad i = \overline{1, n}$$

В системе с наблюдателем состояния и реализацией закона управления (2.6) в виде $u = -K_5 \text{sign } \tilde{e}_5$ в начальный период времени $t \in [0; T]$, $T < t_1^*$ в общем случае $\text{sign } \tilde{e}_{5i}(t) \neq \text{sign } e_{5i}(t)$ и переходные процессы переменных $e_{5i}(t)$, $i = \overline{1, n}$ не являются апериодическим. Области изменения смешанных переменных и их производных можно оценить следующим образом:

$$\begin{aligned} |\dot{e}_{5i}(t)| &\leq \sum_{l=1}^n \bar{b}_{il} (W_{5l} + k_{5l}) = \bar{F}_{5i}, \quad i = \overline{1, n} \\ |e_{51}(t)| &\leq |e_{51}(T)| = |e_{51}(0)| + T\bar{F}_{51} = F_{51} \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$|e_{5i}(t)| \leq |e_{5i}(t_{i-1}^*)| = |e_{5i}(0)| + t_{i-1}^* \bar{F}_{5i} = F_{5i} \quad \forall t > 0, \quad i = \overline{2, n},$$

где области начальных условий смешанных переменных определяются в силу (2.1) с учетом ограничений на переменные исходной системы (1.3)–(1.5) при выбранных коэффициентах усиления (2.2).

При выполнении достаточных условий (2.12) в замкнутой системе слежения (2.3)–(2.4), (2.6) с наблюдателем состояния возникнет реальный скользящий режим в пограничном слое поверхностей переключения. Как следствие, ошибки слежения также сходятся в некоторые окрестности нуля и вместо асимптотической последовательности (2.8) с точностью до затухающих собственных движений имеем:

$$\begin{aligned} |e_{5i}(t)| \leq \delta_i \quad \forall t > t_i^* &\Rightarrow |e_{4i}(t)| \leq \frac{\delta_i}{k_{4i}} \Rightarrow |e_{3i}(t)| \leq \frac{\delta_i}{k_{4i}k_{3i}} \Rightarrow \\ \Rightarrow |e_{2i}(t)| \leq \frac{\delta_i}{k_{4i}k_{3i}k_{2i}} &\Rightarrow |e_{1i}(t)| \leq \frac{\delta_i}{k_{4i}k_{3i}k_{2i}k_{1i}} = \bar{\delta}_i \Leftrightarrow |q_{1i}(t) - g_i(t)| \leq \bar{\delta}_i \end{aligned} \quad (2.14)$$

$i = \overline{1, n}$

Данные неравенства следует учитывать при выборе коэффициентов усиления (2.2) и назначении желаемой точности $\delta > 0$ и времени сходимости $T > 0$ при решении задачи наблюдения.

3. Декомпозиционный синтез наблюдателя смешанных переменных пониженного порядка. В отличие от исходной системы (1.1)–(1.2), которая из-за наличия несогласованных возмущений ненаблюдаема относительно измерений q_1 , в преобразованной системе (2.3)–(2.4) все неопределенности сосредоточены в последнем блоке и не сужают наблюдаемого пространства смешанных переменных относительно измерений ошибок слежения $e_i(t)$. Поэтому наблюдатель состояния для оценивания $e_5(t)$ целесообразно строить как реплику СБФ (2.3)–(2.4). При таком подходе задачи управления и наблюдения решаются относительно одних и тех же смешанных переменных, что не требует выполнения обратных замен переменных в реальном времени, а структура регулятора существенно упрощается. Для реализации данного подхода достаточно измерений только ошибок слежения.

Построение наблюдателя полной размерности $5n$ в данном случае затруднительно. Из-за параметрически неопределенной матрицы B (2.5) вся правая часть уравнения (2.4) в задаче наблюдения трактуется как внешние возмущения с разрывной, высокочастотной составляющей (2.6). Это не позволяет использовать стандартные методы построения наблюдателей состояния с большими коэффициентами [13, 14], которые используются для оценивания неизмеряемых переменных вектора состояния при действии внешних возмущений в предположении, что внешние возмущения являются не только всюду ограниченными, но и достаточно гладкими. Поэтому в рассматриваем-

мом случае для оценивания $e_5(t)$ целесообразно использовать наблюдатели пониженного порядка $4n$ на основе укороченной СБФ (2.3), которую представим в виде

$$\dot{\bar{e}} = A\bar{e} + De_5, \quad \bar{e} = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} -\bar{K}_1 & I & O & O \\ O & -\bar{K}_2 & I & O \\ O & O & -\bar{K}_3 & I \\ O & O & O & -\bar{K}_4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} O \\ O \\ O \\ I \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

где переменные $e_5 \in \mathcal{X}^n$ трактуются как внешние ограниченные возмущения с ограниченными производными (2.13), здесь и далее O, I — нулевая и единичная матрицы соответственно размерности $n \times n$.

При синтезе наблюдателей, построенных как реплика системы (3.1), можно реализовать метод разделения движений в пространстве ошибок наблюдения не только с помощью глубоких линейных обратных связей, но и с помощью ограниченных корректирующих воздействий: разрывных [12, 16–18, 23] или их непрерывных аналогов в виде кусочно-линейных [20, 21] и S -образных нелинейных сигма-функций [24]. В отличие от стандартных методов [10, 13, 14], в рамках указанных подходов можно получить с помощью корректирующих воздействий наблюдателя оценки внешних возмущений с заданной точностью без использования в наблюдателе их динамических моделей (2.4).

