ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА 2019, том 83, № 5–6, с. 808–816

УДК 624.07.534.1

МЕТОД РАСЧЕТА СТЕРЖНЕЙ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ИНЕРЦИОННОЙ НАГРУЗКИ С ПЕРЕМЕННОЙ СКОРОСТЬЮ ДВИЖЕНИЯ

© 2019 г. И. И. Иванченко[1],*

[1] Российский университет транспорта (МИИТ), Москва, Россия

**e-mail: ivaii011@mtu-net.ru*

Поступила в редакцию 05.09.2018 г.
После доработки 16.09.2019 г.
Принята к публикации 23.09.2019 г.

Предлагается метод расчета стержней при действии нагрузки и ее движении с переменной скоростью. Рассмотрены тестовые задачи о движении силы или груза с переменными скоростями по шарнирно опертой балке и о движении с торможением скоростного состава по мосту, состоящему из четырех балочных пролетов.

Ключевые слова: переменная скорость, шаговые процедуры, стержни, скоростной состав, мост

DOI: 10.1134/S0032823519050059

При решении задачи о действии на балку простейших подвижных нагрузок – сосредоточенной силы или груза с переменными скоростями движения – применяются методы, связанные с интегральными преобразованиями Фурье и Лапласа, использованием метода Бубнова–Галеркина [1, 2], интеграла Френеля, функций Уиттекера и метода малого параметра для решения обыкновенного дифференциального уравнения с переменными коэффициентами [1–5]. Кроме того, используются методы, связанные с численным решением интегральных уравнений относительно динамической реакции путем построения рекуррентных зависимостей с помощью формулы Гаусса [6, 7] и решением системы интегральных уравнений посредством замены ее системой алгебраических уравнений [8]. Предлагаемый в данной работе метод решения указанных задач учитывает любое необходимое число форм колебаний в разложении функции прогиба и приводит к разрешающей системе уравнений, для решения которой применяется безусловно-устойчивая схема интегрирования [9, 10] с минимальным числом неизвестных, как и в методе интегральных уравнений при решении задач с постоянной скоростью движения. В качестве нагрузки на стержни рассматриваются движущиеся с переменной скоростью сосредоточенные силы, грузы и экипажи.

1. Постановка задачи, общие формулы и тестовые примеры. Обратимся сначала к решению классической задачи о движении груза по балке с переменной скоростью, а затем перейдем к случаю более сложной нагрузки. Используются безусловно-устойчивая шаговая процедура по времени и метод учета действия безмассовой подвижной нагрузки на стержневые системы, предложенные ранее [9]. Рассматриваются случаи равнопеременного движения подвижной нагрузки по конструкциям.

Дифференциальное уравнение колебаний балки при движении по ней груза весом P и массой M имеет вид

$$L_1 q^*(y,t) = \delta(y - s(t))\left\{P - M\frac{d^2 q^*(s(t),t)}{dt^2}\right\}; \quad L_1 = EJ\frac{\partial^4}{\partial y^4} + \mu_1 EJ\frac{\partial^5}{\partial t\partial y^4} + m\frac{\partial^2}{\partial t^2} \tag{1.1}$$

Здесь EJ – жесткость балки на изгиб, μ_1 – коэффициент, учитывающий диссипацию энергии, $q^*(y,t)$ – прогиб балки, y – координата по длине, $\delta(y - s(t))$ – дельта-функция, $s(t) = v_0 t + wt^2/2$ – закон движения груза по балке, t – время, v_0 – скорость груза при въезде на балку, $v = v_0 + wt$ и w – скорость и ускорение движения груза, m – масса балки.

Прогиб шарнирно опертой балки в момент t_{j+1} при движении по ней сосредоточенной силы

$$R = \delta(y - s(t))(P - M\ddot{q}_1)$$

можно записать в виде [9]

$$q^*(\eta_1, t_{j+1}) = \sum_{i=1}^{n} W_i(\eta_1)\, q_{ij+1} = \sum_{i=1}^{n} W_i(\eta_1)\left(q_{ij} + \dot{q}_{ij}\Delta t_j + \ddot{q}_{ij+1/2}\frac{\Delta t_j^2}{2}\right) =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} W_i(\eta_1)\left\{\left(1 - \vartheta_{ij}\tilde{\omega}_i^2\right)q_{ij} + \left(\Delta t_j - \vartheta_{ij}\left(2n_i + \frac{\Delta t_j}{2}\tilde{\omega}_i^2\right)\right)\dot{q}_{ij} + \vartheta_{ij}\int_0^1 \bar{\eta} R_{j+1/2}\, d\eta\right\}, \tag{1.2}$$

