

ЦИФРОВЫЕ МЕТОДЫ ЛИНЕАРИЗАЦИИ
ФАЗОЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК АНАЛОГОВЫХ ФИЛЬТРОВ© 2019 г. Ю. А. Гребенко¹, Р. И. Поляк^{1, *}, А. И. Стариковский², Г. В. Куликов²¹Национальный исследовательский университет “МЭИ”,
Российская Федерация, 111250 Москва, ул. Красноказарменная, 14²МИРЭА – Российский технологический университет,
Российская Федерация, 119454 Москва, просп. Вернадского, 78

*E-mail: PoliakRI@mpei.ru

Поступила в редакцию 12.04.2018 г.

После доработки 01.06.2018 г.

Принята к публикации 11.06.2018 г.

Показана возможность линеаризации фазочастотной характеристики (ФЧХ) аналогового фильтра, включенного перед аналого-цифровым преобразователем с помощью цифрового фильтра с конечной импульсной характеристикой (КИХ). Путем схемотехнического моделирования подтверждено, что сквозная ФЧХ становится более линейной, а сквозная амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) равна квадрату АЧХ аналогового фильтра. Также показана возможность линеаризации ФЧХ полосовых комплексных аналоговых фильтров. Приведены результаты моделирования последовательного соединения вещественного фильтра нижних частот, а также комплексного полосового фильтра, рассчитанных с использованием низкочастотного прототипа Баттерворта 5-го порядка, с соответствующими линеаризующими КИХ-фильтрами. Найдено, что неравномерность группового времени запаздывания в полосе пропускания может быть уменьшена более чем в 100 раз.

DOI: 10.1134/S0033849419020050

ВВЕДЕНИЕ

Система цифровой обработки сигналов (ЦОС) обычно содержит аналоговый входной фильтр, который используется для ограничения полосы частот входного аналогового сигнала перед его оцифровкой, чтобы уменьшить эффект наложения спектров при дискретизации. При аналого-цифровом преобразовании широкополосных сигналов часто требуется использовать аналоговый фильтр нижних частот (ФНЧ) высокого порядка, имеющий заметную нелинейность фазочастотной характеристики (ФЧХ) [1].

В радиоприемных устройствах с переносом спектра на низкую промежуточную частоту использование аналогового комплексного полосового фильтра (ПФ) высокого порядка после квадратурного преобразователя частоты позволяет обеспечить существенное подавление помех по зеркальному каналу приема и других внеполосных помех [2]. В этом случае влияние нелинейности ФЧХ аналогового комплексного полосового фильтра на спектр сигнала промежуточной частоты может оказаться недопустимо большим.

В рассмотренных случаях возникает необходимость в разработке методов линеаризации ФЧХ аналогового вещественного ФНЧ или аналогового комплексного ПФ.

Линейной ФЧХ соответствует постоянство группового времени запаздывания (ГВЗ) в инте-

ресующем нас диапазоне частот. Неравномерность зависимости ГВЗ от частоты в рабочем диапазоне частот характеризует нелинейность ФЧХ и обычно приводится в качестве контролируемого параметра в техническом задании на устройство обработки сигнала. Предлагается для уменьшения неравномерности частотной зависимости ГВЗ аналогового вещественного ФНЧ или аналогового комплексного ПФ использовать соответственно вещественный или комплексный цифровой фильтр с конечной импульсной характеристикой (КИХ).

1. ЦИФРОВАЯ КОМПЕНСАЦИЯ
НЕЛИНЕЙНОСТИ ФЧХ
АНАЛОГОВОГО ФНЧ

Идея предлагаемого метода базируется на возможности компенсации нелинейности ФЧХ произвольного цифрового КИХ-фильтра, путем последовательного соединения с ним КИХ-фильтра, имеющего обратный порядок следования коэффициентов (назовем его обратным КИХ-фильтром). Продемонстрируем такую возможность.

Пусть передаточная функция КИХ-фильтра с нелинейной ФЧХ имеет вид

$$T(z) = a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3},$$

где a_0, a_1, a_2, a_3 – вещественные коэффициенты.

