
УДК 62-503.54

БЛОЧНЫЙ СИНТЕЗ СИСТЕМЫ СЛЕЖЕНИЯ ДЛЯ ДВУХРОТОРНОЙ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ОГРАНИЧЕНИЯХ НА ПЕРЕМЕННЫЕ СОСТОЯНИЯ

© 2021 г. А. С. Антипов^{1,*}, С. А. Краснова^{1,**}

¹ *Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия*

**e-mail: scholess18@mail.ru*

***e-mail: skrasnova@list.ru*

Поступила в редакцию 05.06.2020 г.

После доработки 21.09.2020 г.

Принята к публикации 23.10.2020 г.

В качестве объекта управления рассматривается двухроторная электромеханическая система, выходные переменные которой совершают угловые перемещения в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Математическая модель механической подсистемы существенно нелинейная, включает перекрестные связи между винтами, моменты сил сухого трения и неопределенные параметры, а также на нее воздействуют внешние неконтролируемые возмущения. Математическая модель электрической подсистемы (учитываемая динамика приводов постоянного тока) аппроксимируется линейными дифференциальными уравнениями. Прямым измерениям подлежат выходные переменные, токи якорей приводов и задающие воздействия. В рамках блочного подхода разработана декомпозиционная процедура синтеза динамической обратной связи для отслеживания выходными переменными заданных сигналов с заданной точностью. Для подавления несогласованных возмущений формируются всюду ограниченные нелинейные S-образные локальные связи, которые обеспечиваются разрывными управлениями с постоянными амплитудами, что позволяет учитывать проектные ограничения на переменные состояния и управления на стадии синтеза. По измерениям угловых положений разработана процедура настройки редуцированного динамического наблюдателя угловых скоростей с S-образными корректирующими воздействиями, не требующая параметрической определенности модели объекта и ввода динамической модели внешних возмущений. Эффективность разработанного подхода подтверждена результатами моделирования в среде MATLAB-Simulink.

Ключевые слова: электромеханическая система, слежение, инвариантность, ограничения на переменные состояния, сигма-функция, наблюдатель состояния

DOI: 10.31857/S0032823521010021

Введение. Двухроторная электромеханическая система (далее TRMS – от англ. Twin Rotor MIMO System) состоит из двух перпендикулярных винтов с исполнительными устройствами на каждом из них и имеет две регулируемые координаты – углы тангажа и рысканья. В качестве задач управления рассматриваются слежение за заданными угловыми положениями либо стабилизация угловых положений на определенных уровнях. При построении алгоритмов управления TRMS возникают сложности, связанные с существенной нелинейностью математической модели объекта управления, наличием в ней перекрестных связей между винтами, а также параметрических и

внешних возмущений. TRMS предназначена для апробации авторских алгоритмов управления, учитывающих указанные особенности математической модели, с дальнейшим применением их в реальном техническом устройстве – вертолете, динамика которого во многом схожа с динамикой TRMS. И для вертолета, и для TRMS характерно наличие перекрестных связей между винтами. Отличие TRMS от вертолета состоит в том, данная система закрепляется на неподвижной опоре, ее положение регулируется изменением угловых скоростей винтов. В вертолете угловые скорости вращения винтов практически постоянны, а его положение регулируется изменением углов атаки лопастей.

Для синтеза обратной связи в TRMS широко используются нелинейные законы с попыткой обеспечить глобальную стабилизацию. Одним из распространенных подходов является линеаризация системы статической обратной связью, в частности с использованием ПИД-регуляторов [1–3]. Подход основан на компенсации составляющих модели, для его реализации требуется параметрическая определенность модели объекта, либо идентификация параметров в реальном времени, что на практике может быть затруднительно. Отдельная проблема связана с настройкой параметров ПИД-регуляторов, поэтому используются модификации данного метода [4–7], обеспечивающие большую робастность. Альтернативным подходом является метод обратного хода [8–10], который опирается на свойства пассивности систем и также способен обеспечить робастность. Эффективным подходом при наличии параметрических неопределенностей и неизвестных согласованных возмущений является разрывное управление с организацией скользящего режима. Следует отметить, что законы разрывного управления приобретают эвристический характер при их применении в механических системах в качестве управляющих моментов [11, 12]. Кроме того, их использование в механических системах с учетом динамики электрических исполнительных устройств не даст ожидаемого эффекта, так как возмущения, действующие на механическую систему, не могут быть непосредственно подавлены.

Для многих механических систем, в том числе для TRMS, характерно наличие сил сухого трения, препятствующих желаемому движению объекта. Описание моделей сухого трения представлено в [13]. Возможным подходом к управлению при наличии сухого трения является его компенсация посредством ввода динамических моделей трения и наблюдателей состояния [14–16]. Однако его реализация требует параметрической определенности модели объекта управления, наличия всех необходимых измерений и адекватного построения моделей сил трения. Другим подходом выступают силовые методы, основанные на подавлении сил сухого трения за счет выбора ресурсов управления, превышающих предельно возможные коэффициенты трения [17–19]. Этот подход будет далее использован в работе. Его реализация не требует параметрической определенности, необходимо лишь знание границ изменения параметров. В качестве недостатка использования такого подхода можно отметить излишний расход ресурсов управления, когда фактические значения параметров оказываются существенно меньше заложенных в расчетах наихудших значений.

В данной работе для TRMS рассматривается задача отслеживания выходными переменными заданных сигналов при воздействии параметрических и внешних возмущений в условиях неполных измерений и при наличии проектных ограничений на переменные состояния и управления. Задача учета проектных ограничений представляется особенно актуальной, поскольку они следуют из технических требований и соображений безопасности. Поставленная задача решается с помощью метода декомпозиции [20] в рамках блочного подхода: в механической подсистеме последовательно назначаются стабилизирующие локальные связи, которые обеспечиваются разрывными управлениями в электрической подсистеме. В стандартном блочном подходе стабилизирующие фиктивные управления выбираются в виде неограниченных линейных функций с большими коэффициентами усиления, необходимыми для подавления

возмущений [21, 22]. Однако использование линейных глубоких обратных связей на практике зачастую приводит к большой величине перерегулирования в начале переходных процессов. Предлагается принять стабилизирующие фиктивные управления в виде нелинейных S-образных сигма-функций [23–25]. Как гладкий аналог функции знака, сигма-функция позволяет обеспечить инвариантность по отношению к возмущениям с заданной точностью, а также обеспечить выполнение проектных ограничений ввиду своей ограниченности.

На практике для TRMS обычно не сложно организовать измерения угловых положений и токов якорей приводов постоянного тока, которые пересчитываются в моменты исполнительных устройств, но для реализации базового закона управления также необходимо знание угловых скоростей. В связи с этим возникает задача их оценивания, которая традиционно решается с помощью наблюдателя Луенбергера [8], а при наличии шумов в измерениях – с помощью расширенного фильтра Калмана [11, 26] и его модификаций [27]. Однако реализация данных наблюдателей требует точного знания параметров модели объекта, либо их идентификации с достаточной точностью. Кроме того, необходимо расширить пространство состояний за счет автономных динамических моделей, порождающих производные задающих сигналов и имитирующих внешние возмущения. Далее полагается, что задающие сигналы поступают в реальном времени, а их производные трактуются как неизвестные возмущения. Для оценивания угловых скоростей строится наблюдатель состояния пониженного порядка с сигмоидальными корректирующими воздействиями [23–25, 28], реализация которого не требует параметрической определенности и ввода дополнительной динамической модели внешних возмущений. Угловые скорости трактуются в виртуальной системе, записанной относительно ошибок наблюдения, как внешние ограниченные возмущения, а их оценку предоставляют сигмоидальные корректирующие воздействия.

Работа имеет следующую структуру. В разделе 1 описывается модель TRMS, формализуется постановка задачи слежения. В разделе 2 представлен основной результат. В рамках блочного подхода разработан базовый закон разрывного управления, приведена процедура выбора параметров сигмоидальных локальных связей, обеспечивающих выполнение проектных ограничений. В разделе 3 представлен синтез динамического наблюдателя угловых скоростей с сигмоидальными корректирующими воздействиями. В разд. 4 представлены результаты численного моделирования разработанных алгоритмов.

