ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 538.566.2;621.372.8

СВЯЗАННЫЕ ПЛАЗМОННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В КЛАСТЕРЕ ИЗ ТРЕХ СЕРЕБРЯНЫХ НАНОЦИЛИНДРОВ РАЗНОГО ДИАМЕТРА

© 2019 г. А. П. Анютин*

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, пл. Введенского, 1, Фрязино, Московской обл., 141190 Российская Федерация

> **E-mail: anioutine@mail.ru* Поступила в редакцию 25.12.2018 г. После доработки 25.12.2018 г. Принята к публикации 21.01.2019 г.

Для случая *TM*-поляризации рассмотрена двумерная задача дифракции плоской электромагнитной волны на кластере, образованном тремя самоподобными наноцилиндрами из серебра различного диаметра. При помощи строгих численных методов исследованы квазистатические плазмонные резонансы в таком кластере. Рассчитаны частотные характеристики сечения рассеяния и пространственной структуры поля вблизи цилиндров для различных значений угла падения плоской волны, коэффициентов самоподобия и диаметров цилиндров. Обнаружено, что процесс увеличения расстояния между цилиндрами сопровождается вырождением резонансов поперечника рассеяния. Показано, что учет реальных потерь серебра цилиндров делает невозможным усиление электрического поля более 10 раз на выходе кластера.

DOI: 10.1134/S0033849419110032

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] была предложена каскадная конструкция 3D-кластера, образованного двумя, тремя (четырьмя или шестью) самоподобными сферами из серебра, которая, по утверждению авторов, способна существенно (в сотни и тысячи раз) усиливать поле проходящей плоской волны в световом диапазоне длин волн. При этом предполагалось, что радиусы сфер r_i (i = 1, 2, 3) и расстояния между соседними сферами $d_{i,i+1}$ выбраны в соответствии с формулами $r_{i+1} = \chi r_i$ и $d_{i,i+1} = \zeta a_{i+1}$ ($\zeta = \chi$, где χ — коэффициент самоподобия, некоторая постоянная величина, например в [1] $\chi = 1/3$ или $\chi = 1/2$). Кроме того, авторы считали, что для элементов кластера выполняются следующие условия:

1) электрические размеры сфер находятся в области квазистатики ($kr_i \ll 1; k$ – волновое число равное $k = 2\pi/\lambda; \lambda$ – длина волны);

2) значения электрического поля E в кластере находятся из решения граничной задачи электростатики (k = 0);

3) длина волны λ поля, проходящего через кластер, находится в окрестности дипольного резонанса, т.е. когда относительная диэлектрическая проницаемость серебра ε лежит в окрестности $\varepsilon \approx -2$;

4) потери серебра сфер отсутствуют $(Im(\varepsilon) = 0);$

5) взаимным влиянием сфер можно пренебречь;

6) каждая последующая сфера усиливает поле предыдущей сферы (каскадное усиление поля в кластере).

Очевидно, что указанные выше условия 1–6 физически обосновывают применение статического приближения для описания электрического поля *E* вблизи дипольного резонанса одиночной диэлектрической сферы и их перенос на случай трех сфер. Действительно, хорошо известно [2], что компоненты электрического поля E_r , E_{θ} одиночной диэлектрической сферы без потерь радиуса $r_1 = a$, помещенного во внешнее электрическое поле в области статики (k = 0), описывается в сферической системе координат (r, φ, θ) при r > a формулами

$$E_r = E^0 \left(1 + 2(a/r)^3 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \right) \cos(\theta);$$

$$E_{\theta} = -E^0 \left(1 - (a/r)^3 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \right) \sin(\theta);$$
(1)

откуда и следует, что поле вне сферы стремится к бесконечности при $\varepsilon \rightarrow -2$.

После публикации работы [1] такой же подход был использован в ряде работ (см. [3, 4] и приведенные в них ссылки) для кластеров из диэлектрических (серебряных, золотых) сфер, а также 3D-тел другой формы. Отметим, что в области квазистатики $k \neq 0$, $ka \ll 1$ из асимптотики строгого решения задачи дифракции плоской волны на диэлектрической сфере (полученного на основе использования потенциалов Дебая [5, 6]) следует существование низкочастотных резонансов поля — мод электрического и магнитного типов. При этом резонансные частоты для низкочастотных мод электрического типа определяются формулой [7]

$$(ka_l)^2 = \frac{l + (l+1)/\varepsilon}{\frac{\mu}{2l+3} + \frac{1}{2l-1}}, \quad l \ge 1,$$
(2)

где *l* — номер резонанса, µ — относительная магнитная проницаемость среды сферы. Для мод магнитного типа в формуле (2) надо поменять местами є и µ.