Тогда передаточная функция обратного КИХ-фильтра будет иметь вид

$$T_{\text{обр}}(z) = a_3 + a_2 z^{-1} + a_1 z^{-2} + a_0 z^{-3} = z^{-3} (a_0 + a_1 z^1 + a_2 z^2 + a_3 z^3).$$

Запишем частотную характеристику КИХ-фильтра с нелинейной ФЧХ

$$T(\exp(j\Phi)) = a_0 + a_1 \exp(-j\Phi) + a_2 \exp(-2j\Phi) + a_3 \exp(-3j\Phi) = a_0 + a_1 (\cos\Phi - j\sin\Phi) +$$

$$+ a_2 (\cos 2\Phi - j\sin 2\Phi) + a_3 (\cos 3\Phi - j\sin 3\Phi),$$

где Φ – цифровая частота (в радианах).

Соответственно, частотная характеристика обратного КИХ-фильтра имеет вид

$$T_{\text{обр}}(\exp(j\Phi)) = \exp(-3j\Phi) (a_0 + a_1 \exp(j\Phi) + a_2 \exp(2j\Phi) + a_3 \exp(3j\Phi)) = a_0 + a_1 (\cos\Phi + j\sin\Phi) + a_2 (\cos 2\Phi + j\sin 2\Phi) + a_3 (\cos 3\Phi + j\sin 3\Phi).$$

Найдем выражение для АЧХ КИХ-фильтров

$$|T(\exp(j\Phi))| = \sqrt{(a_0 + a_1 \cos\Phi + a_2 \cos 2\Phi + a_3 \cos 3\Phi)^2 + (a_0 + a_1 \sin\Phi + a_2 \sin 2\Phi + a_3 \sin 3\Phi)^2},$$

$$|T_{\text{обр}}(\exp(j\Phi))| = \sqrt{(a_0 + a_1 \cos\Phi + a_2 \cos 2\Phi + a_3 \cos 3\Phi)^2 + (a_0 + a_1 \sin\Phi + a_2 \sin 2\Phi + a_3 \sin 3\Phi)^2}.$$

Можно сделать вывод, что АЧХ рассматриваемых КИХ-фильтров одинаковые. Найдем выражение для ФЧХ КИХ-фильтров:

$$\arg T(\exp(j\Phi)) = -\arctg\left(\frac{a_1 \sin\Phi + a_2 \sin 2\Phi + a_3 \sin 3\Phi}{a_0 + a_1 \cos\Phi + a_2 \cos 2\Phi + a_3 \cos 3\Phi}\right),$$

$$\arg T_{\text{обр}}(\exp(j\Phi)) = -3\Phi + \arctg\left(\frac{a_1 \sin\Phi + a_2 \sin 2\Phi + a_3 \sin 3\Phi}{a_0 + a_1 \cos\Phi + a_2 \cos 2\Phi + a_3 \cos 3\Phi}\right).$$

При последовательном соединении КИХ-фильтров их АЧХ перемножаются, а ФЧХ – суммируются. Таким образом, АЧХ последовательного соединения рассматриваемых КИХ-фильтров равна квадрату АЧХ исходного КИХ-фильтра, а ФЧХ становится линейной.

Используя метод инвариантной импульсной характеристики [3], аналоговому ФНЧ можно поставить в соответствие цифровой КИХ-фильтр, коэффициенты которого являются отсчетами усеченной дискретизованной импульсной характеристики аналогового ФНЧ.

При достаточной частоте дискретизации и порядке такого КИХ-фильтра, его АЧХ и ФЧХ будут близки к АЧХ и ФЧХ аналогового ФНЧ в области частот от 0 до $f_d/2$. Зная коэффициенты КИХ-фильтра, можно составить и реализовать передаточную функцию обратного КИХ-фильтра.

Предлагаемая методика состоит из следующих этапов:

1) определяем импульсную характеристику аналогового ФНЧ;

2) проводим дискретизацию импульсной характеристики с определенной частотой;

3) ограничиваем число отсчетов импульсной характеристики, обеспечивая допустимый уровень искажений АЧХ;

4) используя полученные отсчеты, составляем передаточную функцию обратного КИХ-фильтра.

Поясним предлагаемую методику на примере.

Рассмотрим ФНЧ Баттерворта 5-го порядка (рис. 1), АЧХ которого приведена на рис. 2. Видно, что полоса пропускания ФНЧ равна 158.95 кГц. Непрерывная импульсная характеристика ФНЧ представлена на рис. 3.