где использованы обозначения

$$W_i(\eta_1) = \sin(r_i\eta_1), \quad \vartheta_{ij} = \frac{\Delta t_j^2}{2}\left(1 + n_i\Delta t_j + \frac{\Delta t_j^2\tilde{\omega}_i^2}{4}\right)^{-1}, \quad \tilde{\omega}_i^2 = \left(\left(\frac{r_i}{\ell}\right)^4\frac{EJ}{m}\right)^{1/2}$$

$$2n_i = \mu_1\left(\frac{r_i}{\ell}\right)^4\frac{EJ}{m}, \quad r_i = \pi i, \quad \eta_1 = y/\ell, \quad \Delta t_j = t_{j+1} - t_j$$

$$\bar{\eta} = \tilde{\tilde{b}} W_i(\eta_1), \quad \tilde{\tilde{b}} = \frac{2}{m\ell}, \quad i = 1,\ldots,n, \quad j = 0,1,2,\ldots.$$

Здесь q_{ij} – обобщенные координаты балки, $W_i(\eta_1)$ – фундаментальные функции, $\tilde{\omega}_i$ – круговая частота изгибных колебаний, n – число удерживаемых форм колебаний, ℓ – длина балки, $\ddot{q}_1$ – вертикальное ускорение груза.

Полагая $\ddot{q}_{1j+1/2} = d^2 q^*(s(t),t)/dt^2$, при $t = t_{j+1/2}$, запишем полное вертикальное ускорение груза в виде

$$\ddot{q}_{1j+1/2} = \left.\frac{d^2 q^*(s(t),t)}{dt^2}\right|_{t=t_{j+1/2}} = \left.\frac{\partial^2 q^*}{\partial t^2} + 2\frac{\partial^2 q^*}{\partial s\partial t}\frac{ds}{dt} + \frac{\partial^2 q^*}{\partial s^2}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 + \frac{\partial q^*}{\partial t}\frac{d^2 s}{dt^2}\right|_{t=t_{j+1/2}} \tag{1.3}$$

Используя (1.2) и (1.3), имеем на шаге $[t_j, t_{j+1}]$

$$\ddot{q}_{1j+1/2} = \sum_{i=1}^{n}\left\{\alpha_{1ij}\ddot{q}_{ij+1/2} + \alpha_{2ij}\dot{q}_{ij} + \alpha_{3ij}q_{ij}\right\} \tag{1.4}$$

где введены следующие обозначения

$$\alpha_{1ij} = \sin(r_i\eta_{1+1/2}) + \frac{r_i\Delta t_j}{\ell}[v_0 + wt_{j+1/2}]\cos(r_i\eta_{1+1/2}) + \tilde{d}_{ij}\frac{\Delta t^2}{4}$$

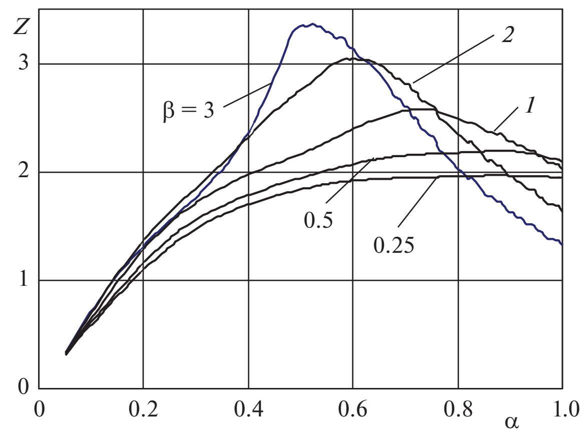

Рис. 1

$$\alpha_{2ij} = \frac{2r_i}{\ell}\left[v_0 + wt_{j+1/2}\right]\cos\left(r_i\eta_{11+1/2}\right) + \tilde{d}_{ij}\frac{\Delta t}{2}, \quad \alpha_{3ij} = \tilde{d}_{ij}$$

$$\tilde{d}_{ij} = -\left(v_0^2 + wt_{j+1/2}v_0 + w^2t_{j+1/2}^2\right)\left(\frac{r_i}{\ell}\right)^2\sin\left(r_i\eta_{11+1/2}\right) + w\left(\frac{r_i}{\ell}\right)\cos\left(r_i\eta_{11+1/2}\right)$$

