

РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ  
В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ И ПЛАЗМЕ

УДК 621.38.2

СПЕКТРЫ ФОТОННОГО КРИСТАЛЛА, СОДЕРЖАЩЕГО СЛОИ  
С ВЫСОКОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТЬЮ

© 2019 г. И. В. Федорова<sup>1</sup>, Д. И. Семенцов<sup>1, \*</sup>

<sup>1</sup>Ульяновский государственный университет,  
ул. Л. Толстого, 42, Ульяновск, 432017 Российская Федерация

\*E-mail: [sementsovdi@mail.ru](mailto:sementsovdi@mail.ru)

Поступила в редакцию 03.03.2019 г.

После доработки 03.03.2019 г.

Принята к публикации 17.03.2019 г.

Исследованы особенности спектров пропускания одномерного фотонного кристалла, у которого диэлектрическая проницаемость одного из двух слоев в периоде структуры во много раз больше проницаемости другого. Рассмотрены спектры конечной бездефектной структуры, структуры с дефектом инверсии и симметричной микрорезонаторной структуры. Показана возможность управления шириной фотонной запрещенной зоны с помощью электрического поля, а также достижения очень узкой спектральной линии дефектной моды и сверхвысокой степени локализации излучения на дефекте.

DOI: [10.1134/S0033849419110081](https://doi.org/10.1134/S0033849419110081)

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что в спектрах прохождения (отражения) одномерных фотонных кристаллов, возникают фотонные запрещенные зоны (ФЗЗ), с наличием которых связаны широкие возможности создания различных устройств управления электромагнитным излучением [1–6]. При нарушении периодичности, т.е. при формировании в структуре плоскослоистого дефекта, возможна локализация распространяющегося излучения в так называемых дефектных модах с частотами, лежащими в ФЗЗ бездефектной структуры [7–11]. К подобным структурам относятся брэгговские микрорезонаторы, формируемые на основе одномерных фотонных кристаллов [12–14]. Отметим, что основы теории волновых явлений в неоднородных структурах были заложены в классических работах Б.З. Каценеленбаума [1, 2]. Эти и последующие его работы сыграли важную роль в развитии электродинамики периодических структур.

Для многих практических применений важной задачей является прогнозируемая перестройка фотонного спектра, связанная в первую очередь с выбором материала слоев и создаваемых в структуре дефектов. Особый интерес в этом плане могут представлять фотонно-кристаллические структуры (ФКС) со слоями, значения диэлектрической проницаемости (ДП) которых во много раз превышают ДП контактирующих слоев и зависят от внешних полей и температуры. Отметим, что в литературе отсутствует анализ особенностей спектров ФКС с проницаемостью слоев

$\epsilon \sim 10^3$ . В этой связи в данной работе исследованы особенности спектра пропускания конечной ФКС, а также структуры с дефектом инверсии, в которых использованы слои со значением ДП, во много раз превосходящим ДП соседних слоев. Таким материалом может быть, в частности, параэлектрик  $\text{SrTiO}_3$  (титанат стронция), для которого в микроволновом диапазоне дисперсия и поглощение практически отсутствуют, а ДП существенно зависит от температуры и электрического поля [15, 16]. Это создает возможность эффективного управления положением и шириной фотонных зон и дефектной моды, т.е. спектром прохождения ФКС в целом.

1. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим одномерную, находящуюся в вакууме ФКС, которая содержит конечное число периодов из двух оптически изотропных слоев: слоя диэлектрика с ДП  $\epsilon_1$ , толщиной  $L_1$  и слоя пара- или сегнетоэлектрика с высоким значением ДП  $\epsilon_2 \gg \epsilon_1$  и толщиной  $L_2$ . Будем считать, что волна распространяется вдоль оси  $Oz$  перпендикулярно границам раздела слоев. Введем вектор  $\vec{F}$  с двумя компонентами волнового поля:  $E_y$  и  $H_x$ , а также передаточную матрицу всей структуры  $\mathbf{G}$ , которая связывает амплитуды падающей и выходящей из структуры волн:  $\vec{F}_t = \mathbf{G}\vec{F}_0$ . Для структуры, содержащей  $n$  периодов, матрица одного периода имеет вид [4, 7, 22]:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} C_1 C_2 - \sqrt{\varepsilon_1 / \varepsilon_2} S_1 S_2 & -i\sqrt{\varepsilon_2} C_1 S_2 - i\sqrt{\varepsilon_1} S_1 C_2 \\ -\left(i/\sqrt{\varepsilon_1}\right) S_1 C_2 - \left(i/\sqrt{\varepsilon_2}\right) C_1 S_2 & C_1 C_2 - \sqrt{\varepsilon_2 / \varepsilon_1} S_1 S_2 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где введены обозначения:  $C_j = \cos(k_j L_j)$ ,  $S_j = \sin(k_j L_j)$ ,  $k_j = k_0 \sqrt{\varepsilon_j}$  – константа распространения в соответствующем слое структуры,  $k_0 = \omega/c$ ,  $\omega$  и  $c$  – частота и скорость волны в вакууме.