Ниже представлен оригинальный метод синтеза наблюдателя пониженного порядка без корректирующих воздействий с простой настройкой параметров, в котором реализуется принцип полной декомпозиции. Основу разработанного подхода составляет принцип построения наблюдателя Луенбергера пониженного порядка [25, 26], который был распространен на линейные и нелинейные системы при действии внешних возмущений [12, 17]. В указанных работах такой наблюдатель служит для оценивания только переменных состояния. Мы предлагаем новый алгоритм, в котором, в отличие от наблюдателя Луенбергера (где отбрасывается подсистема, описывающая динамику измеряемых переменных), отбрасывается подсистема, описывающая динамику смешанных переменных, подлежащих оцениванию (2.4), а требуемые оценки обеспечивают виртуальные корректирующие воздействия наблюдателя — линейные комбинации ошибок наблюдения измеряемых переменных.

Предварительно отметим, что собственные движения переменных e_i , $i = \overline{1,4}$ в системе (3.1) устойчивые, элементы диагональной матрицы A выбираются независимо и определяют желаемые темпы сходимости ошибок слежения. В системе наблюдения, где переменная $e_5(t)$ трактуется как внешнее возмущение, для обеспечения сходимости ошибок наблюдения и их производных требуется использовать большие коэффициенты усиления. С целью ввода на главную диагональ матрицы системы (3.1) корректирующих матриц с большими коэффициентами выполним невырожденную замену переменных:

$$P\bar{e} = s, \quad \det P_{4n \times 4n} \neq 0, \quad s = \text{col}(s_1, s_2, s_3, s_4), \quad \dim e_i = s_i = n,$$

где матрица перехода P имеет нижнетреугольную блочную структуру с квадратными диагональными матрицами размерности $n \times n$:

$$P = \begin{pmatrix} I & O & O & O \\ -L_2 & I & O & O \\ P_{31} & -L_3 & I & O \\ P_{41} & P_{42} & -L_4 & I \end{pmatrix}, \quad L_j = \text{diag}(l_{ji}), \quad l_{2i} > l_{3i} > l_{4i} > 0, \quad i = \overline{1, n} \quad (3.2)$$

$$P_{42} = (L_4 + \bar{K}_4 - \bar{K}_3)L_4$$

$$P_{41} = P_{42}(\bar{K}_2 - L_3 - L_4 - \bar{K}_4) + L_3L_4(L_4 + \bar{K}_4 - \bar{K}_3)$$

$$P_{31} = P_{42} + L_3(L_3 - L_4 + \bar{K}_3 - \bar{K}_2)$$

Элементы корректирующих матриц L_j , $j = \overline{2,4}$ определим позже на стадии синтеза наблюдателя. Выбор матриц P_{31} , P_{41} , P_{42} в указанном виде (3.2) обеспечит после выполнения преобразования подобия $PAP^{-1} = \bar{A}$, $PD = D$ в матрице \bar{A} нулевые матрицы в позициях (3; 2), (4; 2), (4; 3), а именно:

$$\dot{s} = \bar{A}s + De_5$$

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} -(\bar{K}_1 - L_2) & I & O & O \\ S_{21} & -(L_2 + \bar{K}_2 - L_3) & I & O \\ S_{31} & O & -(L_3 + \bar{K}_3 - L_4) & I \\ S_{41} & O & O & -(L_4 + \bar{K}_4) \end{pmatrix}, \quad (3.3)$$

где

$$\begin{aligned} S_{21} &= -L_2(L_2 - L_3 + \bar{K}_2 - \bar{K}_1) - P_{31}, \\ S_{31} &= -L_2L_3(L_3 + \bar{K}_3 - L_4 - \bar{K}_2) + (L_3 + \bar{K}_3 - L_4 + L_2 - \bar{K}_1)P_{31} - L_2P_{42} - P_{41}, \\ S_{41} &= -L_2L_3L_4(L_4 + \bar{K}_4 - \bar{K}_3) + (L_4 + \bar{K}_4 + L_2 - \bar{K}_1)P_{41} + \\ &+ (L_4 + \bar{K}_4 + L_3 - \bar{K}_2)L_2P_{42} + (L_4 + \bar{K}_4 - \bar{K}_3)L_4P_{31} - P_{42}P_{31} \end{aligned}$$

На основе системы (3.3) построим наблюдатель размерности $4n$ без корректирующих воздействий, но с компенсацией измеряемой переменной $s_1 = e_1$ в виде:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= -(K_1 - L_2)z_1 + z_2 + L_1(s_1 - z_1) \\ \dot{z}_j &= S_{j1}e_1 - (L_j + \bar{K}_j - L_{j+1})z_j + z_{j+1}, \quad j = 2, 3 \\ \dot{z}_4 &= S_{41}e_1 - (L_4 + \bar{K}_4)z_4, \end{aligned} \quad (3.4)$$

где $z_j \in \mathfrak{X}^n$ ($j = \overline{1,4}$) – вектор состояния наблюдателя, $L_1 = \text{diag}(l_i)$, $l_i > 0$, $i = \overline{1,n}$. Относительно ошибок наблюдения $\varepsilon_j = s_j - z_j \in \mathfrak{X}^n$ получим систему с верхнетреугольной блочной матрицей

$$\dot{\varepsilon}_j = -(L_j + \bar{K}_j - L_{j+1})\varepsilon_j + \varepsilon_{j+1}, \quad j = \overline{1,3}, \quad \dot{\varepsilon}_4 = -(L_4 + \bar{K}_4)\varepsilon_4 + e_5 \quad (3.5)$$