Проведем дискретизацию импульсной характеристики ФНЧ. Для уменьшения порядка линеаризующего КИХ-фильтра желательно уменьшать частоту дискретизации. Результаты проведенных исследований показали, что эта частота должна быть как минимум в шесть раз больше значения полосы пропускания аналогового ФНЧ. При этом с увеличением частоты дискретизации более чем в шесть раз относительно полосы пропускания эффективность линеаризации ФЧХ практически не изменяется.

Выберем частоту дискретизации $F_d = 1$ МГц. Отсчеты дискретизованной импульсной характеристики представлены на рис. 3. Количество используемых отсчетов импульсной характеристики определяет эффективность линеаризации ФЧХ. Ограничим импульсную характеристику 18 отсчетами. В этом случае импульсная характеристика будет представлена дискретной последовательностью $h(n) = \{h_1, h_2, h_3, \dots, h_{18}\}$.

Импульсная характеристика обратного КИХ-фильтра имеет обратный порядок следования отсчетов $\tilde{h}(n) = \{h_{18}, h_{17}, h_{16}, \dots, h_1\}$. Структурная схема обратного КИХ-фильтра представлена на рис. 4. АЧХ такого фильтра практически совпадает с АЧХ аналогового ФНЧ.

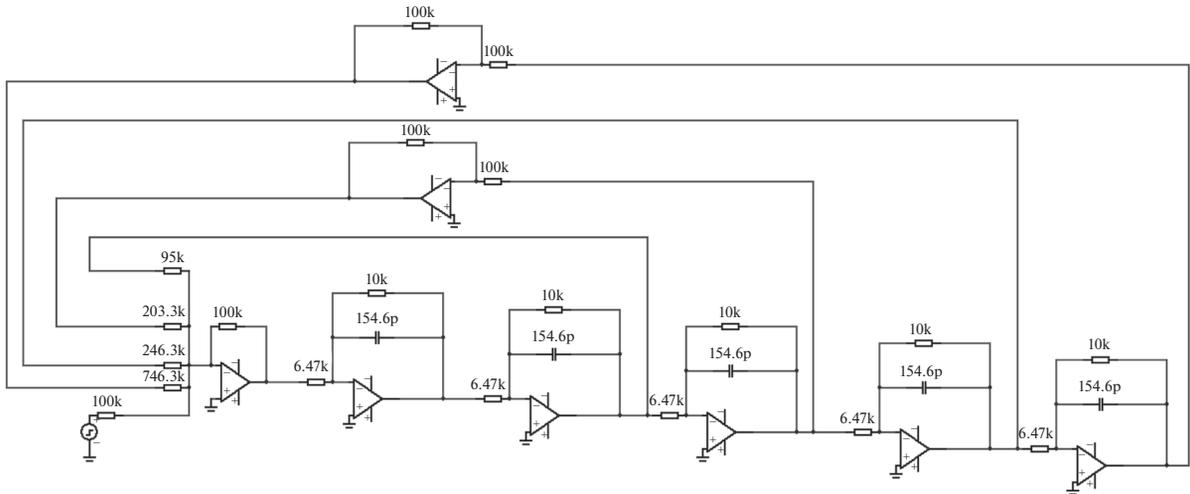


Рис. 1. Модель аналогового ФНЧ Баттерворта 5-го порядка.

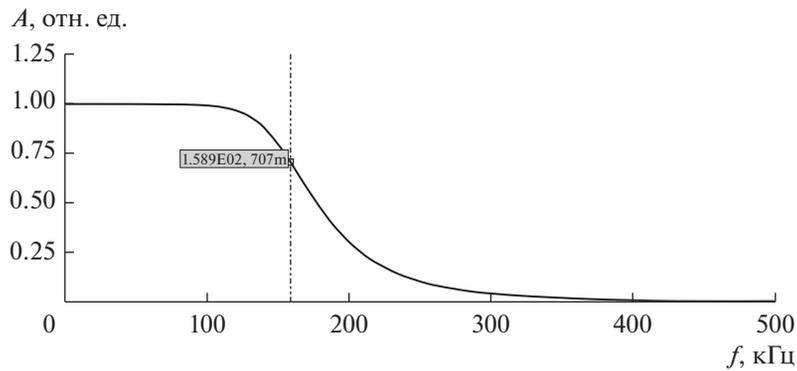


Рис. 2. Амплитудно-частотная характеристика $A(f)$ аналогового ФНЧ.