Из (2) следует, что для мод электрического типа низкочастотные резонансы возникают в случае, когда диэлектрическая проницаемость сферы є близка к величине

$$\varepsilon = -\frac{l+1}{l}, \quad l \ge 1, \tag{3}$$

которое, при l = 1 (низшая мода — дипольный резонанс), становится равной $\varepsilon = -2$.

Представляется очевидным следующее утверждение: если эффект усиления плоской волны в кластере из трех самоподобных серебряных сфер имеет место в трехмерном случае (3D), то при выполнении отмеченных выше условий 1–6 он должен иметь место и в двумерном (2D) случае – кластера из трех самоподобных цилиндров из серебра. Главное отличие этих двух задач состоит в том, что в 2D-случае дипольный резонанс происходит при относительной диэлектрической проницаемости цилиндра, равной $\varepsilon = -1$. Это следует из решения электростатической 2D задачи, при которой компоненты рассеянного электрического

поля E_r^s , E_{φ}^s в цилиндрической системе координат (r, φ) определяются выражениями [2, 8]

$$E_r^s = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \frac{a^2}{r^2} \sin \varphi, \quad E_{\varphi}^s = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \frac{a^2}{r^2} \cos \varphi, \quad r > a.$$
(4)

Из строгого аналитического решения задачи 2D дифракции плоской волны на диэлектрическом цилиндре, полученного методом разделения переменных (ряд Рэлея [5, 6]) можно получить, что при $ka \rightarrow 0$ рассеянное поле имеет вид [8]

$$U^{s} = -\frac{\pi \varepsilon - 1}{2\varepsilon + 1} (ka)^{2} H_{1}^{(2)}(kr) \cos \varphi, \quad r > a, \qquad (5)$$

где $H_1^{(2)}(kr)$ – функция Ганкеля. Учитывая, что

$$E_r = \frac{1}{ik\varepsilon r} \frac{\partial U}{\partial \varphi}, \quad E_{\varphi} = -\frac{1}{ik\varepsilon} \frac{\partial U}{\partial r}, \tag{6}$$

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 64 № 11 2019

из формул (5), (6) следуют выражения (при $kr \rightarrow 0$), совпадающие с решением электростатической задачи (4).

Цель работы — получить и исследовать результаты строгого численного решения задачи дифракции плоской поляризованной электромагнитной *ТМ*-волны на 2D-кластере, состоящем из трех самоподобных серебряных цилиндров различного радиуса и ответить на следующие вопросы:

 имеет ли место существенное усиление электрических компонент поля (каскадное усиление) плоской волны, прошедшей через кластер из трех самоподобных цилиндров из реального серебра (является ли такой кластер нанолинзой);

 – как сказываются потери реального серебра на амплитуде прошедшего поля в такой системе;

 – как сказывается взаимное влияние цилиндров на амплитуде прошедшего поля.

1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ. МЕТОД РЕШЕНИЯ ДЛЯ КЛАСТЕРА ИЗ ТРЕХ СЕРЕБРЯНЫХ ЦИЛИНДРОВ

Рассмотрим двумерную 2D-задачу дифракции плоской линейно поляризованной *TM*-волны на кластере, образованном тремя круговыми самоподобными диэлектрическими цилиндрами (рис. 1) с различными радиусами a_i (i = 1, 2, 3). Будем считать, что для радиусов a_i цилиндров и расстояний $d_{i,i+1}$ между ними выполняются следующие условия: $r_{i+1} = \chi r_i, d_{i,i+1} = \zeta a_{i+1}$. Плоская линейно поляризованная *TM*-волна распространяется в направлении единичного вектора ($\cos \varphi_0, \sin \varphi_0, 0$) и характеризуется следующими компонентами электромагнитного поля [2]:

$$H_z^0 = \exp(-ikx\cos\varphi_0 - iky\sin\varphi_0),$$

$$E_x^0 = -\eta\sin\varphi_0\exp(-ikx\cos\varphi_0 - iky\sin\varphi_0), \quad (7)$$

$$E_y^0 = \eta\cos\varphi_0\exp(-ikx\cos\varphi_0 - iky\sin\varphi_0).$$

Используется гауссовская система физических единиц; зависимость полей от времени выбрана в виде $\exp(i\omega t)$, $\eta = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ – волновое сопротивление вакуума, μ_0 , ϵ_0 – магнитная и диэлектрическая проницаемости вакуума, ϕ_0 – угол падения плоской волны (см. рис. 1).