1. Описание объекта управления. Постановка задачи. На рис. 1 приведена схема TRMS. Механизм состоит из основного винта I , к которому приложены гравитационный момент M_{FG} , момент сил трения $M_{B\psi}$ и гироскопический момент M_G . К хвостовому винту 2 приложен момент сил трения $M_{B\phi}$ и момент M_R , возникающий за счет перекрестных связей между винтами. Математическая модель, соответствующая приведенной схеме, имеет вид [29]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= [(1 - K_{gy}x_3 \cos x_1)\tilde{\tau}_1 - f_1]/I_1 \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= [\tilde{\tau}_2 - f_2]/I_2, \end{aligned} \quad (1.1)$$

где $x_1 = \psi$ – угол тангажа, $x_3 = \phi$ – угол рысканья (выходные, регулируемые переменные), $-\pi/2 < x_1(t) < \pi/2$, $0 \leq x_3(t) \leq 2\pi$ – допустимые области изменения угловых положений, x_2, x_4 – угловые скорости, I_1, I_2 – моменты инерции основного и хвостового винтов, K_{gy} – параметр гироскопического момента, $0 < K_{gy} < 1/(2\pi) \Rightarrow 1 - K_{gy}x_3 \cos x_1 > 0$, $f_1 = M_{FG} + M_{B\psi} + \eta_1$ – сумма моментов, приложенных к основному винту, $M_{FG} = M_g \sin x_1$, $M_{B\psi} = B_{1\psi}x_2 + B_{2\psi} \operatorname{sign} x_2$, M_g – параметр гравитационного момен-

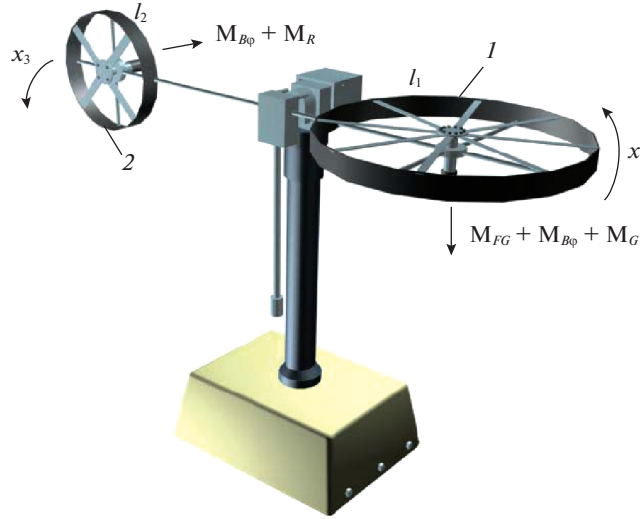


Рис. 1.

та, $B_{1\psi}$ и $B_{2\psi}$ – параметры момента силы трения, $f_2 = M_{B\varphi} + \eta_2$ – сумма моментов, приложенных к хвостовому винту, $M_{B\varphi} = B_{1\varphi}x_4 + B_{2\varphi}\text{sign}x_4$, $B_{1\varphi}$ и $B_{2\varphi}$ – параметры момента силы трения, η_i – часть обобщенных моментов (в том числе аэродинамических моментов и моментов, возникающих за счет перекрестных связей), трактуемых как неизвестные ограниченные возмущения, $|\eta_i(t)| \leq N_i$, $t \geq 0$, $\tilde{\tau}_i = a_i\tau_i^2 + b_i\tau_i$ – моменты, создаваемые приводами на основном и хвостовом винтах соответственно, a_i , b_i – коэффициенты передачи, $i = 1, 2$.

Учитываемая динамика электрических исполнительных устройств (приводов постоянного тока) описывается следующими уравнениями [29]:

$$\dot{\tau}_i = -\frac{T_{i0}}{T_{i1}}\tau_i + \frac{k_i}{T_{i1}}u_i; \quad i = 1, 2, \quad (1.2)$$

где τ_i – моменты сил на валу основного и хвостового двигателей; T_{i0} , T_{i1} , k_i – параметры исполнительных устройств, u_i – разрывные управления (напряжения якорей приводов), $i = 1, 2$. В уравнениях (1.1)–(1.2) все конструктивные коэффициенты положительные.

Для объекта управления (1.1)–(1.2) ставится задача синтеза закона разрывного управления в форме обратной связи, обеспечивающего отслеживание выходными переменными $x_1(t)$ и $x_3(t)$ заданных сигналов $g_1(t)$ и $g_2(t)$ с некоторой точностью

$$|e_{1i}(t)| \leq \Delta_i; \quad i = 1, 2, \quad t > t_{li} > 0, \quad (1.3)$$

где $e_{11}(t) = x_1(t) - g_1(t)$, $e_{12}(t) = x_3(t) - g_2(t)$ – ошибки слежения, с учетом проектных ограничений на угловые скорости, моменты, развиваемые исполнительными устройствами, и управления

$$\begin{aligned} |x_2(t)| &\leq X_{21}, & |x_4(t)| &\leq X_{22} \\ |\tau_i(t)| &\leq T_i < b_i/(2a_i) \\ |\tilde{\tau}_i(t)| &\leq \tilde{T}_i < b_i^2/(4a_i) \\ |u_i(t)| &\leq U_i; \quad t \geq 0, \quad i = 1, 2, \end{aligned} \quad (1.4)$$

выполнение которых надо обеспечить в замкнутой системе.

Ограничения (1.4), обусловленные мощностью комплектных исполнительных устройств, определяют возможные рабочие режимы и точность отслеживания в установившемся режиме при действии неконтролируемых возмущений. В разделе 2 будут получены допустимые соотношения между границами проектных ограничений (1.4), а также оценки предельной достижимой точности Δ_{li} с учетом (1.4). Проблема обеспечения заданного времени сходимости t_{li} или получения его оценки в работе не рассматривается.

В рамках поставленной задачи выдвигаются следующие предположения:

1) измерениям доступны угловые положения $x_1(t)$, $x_3(t)$, задающие воздействия $g_1(t)$, $g_2(t)$ и токи якорей приводов, по которым восстанавливаются текущие значения моментов сил, создаваемых приводами $\tilde{\tau}_1(t)$, $\tilde{\tau}_2(t)$, шумы в измерениях отсутствуют;

2) генератор задающих воздействий отсутствует, их производные трактуются как ограниченные возмущения

$$|\dot{g}_i(t)| \leq G_{li}; \quad t \geq 0, \quad (1.5)$$

3) значения коэффициентов передачи a_i , b_i , $i = 1, 2$ известны, остальные конструктивные коэффициенты точно не известны, имеются только диапазоны их изменения $0 < *_{\min} \leq *(t) \leq *_{\max}$, $t \geq 0$ (здесь под символом $*(t)$ понимаются неопределенные параметры системы (1.1)–(1.2), которые могут изменяться в процессе эксплуатации), в частности $0 < \xi_{\min} \leq \xi \leq \xi_{\max}$, $\xi = 1 - K_{gy}x_3 \cos x_1$;

4) тот факт, что в замкнутой системе целенаправленно будет обеспечиваться выполнение ограничений (1.4), позволяет принять для целей анализа следующие оценки суммарных моментов

$$\begin{aligned} |f_1(x_1, x_2, t)| &\leq F_1 = M_{g,\max} + B_{1\psi,\max}X_{21} + B_{2\psi,\max} + N_1 \\ |f_2(x_4, t)| &\leq F_2 = B_{1\varphi,\max}X_{22} + B_{2\varphi,\max} + N_2 \end{aligned} \quad (1.6)$$

и трактовать их как неизвестные ограниченные возмущения;

5) система (1.1)–(1.2) является управляемой, т.е. $d\tilde{\tau}_i/d\tau_i \neq 0$ [21], более конкретно:

$$2a_i\tau_i(t) + b_i > 0; \quad t \geq 0$$

Приведенное условие означает, что в подсистеме

$$\dot{\tilde{\tau}}_i = (2a_i\tau_i(t) + b_i) \left(-\frac{T_{i0}}{T_{i1}}\tau_i + \frac{k_i}{T_{i1}}u_i \right)$$

коэффициенты при истинных управлениях u_i не обращаются в нуль, следовательно, выбором u_i можно обеспечить желаемое поведение $\tilde{\tau}_i$, $i = 1, 2$.

2. Базовый закон управления. Электромеханическая система (1.1)–(1.2) имеет структуру блочной формы управляемости [21, 22], поэтому целесообразно разбить задачу синтеза управления системой 6-го порядка на 6 элементарных подзадач, которые решаются последовательным выбором стабилизирующих фиктивных, а потом и истинных управлений в каждом из уравнений. Фиктивными управлениями в уравнениях (1.1) полагаются переменные x_2 , $\tilde{\tau}_1$, x_4 и $\tilde{\tau}_2$ соответственно. С целью выполнения проектных ограничений (1.4) на стадии синтеза фиктивные управления предлагается выбирать в виде всюду ограниченных сигма-функций [23–25]:

$$\begin{aligned} x_2^* &= -m_{11}\sigma(k_{11}e_{11}), & x_4^* &= -m_{12}\sigma(k_{12}e_{12}) \\ \tilde{\tau}_1^* &= -m_{21}\sigma(k_{21}e_{21}), & \tilde{\tau}_2^* &= -m_{22}\sigma(k_{22}e_{22}), \end{aligned} \quad (2.1)$$

где $\sigma(k_{ji}e_{ji}) = \frac{2}{1 + \exp(-k_{ji}e_{ji})} - 1$ – сигма-функция.