Амплитудные коэффициенты отражения и прохождения для всей ФКС, находящейся в вакууме, выражаются через элементы матрицы  $\mathbf{G}$  и имеют вид [18]

$$r = \frac{G_{11} + G_{12} - G_{21} - G_{22}}{G_{11} + G_{12} + G_{21} + G_{22}}, \quad (2)$$

$$t = \frac{2}{G_{11} + G_{12} + G_{21} + G_{22}}.$$

Энергетические коэффициенты отражения и прохождения в этом случае имеют вид  $R = |r|^2$ ,  $T = |t|^2$ . При учете поглощения в слоях коэффициент поглощения, определяющий долю поглощенной ФК-энергии, определяется выражением  $A = 1 - R - T$ .

Далее будем рассматривать спектры прохождения ФКС, в которой один из двух слоев периода выполнен из материала с высоким значением ДП. В качестве такого материала могут использоваться сегнето- или параполярные. Так, у титаната стронция, который при температуре выше температуры структурного фазового перехода  $T_a \approx 105$  К находится в кубической фазе и является оптически изотропным, ДП в соответствии с данными эксперимента [12, 15] при комнатной температуре составляет величину  $\varepsilon \approx 330$ , а при  $T_0 = 110$  К достигает величины  $\varepsilon \approx 1100$ .

## 2. СПЕКТРЫ БЕЗДЕФЕКТНОЙ СТРУКТУРЫ

Для выявления особенностей фотонных спектров ФКС, содержащей слои с высоким значением ДП, будем рассматривать структуры с независящими от частоты ДП слоями (причем  $\varepsilon_2 \gg \varepsilon_1$ ) и без поглощения. В данной работе материалом первого слоя выбран  $\text{ZrO}_2$  с ДП  $\varepsilon_1 = 4.16$ , а его толщина выбрана равной  $L_1 = 590$  мкм. На рис. 1а–1г представлены спектры прохождения структуры из 10 периодов (далее обозначаемой  $M^{10}$ ), полученные для четырех значений  $\varepsilon_2 = 10, 20, 100, 1000$ , соответственно, два из которых значительно превосходят проницаемость первого слоя. Толщины второго слоя выбирали так, чтобы оптические толщины слоев были одинаковыми, т.е.  $L_2 \sqrt{\varepsilon_2} = L_0$ , где  $L_0 \approx 1203$  мкм. Этому условию при выбранных значениях  $\varepsilon_2$  отвечают реальные толщины второго слоя  $L_2 = 380.53$  (а), 269.07 (б), 120.33 (в), 38.05 (г) мкм. Приведенные зависимости относятся к первой ФЗЗ с центральной частотой  $\omega_0$ . В соответствии с теорией периодических структур

$$\omega_0 = \pi c / 2L_0 = \pi c / (L_1 \sqrt{\varepsilon_1} + L_2 \sqrt{\varepsilon_2}), \quad (3)$$

что отвечает значению  $\omega_0 \approx 3.916 \times 10^{11} \text{ с}^{-1}$ , которое согласуется с приведенными на рисунке результатами численного анализа.