Численное исследование сформулированной дифракционной задачи удобнее проводить в цилиндрической системе координат (r, φ), используя *z*-компоненту магнитного поля: $U(r, \varphi) = H_z(r, \varphi)$. Краевая задача для функции $U(r, \varphi)$ является скалярной.



Рис. 1. Геометрия задачи.

Полное поле $U(r, \varphi)$ удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 U(r,\phi)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U(r,\phi)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U(r,\phi)}{\partial \phi^2} + k^2 \varepsilon(r) U(r,\phi) = 0,$$
(8)

где

$$\varepsilon(r) = \begin{cases} \varepsilon, & r < a_i, \\ 1, & r > a_i, & i = 1, 2, 3 \end{cases}$$
(9)

е – относительная диэлектрическая проницаемость серебра.

Граничные условия для функции *U*(*r*, φ) на поверхности каждого цилиндра имеют вид

$$U(a_i - 0, \varphi) = U(a_i + 0, \varphi),$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial U}{\partial r}(a_i - 0, \varphi) = \frac{\partial U}{\partial r}(a_i + 0, \varphi),$$

$$i = 1, 2, 3$$
(10)

В случае плоской волны (7) падающее поле задано функцией

$$U^{0} = H_{z}^{0} = \exp[-ikr\cos(\varphi - \varphi_{0})].$$
(11)

Вне цилиндров $r > a_i$ полное поле состоит из падающего $U^0 = H_z^0$ и рассеянных $U^s(r, \varphi)$ каждым цилиндром полей

$$U(r,\phi) = U^{0} + U^{s}(r,\phi) \equiv U^{0} + U^{s}_{1}(r,\phi) + U^{s}_{2}(r,\phi) + U^{s}_{3}(r,\phi), \quad r > a_{i}, \quad i = 1,2,3.$$
(12)

Внутри каждого цилиндра $r < a_i$ поле $U(r, \varphi)$ представляет собой "преломленное" поле: $U(r, \varphi) = U_1^p(r, \varphi)$ при $r < a_1$, $U(r, \varphi) = U_2^p(r, \varphi)$ при $r < a_2$, $U(r, \varphi) = U_1^p(r, \varphi)$ при $r < a_3$.

Рассеянное поле U^s в дальней зоне должно удовлетворять условию излучения

$$U^{s} \sim \Phi(\varphi) \frac{1}{\sqrt{kr}} \exp(-ikr + i\pi/4), \quad kr \to \infty, \quad (13)$$

где $\Phi(\phi)$ – диаграмма рассеяния кластера.

Важной характеристикой рассеянного поля является поперечник рассеяния σ_s , который рассчитывается по формуле

$$\sigma_s = \frac{1}{k} \int_0^{2\pi} \left| \Phi(\varphi) \right|^2 d\varphi.$$
 (14)

2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Численное решение сформулированной выше электродинамической граничной задачи получим на основе использования метода дискретных источников (МДС) [10–12], позволяющего получать решение с контролируемой точностью. При этом точность численного решения задачи оценивалась вычислением невязки граничных условий в линейной норме в точках, лежащих в середине интервалов разбиения контуров каждого из рассеивателей (согласно [11] это наихудшие точки для выполнения граничных условий (10)). Во всех приведенных ниже расчетах невязка не пре-

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 64 № 11 2019





Рис. 2. Зависимость действительной $\text{Re}(\varepsilon)$ (кривая *1*) и мнимой $\text{Im}(\varepsilon)$ (кривая *2*) частей относительной диэлектрической проницаемости серебра от длины волны.

вышала значений 10⁻³. Отметим, что ранее модификация этого метода применялась при исследовании родственных задач [13–16].