Для системы (1.1)–(1.2) сформируем новый координатный базис относительно невязок между переменными $x_2, \tilde{\tau}_1, x_4, \tilde{\tau}_2$ и выбранными стабилизирующими фиктивными сигмоидальными управлениями (2.1):

$$\begin{aligned} e_{21} &= x_2 - x_2^* = x_2 + m_{11}\sigma(k_{11}e_{11}), & e_{22} &= x_4 - x_4^* = x_4 + m_{12}\sigma(k_{12}e_{12}) \\ e_{31} &= \tilde{\tau}_1 - \tilde{\tau}_1^* = \tilde{\tau}_1 + m_{21}\sigma(k_{21}e_{21}), & e_{32} &= \tilde{\tau}_2 - \tilde{\tau}_2^* = \tilde{\tau}_2 + m_{22}\sigma(k_{22}e_{22}) \end{aligned} \quad (2.2)$$

В отличие от линейных фиктивных управлений с большими коэффициентами, которые классически используются в блочном подходе [21, 22], сигмоидальные фиктивные управления имеют по два настраиваемых параметра: $m_{ji} > 0$ – амплитуды, определяющие скорость сходимости регулируемых переменных, и $k_{ji} > 0$ – коэффициенты наклона, играющие роль больших коэффициентов и отвечающие за точность стабилизации, $j = 1, 2, i = 1, 2$. Производные сигма-функции, которые появятся при дифференцировании невязок (2.2), имеют рекурсивный вид $\sigma'(k_{ji}e_{ji}) = k_{ji}(1 - \sigma^2(k_{ji}e_{ji}))/2$. Графики сигма-функции с ее производной представлены на рис. 2.

Как видно из рис. 2, сигма-функция $\sigma(k_{ji}e_{ji})$ может быть условно разделена на следующие части: при $|e_{ji}| \leq 3/k_{ji}$ она близка к линейной функции, при $|e_{ji}| > 3/k_{ji}$ она близка к постоянной. В точках области определения $e_{ji} = \pm 3/k_{ji}$, принятых в качестве границ разбиения, кривизна сигма-функции достигает максимума, а функция и ее производная принимают значения

$$\sigma(\pm 3) \approx \pm 0.9, \quad \sigma'(\pm 3) \approx 0.1k_{ji} \quad (2.3)$$

В “линейной” зоне сигма-функция ограничена снизу секущей:

$$0.3k_{ji}|e_{ji}| < |\sigma(k_{ji}e_{ji})| \quad (2.4)$$

В пределе при $k_{ji} \rightarrow +\infty$ сигма-функция стремится к функции знака. Этот факт позволяет с помощью непрерывных сигмоидальных обратных связей обеспечить в замкнутой системе свойства, близкие к свойствам систем с разрывными управлениями, функционирующих в скользящем режиме. В том числе: декомпозицию общего движения на разнотемповые составляющие; инвариантность с заданной точностью по отношению к параметрическим и внешним согласованным возмущениям, которые обеспечиваются с помощью ограниченного управления [23–25].

Относительно ошибок слежения и невязок (2.2) приходим к следующей системе с локальными сигмоидальными связями:

$$\begin{aligned} \dot{e}_{1i} &= e_{2i} - \dot{g}_i - m_{1i}\sigma(k_{1i}e_{1i}) \\ \dot{e}_{2i} &= [\zeta_i(e_{3i} - m_{2i}\sigma(k_{2i}e_{2i})) - f_i]/I_i + 0.5m_{1i}k_{1i}(1 - \sigma^2(k_{1i}e_{1i}))\dot{e}_{1i} \\ \dot{e}_{3i} &= (2a_i\tau_i + b_i) \left(-\frac{T_{i0}}{T_{i1}}\tau_i + \frac{k_i}{T_{i1}}u_i \right) + 0.5m_{2i}k_{2i}(1 - \sigma^2(k_{2i}e_{2i}))\dot{e}_{2i} \\ & \quad i = 1, 2, \end{aligned} \quad (2.5)$$

где $\zeta_1 = \xi(x_1, x_3)$, $\zeta_2 = 1$; в правых частях нижних подсистем для компактности записи фигурируют производные верхних подсистем, вместо которых следует подставить соответствующие выражения.

В системе (2.5) сформируем разрывной закон управления, характерный для электрических исполнительных устройств, работающих в ключевом режиме:

$$u_i = -m_{3i} \operatorname{sign} e_{3i}; \quad m_{3i} > 0, \quad i = 1, 2 \quad (2.6)$$

Параметры фиктивных (2.1) и истинных управлений (2.6) необходимо выбрать так, чтобы обеспечить стабилизацию системы (2.5) и выполнение цели управления (1.3).

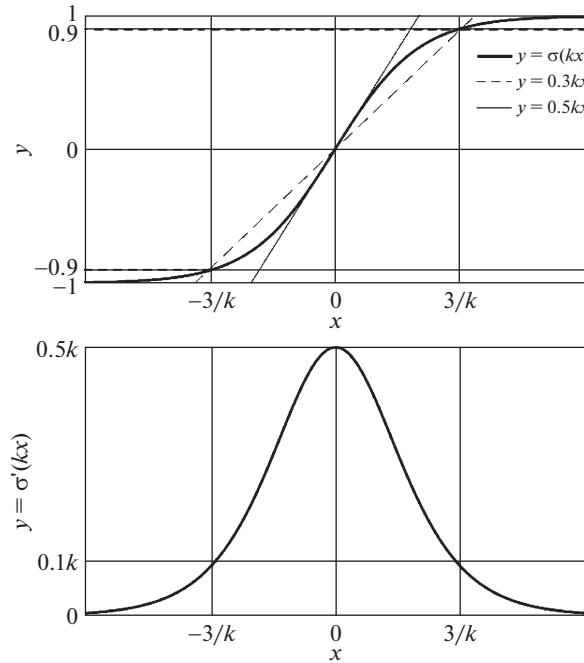


Рис. 2.

Согласно идеологии блочного подхода, выбором амплитуд истинных управлений $m_{3i} > 0$ следует обеспечить возникновение скользящих режимов на поверхностях $e_{3i} = 0, i = 1, 2$, а выбором амплитуд сигмоидальных фиктивных управлений $m_{ji} > 0, j = 1, 2$ – последовательное (снизу вверх) попадание невязок в некоторые окрестности нуля – “линейные” зоны сигмоидальных управлений:

$$\begin{aligned} e_{3i}(t) &= 0; & t > t_{3i} > 0 \\ |e_{2i}(t)| &\leq \Delta_{2i}; & t > t_{2i} > t_{3i} \\ |e_{1i}(t)| &\leq \Delta_{1i}; & t > t_{1i} > t_{2i}, \quad i = 1, 2 \end{aligned} \quad (2.7)$$

Еще раз подчеркнем, что в данной работе проблема оценивания времени сходимости не рассматривается, указанные неравенства для моментов времени отражают последовательность сходимости невязок, соответствующую принципу разделения движений, реализуемого в данном подходе [21, 22].

Границы “линейных” зон, от которых зависит точность стабилизации невязок, определяются выбором коэффициентов наклона:

$$|e_{ji}| \leq 3/k_{ji} \leq \Delta_{ji} \Rightarrow k_{ji} \geq 3/\Delta_{ji}; \quad j = 1, 2, \quad i = 1, 2 \quad (2.8)$$

Для настройки амплитуд, обеспечивающих (2.7), используем второй метод Ляпунова. В качестве кандидата на функцию Ляпунова замкнутой системы (2.5)–(2.6) рассмотрим квадратичную форму в виде суммы квадратичных форм: $V = \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^2 V_{ji}$, $V_{ji} = \frac{1}{2} e_{ji}^2$. Вне областей (2.8) сигма-функция близка к постоянной и находится в пределах $0.9 < |\sigma(k_{ji}e_{ji})| < 1$ (2.3), что позволяет в целях анализа вместо $m_{ji}\sigma(k_{ji}e_{ji})$ рассматривать ее нижнюю границу $0.9m_{ji} \text{sign } e_{ji}, j, i = 1, 2$.

С учетом (1.4)–(1.6) и обратных соотношений (2.2), а именно,

$$\begin{aligned} x_2 &= e_{21} - m_{11}\sigma(k_{11}e_{11}), & x_4 &= e_{22} - m_{12}\sigma(k_{12}e_{21}) \\ \tilde{\tau}_1 &= e_{31} - m_{21}\sigma(k_{21}e_{21}), & \tilde{\tau}_2 &= e_{32} - m_{22}\sigma(k_{22}e_{22}), \end{aligned}$$

на основе (2.5) можно дать следующие оценки для производных невязок:

$$|\dot{e}_{1i}(t)| \leq \bar{X}_{2i} = X_{2i} + G_{1i} \quad (2.9)$$

$$|\dot{e}_{2i}(t)| \leq [\zeta_{i,\max}\tilde{T}_i + F_i]/I_{i,\min} + 0.5m_{1i}k_{1i}|\dot{e}_{1i}(t)| = [\zeta_{i,\max}\tilde{T}_i + F_i]/I_{i,\min} + 0.5m_{1i}k_{1i}\bar{X}_{2i} \quad (2.10)$$

$$i = 1, 2$$

Полученные оценки достаточно консервативные, что позволяет не учитывать при синтезе возможные небольшие нарушения ограничений по угловым скоростям в начале переходных процессов и опираться на заданные значения $|x_2(t)| \leq X_{21}$, $|x_4(t)| \leq X_{22}$.