Задача синтеза наблюдателя (3.4), а именно, выбор матриц L_j , $j = \overline{1,4}$, сводится к задаче стабилизации с заданной точностью системы (3.5) и разделяется на последовательно решаемые элементарные подзадачи. В системе (3.5) на главной диагонали находятся собственные значения матрицы коэффициентов системы, поэтому, очевидно, что при выполнении (2.13) и необходимых условий $l_{ji} + \bar{k}_{ji} > l_{j+1,i}$, $j = \overline{1,3}$, $i = \overline{1,n}$ $\exists t_1 > 0 : \forall t \geq t_1$ для переменных системы (3.5) с точностью до затухающих собственных движений справедливы следующие оценки:

$$\begin{aligned} |\varepsilon_{4i}(t)| &\leq \frac{F_{5i}}{l_{4i} + \bar{k}_{4i}} \leq \Delta_{4i} \quad \forall t > t_4 > 0, \quad i = \overline{1,n} \\ |\varepsilon_{ji}(t)| &\leq \frac{\Delta_{j+1,i}}{l_{ji} + \bar{k}_{ji} - l_{j+1,i}} \leq \frac{F_{5i}}{\prod_{p=j}^3 (l_{pi} + \bar{k}_{pi} - l_{p+1,i})(l_{4i} + \bar{k}_{4i})} \leq \Delta_{ji} \\ &\forall t > t_j > t_{j+1}, \quad j = 3, 2, 1 \end{aligned} \quad (3.6)$$

Последовательный выбор параметров l_{ji} , $j = \overline{4,1}$, $i = \overline{1,n}$ на основе неравенств (3.6) обеспечивает стабилизацию системы (3.5) и, как следствие, решение задачи наблюдения неизмеряемых переменных $s_{ji}(t)$, $j = 4,3,2$, $i = \overline{1,n}$ с заданной точностью:

$$|\varepsilon_{ji}(t)| = |s_{ji}(t) - z_{ji}(t)| \leq \Delta_{ji}, \quad j = \overline{4,1}, \quad i = \overline{1,n},$$

которую назначают с учетом $\bar{e} = P^{-1}s$ в случае, когда для синтеза обратной связи требуется получить оценки $\bar{e}(t)$.

Наша цель состоит в получении оценок “внешних возмущений” $e_5(t)$. С этой целью последовательно, снизу вверх, исключим из системы уравнений (3.5) переменные ε_2 , ε_3 , ε_4 и установим связь между “внешним возмущением” $e_5(t)$, измеряемой ошибкой наблюдения $\varepsilon_1(t) = e_1(t) - z_1(t)$ и производными переменных системы (3.5):

$$\begin{aligned} e_5 &= (L_1 + \bar{K}_1 - L_2)(L_2 + \bar{K}_2 - L_3)(L_3 + \bar{K}_3 - L_4)(L_4 + \bar{K}_4)\varepsilon_1 + \Phi \\ \Phi &= (L_2 + \bar{K}_2 - L_3)(L_3 + \bar{K}_3 - L_4)(L_4 + \bar{K}_4)\dot{\varepsilon}_1 + \\ &+ (L_3 + \bar{K}_3 - L_4)(L_4 + \bar{K}_4)\dot{\varepsilon}_2 + (L_4 + \bar{K}_4)\dot{\varepsilon}_3 + \dot{\varepsilon}_4, \\ \Phi &= \text{col}(\varphi_1, \varphi_1, \dots, \varphi_n) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Таким образом, переменные

$$v_i(t) = (l_{1i} + \bar{k}_{1i} - l_{2i})(l_{2i} + \bar{k}_{2i} - l_{3i})(l_{3i} + \bar{k}_{3i} - l_{4i})(l_{4i} + \bar{k}_{4i})\varepsilon_{1i}(t), \quad i = \overline{1,n},$$

которые можно трактовать как виртуальные корректирующие воздействия наблюдателя (3.4), служат оценкой “внешнего возмущения” $\forall t > t_1$ в следующем смысле:

$$|e_{5i}(t) - v_i(t)| \leq |\varphi_i| \leq \delta_i, \quad i = \overline{1,n} \quad (3.8)$$

Для определения точности оценивания (3.8) составим вспомогательную систему для производных ошибок наблюдения:

$$\ddot{\varepsilon}_j = -(L_j + \bar{K}_j - L_{j+1})\dot{\varepsilon}_j + \dot{\varepsilon}_{j+1}, \quad j = \overline{1,3}, \quad \ddot{\varepsilon}_4 = -(L_4 + \bar{K}_4)\dot{\varepsilon}_4 + \dot{\varepsilon}_5,$$

для которых аналогично (3.6) имеем:

$$\begin{aligned} |\dot{\varepsilon}_{4i}(t)| &\leq \frac{\bar{F}_{5i}}{l_{4i} + \bar{k}_{4i}} \\ |\dot{\varepsilon}_{ji}(t)| &\leq \frac{\bar{F}_{5i}}{\prod_{p=j}^3 (l_{pi} + \bar{k}_{pi} - l_{p+1,i}) \cdot (l_{4i} + \bar{k}_{4i})} \quad \forall t > t_1, \quad j = 3,2,1, \quad i = \overline{1,n} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Из (3.7), (3.9) следует неравенство для ошибок оценивания переменных e_{5i} :

$$\delta_i \leq \bar{F}_i \left(\sum_{j=1}^3 \frac{1}{l_{ji} + \bar{k}_{ji} - l_{j+1,i}} + \frac{1}{l_{4i} + \bar{k}_{4i}} \right), \quad i = \overline{1,n} \quad (3.10)$$