Для расчета частотной зависимости действительной и мнимой частей относительной диэлектрической проницаемости серебра $\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon''$ использовались экспериментальные данные работы [17], которые интерполировались с помощью кубических сплайнов. Графики рассчитанных зависимостей действительной ε'' и мнимой ε''' частей диэлектрической проницаемости золота от длины волны представлены на рис. 2.

Рассмотрим сначала кластер, состоящий из трех самоподобных цилиндров, относительная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon''$ которых представляет реальное серебро [17]. Пусть параметры кластера соответственно равны: $\chi = 1/2$, $\varsigma = \chi, a_1 = 20$ нм, $a_2 = \chi a_1 = 10$ нм, $a_3 = \chi a_2 = 5$ нм, $d_{1,2} = \zeta a_2 = 5$ нм, $d_{2,3} = \zeta a_3 = 2.5$ нм. На рис. 3 представлено семейство кривых, описывающих зависимость нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_s$ от длины волны λ (330 нм $\leq \lambda \leq 600$ нм), рассчитанные при различных углах падения ϕ_0 . Отметим, что при таком диапазоне изменения длины волны λ электрический радиус первого цилиндра ka_1 изменяется в пределах $0.41 \le ka_1 \le 0.76$. Это означает, что электрические размеры элементов кластера (ka_i , i = 1, 2, 3) приблизительно укладываются в диапазон квазистатики. Кривые 1-5 соответствуют углам падения $\phi_0 = 0, \pi, -\pi/2, -\pi, \pi +$ $+\pi/4$. Из рис. 3 видно, что в спектрах рассеяния



Рис. 3. Зависимость полного сечения рассеяния от длины волны для кластера параметрами $\chi = 1/2$, $\zeta = \chi = 1/2$, $a_1 = 20$ нм, $a_2 = \chi a_1 = 10$ нм, $a_3 = \chi a_2 = 5$ нм, $d_{1,2} = \zeta a_2 = 5$ нм, $d_{2,3} = \zeta a_3 = 2.5$ нм при различных углах падения плоской волны: $\varphi_0 = = 0$ (1), π (2), $-\pi/2$ (3), $-\pi$ (4), $\pi + \pi/4$ (5).

кσ, наблюдаются два максимума при длинах волн $\lambda \approx 340$ и 360 нм, связанные с резонансами плазмонов. Можно показать, что максимум $k\sigma_{c}$ при $\lambda \approx 360$ нм связан с наличием дипольного резонанса плазмонов, а максимум $k\sigma_s$ при $\lambda \approx 340$ нм – как с эффектом слияния (вследствие потерь серебра) мультипольных резонансов плазмонов, так и тем, что в этой точке действительная часть относительной диэлектрической проницаемости серебра $\text{Re}(\varepsilon) = \varepsilon' = 1.1621$ близка особой точке $\varepsilon' = -1.0$ [9]. Из рис. 3 также следует, что амплитуды максимумов графиков поперечника $k\sigma_s$ зависят от угла падения ϕ_0 . Так, максимальное значение амплитуды $k\sigma_s$ достигается при угле падения $\phi_0 = -\pi/2$, а минимальное — при $\phi_0 = \pi$. Отметим, что при угле падения $\phi_0 = -\pi/2$ полное электрическое поле имеет E_x компоненту, направленную вдоль оси х. При таком угле падения электрическая компонента поля E_x поочередно пересекает все три цилиндра, что и приводит к максимальному взаимодействию полей, рассеянных цилиндрами.

На рис. 4 изображено семейство кривых, иллюстрирующих влияние расстояний $d_{1,2} = \zeta a_2$, $d_{2,3} = \zeta a_3$ (ζ – var) между цилиндрами на спектр нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_s$ для рассмотренного выше кластера. При этом угол падения полагался равным $\varphi_0 = -\pi/2$. Кривые *1*— *6* соответствуют значениям $\zeta = 0.1$, 0.2, 1/3, 0.5, 0.75 и 1. Как видим, при малых расстояниях меж-



Рис. 4. Зависимость полного сечения рассеяния от длины волны для кластера с параметрами $\chi = 1/2$, $a_1 = 20$ нм, $a_2 = \chi a_1 = 10$ нм, $a_3 = \chi a_2 = 5$ нм, $d_{1,2} = \zeta a_2 = 5$ нм, $d_{2,3} = \zeta a_3 = 2.5$ нм при угле падения плоской волны $\varphi_0 = -\pi/2$, и различных расстояниях между цилиндрами $d_{1,2} = \zeta a_2$, $d_{2,3} = \zeta a_3$ для $\zeta = 0.1$ (1), 0.2 (2), 1/3 (3), 0.5 (4), 0.75 (5) и 1 (6).