При выбранных параметрах структуры в спектре присутствуют также ФЗЗ, центрами которых являются частоты  $3\omega_0, 5\omega_0, \dots$ . Вне ФЗЗ коэффициент  $T$  испытывает высокоамплитудные колебания с максимальными значениями, близкими

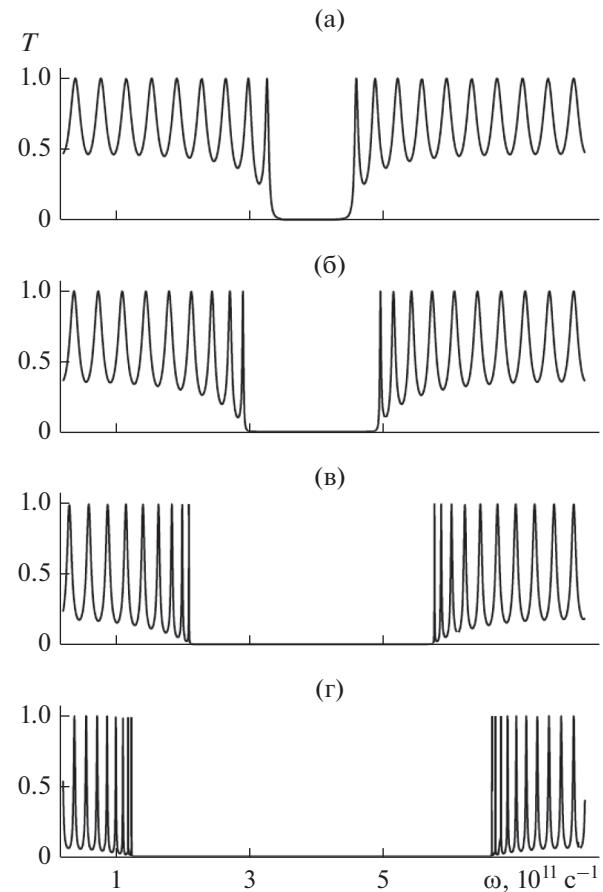


Рис. 1. Спектры прохождения структуры  $M^{10}$  при  $\varepsilon_2 = 10$  (а), 20 (б), 100 (в), 1000 (г).

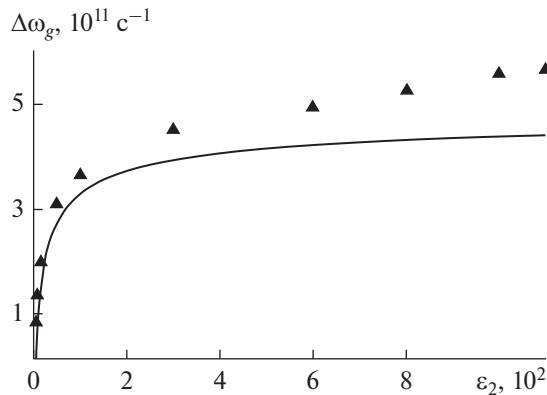


Рис. 2. Зависимость ширины Ф33  $\Delta\omega_g$  от величины  $\varepsilon_2$ . Сплошная кривая построена по формуле (4), треугольники – численный эксперимент.

к единице. Ширина всех Ф33 одинакова и определяется выражением

$$\Delta\omega_g = \frac{4\omega_0}{\pi} \frac{\sqrt{\varepsilon_2} - \sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\varepsilon_2} + \sqrt{\varepsilon_1}}, \quad (4)$$

которое справедливо для не сильно отличающихся значений ДП слоев [17]. На рис. 2 приведена зависимость ширины Ф33 от величины  $\varepsilon_1$  в соответствии с выражением (4) и построенная на основе численного эксперимента по спектрам прохождения (сплошная кривая и треугольники). Видно, что расхождение указанных величин проявляется тем сильнее, чем больше значение  $\varepsilon_2$ .

Форма спектра прохождения при заданных ДП слоев во многом определяется их толщиной. На рис. 3а–3в представлены спектры прохождения структуры  $M^{10}$ , у которой ДП  $\varepsilon_2 = 1000$ , а  $L_2 = 38.05$  (а), 76.1 (б), 152.2 (в) мкм, что отвечает оптическим толщинам  $L_2 = L_0, 2L_0, 4L_0$  соответственно. Видно, что при выбранных значениях  $L_2$  на одном частотном интервале помещается соответственно одна, две и четыре Ф33. Разделяющие их зоны пропускания с ростом  $L_2$  сужаются с сохранением числа высокоамплитудных осцилляций коэффициента пропускания в этих зонах. Отметим, что для получения подобных спектров на “обычной” структуре (для которой  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  – величины одного и, как правило, первого порядка) необходимы толщины  $L_2 = L_0/\sqrt{\varepsilon_2}$ , что на порядок больше толщин слоев из материала с  $\varepsilon_2 \approx 10^3$ .