Неравенство (3.10) служит для выбора параметров корректирующих матриц, при которых обеспечивается желаемая точность оценивания смешанной переменной $e_5(t)$. Пусть, например, $\alpha_i = \delta_i/(4\bar{F}_i)$, тогда

$$l_{4i} > \frac{1}{\alpha_i} - \bar{k}_{4i}, \quad l_{ji} > l_{j+1,i} + \frac{1}{\alpha_i} - \bar{k}_{ji}, \quad j = 3, 2, 1, \quad i = \overline{1, n}$$

Наблюдатель (3.4) имеет меньший порядок, чем стандартные наблюдатели с большими коэффициентами [13, 14], более удобную настройку и позволяет получить оценки смешанных переменных без использования в наблюдателе их динамических моделей (2.4).

Заметим, что процесс получения модели специального вида (3.3) для построения наблюдателя (3.4) основан на выполнении алгебраических равенств (3.2) и требует полной определенности параметров преобразуемой системы. В данном случае основой для построений является искусственная модель (3.1) с известными коэффициентами регулятора. Такой подход расширяет класс наблюдаемых систем за счет параметрически неопределенных систем, приводимых к СБФ (2.3)–(2.4).

Как известно, наблюдатели с большими коэффициентами приводят к существенным всплескам вначале переходного процесса, поэтому их не рекомендуется использовать в системах с линейными регуляторами [13, 14]. В данном случае таких препятствий нет, так как используется всюду ограниченное управление. Базовый закон разрывного управления (2.6) в замкнутой системе (1.1)–(1.2) с наблюдателем (3.4) реализуется в виде

$$u(t) = -K_5 \operatorname{sign} v(t) \quad (3.11)$$

и обеспечивает заданную точность стабилизации ошибок слежения (2.14).

4. Результаты моделирования. Численное моделирование разработанных алгоритмов проводилось для математической модели трехзвенного манипулятора типа UMS-2, предназначенного для переноса объектов в цилиндрическом пространстве. Обобщенные координаты этого манипулятора $q_1 = \operatorname{col}(q_{11}, q_{12}, q_{13})$ совершают вращательные, вертикальные линейные и горизонтальные линейные движения соответственно. Матрицы механической подсистемы (1.1) имеют вид [22]:

$$H_{3 \times 3} = \operatorname{diag}(H_i) > 0, \quad H_1 = (m'_3 + m_3)q_{13}^2 + m'_3 l q_{13} + m'_3 \frac{l^2}{3} + I_1 + I_2$$

$$H_2 = m_2 + m'_3 + m_3, \quad H_3 = m'_3 + m_3$$

$$Cq_2 = \operatorname{col}(C_1, C_2, C_3), \quad C_1 = 2 \left[(m'_3 + m_3)q_{13} - m'_3 \frac{l}{2} \right] q_{23} q_{21}$$

$$C_2 = 0, \quad C_3 = \left[m'_3 \frac{l}{2} - (m'_3 + m_3)q_{13} \right] q_{21}^2,$$

где $I_1 = 0.03$ кг м² – приведенный момент инерции частей манипулятора, участвующих во вращательном движении; $m_2 = 6.5$ кг – приведенная масса частей, участвующих в поступательном вертикальном движении; $I_2 = 0.06$ кг м² – момент инерции этих частей, приведенный к вертикальной оси; $m'_3 = 5.5$ кг – масса руки, которая представлена однородным стержнем длиной $l = 0.9$ м; $m_3(t) = (1-3)$ кг – точечная масса схвата с грузом. Конструктивные ограничения:

$$Q_1 : \quad 0 \leq q_{11}(t) \leq 2\pi \text{ рад}, \quad 0.3 \leq q_{12}(t) \leq 1.9, \quad 0.1 \leq q_{13}(t) \leq 0.8 \text{ м}$$

$$Q_2 : \quad |q_{21}(t)| \leq 1 \text{ рад/с}; \quad |q_{22}(t)| \leq 1, \quad |q_{23}(t)| \leq 1 \text{ м/с}$$

Требовалось обеспечить движение конечной точки манипулятора в рабочем пространстве по заданной траектории, пересчитанной в программные движения обобщенных координат

$$g_1 = 0.2 \cos(0.4t), \quad g_2 = 0.5 \sin(0.4t) + 1, \quad g_3 = 0.2 \cos(0.4t) + 0.5,$$

с помощью разрывного управления (2.6), реализованного в виде (3.11) с помощью наблюдателя (3.4).