$$\eta_{1j+1/2} = \left(v_0t_{j+1/2} + w\frac{t_{j+1/2}^2}{2}\right)/\ell$$

$$\ddot{q}_{ij+1/2} = \left\{-\tilde{\omega}_i^2q_{ij} - \left(2n_i + \frac{\Delta t_j}{2}\tilde{\omega}_i^2\right)\dot{q}_{ij} + \tilde{\tilde{b}}\sin\left(r_i\eta_{11+1/2}\right)\left(P + R_{1j+1/2}\right)\right\}\frac{2\vartheta_{ij}}{\Delta t_j^2}$$

Из условий динамического равновесия груза следует

$$R_{1j+1/2} = -M\ddot{q}_{1j+1/2} \tag{1.5}$$

После подстановки (1.5) в (1.4), имеем на шаге $[t_j, t_{j+1}]$ уравнение относительно $\ddot{q}_{1j+1/2}$. Выражение (1.2) с учетом (1.5) позволяет вычислить начальные условия задачи для следующего шага интегрирования.

Шаговая процедура (1.2)–(1.5) реализована для расчета равнопеременного движения груза по балке со следующими параметрами [1, 6, 7].

$$\beta = \frac{P}{m\ell g}, \quad \alpha = \frac{vl}{\pi\sqrt{EJ/m}}, \quad w = \frac{v^2}{2\ell}\left(\left(\frac{v_1}{v_0}\right)^2 - 1\right), \tag{1.6}$$

где v_0 и v_1 – скорости, соответственно, въезда и схода груза с балки.

На рис. 1 показан характер возрастания и убывания динамического коэффициента $Z = Z_D/Z_0$, где Z_D– смещение груза и $Z_0 = 2Pl^3/\left(\pi^4EJ\right)$ – статический прогиб под силой в центре балки, в зависимости от скорости движения, определяемой коэффициентом α. Результаты получены при $v_1/v_0 = 2/3$ и различных значениях параметра β, определяющего соотношение масс груза и балки 3, 2, 1, 0.5 и 0.25. Результаты, полученные по разным методикам и представленные на рис. 1 и в работе [7] (стр. 210), практически совпадают. Заметим, что предложенная методика (1.2)–(1.5) при $M = 0$ может быть использована для решения классической задачи о движении с перемен-