Тогда вне областей (2.8), но с учетом иерархии сходимости переменных (2.7) и оценок (2.9), (2.10), для производных квадратичной формы справедливы следующие оценки, определяющие выбор амплитуд:

$$\dot{V}_{1i} = e_{1i}\dot{e}_{1i} \leq |e_{1i}| \left(\frac{3}{k_{2i}} + G_{1i} - 0.9m_{1i} \right) < 0 \Rightarrow m_{1i} > 1.12 \left(\frac{3}{k_{2i}} + G_{1i} \right) \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_{2i} = e_{2i}\dot{e}_{2i} &\leq |e_{2i}| \left(\frac{1}{I_{i,\max}} (-0.9\zeta_{i,\min}m_{2i} + F_i) + 0.5m_{1i}k_{1i}\bar{X}_{2i} \right) < 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow m_{2i} > \frac{1.12}{\zeta_{i,\min}} (F_i + 0.5I_{i,\max}m_{1i}k_{1i}\bar{X}_{2i}), \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_{3i} = e_{3i}\dot{e}_{3i} &\leq |e_{3i}| \left((b_i - 2a_iT_i) \left(\frac{T_{i0,\max}T_i}{T_{1,\max}} - \frac{k_{i,\min}m_{3i}}{T_{1,\max}} \right) + 0.5m_{2i}k_{2i}(F_{2+i} + 0.5m_{1i}k_{1i}\bar{X}_{2i}) \right) < \\ &< 0 \Rightarrow m_{3i} > \frac{T_{i0,\max}T_i}{k_{i,\min}} + \frac{0.5T_{i1,\max}F_{2+i} + 0.25T_{i1,\max}m_{1i}k_{1i}\bar{X}_{2i}}{(b_i - 2a_iT_i)k_{i,\min}} m_{2i}k_{2i}; \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$i = 1, 2,$$

$$\text{где } F_3 = \frac{1}{I_{1,\min}} (\xi_{\max}\tilde{T}_1 + F_1), \quad F_4 = \frac{1}{I_{2,\min}} (\tilde{T}_2 + F_2).$$

При выборе коэффициентов наклона согласно (2.8) и амплитуд управлений согласно (2.11)–(2.13), обеспечивается желаемое поведение (2.7) замкнутой системы (2.5)–(2.6).

Фиктивные сигмоидальные управления (2.1) можно трактовать как фиктивные задающие воздействия для соответствующих переменных, на которые накладываются ограничения, для учета которых необходимо дополнительно ограничить амплитуды управлений сверху заданными константами (1.4).

Формализуем процедуру выбора параметров, обеспечивающих сходимость невязок (2.6) с учетом проектных ограничений (1.4). Используя (2.11)–(2.13) и (1.4), приходим к двойным неравенствам на выбор амплитуд:

$$\begin{aligned} c_{1i} + m_{2i}k_{2i}(c_{2i} + c_{3i}m_{1i}k_{1i}) &< m_{3i} \leq U_i \\ c_{4i} + c_{5i}m_{1i}k_{1i} &< m_{2i} \leq \tilde{T}_i \\ 1.12 \left(\frac{3}{k_{2i}} + G_{1i} \right) &< m_{1i} \leq X_{2i}, \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} \text{где } c_{1i} &= \frac{T_{i0,\max}T_i}{k_{i,\min}}, \quad c_{2i} = \frac{0.5T_{i1,\max}F_{2+i}}{(b_i - 2a_iT_i)k_{i,\min}}, \quad c_{3i} = \frac{0.25T_{i1,\max}\bar{X}_{2i}}{(b_i - 2a_iT_i)k_{i,\min}}, \quad c_{4i} = 1.12 \frac{F_i}{\zeta_{i,\min}}, \quad c_{5i} = \\ &= 0.55 \frac{I_{i,\max}\bar{X}_{2i}}{\zeta_{i,\min}}; \quad i = 1, 2. \end{aligned}$$

Из третьего выражения (2.14) следует неравенство

$$k_{2i} > \frac{3}{0.9m_{1i} - G_{1i}}; \quad i = 1, 2 \quad (2.15)$$

Из второго и первого выражений (2.14) приходим к неравенствам

$$k_{1i} < \frac{m_{2i} - c_{4i}}{c_{5i}m_{1i}}, \quad k_{1i} < \frac{m_{3i} - c_{1i} - c_{2i}m_{2i}k_{2i}}{c_{3i}m_{1i}m_{2i}k_{2i}}; \quad i = 1, 2 \quad (2.16)$$

Для возможности выполнения ограничений границы в (2.15) и (2.16) должны быть положительными, следовательно, с учетом (2.14) имеем:

$$1.12G_{1i} < m_{1i} \leq X_{2i} \quad (2.17)$$

$$c_{4i} < m_{2i} \leq \tilde{T}_i \quad (2.18)$$

$$m_{3i} - c_{1i} - c_{2i}m_{2i}k_{2i} > 0 \Rightarrow k_{2i} < \frac{m_{3i} - c_{1i}}{c_{2i}m_{2i}} \quad (2.19)$$

$$c_{1i} < m_{3i} \leq U_i; \quad i = 1, 2$$

Чтобы расширить верхнюю границу выбора k_{1i} во втором неравенстве (2.16) и, как следствие, повысить предельную достижимую точность (1.4), целесообразно принять максимальное допустимое значение m_{3i} :

$$m_{3i} = U_i, \quad i = 1, 2 \quad (2.20)$$

Из (2.15) и (2.19) с учетом (2.20) имеем диапазон для выбора k_{2i} :

$$\frac{3}{0.9m_{1i} - G_{1i}} < k_{2i} < \frac{U_i - c_{1i}}{c_{2i}m_{2i}}; \quad i = 1, 2 \quad (2.21)$$

В (2.21) правая граница должна превышать левую. Отсюда получим:

$$m_{2i} < \frac{(U_i - c_{1i})(0.9m_{1i} - G_{1i})}{3c_{2i}}; \quad i = 1, 2$$

Для выполнения данного неравенства потребуем:

$$\tilde{T}_i < \frac{(U_i - c_{1i})(0.9m_{1i} - G_{1i})}{3c_{2i}} \Rightarrow 1.12 \left(G_{1i} + \frac{3c_{2i}\tilde{T}_i}{U_i - c_{1i}} \right) < m_{1i}; \quad i = 1, 2 \quad (2.22)$$

Таким образом, приходим к следующим ограничениям на m_{1i} вместо (2.17):

$$1.12 \left(G_{1i} + \frac{3c_{2i}\tilde{T}_i}{U_i - c_{1i}} \right) < m_{1i} \leq X_{2i}; \quad i = 1, 2 \quad (2.23)$$

Отметим, что из (2.19), (2.18) и (2.23) следуют допустимые соотношения между верхними границами проектных ограничений (1.5), которые должны быть обеспечены априори:

$$c_{1i} < U_i, \quad c_{4i} < \tilde{T}_i, \quad 1.12 \left(G_{1i} + \frac{3c_{2i}\tilde{T}_i}{U_i - c_{1i}} \right) < X_{2i}; \quad i = 1, 2$$

При их выполнении формализуем процедуру настройки параметров обратной связи следящей системы:

1) фиксация m_{3i}^* согласно (2.20) и последовательный выбор амплитуд m_{2i}^* из (2.18) и m_{1i}^* из (2.23), $i = 1, 2$;

2) выбор больших коэффициентов k_{2i}^* , близких к нижним границам (2.21), что расширяет верхнюю границу для k_{1i} (2.16) в целях увеличения предельной точности ста-

билизации ошибок слежения $e_{1i}(t)$. При выбранных k_{2i}^* обеспечивается точность стабилизации невязок $|e_{2i}(t)| \leq 3/k_{2i}^* \leq \Delta_{2i}^*$, $t > t_{2i}$, $i = 1, 2$;

3) выбор больших коэффициентов k_{1i}^* с учетом (2.16) из диапазонов

$$0 < k_{1i} < \overline{k_{1i}} = \min \left\{ \frac{m_{2i}^* - c_{4i}}{c_{5i} m_{1i}^*}, \frac{U_i - c_{1i} - c_{2i} m_{2i}^* k_{2i}^*}{c_{3i} m_{1i}^* m_{2i}^* k_{2i}^*} \right\}; \quad i = 1, 2,$$

верхние границы которых определяют предельную точность стабилизации ошибок слежения $|e_{1i}(t)| < \Delta_{1i}$, $t > t_{1i}$: $0 < \Delta_{1i} < 3/\overline{k_{1i}}$. Заданная точность Δ_{1i}^* может быть достигнута выбором $k_{1i}^* = 3/\Delta_{1i}^*$, если $\Delta_{1i}^* \leq 3/\overline{k_{1i}}$. В противном случае может быть достигнута лишь указанная предельная точность.