### 3. СПЕКТРЫ СТРУКТУРЫ С ДЕФЕКТОМ ИНВЕРСИИ

Одним из наиболее важных нарушений периодичности одномерных ФК является дефект ин-

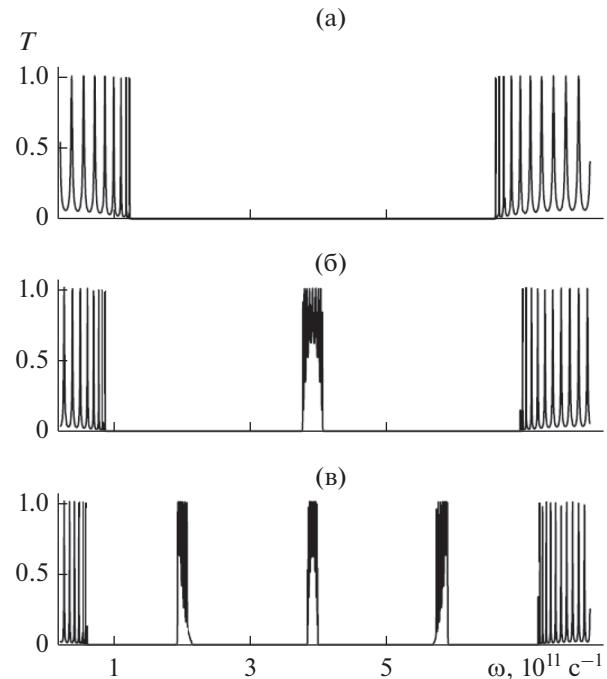


Рис. 3. Спектры прохождения структуры  $M^{10}$  при  $\varepsilon_2 = 1000$  и  $L_2 = 38.05$  (а), 76.1 (б), 152.2 (в) мкм.

версии, который заключается в изменении порядка следования слоев в одной из двух частей структуры [8]. На рис. 4а–4г представлены спектры прохождения структуры, передаточная матрица которой имеет вид  $(\mathbf{N}_1\mathbf{N}_2)^5(\mathbf{N}_2\mathbf{N}_1)^5$ , где  $\mathbf{N}_1$  и  $\mathbf{N}_2$  – передаточные матрицы одного периода. Далее такая структура обозначается  $M^5\bar{M}^5$ , дефект инверсии находится в центре структуры. Для ДП второго слоя были взяты значения  $\varepsilon_2 = 10$  (а), 20 (б), 100 (в), 1000 (г). Соответствующие им толщины слоев отвечают одному значению  $L_0 \approx 1203$  мкм, т.е.  $L_2 = 380.53$  (а), 269.07 (б), 120.33 (в), 38.05 (г) мкм. В спектрах такой структуры по сравнению со спектром структуры  $M^{10}$  происходит изменение формы осцилляционных пиков в разрешенной области, а в центре Ф33 появляется разрешенная минизона (дефектная мода). Коэффициент прохождения на частоте дефектной моды практически равен единице, а ее ширина существенно зависит от величины  $\varepsilon_2$  (при сохранении оптической толщины слоя). С увеличением  $\varepsilon_2$  происходит резкое сужение дефектной моды. На рис. 4в, 4г дефектные моды указаны лишь штриховыми линиями, так как их спектральные линии оказываются настолько узкими, что при выбранном масштабе рисунка не проявляются.

На рис. 5 приведена зависимость коэффициента пропускания  $T$  от частоты отстройки