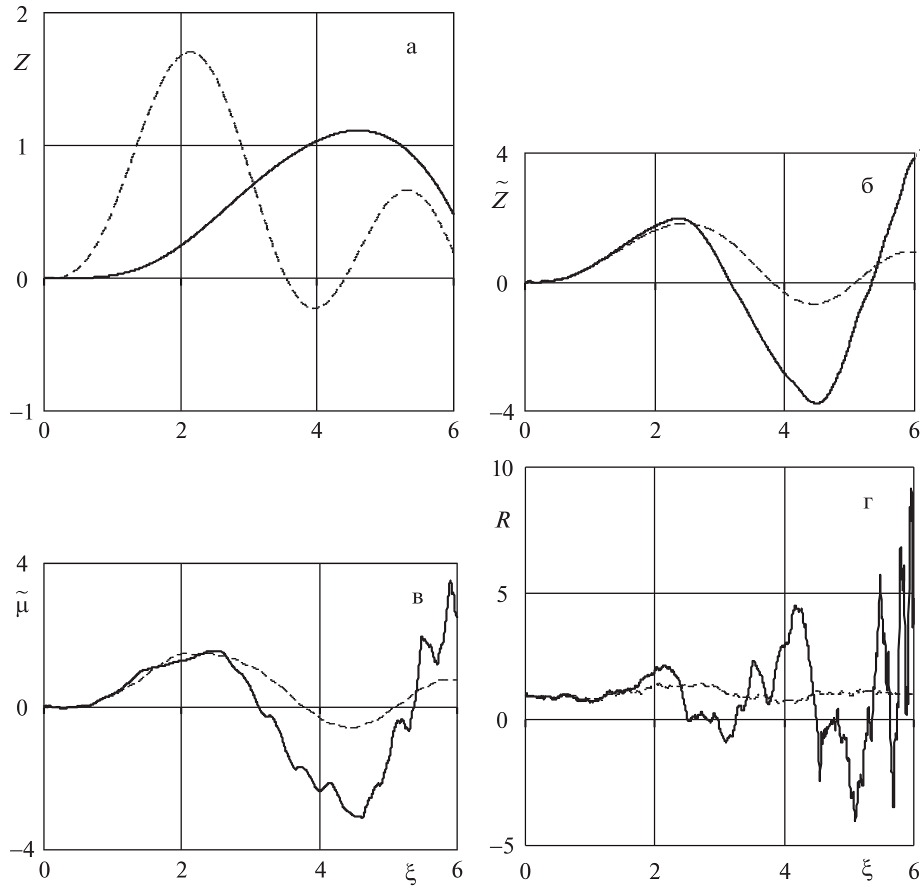

Рис. 2

ной скоростью вдоль стержня сосредоточенной силы. В зависимости от перемещения груза по балке, определяемого, при $\alpha = 0.5$ и $\beta = 0.25$, отрезком $\xi = \pi t v/\ell$ [1], на рис. 2 показаны изменения следующих величин: динамических коэффициентов для перемещений в центре балки при равнопеременном движении сосредоточенной силы $Z|_{y=\ell/2} = Z_D/Z_0$ (рис. 2, а) и груза $\tilde{Z}$ (рис. 2, б); динамического коэффициента для изгибающего момента $\tilde{\mu} = M_D/M_0$, где M_D – момент в середине балки, при $M_0 = P\ell/4$ (рис. 2, в); динамического коэффициента $R = P_D/P$ для динамического давления под грузом P_D (рис. 2, г).

Во всех рассмотренных случаях на рис. 2 пунктирные линии соответствуют равнозамедленному движению при $w = -v_0^2/2\ell$, $v_1 = 0$, $t_1 = 2\ell/v_0$, $B = -0.5$, $v = v_0$, а линии сплошные – равноускоренному движению при $w = v_1^2/2\ell$, $v_0 = 0$, $t_2 = 2\ell/v_1$, $B = 0.5$, $v = v_1$, где $t_{1,2}$ – время движения груза, $\Delta t_j = 0.0005$ с, $n = 45$, $B = w\ell/v^2$ [1]. Результаты, полученные по разным методикам для случая движения силы и представленные на рис. 2, а и в работе [1] (стр. 313), практически совпадают.

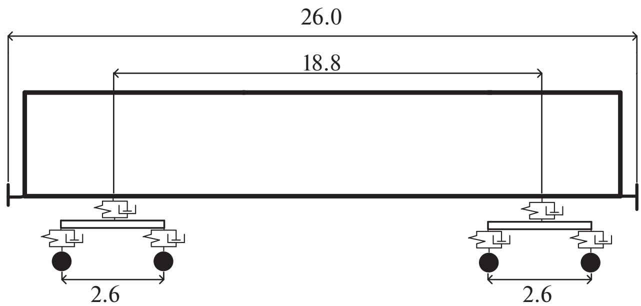

Рис. 3

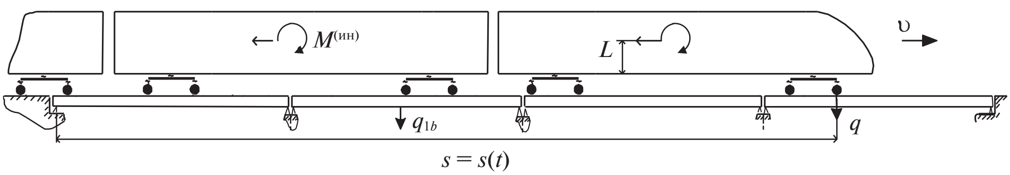

Рис. 4

2. Метод решения уравнений для системы “состав–мост”. Алгоритм (1.2)–(1.4) легко реализуется в случае движения системы грузов по балке (системе балок). Выражения вида (1.4) при движении N грузов формируют систему N линейных, алгебраических уравнений

$$AR_{ko\ j+1/2} + E\ddot{q}_{K\ j+1/2} = B \tag{2.1}$$

Здесь A, B – блочно-диагональная матрица и вектор (число блоков равно числу балок), E – единичная матрица, R_{ko} – вектор динамических добавок к статическим давлениям грузов на балку, $\ddot{q}_K$ – вектор вертикальных ускорений движущихся грузов.

Рассмотрим модель для изучения вертикальной динамики системы “состав-мост”. Будем далее ее обозначать через $\{e_h, e^{\circ}_{h^{\circ}}\}$, при $h = 1, 2, \ldots, m_*$, $h^{\circ} = 1, 2, .., m^{\circ}$, где m_*, m° – число последовательно расположенных шарнирно опертых балок и, соответственно, число экипажей в составе. На рис. 3 представлена модель вагона из скоростного состава, на рис. 4 изображен скоростной состав при движении по многопролетному балочному мосту в момент торможения.