Обратим внимание на тот факт, что возможность выполнения проектных ограничений (1.4) на стадии синтеза с помощью описанной процедуры связана с тем, что за счет стабилизации невязок (2.2) фиктивные управления $x_2(t)$, $x_4(t)$, $\tilde{\tau}_1(t)$, $\tilde{\tau}_2(t)$ отслеживают ограниченные всюду сигмоидальные сигналы (2.1), амплитуда которых не превосходит верхних границ в проектных ограничениях. Однако при выбранных на основе указанной процедуры параметрах регулятора в замкнутой системе гарантируется тотальное выполнение проектных ограничений при $t \geq 0$ только на управлениях $u_i(t)$, $i = 1, 2$ в силу постоянных амплитуд (2.6) и на моменты $\tilde{\tau}_i(t)$, $i = 1, 2$, поскольку для невязок $e_{3i}(t)$ с помощью разрывного управления обеспечиваются аperiodические переходные процессы. Однако для невязок $e_{2i}(t)$ аperiodические переходные процессы в рамках данной процедуры не гарантированы, поэтому по угловым скоростям $x_2(t)$, $x_4(t)$, в общем случае, вначале переходного процесса возможно незначительное нарушение заданных диапазонов (что требует, по возможности, снижения амплитуд m_{11} , m_{12} на этапе синтеза). Но, как будет показано в разделе 4, величина перерегулирования будет заведомо меньше всплесков, характерных для замкнутых систем с линейными локальными связями, функционирующих в условиях неопределенности.

3. Наблюдатель угловых скоростей. Обратная связь (2.6) осуществляется по невязкам e_{3i} , $i = 1, 2$. В данном случае нельзя воспользоваться наблюдателем для непосредственного оценивания сигналов $e_{3i}(t)$ [30], так как преобразованная система (2.5) ненаблюдаема относительно выхода из-за наличия в первых двух уравнениях внешних возмущений. Поэтому переменные e_{3i} , $i = 1, 2$, которые являются функциями от ошибок слежения, угловых скоростей и моментов (2.2), будем вычислять в реальном времени по имеющимся измерениям $x_1(t)$, $x_3(t)$, $\tilde{\tau}_i(t)$ и $g_i(t)$, $i = 1, 2$. Кроме того, нам потребуются текущие значения угловых скоростей $x_2(t)$, $x_4(t)$. Операций реального дифференцирования сигналов, которые приводят к возбуждению помех и появлению запаздывания, стараются избегать на практике. Для оценивания угловых скоростей по измерениям угловых положений предлагается использовать динамический дифференциатор, который был апробирован авторами для различных мехатронных объектов [23–25]. В данной работе дополнительно представлена оценка времени, за которое обеспечивается заданная точность оценивания. Данный дифференциатор представляет собой наблюдатель пониженного порядка, построенный как реплика кинематических соотношений механической подсистемы (1.1)

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_3 = x_4$$

в виде

$$\dot{z}_1 = v_1, \quad \dot{z}_2 = v_2, \quad (3.1)$$

где z_i – переменные состояния наблюдателя, $v_i = p_i \sigma(l_i \varepsilon_i)$ – сигмоидальные корректирующие воздействия, $p_i > 0$, $l_i > 0$, $\varepsilon_1 = x_1 - z_1$, $\varepsilon_2 = x_3 - z_2$ – ошибки наблюдения,

$i = 1, 2$. Задача наблюдения сводится к задаче стабилизации ошибок наблюдения вместе с их производными. Для анализа устойчивости составим вспомогательную виртуальную систему

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_1 &= x_2 - v_1 = x_2 - p_1\sigma(l_1\varepsilon_1) \\ \dot{\varepsilon}_2 &= x_4 - v_2 = x_4 - p_2\sigma(l_2\varepsilon_2) \\ \ddot{\varepsilon}_1 &= \dot{x}_2 - 0.5p_1l_1(1 - \sigma^2(l_1\varepsilon_1))\dot{\varepsilon}_1 \\ \ddot{\varepsilon}_2 &= \dot{x}_4 - 0.5p_2l_2(1 - \sigma^2(l_2\varepsilon_2))\dot{\varepsilon}_2,\end{aligned}\tag{3.2}$$

в которой неизмеряемые сигналы трактуются как внешние ограниченные возмущения (1.4) с ограниченными производными

$$|\dot{x}_2(t)| \leq \tilde{X}_{21} = [\xi_{\max}\tilde{T}_1 + F_1]/I_{1,\min}, \quad |\dot{x}_4(t)| \leq \tilde{X}_{22} = [\tilde{T}_2 + F_2]/I_{2,\min}$$

Зададимся точностью стабилизации ошибок наблюдения и их производных:

$$|\varepsilon_i(t)| \leq \delta, \quad |\dot{\varepsilon}_i(t)| \leq \delta; \quad i = 1, 2\tag{3.3}$$

При выполнении (3.3) искомые оценки $x_2(t)$ и $x_4(t)$ предоставят корректирующие воздействия $v_i(t)$: $|x_2(t) - v_1(t)| \leq \delta$, $|x_4(t) - v_2(t)| \leq \delta$, $t > t_{0i}$, $0 \leq t_{0i} < t_{3i}$, $i = 1, 2$. Заданная точность (3.3) достигается за счет выбора параметров p_i и l_i , $i = 1, 2$ корректирующих воздействий.

С учетом измерений установим в наблюдателе (3.1) следующие начальные условия: $z_1(0) = x_1(0)$, $z_2(0) = x_3(0) \Rightarrow \varepsilon_i(0) = 0$, $i = 1, 2$. Тогда выбор амплитуд p_i из достаточных условий, аналогичных (2.11)–(2.13), а именно

$$\begin{aligned}\varepsilon_1\dot{\varepsilon}_1 &= \varepsilon_1(x_2 - p_1\sigma(l_1\varepsilon_1)) \leq |\varepsilon_1|(X_{21} - 0.9p_1) < 0 \Rightarrow p_1 > 1.1X_{21} \\ \varepsilon_2\dot{\varepsilon}_2 &= \varepsilon_2(x_4 - p_2\sigma(l_2\varepsilon_2)) \leq |\varepsilon_2|(X_{22} - 0.9p_2) < 0 \Rightarrow p_2 > 1.1X_{22}\end{aligned}\tag{3.4}$$

обеспечит нахождение ошибок наблюдения в малой окрестности нуля $|\varepsilon_i(t)| \leq 3/l_i$, $i = 1, 2$ при $t \geq 0$. Нижние оценки для выборов больших коэффициентов l_i , $i = 1, 2$ определим с помощью достаточных условий устойчивости. С учетом (2.3), (2.4) условия (3.3) будут выполнены, если

$$\begin{aligned}\varepsilon_i\dot{\varepsilon}_i &\leq |\varepsilon_i|(X_{2i} - 0.3l_i p_i |\varepsilon_i|) < 0 \Rightarrow l_i > 3.3X_{2i}/(p_i\delta) \\ \varepsilon_i\ddot{\varepsilon}_i &\leq |\dot{\varepsilon}_i|(\tilde{X}_{2i} - 0.1l_i p_i |\dot{\varepsilon}_i|) < 0 \Rightarrow l_i > 10\tilde{X}_{2i}/(p_i\delta); \quad i = 1, 2,\end{aligned}$$

откуда следует

$$l_i > \max\{3.3X_{2i}, 10\tilde{X}_{2i}\}/(p_i\delta); \quad i = 1, 2\tag{3.5}$$

С учетом (2.3) и оценок начальных условий $|\dot{\varepsilon}_i(0)| \leq X_{2i} + p_i$, на интервале $[0, t_{0i}]$ справедлива следующая оценка решений двух последних уравнений в (3.2):

$$|\dot{\varepsilon}_i(t)| \leq (X_{2i} + p_i)e^{-0.1l_i p_i t_{0i}} + 10\tilde{X}_{2i}/(l_i p_i); \quad i = 1, 2$$

Отсюда приходим к оценке времени сходимости производных $\dot{\varepsilon}_i(t)$ в заданную окрестность δ (3.3) при выбранных значениях p_i и l_i :

$$t_{0i} \leq \frac{10}{l_i p_i} \ln \frac{X_{2i} + p_i}{\delta - 10\tilde{X}_{2i}/(l_i p_i)}; \quad i = 1, 2$$

Как видим, с ростом l_i сокращается не только ошибка оценивания (3.5), но и время оценивания, оно может быть обеспечено сколь угодно малым. Это позволяет пренебречь динамикой наблюдателя при анализе замкнутой системы с динамической обратной связью. Существенно, что рост параметров l_i в сигмоидальных корректирую-

сих воздействиях не приводит к всплескам оценочных сигналов, характерным для наблюдателей с глубокими линейными обратными связями [30].

Таким образом, текущие значения невязок (2.2) вычисляются на основе измеряемых и восстановленных сигналов:

$$\begin{aligned}\hat{e}_{2i}(t) &= v_i(t) + m_{1i}\sigma(k_{1i}e_{1i}(t)) \\ \hat{e}_{3i}(t) &= \tilde{\tau}_i(t) + m_{2i}\sigma(k_{2i}\hat{e}_{2i}(t)); \quad i = 1, 2\end{aligned}\quad (3.6)$$

При этом базовый закон управления (2.6) реализуется в виде

$$u_i = -m_{3i}\text{sign}\hat{e}_{3i}; \quad i = 1, 2, \quad (3.7)$$

что с учетом (3.3) порождает реальный скользящий режим в малом пограничном слое поверхностей переключения.