Моделирование проводилось в среде MATLAB–Simulink, для интегрирования использовался метод Эйлера с постоянным шагом 5×10^{-5} . При моделировании возмущений были приняты следующие функции:

$$m_3(t) = \cos(0.5t) + 2; \quad f(t) = \text{col}(f_1, f_2, f_3), \quad f_1(t) = 0$$

$$f_2(t) = (m_2 + m_3' + m_3)g + 0.01 \sin 4t; \quad f_3(t) = 0.01 \cos(2t),$$

где $g = 9.8 \text{ м/с}^2$ – ускорение силы тяжести. Ниже приведены параметры электрической подсистемы (1.2), коэффициентов усиления локальных (2.1) и истинных (2.6) регуляторов, а также наблюдателя (3.4) соответственно:

$$K = \text{diag}(5; 10; 32), \quad J = \text{diag}(7.9; 7.9; 7.9), \quad L = \text{diag}(0.17; 0.17; 0.17)$$

$$R = \text{diag}(2.52; 2.52; 2.52), \quad \Psi = \text{diag}(5; 5; 5)$$

$$K_1 = \text{diag}(2; 1; 8), \quad K_2 = \text{diag}(5; 5; 10), \quad K_3 = \text{diag}(8; 12; 12)$$

$$K_4 = \text{diag}(10; 15; 15), \quad K_5 = \text{diag}(42; 180; 24)$$

$$L_1 = \text{diag}(800; 800; 800), \quad L_2 = \text{diag}(600; 600; 600)$$

$$L_3 = \text{diag}(400; 400; 400), \quad L_4 = \text{diag}(200; 200; 200)$$

На рис. 1 показаны графики ошибок слежения по всем обобщенным координатам $e_1 = \text{col}(e_{11}, e_{12}, e_{13})$, $e_{1i}(t) = q_{1i}(t) - g_i(t)$ при использовании статической обратной связи (2.6) в предположении, что все внутренние и внешние сигналы доступны для измерения. На рис. 2 показаны графики ошибок слежения при использовании динамической обратной связи (3.11) с наблюдателем (3.4); на рис. 3 показаны соответствующий график движения конечной точки манипулятора (пунктирная линия) и заданная пространственная траектория.

Результаты моделирования подтверждают эффективность разработанного подхода. Как видно из графиков, цель управления достигается. В таблице 1 приведены времена переходных процессов $t_{ni} : |e_{1i}(t)| \leq 2 \times 10^{-3} \quad \forall t > t_{ni}$ и точности стабилизации $e_{yi} = \max_{t \geq 10} |e_{1i}(t)|$ для ошибок слежения $e_{1i}(t)$, $i = \overline{1, 3}$ в системах с базовым законом управления (2.6) и динамической обратной связью (3.11) с наблюдателем состояния (3.4).

По сравнению с базовым законом в системе с наблюдателем переходные процессы протекают примерно в 2 раза дольше, и точность стабилизации ошибок слежения оказывается хуже примерно на 2 порядка. Требование к точности позиционирования конечной точки манипулятора зависит от выполняемых работ и, как правило, находится в пределах от 0.005 до 2 мм [22]. Рассчитанная на основе данных табл. 1 максимальная оценка линейной кинематической погрешности в установившемся

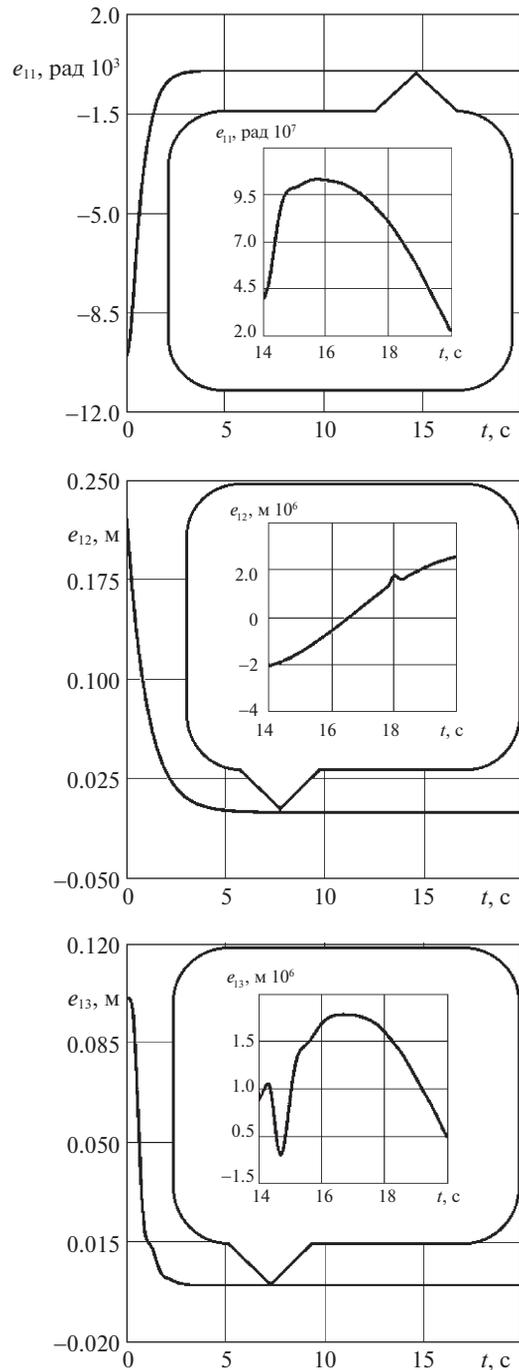


Рис. 1.