Построим систему уравнений, описывающих вертикальную динамику состава $\{e^{\circ}_{h^{\circ}}\}$, состоящего из несвязанных между собой вагонов (рис. 3, 4). Будем считать при этом, что начальные условия задачи нулевые, а параметры, определяющие положение $\{e^{\circ}_{h^{\circ}}\}$ в системе $O_*X_*Y_*Z_*$, движущейся со скоростью состава v поступательно, отсчитываются от их значений в статическом равновесии. При этом в момент изменения скорости к кузову каждого вагона прикладываются горизонтальные силы инерции, влияющие на вертикальную динамику вагонов (продольная динамика состава не рассматривается). Обозначим через $\{e^{\circ\prime}_{h^{\circ}}\}$ элементы $\{e^{\circ}_{h^{\circ}}\}$, вовлеченные к моменту времени t в совместные колебания с $\{e_h\}$. Тогда для системы $\{e^{\circ\prime}_{h^{\circ}}\}$ имеем

$$M_*\ddot{\bar{q}}_c + C_*\dot{\bar{q}}_c + K_*\bar{q}_c = \bar{R}_*, \quad \bar{R}_* = \Pi_* R_* \tag{2.2}$$

Здесь $\bar{q}_c$ – вектор независимых обобщенных координат, определяющих $\{e_{h^\circ}^{\circ\prime}\}$ в системе $O_*X_*Y_*Z_*$, $M_* = [M_*^r]$, $C_* = [C_*^r]$, $K_* = [K_*^r]$ – блочно-диагональные матрицы масс, демпфирования и жесткости для $\{e_{h^\circ}^{\circ\prime}\}$, M_*^r, C_*^r, K_*^r – блоки матриц M_*, C_*, K_*, соответствующие экипажу с номером r [10], Π_* – матрица соединения векторов $\bar{R}_*$ и R_*, R_* – вектор динамических добавок к статическим реакциям в точках контакта $\{e_{h^\circ}^{\circ}\}$ с проезжей частью (системой $\{e_h\}$ и жестким внемостовым полотном).

Будем считать, что торможение состава происходит в момент t^*, когда первая колесная пара состава достигает середины второго пролета, при этом в момент t^* к кузовам состава прикладываются инерционные пары сил $M^{(\text{ин})} = M^{(\text{куз})}w \times L$ (см. рис. 4), где $M^{(\text{куз})}$– масса кузова вагона, L – расстояние по вертикали от центра масс кузова до оси колесной пары. Введем в рассмотрение следующие величины: P_* и R_{ko} – векторы статических давлений колесных пар системы $\{e_{h^\circ}^{\circ\prime}\}$ на проезжую часть и соответствующие динамические добавки к ним; q_{ck} – вектор смещений колес вагона (подвектор $\bar{q}_c$); q_{ko} – вектор смещений проезжей части в точках контакта с ним колесных пар состава. Выделим из R_{ko}, R_*, q_{ko}, q_{ck} подвекторы, соответственно, R_{ko}°, R_*°, q_{ko}°, q_{ck}°, отвечающие только взаимодействию $\{e_{h^\circ}^{\circ\prime}\}$ с $\{e_h\}$, где R_{ko}°, R_*° – динамические добавки к статическим давлениям колес и добавки к реакциям колес, q_{ko}°, q_{ck}° – смещения балки и смещения колес на мосту. В любой момент времени элементы вектора q_{ko}, относящиеся к проезжей части вне моста, остаются нулевыми, а при движении состава по мосту выполняются условия неразрывности перемещений и скоростей $q_{ko}^{\circ} = q_{ck}^{\circ}$, $\dot{q}_{ko}^{\circ} = \dot{q}_{ck}^{\circ}$ и условия равновесия в движущихся узлах (в точках контакта колес с проезжей частью моста):

$$R_{ko}^{\circ} + R_*^{\circ} = 0 \tag{2.3}$$

Для системы $\{e_h\}$, по которой происходит движение состава, на шаге $[t_j, t_{j+1}]$ можно записать

$$AR_{k0}^{\circ} + E\ddot{q}_{k\,0\,j+1/2}^{\circ} = B \tag{2.4}$$

Здесь A – блочно-диагональная матрица, характеризующая жесткостные, диссипативные и инерционные характеристики системы $\{e_h\}$, E – единичная матрица, B – вектор, учитывающий начальные условия для $\{e_h\}$ в момент t_j и действие на проезжую часть моста системы движущихся сил P_*.