4. Результаты моделирования. С целью верификации разработанного метода синтеза динамической обратной связи было проведено численное моделирование в среде MATLAB-Simulink. В электромеханической системе (1.1)–(1.2) были приняты следующие значения параметров [29]:

$$\begin{aligned}I_1 &= 6.8 \times 10^{-2} \text{ [кг м}^2\text{]}, & I_2 &= 2 \times 10^{-2} \text{ [кг м}^2\text{]} \\ K_{gy} &= 0.05 \text{ [с/рад]}, & M_g &= 0.32 \text{ [Н м]} \\ B_{1\psi} &= 6 \times 10^{-3} \text{ [Н м с/рад]}, & B_{2\psi} &= 1 \times 10^{-3} \text{ [Н м с}^2\text{/рад]} \\ B_{1\varphi} &= 1 \times 10^{-1} \text{ [Н м с/рад]}, & B_{2\varphi} &= 1 \times 10^{-2} \text{ [Н м с}^2\text{/рад]} \\ T_{10} &= 1, & T_{11} &= 1.1, & k_1 &= 1.1, & T_{20} &= 1, & T_{21} &= 1, & k_2 &= 1 \\ a_1 &= 0.0135, & b_1 &= 0.55, & a_2 &= 0.02, & b_2 &= 0.58\end{aligned}$$

Внешние возмущения описывались следующими периодическими функциями с главным периодом 4 с:

$$\eta_1 = \begin{cases} 0.02, & 0 \leq t \leq 2 \\ -0.02, & 2 < t \leq 4 \end{cases}, \quad \eta_2 = \begin{cases} -0.02 + M_R, & 0 \leq t \leq 2 \\ 0.02 + M_R, & 2 < t \leq 4 \end{cases},$$

где момент M_R , возникающий за счет перекрестных связей между винтами, моделировался согласно [29].

Требовалось обеспечить отслеживание угловыми координатами x_1 и x_3 заданных сигналов

$$g_1(t) = 0.15 \cos t, \quad g_2(t) = 0.1 \sin(2t) + 0.1 \cos(t) + 0.2$$

с заданной точностью $\Delta_{11} = \Delta_{12} = 0.05$ в установившемся режиме при наличии следующих проектных ограничений:

$$\begin{aligned}|x_2(t)| &\leq 0.4 \text{ [рад/с]}, & |x_4(t)| &\leq 0.4 \text{ [рад/с]} \\ |\tilde{\tau}_i(t)| &\leq 0.2 \text{ [Н м]}, & |u_i(t)| &\leq 2.5 \text{ [В]}; \quad i = 1, 2\end{aligned}\quad (4.1)$$

На основе неравенств (2.15)–(2.19) были выбраны параметры фиктивных и истинных управлений:

$$\begin{aligned}k_{1i} &= 60, & k_{21} &= 13.86, & k_{22} &= 23.10 \\ m_{11} &= 0.18, & m_{12} &= 0.34, & m_{2i} &= 0.15, & m_{3i} &= 2.5; \quad i = 1, 2,\end{aligned}$$

а на основе неравенств (3.4), (3.5) и заданной точности оценки угловых скоростей $\delta = 0.01$ – следующие параметры наблюдателя состояния (3.1): $l_i = 60$, $p_i = 11$, $i = 1, 2$.

Численное моделирование проводилось для замкнутой системы (1.1)–(1.2), (3.1), (3.6)–(3.7) с ограниченными сигмоидальными фиктивными управлениями (2.1). Также в целях сравнения было проведено моделирование для замкнутой системы с зако-

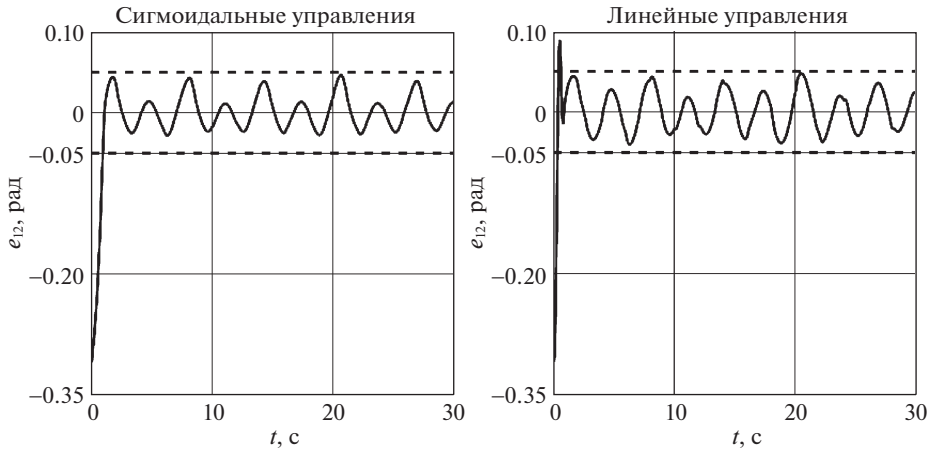


Рис. 3.

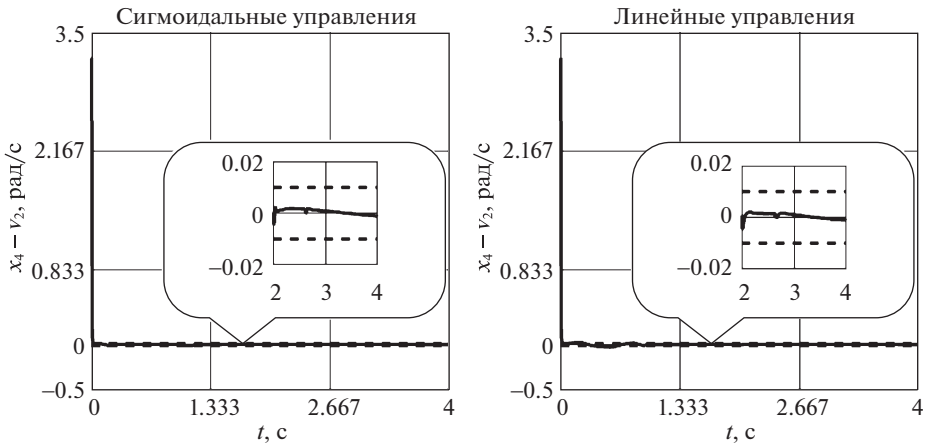


Рис. 4.

ном управления (3.7), но с классически используемыми неограниченными линейными фиктивными управлениями [21, 22]. При этом невязки между реальными и принятыми линейными фиктивными управлениями, аналогичные (3.6), имеют вид

$$\begin{aligned} \hat{e}_{21} &= v_1 + \kappa_{11}e_{11}, & \hat{e}_{22} &= v_2 + \kappa_{12}e_{12} \\ \hat{e}_{31} &= \tilde{\tau}_1 + \kappa_{21}e_{21}, & \hat{e}_{32} &= \tilde{\tau}_2 + \kappa_{22}e_{22}, \end{aligned}$$

где большие коэффициенты κ_{ji} , $j = 1, 2$, $i = 1, 2$ были определены из достаточных условий так, чтобы обеспечить такую же точность, что и при выбранных параметрах сигмоидальных фиктивных управлений:

$$\kappa_{11} = 3.5, \quad \kappa_{12} = 8, \quad \kappa_{21} = 1.15, \quad \kappa_{22} = 0.5$$

Результаты моделирования представлены для угла рыскания $x_3(t)$ (для угла тангажа $x_1(t)$ – схожие результаты). На рис. 3 приведены графики ошибки слежения $e_{12}(t)$ (пунктирными линиями обозначены границы заданных ошибок). На рис. 4 приведе-

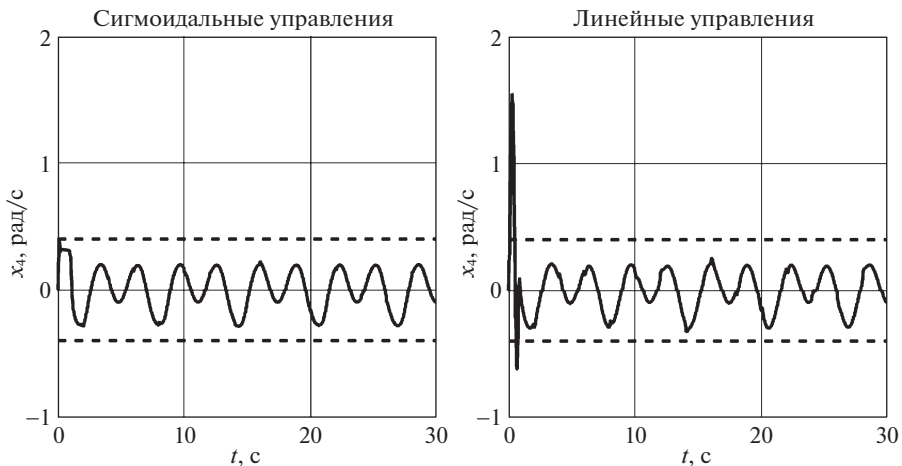


Рис. 5.