режиме составляет 0.0086 мм и 1.038 мм для системы без наблюдателя и с наблюдателем соответственно. Таким образом, разработанные алгоритмы управления можно

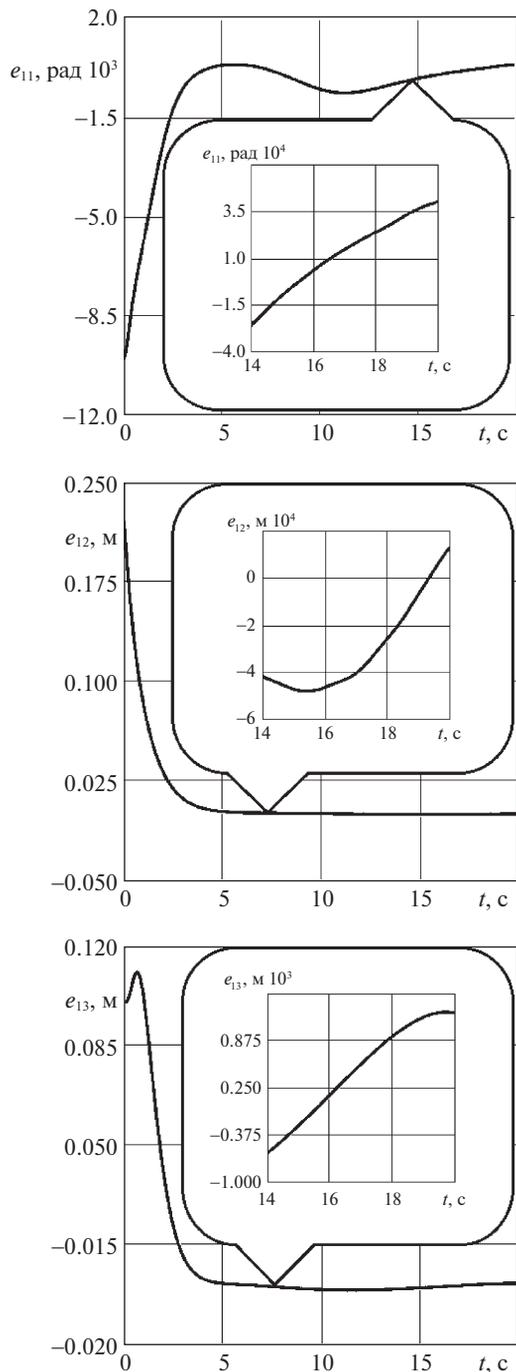


Рис. 2.

рекомендовать для использования, если требование к погрешности позиционирования в конкретном технологическом процессе составляет не более 1.1 мм.

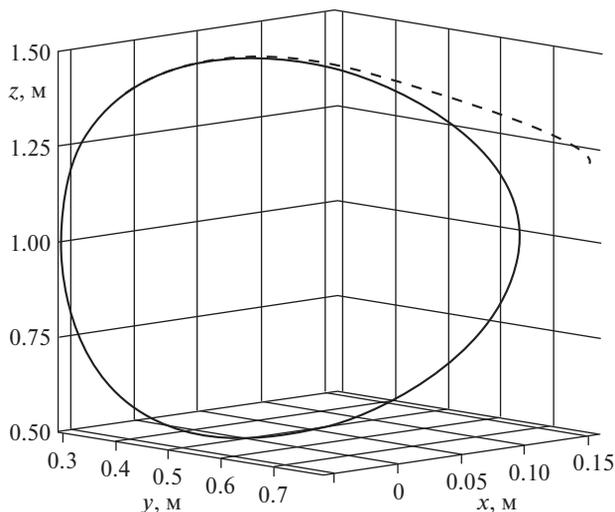


Рис. 3.

Заключение. Использование в комплексе в замкнутой системе разрывного управления и наблюдателя смешанных переменных не требует полного комплекта измерительных устройств, составления динамических моделей внешних воздействий и перенастройки параметров регулятора при существенном изменении возмущающих и задающих воздействий. Разработан оригинальный декомпозиционный метод синтеза наблюдателя пониженного порядка без корректирующих воздействий. Инвариантность по отношению к внешним возмущениям и полная декомпозиция задачи синтеза наблюдателя обеспечивается с помощью линейных локальных связей с большими коэффициентами. Показано, что сигналы, пропорциональные невязкам по измеряемым ошибкам слежения, дают оценку с заданной точностью смешанных переменных, по которым формируется обратная связь. Таким образом, задачи управления и наблюдения решаются в терминах смешанных переменных СБФ, что существенно упрощает структуру регулятора. Точность позиционирования в системе с неполной информацией хуже, но при этом в полной мере удовлетворяет эксплуатационным требованиям.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 18-01-00846А).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Черноусько Ф.Л., Ананьевский И.М., Решмин С.А. Методы управления нелинейными механическими системами. М.: Физматлит, 2006. 328 с.
2. Kelly R. A tuning procedure of PID control for robot manipulators // *Robotica*. 1995. V. 13. № 2. P. 141–148.
3. Гусев С.В., Парамонов Л.В., Пчелкин С.С., Робертссон А., Фрейдович Л.Б., Ширяев А.С. О модификации PD+ регулятора для орбитальной стабилизации движений полноприводной механической системы // *ПММ*. 2015. Т. 79. Вып. 6. С. 778–792.