Проведем дискретизацию (2.2) по времени ($j = 0, 1, 2...$), используя шаговую процедуру из [9], в итоге имеем

$$\begin{gathered}\ddot{\bar{q}}_{cj+1/2} = \tilde{G}_1\bar{q}_{cj} + \tilde{G}_1\dot{\bar{q}}_{cj} + A^*\Pi_* R_{*\,j+1/2} \\ A^* = \left[M_* + \frac{1}{2}C_*\Delta_{t_j} + \frac{1}{4}K_*\Delta_{t_j}^2\right]^{-1}, \quad \tilde{G}_1 = -A^*K_*, \quad \tilde{G}_2 = -A^*\left(C_* + \frac{1}{2}K_*\Delta_{t_j}\right)\end{gathered} \tag{2.5}$$

$$\bar{q}_{cj+1} = \bar{q}_{cj} + \dot{\bar{q}}_{cj}\Delta_{t_j} + \frac{1}{2}\ddot{\bar{q}}_{cj+1/2}\Delta_{t_j}^2, \quad \dot{\bar{q}}_{cj+1} = \dot{\bar{q}}_{cj} + \ddot{\bar{q}}_{cj+1/2}\Delta_{t_j} \tag{2.6}$$

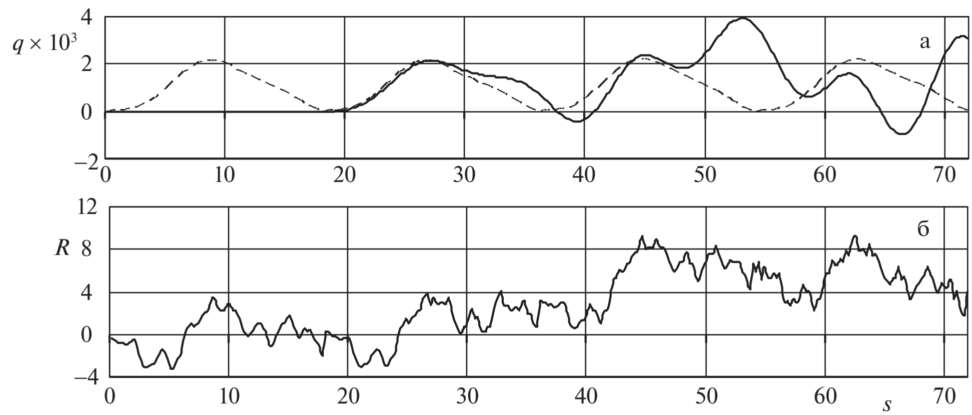

Рис. 5

Выделим из (2.5) подсистему уравнений, отвечающих в левой части подвектору $\ddot{q}^{\circ}_{ckj+1/2}$, далее выразим эту подсистему относительно вектора динамических добавок к статическим реакциям колес, представив ее в виде

$$R^{\circ}_{*j+1/2} = W^{\circ}\ddot{q}^{\circ}_{koj+1/2} + L^{\circ} \tag{2.7}$$

Подставим в (2.3) векторы R°_{k0}, R°_{*} из (2.4) и (2.7), в итоге имеем разрешающую систему уравнений на шаге $[t_j, t_{j+1}]$

$$D\ddot{q}^{\circ}_{koj+1/2} = D^{\circ}$$
$$D = A^{-1} - W^{\circ}, \quad D^{\circ} = A^{-1}B + L^{\circ} \tag{2.8}$$

где D, D° – блочно-диагональная матрица и вектор, характеризующие на шаге $[t_j, t_{j+1}]$ движение системы “состав – мост”.

Проследим ход решения всей задачи при $j = 0, 1, 2, \ldots$ На шаге $[t_j, t_{j+1}]$ при начальных условиях задачи в момент t_j определяется, применяя (2.8), вектор $\ddot{q}^{\circ}_{koj+1/2}$, далее, используя (2.7), (2.6) и (1.2), вычисляются поля смещений, скоростей и ускорений для системы $\{e_h, e^{\circ\prime}_h\}$ в момент t_{j+1}. Далее процесс повторяется.