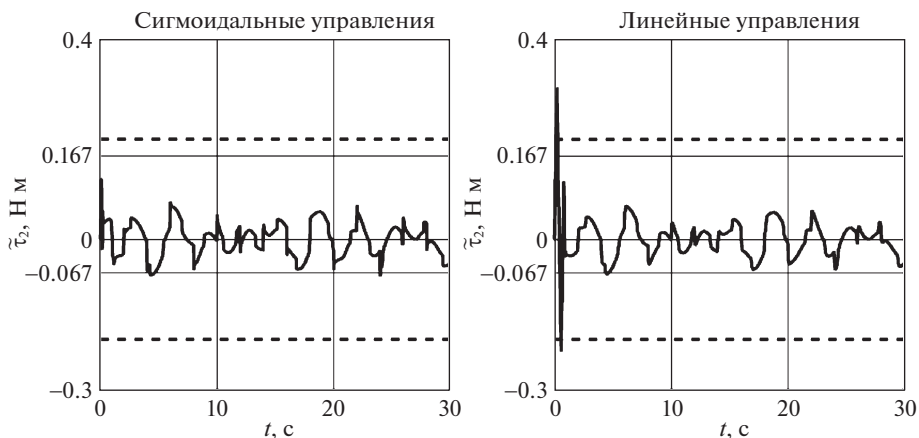


Рис. 6.

ны графики ошибки оценивания угловой скорости $x_4(t)$ с помощью динамического дифференциатора (3.1). На рис. 5–6 представлены графики переменных состояния $x_4(t)$ и $\tau_2(t)$, на которые накладывались проектные ограничения (4.1), пунктирными линиями обозначены границы проектных ограничений.

В целях сравнительного анализа в таблице 1 представлены следующие показатели качества замкнутых систем с различными фиктивными управлениями: время пере-

Таблица 1. Показатели качества с разными фиктивными управлениями

Фиктивные управления	t_p , с	$\Delta_{e_{12}}$, рад	Δ_{12} , рад	Δ_{x_4} , рад/с	Δ_{τ_2} , Н м
Сигмоидальные	0.9905	0.3090	0.0466	0.3932	0.1210
Линейные	0.6570	0.3090	0.0475	1.5497	0.3033

ходного процесса t_p – момент времени, начиная с которого достигается желаемая точность 0.05 рад, величина перерегулирования по e_{12} : $\Delta_{e_{12}} = \max |e_{12}(t)|$, достигнутая точность Δ_{12} в установившемся режиме для e_{12} , а также величины перерегулирования по переменным $x_4(t)$, $\tilde{\tau}_2(t)$.

Таким образом, из рис. 3 и табл. 1 видно, что заданная точность слежения достигается, и она примерно одинакова для алгоритмов с разными фиктивными управлениями. Из графиков рис. 4 видно, что ошибка оценивания угловой скорости с помощью корректирующего воздействия наблюдателя сходится в заданную окрестность менее чем за 0.1 с. Стоит отметить, что для алгоритма с сигмоидальными фиктивными управлениями удастся выполнить заданные ограничения на переменные состояния (4.1) благодаря выбору параметров фиктивных и истинных управлений, в то время как для алгоритма с линейными фиктивными управлениями ограничения не выполняются (см. рис. 5–6). Из табл. 1 следует, что для системы с линейными фиктивными управлениями время регулирования оказывается в 1.5 раза меньше, однако величина перерегулирования по контрольным переменным в 2.5–4 раза больше по сравнению с системой с сигмоидальными фиктивными управлениями. Последний факт позволит на практике использовать приводы меньшей мощности.

Заключение. Цель исследований состояла в синтезе системы слежения для TRMS при действии параметрических и внешних возмущений, наличии проектных ограничений на переменные состояния и управления и неполных измерениях. Поставленная цель была достигнута за счет использования блочного подхода с формированием сигмоидальных фиктивных управлений, обеспечивающих инвариантность по отношению к возмущениям с заданной точностью и выполнение проектных ограничений. Недостающие оценки угловых скоростей были получены с помощью наблюдателя пониженного порядка, не требующего параметрической определенности объекта управления и ввода динамической модели внешних возмущений. На основе результатов моделирования показано, что по сравнению с системой с линейными фиктивными управлениями, при использовании сигмоидальных управлений удастся снизить величину перерегулирования в 2.5–4 раза. Однако в рамках разработанной процедуры, в общем случае, не гарантируется тотальное выполнение ограничений по угловым скоростям вначале переходных процессов. Для их обеспечения потребуются уточнение процедуры настройки параметров регулятора с учетом области допустимых начальных условий и оценкой времени переходных процессов, что составит предмет дальнейших исследований авторов.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 20-01-00363А).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Chapman J., Ilic M., King C. et al.* Stabilizing a multimachine power system via decentralized feedback linearizing excitation control // IEEE Trans. Power Syst. 1993. V. 8. № 3. P. 830–839.
2. *Wang Y., Hill D., Middleton R. et al.* Transient stability enhancement and voltage regulation of power systems // IEEE Trans. Power Syst. 1993. V. 8. № 2. P. 620–627.
3. *Spong M., Hutchinson S., Vidyasagar M.* Robot Modeling and Control. New York: Wiley, 2005. 496 p.
4. *Alyoussef F., Kaya I.* TRMS Experimental results of new nonlinear PID tuned by DE algorithm // Intern. Conf. Applied Automation and Industrial Diagnostics (ICAAID). 2019. P. 1–6.
5. *Doğruer T., Tan N.* Decoupling control of a twin rotor MIMO system using optimization method // 11th Intern. Conf. Electrical and Electronics Engineering (ELECO). 2019. P. 780–784.

6. Valluru S.K., Kumar R., Ayush M. Trajectory tracking control of TRMS using FO-PID and FOI-PD controllers: An experiment // 3rd Intern. Conf. Recent Developments in Control, Automation & Power Engineering (RDCAPE). 2019. P. 319–322.
7. Cajo R., Agila W. Evaluation of Algorithms for linear and nonlinear PID control for twin rotor MIMO system // Asia-Pacific Conf. Computer Aided System Engineering. 2015. P. 214–219.
8. Sodhi P., Kar I. Adaptive backstepping control for a twin rotor MIMO system // IFAC Proc. Vol. 2014. V. 47. № 1. P. 740–747.
9. Haruna A., Mohamed Z., Efe M.Ö. et al. Improved integral backstepping control of variable speed motion systems with application to a laboratory helicopter // ISA Trans. 2020. V. 97. P. 1–13.
10. Yang J.-H., Hsu W.-C. Adaptive backstepping control for electrically driven unmanned helicopter // Control Engng. Pract. 2009. V. 17. № 8. P. 903–913.
11. Butt S.S., Aschemann H. Multi-variable integral sliding mode control of a two degrees of freedom helicopter // IFAC-PapersOnLine. 2015. V. 48. № 1. P. 802–807.
12. Nguyen Q.V., Hyun C.-H. Multiple sliding surface control approach to twin rotor MIMO systems // Intern. J. Fuzzy Logic & Intell. Syst. 2014. V. 14. № 3. P. 171–180.
13. Зобова А.А. Обзор моделей сухого трения // ПММ. 2016. Т. 80. Вып. 2. С. 194–206.
14. Friendland B., Park Y.J. On adaptive friction compensation // IEEE Trans. A.C. 1992. V. 37. P. 1609–1611.
15. Feng H., Qiao W., Yin C. et al. Identification and compensation of non-linear friction for an electrohydraulic system // Mech.&Machine Theory. 2019. V. 141. P. 1–13.
16. Hidalgo M., Garcia C. Friction compensation in control valves: Nonlinear control and usual approaches // Control Engng. Pract. 2018. V. 58. P. 42–53.
17. Bartolini G., Punta E. Second order sliding mode control of systems with nonlinear friction // Proc. IEEE Conference on Decision and Control. 2000. V. 3. P. 2192–2197.
18. Черноусько Ф.Л., Ананьевский И.М., Решмин С.А. Методы управления нелинейными механическими системами. М.: Физматлит, 2006. 328 с.
19. Ананьевский И.М., Ишханян Т.А. Управление платформой с осцилляторами в присутствии сухого трения // Тр. ИММ УрО РАН. 2017. Вып. 23. № 1. С. 20–26.
20. Решмин С.А. Метод декомпозиции в задаче управления лагранжевой системой с дефицитом управляющих параметров // ПММ. 2010. Т. 74. Вып. 1. С. 151–169.
21. Лукьянов А.Г. Блочный метод синтеза нелинейных систем на скользящих режимах // Автом. телемех. 1998. № 7. С. 14–34.
22. Уткин В.А. Инвариантность и автономность в системах с разделяемыми движениями // Автом. телемех. 2001. № 11. С. 73–94.
23. Краснова С.А., Антипов А.С. Иерархический синтез сигмоидальных обобщенных моментов манипулятора в условиях неопределенности // Проблемы управления. 2016. № 4. С. 10–21.
24. Kochetkov S.A., Krasnova S.A., Antipov A.S. Cascade Synthesis of electromechanical tracking systems with respect to restrictions on state variables // IFAC-PapersOnLine. 2017. V. 50. № 1. P. 1042–1047.
25. Антипов А.С., Краснова С.А. Управление двухроторным механизмом в условиях неполной информации // Информ. технол. вычисл. системы. 2020. № 1. С. 65–75.
26. Rao V.S., Akhila, Morales-Viviescas R.M. Extended Kalman observer based robust control of 1DOF TRMS // 12th Asian Control Conf. (ASCC). 2019. P. 521–526.
27. Rahideh A., Shaheed M.H. Constrained output feedback model predictive control for nonlinear systems // Control Eng. Practice. 2012. V. 20. № 4. P. 431–443.
28. Краснова С.А., Уткин А.В. Сигма-функция в задачах синтеза наблюдателей состояний и возмущений // Проблемы управления. 2015. № 5. С. 27–36.
29. Twin Rotor MIMO System Control Experiments 33-949S. East Sussex, UK: Feedback Instr., 2006. 39 p.
30. Антипов А.С., Краснов Д.В., Уткин А.В. Декомпозиционный синтез системы управления электромеханическими объектами в условиях неполной информации // ПММ. 2019. Т. 83. Вып. 4. С. 530–548.