ду цилиндрами (кривые 1, 2) у кривых $k\sigma_s$ наблюдается три максимума — один главный и два побочных. Главный максимум $k\sigma_s$ имеет большую амплитуду, чем побочные максимумы и располагается при больших значениях λ . Увеличение дистанции между цилиндрами приводит сначала к полному исчезновению одного побочного максимума $k\sigma_s$ (кривые 3–5), а затем и к исчезновению второго побочного максимума $k\sigma_s$ (кривая 6). Такое поведение кривых $k\sigma_s$ свидетельствует о том, что увеличение дистанции между цилиндрами сопровождается эффектом вырождения резонансных колебаний плазмонов, приводящее к вырождению резонансов поперечника рассеяния.

Результаты расчета пространственного распределения модуля E_x компоненты электрического поля вдоль оси *x* кластера для трех значений длин волн $\lambda_1 \approx 340$ нм, $\lambda_2 \approx 350$ нм и $\lambda_3 \approx 360$ нм представлены на рис. 5. Параметры кластера полагались равными: $\chi = 1/2$, $a_1 = 20$ нм, $a_2 = \chi a_1 = 10$ нм, $a_3 = \chi a_2 = 5$ нм, $\zeta = \chi$, $d_{1,2} = \zeta a_2 = 5$ нм, $d_{2,3} =$ $= \zeta a_3 = 2.5$ нм а угол падения – $\varphi_0 = -\pi/2$. Отметим, что при значениях длин волн λ_1 и λ_3 у кривой нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_s$ наблюдаются максимумы (причем $k\sigma_s(\lambda_3) > k\sigma_s(\lambda_1)$), а при λ_2 – имеет место минимум кривой $k\sigma_s$ (см. рис. 3 кривая 3). При этом дипольному резонансу соответствует длина волны $\lambda_3 \approx 360$ нм. Из рис. 5 видно, что для такого кластера характерно увели-



Рис. 5. Пространственное распределение модуля E_x -компоненты электрического поля вдоль оси x кластера с параметрами $\chi = 1/2$, $a_1 = 20$ нм, $a_2 = \chi a_1 = 10$ нм, $a_3 = \chi a_2 = 5$ нм, $\zeta = \chi, d_{1,2} = \zeta a_2 = 5$ нм, $d_{2,3} = \zeta a_3 = 2.5$ нм при угле падения $\varphi_0 = -\pi/2$ и различных длинах волн $\lambda_{1,2,3}$, равных соответственно 340 (1), 360 (2) и 370 нм (3).

чение модуля компоненты E_x электрического поля — до 30 раз в промежутке между вторым и третьим цилиндрами. При этом на выходе кластера амплитуда электрической компоненты поля увеличивается приблизительно всего лишь в семь раз даже при дипольном резонансе ($\lambda_3 \approx 360$ нм). Это означает, что такой кластер, состоящий из самоподобных цилиндров, среда которых представляет собой реальное серебро, не обладает свойствами фокусирующей нанолинзы.

Результаты исследования влияния потерь серебра на пространственное распределение модуля E_x компоненты электрического поля вдоль оси x кластера представлены рис. 6. Параметры кластера полагались равными: $\chi = \zeta = 1/2$, $a_1 = 20$ нм, $a_2 = \chi a_1 = 10$ нм, $a_3 = \chi a_2 = 5$ нм, $d_{12} = \zeta a_2 =$ = 5 нм, $d_{2,3} = \zeta a_3 = 2.5$ нм; угол падения ϕ_0 = $= -\pi/2$. Кривые рис. 6 рассчитаны для длины волны $\lambda \approx 360$ нм, т.е. при дипольном резонансе кластера. Кривая 1 соответствуют случаю, когда относительная диэлектрическая проницаемость среды цилиндров равна относительной диэлектрической проницаемости реального серебра, когда $\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon'' = -2.3271 - i0.2591$, кривая 2 – $\varepsilon = \varepsilon' - i0.1\varepsilon''$, кривая $\beta - \varepsilon = \varepsilon' - i0.001\varepsilon''$. Из рисунка видно, что максимальные значения модуля компоненты E_x электрического поля достигаются в промежутке между вторым и третьим цилиндрами. При этом даже в случае малых потерь серебра, когда $\varepsilon = \varepsilon' - i0.001\varepsilon''$, максимальное значение E_x