4. Zuo Y., Wang Y., Liu X. et al. Neural network robust tracking control strategy for robot manipulators // Appl. Math. Modelling. 2010. V. 34. № 7. P. 1823–1838.
5. Ананьевский И.М. Управление механическими системами с неопределенными параметрами посредством малых сил // ПММ. 2010. Т. 74. Вып. 1. С. 133–150.
6. Ананьевский И.М., Ишханян Т.А. Управление двухкаскадной электромеханической системой, подверженной возмущениям // ПММ. 2016. Т. 80. Вып. 5. С. 515–524.
7. Su Y., Zheng C. Global finite-time inverse tracking control of robot manipulators // Robotics and Computer-Integrated Manufacturing. 2011. V. 27. № 3. P. 550–557.
8. Utkin V.I., Guldner J., Shi J. Sliding Mode Control in Electromechanical Systems. N.Y.: CRC Press, 2009. 485 p.
9. Keshkar S., Pozdnyak A.S., Hernandez E., Oropeza F. Adaptive sliding-mode controller on the super-twist state observer for control of the Stewart platform // Autom. Remote Control. 2017. V. 78. № 7. P. 1218–1233.
10. Gerasimov D.N., Paramonov A.V., Nikiforov V.O. Algorithm of multiharmonic disturbance compensation in linear systems with arbitrary delay: internal model approach // Sci. Techn. J. Inform. Technol., Mech., Optics. 2016. V. 16. № 6. P. 1023–1030.
11. Андреева А.С., Перегудова О.А. О стабилизации программных движений голономной механической системы без измерения скоростей // ПММ. 2017. Т. 81. Вып. 2. С. 137–153.
12. Краснова С.А., Уткин В.А. Каскадный синтез наблюдателей состояния динамических систем. М.: Наука, 2006. 272 с.
13. Коровин С.К., Фомичев В.В. Наблюдатели состояния для линейных систем с неопределенностью. М.: Физматлит, 2007. 224 с.
14. Khalil H.K., Praly L. High-gain observers in nonlinear feedback control // Int. J. Robust and Nonlinear Control. 2014. V. 24. № 6. P. 993–1015.
15. Лукьянов А.Г. Блочный метод синтеза нелинейных систем на скользящих режимах // Автом. телемех. 1998. № 7. С. 14–34.
16. Краснова С.А., Уткин В.А., Уткин А.В., Тиен Нгуен Тхань. Прямой метод синтеза системы управления рабочим органом манипулятора при неполных измерениях // Проблемы управления. 2008. № 1. С. 10–18.
17. Краснова С.А., Уткин В.А., Уткин А.В. Блочный синтез управления механическими системами в условиях неопределенности // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 6. С. 41–54.
18. Ахобадзе А.Г., Краснова С.А. Решение задачи слежения в условиях неопределенности на основе совместной блочно-канонической формы управляемости и наблюдаемости // Управление большими системами. 2009. Вып. 24. С. 34–80.
19. Краснова С.А., Антипов А.С. Иерархический синтез сигмоидальных обобщенных моментов манипулятора в условиях неопределенности // Проблемы управления. 2016. № 4. С. 10–21.
20. Краснова С.А., Уткин В.А., Уткин А.В. Блочный подход к анализу и синтезу инвариантных нелинейных систем слежения // Автом. телемех. 2017. № 12. С. 26–53.
21. Краснов Д.В., Уткин А.В. Синтез многофункциональной системы слежения в условиях неопределенности // Управление большими системами. 2017. Вып. 69. С. 29–49.
22. Вукобратович М., Стокич Д., Кирчански Н. Неадаптивное и адаптивное управление манипуляционными роботами. М.: Мир, 1989. 376 с.
23. Veyhan S. Adaptive fuzzy terminal sliding-mode observer with experimental applications // Intern. J. Fuzzy Systems. 2016. V. 18. № 4. P. 585–594.
24. Краснова С.А., Мысик Н.С. Каскадный синтез наблюдателя состояния с нелинейными корректирующими воздействиями // Автом. телемех. 2014. № 2. С. 106–128.
25. Luenberger D.B. Observers of multivariable systems // IEEE Trans. Automat. Control. 1966. V. 11. № 2. P. 190–197.
26. Afri C., Andrieu V., Bako L., Dufour P. State and parameter estimation: A nonlinear Luenberger observer approach // IEEE Trans. Automat. Control. 2017. V. 62. № 2. P. 973–980.

Decomposition Synthesis of the Control System of Electromechanical Object in Conditions of Incomplete Information

A.S. Antipov^a, D.V. Krasnov^a, and A.V. Utkin^{a,#}

^a Trapeznikov Institute of Control Sciences of the RAS, Moscow, Russia

[#] e-mail: utkin-av@rambler.ru

The problem of the synthesis of a tracking system for electromechanical control objects is considered when measuring only the generalized coordinates of the mechanical subsystem. It is assumed that external and parametric disturbances act on the system. Under the assumption of the smoothness of external disturbances and uncertainties, the mathematical model of the control object is presented in the form of a joint block form of controllability and observability relatively in the coordinate basis of mixed variables (functions of state variables, external influences and their derivatives). On the basis of the joint block form under the conditions of the parametric uncertainty of the matrix before the control actions, a procedure for decomposition synthesis of the basic law of discontinuous control has been developed. The basic control law ensures exponential convergence of the generalized coordinates to the reference signals. To obtain estimates of the mixed variables used in the feedback, a method for synthesizing a low order state observer with large coefficients is proposed, in which the principle of complete decomposition is implemented. The results of numerical modeling of the developed algorithms for a three-link manipulator operating in a cylindrical working space under incomplete information conditions are presented.