На рис. 5 представлена зависимость ГВЗ от частоты в полосе пропускания для аналогового ФНЧ и обратного КИХ-фильтра. Среднее значение ГВЗ для аналогового фильтра и КИХ-фильтра составляет соответственно 4.193 и 13.758 мкс,

а разница между минимальным и максимальным значением ГВЗ в полосе пропускания $\Delta_{ГВЗ} = 1.911$ и 1.910 мкс.

Используя моделирование в среде Micro-Cap, найдем частотные характеристики последова-

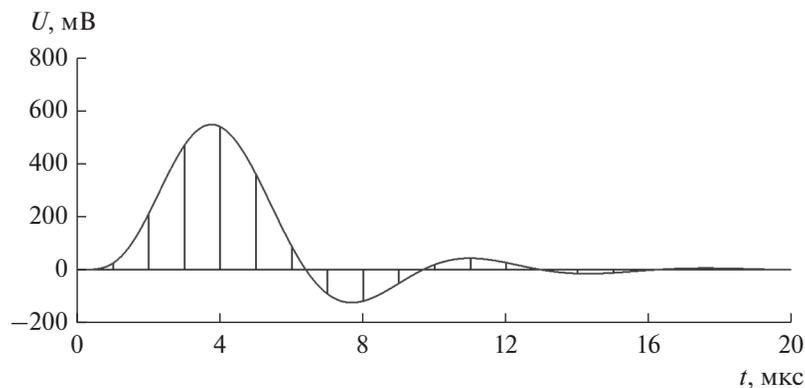


Рис. 3. Отсчеты импульсной характеристики ($F_d = 1$ МГц).

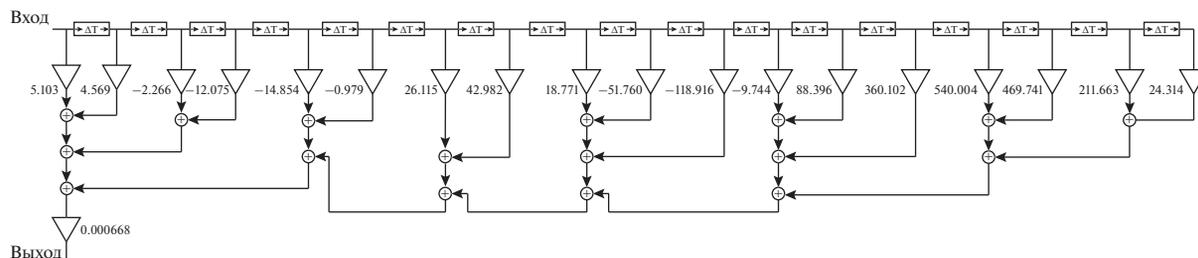


Рис. 4. Линеаризующий КИХ-фильтр.

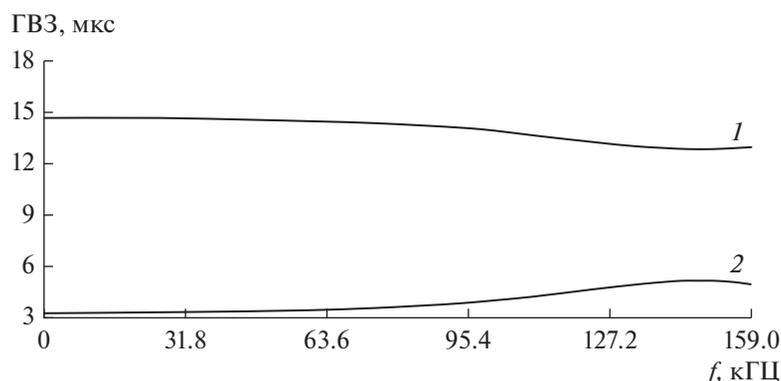


Рис. 5. Зависимость ГВЗ в полосе пропускания для аналогового ФНЧ (2) и линеаризующего КИХ-фильтра (1) от частоты.

тельного соединения аналогового ФНЧ и линеаризующего КИХ-фильтра (рис. 6). Полоса пропускания при последовательном соединении аналогового ФНЧ и линеаризующего КИХ-фильтра равна 145 кГц (см. вертикальную прямую на рис. 6).