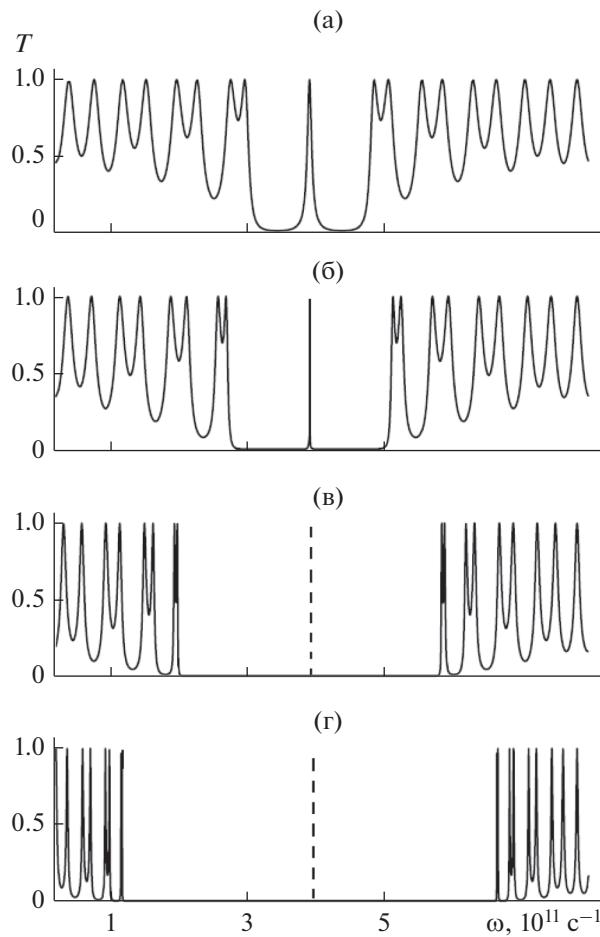


Рис. 4. Спектры прохождения структуры  $M^5\bar{M}^5$  при  $\epsilon_2 = 10$  (а), 20 (б), 100 (в), 1000 (г).

$\Omega = \omega - \omega_0$  в масштабе, при котором видна форма спектральных линий, отвечающих  $\epsilon_2 = 100, 1000$  и  $L_2 = 120.33, 38.05$  мкм (кривые 1, 2). Ширина этих линий на уровне половины высоты составила  $\Delta\omega_m = (5 \times 10^5, 32)$  с<sup>-1</sup>. Для сравнения укажем, что при значениях ДП  $\epsilon_2 = 10, 20$  ширина соответствующих спектральных линий составляет  $\Delta\omega_m = (7.6 \times 10^9, 5 \times 10^8)$  с<sup>-1</sup>. Таким образом, увеличение ДП  $\epsilon_2$  в десять раз приводит к уменьшению ширины линии дефектной моды на четыре порядка, что должно приводить к сверхзумким спектральным линиям дефектных мод.

#### 4. СПЕКТРЫ МИКРОРЕЗОНАТОРНОЙ СТРУКТУРЫ

Рассмотрим теперь симметричную ФКС, у которой между двумя боковыми брэгговскими зеркалами, инвертированными друг относительно друга, расположен слой  $D$  с высоким значением ДП. Такая структура содержит два дефекта —

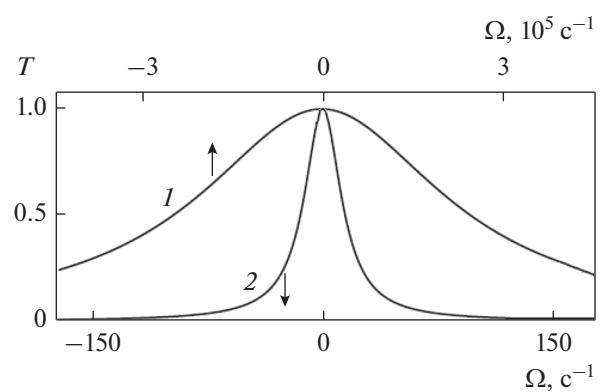


Рис. 5. Форма спектральной линии  $T(\Omega)$  дефектной моды для структуры  $M^5\bar{M}^5$  при  $\epsilon_2 = 100$  (кривая 1) и 1000 (кривая 2).

внедрения (слой  $D$ ) и инверсии ( $\bar{M}^5$ ), при этом она представляет собой симметричный микрорезонатор [16]. На рис. 6а–бг представлены спектры прохождения двух структур —  $M^5D\bar{M}^5$  (а, б) и  $\bar{M}^5DM^5$  (в, г), которые отличаются порядком следования слоев в зеркалах. Период каждого из зеркал состоит из двух слоев изотропных диэлектриков:  $ZrO_2$  с  $\epsilon_1 = 4.16$  и толщиной  $L_1 = 590$  мкм и  $SiO_2$  с  $\epsilon_2 = 2.1$  и толщиной  $L_2 = 830.2$  мкм. При этом их оптические толщины оказываются одинаковыми  $L_1\sqrt{\epsilon_1} = L_2\sqrt{\epsilon_2} = L_0 \approx 1203$  мкм. Значения ДП резонаторного слоя брали равными  $\epsilon_d = 10$  (а, в) и  $\epsilon_d = 1000$  (б, г), его толщина  $L_d = 2L_0/\sqrt{\epsilon_d}$ . Приведенные зависимости  $T(\omega)$  относятся к первым двум фотонным зонам с центральными частотами  $\omega_0 = 3.916 \times 10^{11}$  с<sup>-1</sup> и  $3\omega_0$ . При выбранных значениях ДП и толщин слоев в спектре структуры  $M^5D\bar{M}^5$  в центре Ф33 четко проявляется область с одним узким пиком (дефектной модой). В структуре  $\bar{M}^5DM^5$  с увеличением  $\epsilon_d$  от краев Ф33 отщепляются два пика, которые вместе с центральным образуют на месте Ф33 три узких пика прохождения. Вне зон непропускания высокоамплитудные осцилляции коэффициента прохождения с увеличением ДП резонаторного слоя практически полностью подавлены по всей ширине спектра за исключением центра разрешенной области на частоте  $2\omega_0$ . На этой частоте с ростом  $\epsilon_d$  формируется линия с максимумом прохождения, близким к единице, и двумя боковыми максимумами, которые значительно меньше центрального. Форма этой линии практически одинакова для обеих структур с различным порядком следования слоев в зеркалах. Формирование этих спектральных линий и по-