Keywords: tracking problem, generalized coordinates, external disturbances, decomposition synthesis, state observer

REFERENCES

1. Chernousko F.L., Anan'evskii I.M., Reshmin S.A. Control Methods for Nonlinear Mechanical Systems (Metody upravleniya nelineynymi mekhanicheskimi systemami). Moscow: Fizmatlit, 2006. 328 p. (in Russian)
2. Kelly R. A tuning procedure of PID control for robot manipulators // *Robotica*, 1995, vol. 13, no. 2, pp. 141–148.
3. Gusev S.V., Paramonov L.V., Pchelkin S.S., Robertsson A., Freidovich L.B., Shiriaev A.S. Modification of a PD⁺ controller for the orbital stabilization of the motions of an all-wheel drive mechanical system // *JAMM*, 2015, vol. 79, no. 6, pp. 546–555.
4. Zuo Y., Wang Y., Liu X. et al. Neural network robust tracking control strategy for robot manipulators // *Appl. Math. Modelling*, 2010, vol. 34, no. 7, pp. 1823–1838.
5. Anan'evskii I.M. Control of mechanical systems with uncertain parameters by means of small forces // *JAMM*, 2010, vol. 74, no. 1, pp. 95–107.
6. Anan'evskii I.M., Ishkhanyan T.A. Control of a double-cascade electromechanical system subject to perturbations // *JAMM*, 2016, vol. 80, no. 5, pp. 361–368.
7. Su Y., Zheng C. Global finite-time inverse tracking control of robot manipulators // *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2011, vol. 27, no. 3, pp. 550–557.
8. Utkin V.I., Guldner J., Shi J. Sliding Mode Control in Electromechanical Systems. N.Y.: CRC Press, 2009. 485 p.
9. Keshkar S., Pozdnyak A.S., Hernandez E., Oropeza F. Adaptive sliding-mode controller on the super-twist state observer for control of the Stewart platform // *Autom. Remote Control*, 2017, vol. 78, no. 7, pp. 1218–1233.
10. Gerasimov D.N., Paramonov A.V., Nikiforov V.O. Algorithm of multiharmonic disturbance compensation in linear systems with arbitrary delay: internal model approach // *Sci. Techn. J. Inform. Technol., Mech., Optics*, 2016, vol. 16, no. 6, pp. 1023–1030.
11. Andreev A.S., Peregodova O.A. Stabilization of the preset motions of a holonomic mechanical system without velocity measurement // *JAMM*, 2017, vol. 81, no. 2, pp. 95–105.

12. *Krasnova S.A., Utkin V.A.* Cascade Synthesis of Observers of the State of Dynamic Systems (Kaskadny sintez nabludateley sostoyania dinamicheskikh system). Moscow: Nauka, 2006. 272 p. (in Russian)
13. *Korovin S.K., Fomichev V.V.* State Observers for Linear Systems with Uncertainty (Nablyudateli sostoyaniya dlya lineynykh sistem s neopredelennost'yu). Moscow: Fizmatlit, 2007. 224 p. (in Russian)
14. *Khalil H.K., Praly L.* High-gain observers in nonlinear feedback control // Intern. J. Robust and Nonlinear Control, 2014, vol. 24, no. 6, pp. 993–1015.
15. *Luk'yanov A.G.* A block method of synthesis of nonlinear systems at sliding modes // Automation and Remote Control, 1998, vol. 59, no. 7, pp. 916–933.
16. *Krasnova S.A., Utkin V.A., Utkin A.V., Nguyen Thanh Tien.* A direct control system synthesis method for end effector arm under incomplete measurements // Control Sci., 2008, no. 1, pp. 10–18. (in Russian)
17. *Krasnova S.A., Utkin V.A., Utkin A.V.* Block control synthesis for mechanical systems under uncertainties // Mechatronics, Automation, Control, 2009, no. 6, pp. 41–54. (in Russian)
18. *Achobadze A.G., Krasnova S.A.* Tracking problem solution under uncertainty based on joint controllability and observability block form // Large-Scale Systems Control, 2009, vol. 24, pp. 34–80. (in Russian)
19. *Krasnova S.A., Antipov A.S.* Hierarchical design of sigmoidal generalized moments of manipulator under uncertainty // Control Sci., 2018, vol. 79, no. 3, pp. 554–570. (in Russian)
20. *Krasnova S.A., Utkin V.A., Utkin A.V.* Block approach to analysis and design of the invariant nonlinear tracking systems // Automation and Remote Control, 2017, vol. 78, no. 12, pp. 2120–2140.
21. *Krasnov D.V., Utkin A.V.* Synthesis of a multifunctional tracking system in conditions of uncertainty // Large-Scale Systems Control, 2019, vol. 79, no. 12, pp. 345–357.
22. *Vukobratović M., Stokić D., Kirčanski N.* Non-Adaptive and Adaptive Control of Manipulation Robots. N.Y.: Springer, 1985. 394 p.
23. *Beyhan S.* Adaptive fuzzy terminal sliding-mode observer with experimental applications // Intern. J. Fuzzy Systems, 2016, vol. 18, no. 4, pp. 585–594.
24. *Krasnova S.A., Mysik N.S.* Cascade synthesis of a state observer with nonlinear correction influences // Automation and Remote Control, 2014, vol. 75, no. 2, pp. 263–280.
25. *Luenberger D.B.* Observers of multivariable systems // IEEE Trans. Automatic Control, 1966, vol. 11, no. 2, pp. 190–197.
26. *Afri C., Andrieu V., Bako L., Dufour P.* State and parameter estimation: A nonlinear Luenberger observer approach // IEEE Trans. Automatic Control, 2017, vol. 62, no. 2, pp. 973–980.