Рис. 6. Пространственное распределение модуля E_x -компоненты электрического поля вдоль оси x кластера с параметрами $\chi = 1/2$, $a_1 = 20$ нм, $a_2 = \chi a_1 = 10$ нм, $a_3 = \chi a_2 = 5$ нм, $\zeta = \chi, d_{1,2} = \zeta a_2 = 5$ нм, $d_{2,3} = \zeta a_3 = 2.5$ нм при угле падения — $\phi_0 = -\pi/2$ и длине волны $\lambda \approx 360$ нм при различных потерях серебра: при потерях реального серебра ε " (кривая *I*), при потерях 0.1 ε " (кривая *2*), при потерях 0.001 ε " (кривая *3*).

не превышает значения $E_x < 57$. На выходе кластера (при $kx = ka_1 + kd_{1,2} + 2ka_2 + kd_{2,3} + 2ka_3)$ и реальных потерях серебра максимальное значение модуля компоненты E_x электрического поля не превышает значения $E_x < 7$, а при малых потерях – $E_x < 15$.

Аналогичные тенденции наблюдаются и для случая $\lambda \approx 340$ нм, когда относительная диэлектрическая проницаемость реального серебра $\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon'' = -1.1621 - 0.3049$ і, т.е. когда $\text{Re}(\varepsilon) = \varepsilon'$ близка к особой точке $\varepsilon' = -1.0$. Заметим лишь, что в отличие от рассмотренного выше случая (когда $\lambda \approx 360$ нм) здесь наблюдаются большие значения модуля E_x -компоненты электрического поля в промежутках между цилиндрами $(E_x^{\text{max}} \approx 300)$, а на выходе кластера $-E_x^{\text{max}} \approx 50$ при малых потерях и $E_x^{\text{max}} \approx 12$. Такие различия в поведении E_x объясняются близостью действительной части $\text{Re}(\varepsilon) = \varepsilon'$ к особой точке $\varepsilon' = -1.0$.

Таким образом, мы показали, что в кластере из трех самоподобных серебряных наноцилиндров, параметры которых укладываются в квазистатический диапазон, учет реальных потерь серебра и взаимодействия между цилиндрами приводят к ситуации, когда невозможно обеспечить усиление электрического поля на выходе кластера более чем в десять раз. При этом значительное уси-



Рис. 7. Пространственное распределение модуля E_x компоненты электрического поля вдоль оси *x* кластера с параметрами $\chi = \zeta = 1/3$, $a_1 = 45$ нм, $a_2 = \chi a_1 = 15$ нм, $a_3 = \chi a_2 = 5$ нм, $\zeta = \chi, d_{1,2} = \zeta a_2 = 5$ нм, $d_{2,3} = \zeta a_3 =$ = 2.5 нм при различных углах падения: $\varphi_0 = 0$ (*I*), π (*2*), $\pi/2$ (*3*), $-\pi/4$ (*4*).

ление электрической компоненты поля имеет место лишь в промежутках между цилиндрами.

Рассмотрим теперь кластер с параметрами: $\chi = \zeta = 1/3$, $a_1 = 45$ нм, $a_2 = \chi a_1 = 15$ нм, $a_3 = \chi a_2 = 5$ нм. Для диапазона изменения длины волны 330 нм $\leq \lambda \leq 600$ нмэлектрический радиус первого цилиндра ka_1 изменяется в пределах $0.94 \leq ka_1 \leq 1.71$. Это означает, что теперь мы имеем дело с кластером, у которого электрические размеры элементов $ka_i, i = 1, 2, 3$, лежат в резонансной области.