3. Результаты численного моделирования. Шаговая процедура (2.8) реализована для высокоскоростного состава из [12] при движении по многопролетному мосту. Система $\{e_h, e^{\circ}_h\}$ состоит из четырех типовых железобетонных балочных пролетных строений одинаковой длины при $EJ = 2.15 \times 10^7$ кНм^2, $m = 8.2$ т/м, $\mu_1 = 0.00202$ с, $\ell = 18$ м и шести вагонов. Положение состава на мосту определяется отрезком $s(t)$ (рис. 4), т.е. положением первого колеса первого вагона на мосту.

Система уравнений (2.8) меняла свой порядок с 1 до 12 в процессе численной реализации, при движении состава со скоростью $v_0 = 250$ км/ч и торможении состава в момент, когда $s = 1.5\ell$ и $w = -2$ м/с^2 [13]. На рис. 5, а показаны зависимости вертикальных смещений первого колеса первого вагона q_1 [м] (пунктирная линия) и середины второго пролетного строения q_{1b} (сплошная линия) от положения состава, определяемого отрезком $s(t)$, на проезжей части моста (рис. 4). На рис. 5, б показана зависимость от $s(t)$ динамической добавки R(кН) первой колесной пары первого вагона.

Шаг интегрирования Δt_j при $n = 45$ в (2.8) выбирался равным $\Delta t_j = 0.0036$ с, при числе шагов по времени равном 300 и статической нагрузке от каждой колесной пары 170 кН. Отметим ожидаемое совпадение ординат графика на рис. 5, а, соответствующее моменту, когда колесо первого вагона достигает середины второго пролета при $s = 27$ м.

4. Заключение. Предложенный метод позволяет исследовать, используя шаговую процедуру, предложенную в [9], действие подвижной инерционной нагрузки с переменной скоростью, на стержни при различных граничных условиях, применяя соответствующие фундаментальные функции [10, 11, 14]. В задачах железнодорожного транспорта метод позволяет исследовать поведение системы “состав–мост” при различных скоростях движения состава в режимах начала торможения или разгона состава при любом его положении по длине пролетного строения моста. В задачах, связанных с подвижной нагрузкой, метод позволяет оценивать поведение конструкции и поведение объекта (системы с конечным числом степеней свободы) при резком торможении.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Fryba L.* Vibration of Solids and Structures under Moving Loads. Prague: Academia, 1972. 494 p.
2. *Siu-Seong Low, Xin-Qun Zhu* Moving Loads – Dynamic Analysis and Identification Techniques. London: CRC Press, 2011. V. 8. 304 p.
3. *Lowan A.N.* On transverse oscillations of beams under the action of moving variable loads // Philosoph. Mag. 1935. Ser. 7. № 127. P. 708–715.
4. *Suzuki S.* Dynamic behaviour of a finite beam subjected to travelling loads with acceleration // J. Sound Vibr. 1977. V. 55. № 1. P. 65–70.
5. *Васянин И.Н., Шендеров Н.Б.* Асимптотический метод расчета динамики движения консольных балок от воздействия подвижной сосредоточенной нагрузки// Сб. научн. тр. Челябинского политехн. ин-та. 1969. № 77. С. 29–35.
6. *Кохманюк С.С., Филиппов А.П.* Динамическое действие на балку груза, движущегося с переменной скоростью // Строительная механика и расчет сооружений. 1967. № 2. С. 36–39.
7. Динамический расчет зданий и сооружений. (Справочник проектировщика) / Под ред. *Б.Г. Коренева, И.М. Рабиновича*. М.: Стройиздат, 1984. 303 с.
8. *Рязанова М.Я.* О колебаниях балки под действием движущегося вдоль нее груза // Докл. АН УССР. 1958. № 2. С. 157–161.
9. *Иванченко И.И.* Расчеты на подвижные и импульсивные нагрузки стержневых систем с распределенными параметрами // Прикл. мех. 1988. Т. 24. № 9. С. 109–118.
10. *Иванченко И.И.* Динамика транспортных сооружений (высокоскоростные подвижные, сейсмические и ударные нагрузки). М.: Наука, 2011. 574 с.
11. *Иванченко И.И.* Динамика мостовых и путевых конструкций при действии железнодорожной подвижной нагрузки // Изв. РАН. МТТ. 2005. № 4. С. 158–177.
12. *Коган А.Я., Львов А.А., Левинзон М.А.* Характеристики подвижного состава и спектральных неровностей пути для скоростей до 350 км/ч // Вестн. ВНИИЖТ. 1991. № 3. С. 10–14.
13. *Науменко Р.У., Хижа И.Ю., Богомаз Е.Г.* Торможение пассажирского скоростного поезда с учетом работы электромагнитного рельсового тормоза // Наука и прогресс транспорта. Вестн. Днепропетровского национального университета железнодорожного транспорта. 2009. № 29. С. 44–48.
14. *Иванченко И.И* Метод расчета взаимодействия скоростных составов и двухпутных, балочных мостов при сейсмических воздействиях. Ч. 2. Действие на мост подвижных и сейсмических нагрузок, моделирование элементов безопасности в системе “мост-состав” (к формированию норм для ВСМ) // Строительная механика и расчет сооружений. 2018. № 6. С. 34–44.