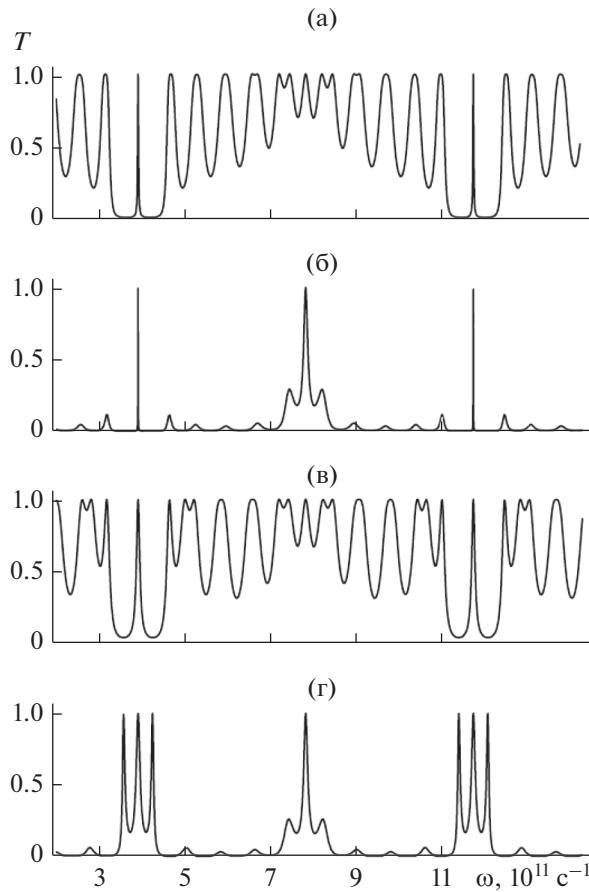


Рис. 6. Спектры прохождения резонаторных структур  $M^5 D \bar{M}^5$  (а, б) и  $\bar{M}^5 D M^5$  (в, г) при  $\epsilon_d = 10$  (а, в) и  $1000$  (б, г).

давление прохождения между этими линиями можно считать отличительной чертой спектров структур с  $\epsilon_d \gg \epsilon_1, \epsilon_2$ . Результаты исследования подобной резонаторной структуры частично изложены авторами в работе [17].

Рассмотрим теперь особенности распределения волнового поля в ФКС с указанными выше дефектами, связанные с условиями  $\epsilon_2 \gg \epsilon_1$  (структуре  $M^5 \bar{M}^5$ ) или  $\epsilon_d \gg \epsilon_1, \epsilon_2$  (структуре  $M^5 D \bar{M}^5$ ). На рис. 7а–7в приведено распределение нормированного к падающей волне квадрата модуля напряженности волнового электрического поля волны по продольной координате для структуры  $M^5 \bar{M}^5$  с параметрами  $\epsilon_1 = 4.16$ ,  $L_1 = 590$  мкм и  $\epsilon_2 = 10$  (а) и  $1000$  (б) (соответственно  $L_1 = 380.53$  и  $38.053$  мкм), а также для структуры  $M^5 D \bar{M}^5$  (в) с параметрами  $\epsilon_1 = 4.16$ ,  $\epsilon_2 = 2.1$ ,  $L_{1,2} = L_0 / \sqrt{\epsilon_{1,2}}$  и  $\epsilon_d = 1000$ ,  $L_d = 2L_0 / \sqrt{\epsilon_d}$ . Кривые на рисунках отвечают частоте  $\omega_0 = 3.916 \times 10^{11} \text{ c}^{-1}$ , на которой