Результаты исследования влияния угла падения ϕ_0 плоской волны на зависимость нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_s$ от длины волны λ в таком кластере представлены на рис. 7. Кривые 1-4 соответствуют $\phi_0 = 0$, π , $-\pi/2$, $-\pi/4$. Из рисунка видно, что поперечник рассеяния $k\sigma_s$ содержит два максимума — при $\lambda \approx 345$ и 360 нм для всех углов падения. При этом как величина максимумов, так и их положение слабо зависят от угла падения плоской волны.

Обратимся теперь к случаю, когда в рассмотренном выше кластере радиусы цилиндров остаются прежними ($\chi = 1/3$, $a_1 = 45$ нм, $a_2 = \chi a_1 = 15$ нм, $a_3 = \chi a_2 = 5$ нм), а меняется расстояние между цилиндрами $d_{1,2} = \zeta a_2$, $d_{2,3} = \zeta a_3$ (ζ – var). Угол падения плоской волны равен: $\varphi_0 = -\pi/2$. На рис. 8 представлено семейство кривых, описывающих зависимость нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_s$ от длины волны λ при различных значениях параметра ζ . Кривые *1*–*6* на рис. 8 соответствуют значениям $\zeta = 0.1$, 0.2, 1/3, 0.5, 0.75 и 1. Из этого рисунка видно, что спектр поперечника



Рис. 8. Зависимость полного сечения рассеяния от длины волны для кластера с параметрами $\chi = 1/3$, $a_1 = 45$ нм, $a_2 = \chi a_1 = 15$ нм, $a_3 = \chi a_2 = 5$ нм при угле падения плоской волны $\phi_0 = -\pi/2$ и различных расстояниях между цилиндрами $d_{1,2} = \zeta a_2, d_{2,3} = \zeta a_3$ для $\varsigma = 0.1$ (1), 0.2 (2), 1/3 (3), 0.5 (4), 0.75 (5) и 1 (6).

рассеяния $k\sigma_s$ (т.е. зависимость $k\sigma_s$ от λ) имеет резонансную структуру и содержит несколько максимумов. Число максимумов зависит от расстояния между цилиндрами. Так при малом рас-



Рис. 9. Пространственное распределение модуля *E*_{*x*}-компоненты электрического поля вдоль оси *x* для кластера с параметрами $\chi = 1/3$, $a_1 = 45$ нм, $a_2 = \chi a_1 = 15$ нм, $a_3 = \chi a_2 = 5$ нм, $\varsigma = \chi, d_{1,2} =$ = $\zeta a_2 = 5$ нм, $d_{2,3} = \zeta a_3 = 5/3$ нм при угле падения $φ_0 = -\pi/2$ и трех значениях λ = 345 (1), 360 (2) и 370 нм (3).

стоянии между цилиндрами ($\zeta = 0.1$, кривая *1*) у поперечника рассеяния $k\sigma_{a}$ наблюлается четыре максимума. При увеличении расстояния между цилиндрами (увеличение с) числа максимумов уменьшается до одного ($\zeta = 1$, кривая *6*). Таким образом, увеличение расстояния между цилиндрами сопровождается процессом вырождения резонансов (см., например, кривые 1, 2, где отчетливо видно вырождение двух максимумов).

На рис. 9 изображено пространственное распределение модуля E_x компоненты электрического поля вдоль оси х кластера, рассчитанное при трех значениях длины волны: $\lambda \approx 345$, 360 и 370 нм. Размеры цилиндров полагались аналогичными рассмотренному выше случаю, параметры кластера $\chi = \zeta = 1/3, d_{1,2} = \zeta a_2 = 5$ нм, $d_{2,3} = \zeta a_3 = 5/3$ нм, а угол падения плоской волны был равен $\phi_0 = -\pi/2$.

Из результатов, представленных на рис. 9, следует, что и в этом случае максимальные значения поля Е_x наблюдаются в промежутках между цилиндрами ($E_x^{\max} \approx 43$), а значения E_x на выходе кластера $E_x < 8$.