The Block Design of Tracking System for Twin-Rotor Electromechanical System with Restrictions on State Variables

A. S. Antipov^{a,#} and S. A. Krasnova^{a,##}

^a *Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Russia*

[#] *e-mail: scholess18@mail.ru*

^{##} *e-mail: skrasnova@list.ru*

A twin rotor electromechanical system is considered as a control plant, which output variables make angular movements in the vertical and horizontal planes. The mathematical model of the mechanical subsystem is essentially non-linear, contains cross couplings, moments of dry friction forces and uncertain parameters. Also, external uncontrolled disturbances act on this subsystem. The mathematical model of electrical subsystem (dynamics of electrical actuators) is approximated by linear differential equations. The output variables, currents of anchors of actuators and the given actions are the direct measurements. According to the block control principle, the procedure of decomposition synthesis of dynamic feedback is developed for the tracking of generalized coordinates for the given signals with the given accuracy. The bounded S-shaped local feedbacks are formed for the rejection of unmatched disturbances that allows us to take into account the project restrictions on the state variables and controls at the synthesis stage. Based on the measurements of the angular positions, a procedure of tuning of a reduced order dynamic observer of angular velocities with S-shaped corrective actions is developed, which does not require parametric certainty of plant model and the introduction of a dynamic model of external disturbances. The effectiveness of the developed approach is confirmed by the simulation results in the MATLAB-Simulink.

Keywords: electromechanical system, tracking, invariance, restrictions on state variables, sigma-function, state observer

REFERENCES

1. *Chapman J., Ilic M., King C. et al.* Stabilizing a multimachine power system via decentralized feedback linearizing excitation control // *IEEE Trans. Power Syst.*, 1993, vol. 8, no. 3, pp. 830–839.
2. *Wang Y., Hill D., Middleton R. et al.* Transient stability enhancement and voltage regulation of power systems // *IEEE Trans. Power Syst.*, 1993, vol. 8, no. 2, pp. 620–627.
3. *Spong M., Hutchinson S., Vidyasagar M.* Robot Modeling and Control. N.Y.: Wiley, 2005. 496 p.
4. *Alyoussef F., Kaya I.* TRMS Experimental results of new nonlinear PID tuned by DE algorithm // Intern. Conf. Applied Automation and Industrial Diagnostics (ICAAID), 2019, pp. 1–6.
5. *Doğruer T., Tan N.* Decoupling control of a twin rotor MIMO system using optimization method // 11th Intern. Conf. Electrical and Electronics Engineering (ELECO), 2019, pp. 780–784.
6. *Valluru S.K., Kumar R., Ayush M.* Trajectory tracking control of TRMS using FO-PID and FOI-PD controllers: An experiment // 3rd Intern. Conf. Recent Developments in Control, Automation & Power Engineering (RDCAPE), 2019, pp. 319–322.
7. *Cajo R., Agila W.* Evaluation of algorithms for linear and nonlinear PID control for twin rotor MIMO system // Asia-Pacific Conf. Computer Aided System Engineering, 2015, pp. 214–219.
8. *Sodhi P., Kar I.* Adaptive backstepping control for a twin rotor MIMO system // IFAC Proc. Vol., 2014, vol. 47, no. 1, pp. 740–747.
9. *Haruna A., Mohamed Z., Efe M.Ö. et al.* Improved integral backstepping control of variable speed motion systems with application to a laboratory helicopter // *ISA Trans.*, 2020, vol. 97, pp. 1–13.
10. *Yang J.-H., Hsu W.-C.* Adaptive backstepping control for electrically driven unmanned helicopter // *Control Engng. Pract.*, 2009, vol. 17, no. 8, pp. 903–913.
11. *Butt S.S., Aschemann H.* Multi-variable integral sliding mode control of a two degrees of freedom helicopter // IFAC-PapersOnLine, 2015, vol. 48, no. 1, pp. 802–807.
12. *Nguyen Q.V., Hyun C.-H.* Multiple sliding surface control approach to twin rotor MIMO systems // Intern. J. Fuzzy Logic & Intell. Syst., 2014, vol. 14, no. 3, pp. 171–180.

13. *Zobova A.A.* A review of models of distributed dry friction // JAMM, 2016, vol. 80, no. 2, pp. 194–206.
14. *Friendland B., Park Y.J.* On adaptive friction compensation // IEEE Trans. A.C, 1992, vol. 37, pp. 1609–1611.
15. *Feng H., Qiao W., Yin C. et al.* Identification and compensation of non-linear friction for a electro-hydraulic system // Mech.&Machine Theory, 2019, vol. 141, pp. 1–13.
16. *Hidalgo M., Garcia C.* Friction compensation in control valves: Nonlinear control and usual approaches // Control Engng. Pract., 2018, vol. 58, pp. 42–53.
17. *Bartolini G., Punta E.* Second order sliding mode control of systems with nonlinear friction // Proc. IEEE Conf. Decision and Control, 2000, vol. 3, pp. 2192–2197.
18. *Chernousko F.L., Anan'evskii I.M., Reshmin S.A.* Control Methods for Nonlinear Mechanical Systems (Metody upravleniya nelineinymi mekhanicheskimi sistemami). Moscow: Fizmatlit, 2006. 328 p. (in Russian)
19. *Anan'evskii I.M., Ishkhanyan T.A.* Control of a platform with oscillators under the action of dry friction // Trudy Inst. Mat. i Mekh. UrO RAN, 2017, vol. 23, no. 1, pp. 20–26. (in Russian)
20. *Reshmin S.A.* The decomposition method for a control problem for an underactuated Lagrangian system // JAMM, 2010, vol. 74, no. 1, pp. 108–121.
21. *Loukianov A.G.* Nonlinear block control with sliding mode // Autom.&Remote Control, 1998, vol. 7, pp. 916–933.
22. *Utkin V.A.* Invariance and independence in systems with separable motion // Autom.&Remote Control, 2001, vol. 62, pp. 1825–1843.
23. *Krasnova S.A., Antipov A.S.* Hierarchical design of sigmoidal generalized moments of manipulator under uncertainty // Autom.&Remote Control, 2018, vol. 79, no. 3, pp. 554–570.
24. *Kochetkov S.A., Krasnova S.A., Antipov A.S.* Cascade synthesis of electromechanical tracking systems with respect to restrictions on state variables // IFAC-PapersOnLine, 2017, vol. 50, no. 1, pp. 1042–1047.
25. *Antipov A.S., Krasnova S.A.* Control of a twin-rotor mechanism in conditions of incomplete information // J. Inform. Technol.&Comput. Syst., 2020, no. 1, pp. 65–75. (in Russian)
26. *Rao V.S., Akhila, Morales-Viviescas R.M.* Extended Kalman observer based robust control of 1DOF TRMS // 12th Asian Control Conf. (ASCC), 2019, pp. 521–526.
27. *Rahideh A., Shaheed M.H.* Constrained output feedback model predictive control for nonlinear systems // Control Eng. Pract., 2012, vol. 20, no. 4, pp. 431–443.
28. *Krasnova S.A., Utkin A.V.* Sigma function in observer design for states and perturbations // Autom.&Remote Control, 2016, vol. 77, no. 9, pp. 1676–1688.
29. Twin Rotor MIMO System Control Experiments 33-949S. East Sussex, UK: Feedback Instruments, 2006. 39 p.
30. *Antipov A.S., Krasnov D.V., Utkin A.V.* Decomposition synthesis of the control system of electromechanical objects in conditions of incomplete information // Mech. Solids, 2019, vol. 54, no. 5, pp. 47–60.