На рис. 7 представлена зависимость ГВЗ от частоты для последовательного соединения аналогового ФНЧ и линеаризующего КИХ-фильтра в полосе пропускания аналогового ФНЧ. Как видно, среднее ГВЗ последовательного соединения

аналогового ФНЧ и линеаризующего КИХ-фильтра в полосе пропускания составляет 17.9 мкс, а неравномерность ГВЗ $\Delta_{ГВЗ} = 0.144$ мкс. Таким образом, неравномерность ГВЗ этого соединения уменьшилась по сравнению с неравномерностью ГВЗ аналогового ФНЧ в 13.3 раза, но если увеличить количество отсчетов импульсной характеристики с 18 до 35, то неравномерность ГВЗ этого соединения уменьшится по сравнению с неравномерностью ГВЗ аналогового ФНЧ в 140 раз.

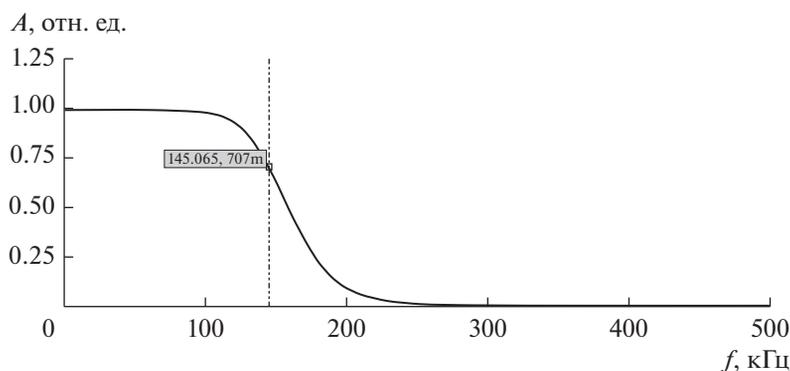


Рис. 6. Амплитудно-частотная характеристика $A(f)$ последовательного соединения аналогового ФНЧ и линеаризующего КИХ-фильтра.

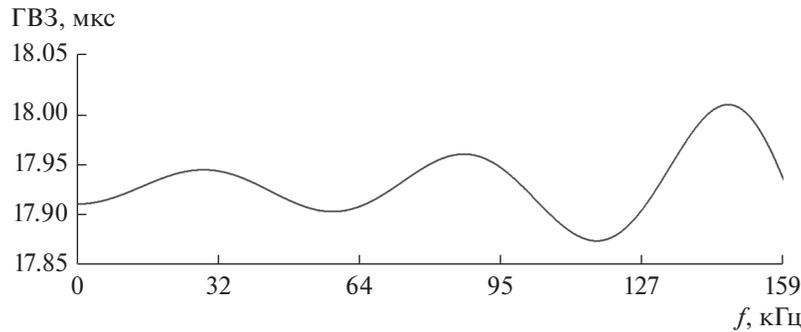


Рис. 7. Зависимость ГВЗ от частоты в полосе пропускания для последовательного соединения аналогового ФНЧ и линейризирующего КИХ-фильтра.

2. МЕТОДИКА РАСЧЕТА ЦИФРОВОГО КОМПЕНСАТОРА НЕЛИНЕЙНОСТИ ФЧХ АНАЛОГОВОГО КОМПЛЕКСНОГО ПОЛОСОВОГО ФИЛЬТРА

Принципы построения и методики расчета аналоговых комплексных полосовых фильтров хорошо известны. В работе [4], например, показано, что при использовании метода смещения частотных характеристик форма частотных характеристик при изменении частоты смещения не искажается, поэтому можно использовать результаты, полученные при линейризации ФЧХ ФНЧ. Метод смещения частотных характеристик используется и при расчете цифровых комплексных полосовых КИХ-фильтров. Наиболее удобной формой реализации этого метода является использование комплексных задержек [5]. В такой ситуации результаты линейризации ФЧХ ФНЧ могут полностью использоваться для построения комплексных полосовых фильтров с линейными ФЧХ.

Предлагаются следующие этапы линейризации ФЧХ аналогового комплексного полосового фильтра:

1) разрабатываем схему аналогового ФНЧ на идентичных звеньях первого порядка [6] с полосой пропускания, равной половине полосы пропускания комплексного полосового фильтра;

2) в соответствии с изложенной выше методикой находим передаточную функцию и структурную схему КИХ-фильтра, компенсирующего нелинейность ФЧХ ФНЧ;

3) используя метод смещения по частоте [4], составляем схему комплексного фильтра, заменяя вещественные идентичные звенья первого порядка на комплексные звенья, сохраняя в структурной схеме значения коэффициентов обратной связи, рассчитанные для ФНЧ;

4) применяя метод комплексной задержки, преобразуем структурную схему КИХ-фильтра, линейризирующего ФЧХ ФНЧ, в структурную схему комплексного цифрового фильтра с централь-

ной частотой, равной центральной частоте аналогового комплексного полосового фильтра.