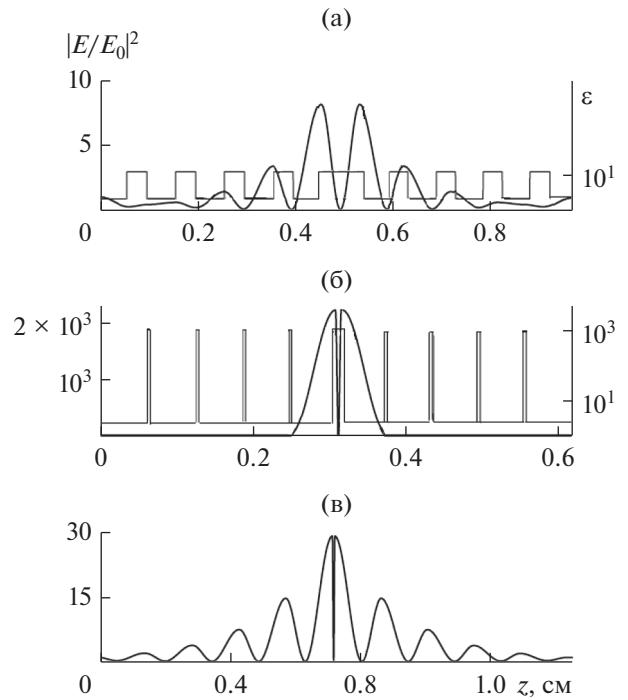


Рис. 7. Распределение нормированного квадрата модуля напряженности волнового электрического поля волны в структурах:  $M^5 \bar{M}^5$  при  $\epsilon_1 = 4.16$ ,  $\epsilon_2 = 10$  (а) и  $1000$  (б);  $M^5 D \bar{M}^5$  при  $\epsilon_1 = 4.16$ ,  $\epsilon_2 = 2.1$ ,  $\epsilon_d = 1000$  (в).

коэффициент прохождения дефектной структуры близок к единице, в результате чего все падающее на структуру излучение проникает в нее и локализуется в области дефекта. В структуре  $M^5 \bar{M}^5$  степень локализации и характер распределения волнового поля существенно зависит от величины  $\epsilon_2$ . Видно, что при  $\epsilon_2 = 10^3$  возникает сверхвысокая локализация поля в ФКС в области дефекта инверсии. Локализация поля в структуре  $M^5 D \bar{M}^5$  существенно меньше, чем в структуре  $M^5 \bar{M}^5$ , что связано с наличием лишь одного слоя с высоким значением ДП. В структуре  $M^5 \bar{M}^5$  напряженность поля спадает до нулевого значения на инверсионной границе, а на ближайших границах соседних слоев достигает максимума. В структуре  $M^5 D \bar{M}^5$  напряженность поля достигает максимума на границах резонаторного слоя.

В резонаторной структуре плотность энергии волнового поля в резонаторном слое, симметрично расположенному между двумя брэгговскими зеркалами, определяется соотношением  $w = \epsilon_d |E_d|^2 / 4\pi$ , где

$$|E_d|^2 = \frac{(1 - R_{\text{sep}})}{(1 - R_{\text{sep}})^2 + 4R_{\text{sep}} \sin^2 \delta} |E_0|^2, \quad (5)$$

$R_{\text{sep}}$  – коэффициент отражения брэгговских зеркал на заданной частоте,  $\delta = k_0 \sqrt{\epsilon_d} L_d$  – набег фазы за один проход в резонаторном слое,  $E_0$  – амплитуда падающей волны [16]. В структуре без дефекта внедрения  $L_d = 0$ , поэтому  $\delta = 0$  и  $|E_d|^2 \approx |E_0|^2 / (1 - R_{\text{sep}})$ . При выполнении неравенства  $1 - R_{\text{sep}} \ll 1$  амплитуда поля в области дефекта во много раз превышает амплитуду поля падающей волны, что и следует из результатов численного анализа. В структуре  $M^5 \bar{D}M^5$  согласовать оба условия  $\sin \delta = 0$  и  $1 - R_{\text{sep}} \ll 1$  точно не удается, поэтому степень локализации оказывается существенно меньшей, чем в структуре  $M^5 \bar{M}^5$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выявлены ранее неизвестные особенности спектра пропускания ФКС, у которой ДП  $\epsilon_2$  одного из слоев (либо в периоде структуры, либо резонаторного слоя) во много раз превосходит ДП соседних слоев. Показано, что ширина ФЗЗ такой бездефектной структуры, построенная на основе численного эксперимента по спектрам прохождения, превышает теоретическое значение  $\Delta\omega_g$  тем сильнее, чем больше величина  $\epsilon_2$ . В спектрах структуры с одним дефектом инверсии происходит изменение формы осцилляционных пиков (по сравнению со спектром бездефектной структуры) в разрешенной области, а в центре ФЗЗ появляется разрешенная минизона (дефектная мода). С увеличением  $\epsilon_2$  происходит резкое сужение дефектной моды.