Calculation of Rods on Action of Movable Inertial Load with Variable Speed

I. I. Ivanchenko[a,#]

[a] *Russian University of Transport (MIIT), Moscow, Russia*

[#]*e-mail: ivaii011@mtu-net.ru*

The method of calculation of rods at action of mobile loading with variable speed is offered. Test problems about movement of force or a cargo with variable speeds on hinged beam are represented. Movement of high-speed train at braking on the bridge consisting from four beams is considered.

Keywords: variable speed, step-by-step procedures, rods, high-speed train, the bridge

REFERENCES

1. *Fryba L.* Vibration of Solids and Structures under Moving Loads. Prague: Academia, 1972. 494 p.
2. *Siu-Seong Low, Xin-Qun Zhu*. Moving Loads – Dynamic Analysis and Identification Techniques. London: CRC Press, 2011, vol. 8, 304 p.
3. *Lowan A.N.* On transverse oscillations of beams under the action of moving variable loads // Philosoph. Mag., 1935, ser. 7, no. 127, pp. 708–715.
4. *Suzuki S.* Dynamic behaviour of a finite beam subjected to travelling loads with acceleration // J. Sound Vibr., 1977, vol. 55, no. 1, pp. 65–70.
5. *Vasjanin I.N., Shenderov N.B.* Asimptotic method of calculation of dynamics of movement of console beams from influence of the mobile concentrated loading // Coll. papers Chelyabinsk Polytechnic Institute, 1969, no. 77, pp. 29–35. (in Russian)
6. *Kokhmanyuk S.S., Filippov A.P.* Dynamic action on a beam of the cargo moving with variable speed // J. Struct. Mech. Analys. Constr., 1967, no. 2, pp. 36–39. (in Russian)
7. Dynamic calculation of buildings and constructions (The directory of the designer) / Ed. by *B.G. Korenev, I.M. Rabinovich*. M.: Constr. Publ. House, 1984, 303 p. (in Russian)
8. *Rjazanova M.J.* About fluctuations of a beam under action of a cargo moving along her // Proc. Academy of Sciences of the Ukrainian SSR, 1958, no. 2, pp. 157–161. (in Ukrainian)
9. *Ivanchenko I.I.* Calculation for rolling and impulsive loads of rod systems with distributed parameters // J. Appl. Mech., 1988, vol. 24, no. 9, pp. 109–118.
10. *Ivanchenko I.I.* Dynamics of Transport Facilities (High-Speed Rolling, Seismic and Jarring Loads). Moscow: Nauka, 2011. 574 p. (in Russian)
11. *Ivanchenko I.I.* Dynamics of bridge structures and track structures for railway rolling loads // Mech. Solids, 2005, no. 4, pp. 158–177.
12. *Kogan A.Ya., L'vov A.A., Levinzon M.A.* Characteristics of railway vehicles and track irregularities for velocities not exceeding 350 km/h // Vestn. VNIIZhT, 1991, no. 3, pp. 10 –14. (in Russian)
13. *Naumenko R.U., Hizha I.J., Bogomaz E.G.* Braking of a passenger high-speed train take into account of work of an electromagnetic rail brake. The Science and progress of transport // Bull. Dnepropetrovsk National Univ. Railway Transportation, 2009, no. 29, pp. 44–48. (in Russian)
14. *Ivanchenko I.I.* The calculation method of interaction of high-speed trains and double-track girder bridges under seismic loads. Pt 2. Action on the bridge of mobile and seismic loads, modelling of elements of safety in the system "bridge-train" (for the standards of high-speed rails) // J. Struct. Mech. Analys. Constr., 2018, no. 6, pp. 34–44. (in Russian)