Проиллюстрируем предложенную методику на конкретном примере.

Возьмем в качестве исходного вариант ФНЧ с НЧ-прототипом Баттерворта 5-го порядка, с полосой пропускания $\Delta f = 158.95$ кГц (см. рис. 1). Структурная схема обратного КИХ-фильтра, использующего 18 отсчетов импульсной характеристики и линейризирующего ФЧХ ФНЧ, представлена на рис. 4.

Структурная схема комплексного полосового аналогового фильтра, полученная из структурной схемы ФНЧ (см. рис. 1) с использованием комплексных звеньев, показана на рис. 8. Принципиальная схема комплексного базового звена с центральной частотой, равной 318 кГц, реализованная в модели в виде макроса, приведена на рис. 9, АЧХ комплексного полосового фильтра, полученная путем моделирования, – на рис. 10.

Из рис. 10 видно, что центральная частота комплексного ПФ равна $f_0 = 318$ кГц, а полоса пропускания $\Delta f = 318$ кГц, что соответствует выбранным величинам. Неравномерность ГВЗ в полосе пропускания составляет $\Delta_{ГВЗ} = 1.911$ мкс.

Используя метод комплексной задержки, преобразуем структурную схему вещественного обратного КИХ-фильтра, линейризирующего ФЧХ ФНЧ, в структурную схему комплексного цифрового полосового фильтра с центральной частотой $f_0 = 318$ кГц (рис. 11). Структурная схема комплексной задержки, реализованная в виде макроса и используемая в модели, показана на рис. 12. Моделируем последовательное соединение комплексного аналогового полосового фильтра и комплексного линейризирующего цифрового полосового КИХ-фильтра. Неравномерность ГВЗ в полосе пропускания для такого соединения равна $\Delta_{ГВЗ} = 0.138$ мкс (рис. 13). Степень уменьшения неравномерности ГВЗ в полосе пропускания та-

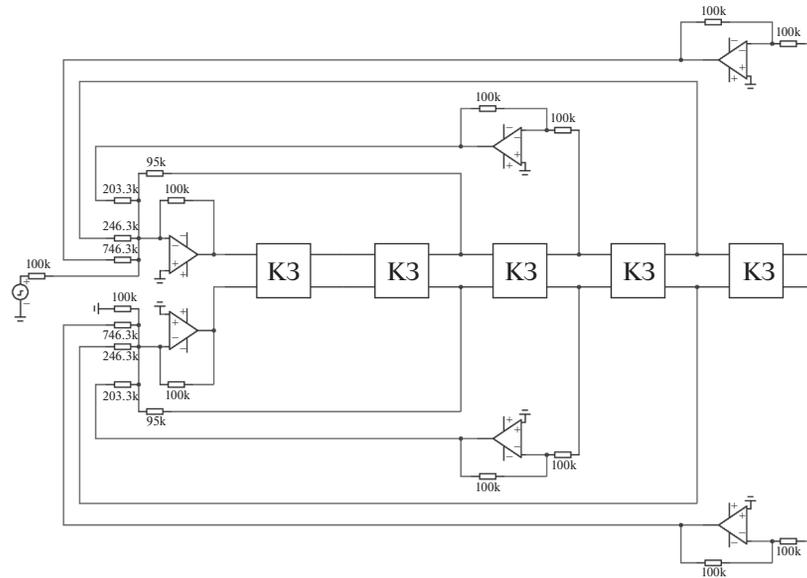


Рис. 8. Модель аналогового комплексного полосового фильтра (КЗ – комплексное звено).