В резонаторной структуре с двумя дефектами в центрах ФЗЗ четко проявляется область либо с одним, либо с тремя (в зависимости от порядка следования слоев в зеркалах) узкими пиками. В структуре  $\bar{M}^5 DM^5$  с увеличением  $\epsilon_d$  от краев ФЗЗ отщепляются два пика, которые с центральным образуют на месте ФЗЗ три узких пика прохождения. Вне зон непропускания высокоамплитудные осцилляции коэффициента прохождения с увеличением ДП резонаторного слоя практически полностью подавляются по всей ширине спектра за исключением центра разрешенной области на частоте  $2\omega_0$ . На этой частоте формируется линия с максимумом прохождения, близким к единице, и двумя боковыми максимумами, которые значительно меньше центрального. Форма этой линии практически одинакова для структур с различным порядком следования слоев в зеркалах.

Данная структура может найти широкое практическое применение. В частности, она может

служить идеальным отражателем в достаточно широком частотном интервале, фильтром в узкой частотной области дефектной моды, а также модельной средой при изучении нелинейных явлений.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и образования Российской Федерации (госзадание № 3.6825.2017/БЧ) и Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-42-730001/18).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каценеленбаум Б.З. Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами. М.: Изд-во АН СССР, 1961.
2. Каценеленбаум Б.З. Высокочастотная электродинамика, основы математического аппарата. М.: Наука, 1966.
3. Joannopoulos J.D., Meade R.D., Winn J.N. Photonic Crystals: Molding of Flow of Light. Princeton: Univ. Press, 1995.
4. Гуляев Ю.В., Никитов С.А. // Радиотехника. 2003. № 8. С. 26.
5. Белотелов В.И., Звездин А.К. Фотонные кристаллы и другие метаматериалы. М.: Бюро Квантум, 2006.
6. Силин Р.А. // РЭ. 2008. Т. 53. № 2. С. 133.
7. Шабанов В.В., Ветров С.Я., Шабанов А.В. Оптика реальных фотонных кристаллов. Новосибирск: Наука, 2005.
8. Усанов Д.А., Никитов С.А., Скрипаль А.В., Пономарев Д.В. Одномерные СВЧ фотонные кристаллы. Новые области применения. М.: Физматлит, 2018.
9. Happ T.D., Tartakovskii I.I., Kulakovskii V.D. et al. // Phys. Rev. B. 2002. V. 66. № 4. P. 041303.
10. Елисеева С.В., Семенцов Д.И. // ЖЭТФ. 2011. Т. 139. № 2. С. 235.
11. Vipin Kumar, Suthar B., Malik J.V. et al. // Photonics and Optoelectronics. 2013. V. 2. № 1. P. 17.
12. Брагинский В.Б., Ильченко В.С. // Докл. АН СССР. 1987. Т. 293. № 6. С. 1358.
13. Городецкий М.Л. Оптические микрорезонаторы с гигантской добротностью. М.: Физматлит, 2012.
14. Fedorova I.V., Eliseeva S.V., Semenkov D.I. // Superlattices and Microstructures. 2018. V. 117. P. 488.
15. Сегнетоэлектрики в технике СВЧ / Под ред. Вендики О.Г. М.: Сов. радио, 1979.
16. Grimalsky V., Koshevaya S., Escobedo-Alatorre J., Tecroyotl-Torres M. // J. Electromagnetic Analysis and Applications. 2016. V. 8. P. 226.
17. Ярив А., Юх П. Оптические волны в кристаллах. М.: Мир, 1987.
18. Елисеева С.В., Д.И. Семенцов // Оптика и спектроскопия. 2010. Т. 109. № 5. С. 790.