Наконец, исследуем влияние потерь серебра на распределение амплитуды E_x электрического поля вдоль оси х кластера, параметры которого аналогичны рассмотренному выше случаю. При расчетах полагалось, что $\lambda \approx 370$ нм. Кривая 1



Рис. 10. Пространственное распределение модуля E_x компоненты электрического поля вдоль оси х для кластера с параметрами $\chi = 1/3$, $a_1 = 45$ нм, $a_2 = \chi a_1 = 15$ нм, $a_3 = \chi a_2 = 5$ нм, $\zeta = \chi, d_{1,2} = \zeta a_2 = 5$ нм, $d_{2,3} = \zeta a_3 =$ = 5/3 нм при угле падения $\phi_0 = -\pi/2$ и длине волны $\lambda \approx 370$ нм при различных потерях серебра: при потерях реального серебра є"(кривая 1), при потерях 0.1є" (кривая 2), при потерях 0.001є" (кривая 3).

рис. 10 соответствует реальным потерям серебра цилиндров, когда $\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon'' = -2.8494 - i0.2241$; кривая 2 – случаю $\varepsilon = \varepsilon' - i0.1\varepsilon''$, кривая 3 – $\varepsilon = \varepsilon' - i0.001\varepsilon''$. Из сравнения результатов, представленных на рис. 9 и 10, с результатами, изображенными на рис. 5 и 6, нетрудно сделать вывод о том, что сохраняются все отмеченные выше тенденции в поведении амплитуды E_x электрического поля, связанные с влиянием потерь серебра. Отличие рассмотренных двух случаев заключается в величинах достигаемых максимумов у соответствующих кривых. При этом в рассмотренных случаях реальные потери серебра не позволяют обеспечить усиление поля E_x на выходе кластера более 10 раз.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведены результаты строго численного решения задачи дифракции плоской поляризованной ТМ-волны на кластере, состоящем из трех самоподобных серебряных цилиндров с различными диаметрами. Исследовано влияние коэффициента самоподобия, величины диаметров цилиндров, расстояния межлу пилинлрами и угла паления плоской волны на зависимость нормированного поперечника рассеяния от длины волны. Обнаружено, что в квазистатической области процесс увеличения расстояния между цилиндрами сопровождается вырождением резонансов поперечника рассеяния. Показано, что учет реальных потерь серебра цилиндров делает невозможным усиление электрического поля более 10 раз на выходе кластера, размеры которого соответствуют резонансной и квазистатической областям. Тем самым установлена невозможность существования (создания) нанолинзы на основе кластера из трех самополобных серебряных шилинлров. способной существенно (более чем в 10 раз) усиливать электрическое поле падающей плоской волны.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет частичного бюджетного финансирования в рамках государственного задания (тема 0030-2019-0014) и частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-02-00654).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Li K., Stokmam M.I., Bergman D.G.* // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 91. P. 227402.
- 2. *Никольский В.В.* Электродинамика. М.: Наука, 1973.
- Pelligrini G., Celebramo M., Finazzi M., Biagioni P. // J. Phys. Chem. C. 2016. P. 1.
- 4. Климов В.В. Наноплазмоника. М.: Физматлит, 2009.
- 5. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973.
- 6. *Марков Г.Т., Чаплин А.Ф.* Возбуждение электромагнитных волн. М.: Радио и связь, 1983.
- Анютин А.П., Демин Д.Б., Коршунов И.П. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 2014. Т. 57. № 6. С. 507.
- 8. Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. // РЭ. 2014. Т. 59. № 11. С. 1065.
- 9. Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. // РЭ. 2015. Т. 60. № 6. С. 610.
- 10. *Doicu A., Wriedt T., Eremin Y.* Acoustic and electromagnetic scattering analysis using discrete sources. London: Academic, 2000.
- Кюркчан А.Г., Смирнова Н.И. Математическое моделирование в теории дифракции с использованием априорной информации об аналитических свойствах решения. М.: ИД Медиа Паблишер, 2014.
- Алексидзе М.А. Фундоментальные функции в приближенных решениях граничных задач. М.: Наука, 1991.
- 13. Анютин А.П., Стасевич В.И. // JQSRT. 2006. V. 100. № 1–3. Р. 16.
- 14. Анютин А.П. // РЭ. 2010. Т. 55. № 2. С. 144.
- 15. Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. // РЭ. 2013. Т. 58. № 9. С. 951.
- 16. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // Изв. вузов. Радиофизика. 2013. Т. 56. № 5. С. 330.
- Johnson P.B., Christy R.W. // Phys. Rev. B. 1972. V. 6. № 12. P. 4370.
- Абрамович М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979.