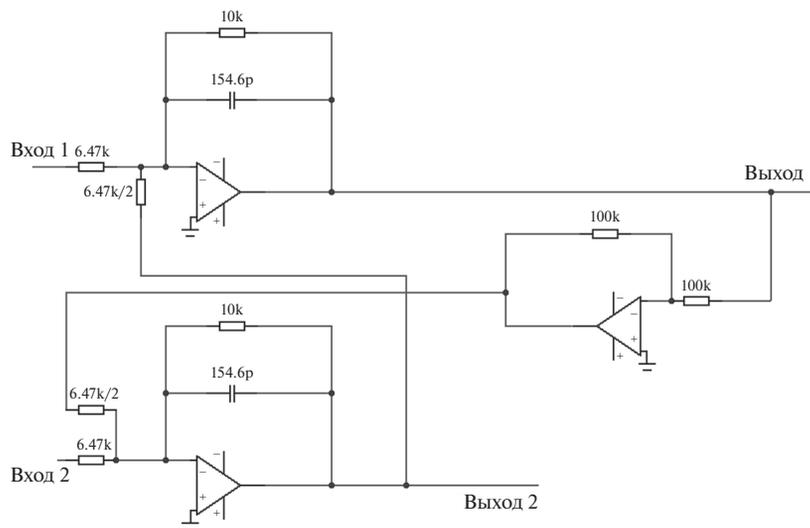


Рис. 9. Модель базового комплексного звена.

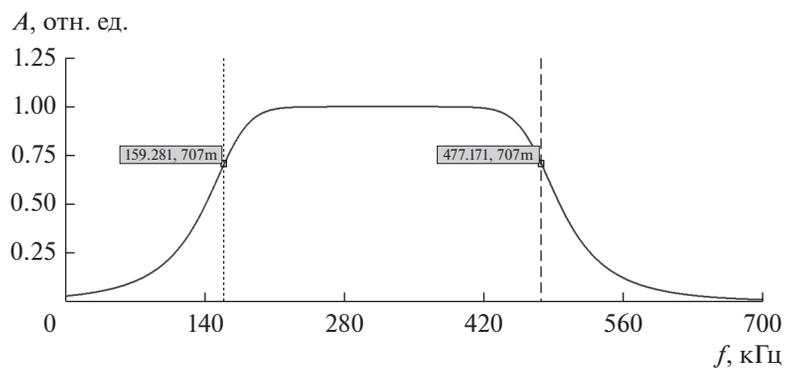


Рис. 10. Амплитудно-частотная характеристика $A(f)$ комплексного полосового фильтра.

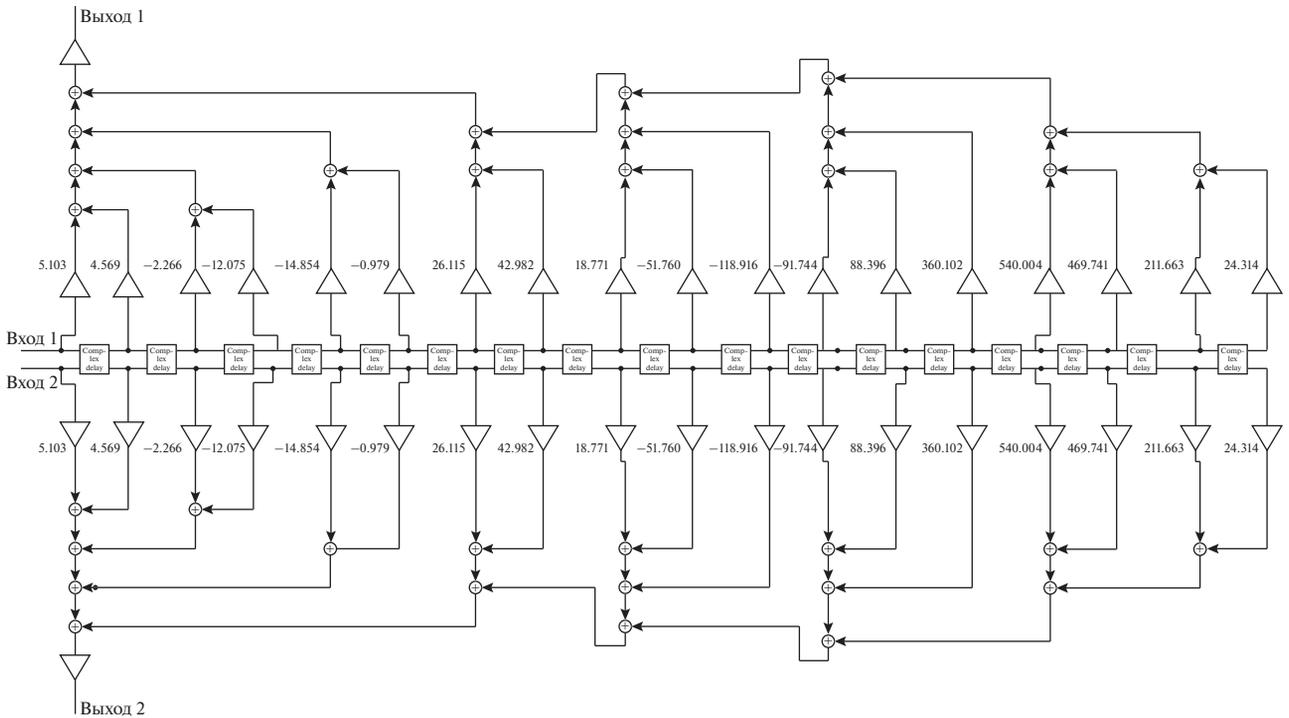


Рис. 11. Функциональная модель цифрового комплексного полосового КИХ-фильтра.

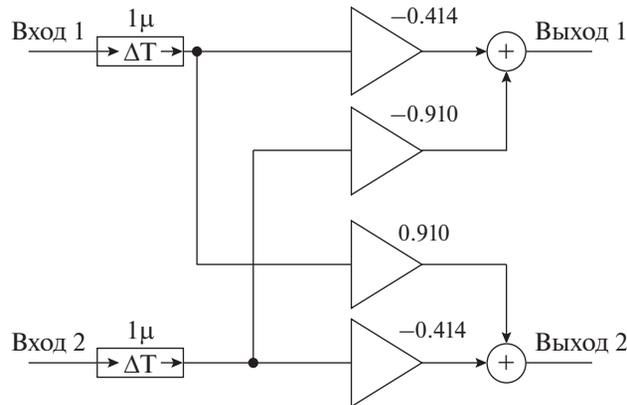


Рис. 12. Структурная схема комплексной задержки.

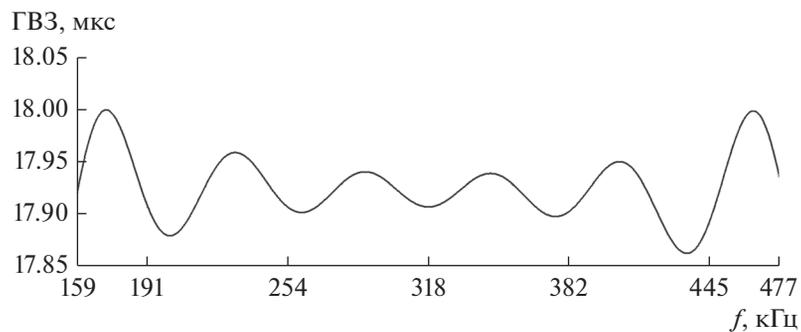


Рис. 13. Зависимость ГВЗ в полосе пропускания для последовательного соединения комплексного полосового фильтра и комплексного полосового линейризирующего КИХ-фильтра от частоты.

кая же, как при линеаризации ФЧХ аналогового ФНЧ, и равна 13.3.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Продемонстрирована возможность использования для ограничения спектра сигнала до аналого-цифрового преобразования аналоговых ФНЧ или аналоговых комплексных полосовых фильтров высокого порядка, имеющих нелинейные ФЧХ. Нелинейность ФЧХ аналоговых фильтров компенсируется за счет введения после АЦП цифровых вещественных или комплексных линеаризующих КИХ-фильтров. Неравномерность ГВЗ в полосе пропускания может быть уменьшена более чем в 100 раз.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Айфичер Э., Джервис Б.*, Цифровая обработка сигналов: практический подход. М.: ИД “Вильямс”, 2008.
2. *Галкин В.А.* Основы программно-конфигурируемого радио. М.: Горячая линия—Телеком, 2015.
3. *Г. Лэм.* Аналоговые и цифровые фильтры. Расчет и реализация. М.: Мир, 1982.
4. *Гребенко Ю.А.* // Вестн. МЭИ. 2003. № 1. С. 80.
5. *Гребенко Ю.А., Акар Мьо* // Вестн. МЭИ. 2009. № 1. С. 70.
6. *Гребенко Ю.А.* Однородные устройства обработки сигналов. М.: ИД МЭИ, 2009.