

УДК 621.396.99

АЛГОРИТМ НЕЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ КООРДИНАТ МАЛОПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА В ДВУХПОЗИЦИОННОЙ РАДИОСИСТЕМЕ

© 2019 г. Я. О. Арешин¹, Б. А. Заикин², *, А. Ф. Котов², С. А. Решетняк²¹ОАО «НПК "НИИДАР"»,

Российская Федерация, 127083 Москва, ул. 8 Марта, 10, стр. 5

²МИРЭА – Российский технологический университет,

Российская Федерация, 119454 Москва, просп. Вернадского, 78

*E-mail: halfmazerkin@gmail.com

Поступила в редакцию 12.04.2018 г.

После доработки 01.06.2018 г.

Принята к публикации 11.06.2018 г.

Представлен алгоритм фильтрации координат малоподвижного объекта в охранной двухпозиционной радиосистеме с использованием критерия максимума апостериорной вероятности. Описаны моделирование алгоритма и оценка его эффективности. Приведены графики среднеквадратического отклонения ошибки.

DOI: 10.1134/S0033849419020013

ВВЕДЕНИЕ

Задачи оценки и фильтрации векторов состояния объектов наблюдения являются одними из ключевых в радиотехнике. Задачу оценки можно определить следующим образом: по принятой реализации сигнала необходимо определить фиксированное на заданном интервале наблюдения значение параметра сигнала с минимальной погрешностью. Задача фильтрации является более общей и сложной: предполагается, что оцениваемый параметр наблюдения может меняться во времени, и он так же подлежит определению с минимальной погрешностью в течение заданного интервала времени. В радиотехнике эти задачи могут дополнять друг друга. Обычно представляется возможным выбрать такие интервалы наблюдения, при которых измеряемый параметр можно считать постоянным и на таких интервалах производить оценку параметра; далее при объединении таких интервалов (траекторная обработка) могут быть использованы различные методы фильтрации. Существует много подходов к реализации процедур оценки и фильтрации [1]. Они могут различаться критериями, моделями поведения объекта наблюдения (ОН), допустимой сложностью. Ниже в гауссовском приближении рассмотрен алгоритм фильтрации с использованием критерия максимума апостериорной вероятности. При этом модель поведения объекта наблюдения служит марковской последовательностью. Для упрощения вычислений использовано разложение логарифма функции правдоподобия (ЛФП) в ряд Тейлора в точке максимума правдоподобия.

Представлены соотношения, необходимые для синтеза алгоритма, а также для иллюстрации приведен пример синтеза алгоритма в охранной двухпозиционной системе координатометрии. Даны описание параметров моделирования и результаты этого моделирования.

1. СИНТЕЗ АЛГОРИТМА

А. Представление алгоритма в общем виде

Предположим, что вектор состояния объекта наблюдения на v -ом интервале может быть представлен марковской последовательностью:

$$\bar{\Lambda}^{(v)} = \Phi \bar{\Lambda}^{(v-1)} + \mathbf{B} \bar{N}^{(v)}, \quad (1)$$

где $\bar{\Lambda}^{(v)}$ – вектор состояния на v -ом интервале; Φ – матрица перехода; $\bar{\Lambda}^{(v-1)}$ – вектор состояния на предыдущем шаге; \mathbf{B} – матрица формирующих воздействий; $\bar{N}^{(v)}$ – векторная реализация гауссовской случайной последовательности с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией. Полагаем, что элементы матрицы \mathbf{B} являются среднеквадратическими отклонениями (СКО) траектории цели. При этом путем добавления константы может быть выбран предпочтительный интервал, в который должна попадать случайная величина. В случае косвенных измерений необходимо так же ввести вектор информационных (изменяемых) параметров $\bar{Q}^{(v)}$, который

связан с вектором состояния $\bar{\Lambda}^{(v)}$ в общем случае некоторой функциональной зависимостью:

$$\bar{Q}^{(v)} = f(\bar{\Lambda}^{(v)}). \quad (2)$$

Уравнения фильтрации по критерию максимума апостериорной вероятности (МАН) при гауссовском приближении примут вид [2, 3]:

$$\begin{cases} \hat{\Lambda}_{ps}^{(v)} = \hat{\Lambda}_3^{(v)} + \mathbf{K}_{ps}^{(v)} \bar{G}_\lambda^{(v)}, \\ \mathbf{K}_{ps}^{(v)} = \left[\left(\mathbf{K}_3^{(v)} \right)^{-1} - \mathbf{H}_\lambda^{(v)} \right]^{-1}, \end{cases} \quad (3)$$

где $\hat{\Lambda}_{ps}^{(v)}$ – апостериорное значение вектора состояния на v -ом шаге; $\hat{\Lambda}_3^{(v)}$ – экстраполяционное значение вектора состояния на v -ом шаге; $\mathbf{K}_{ps}^{(v)}$ – апостериорная ковариационная матрица на v -ом шаге; $\bar{G}_\lambda^{(v)}$ – вектор первых частных производных логарифма функции правдоподобия по элементам вектора состояния в точке экстраполяции на v -ом шаге; $\mathbf{K}_3^{(v)}$ – экстраполяционная ковариационная матрица v -ом шаге; $\mathbf{H}_\lambda^{(v)}$ – матрица вторых частных производных логарифма функции правдоподобия по элементам вектора состояния в точке экстраполяции на v -ом шаге. Экстраполяционные значения $\hat{\Lambda}_3^{(v)}$ и $\mathbf{K}_3^{(v)}$ могут быть вычислены с помощью апостериорных значений на предыдущем шаге:

$$\hat{\Lambda}_3^{(v)} = \Phi \hat{\Lambda}_{ps}^{(v-1)}, \quad (4)$$

$$\mathbf{K}_3^{(v)} = \Phi \mathbf{K}_{ps}^{(v-1)} \Phi^T + \mathbf{B} \mathbf{B}^T, \quad (5)$$

где $\hat{\Lambda}_{ps}^{(v-1)}$ – апостериорное значение вектора состояния на предыдущем шаге; $\mathbf{K}_{ps}^{(v-1)}$ – апостериорная ковариационная матрица на предыдущем шаге, T – символ транспонирования.

Фильтрация по критерию максимума апостериорной вероятности сводится к вычислению вектора $\bar{G}_\lambda^{(v)}$ и матрицы $\mathbf{H}_\lambda^{(v)}$. Элементы их могут быть вычислены с помощью разложения ЛФП в ряд Тейлора в точке максимального правдоподобия [2]. Таким образом, получаем:

$$\bar{G}_\lambda^{(v)} = \mathbf{W}_{q\lambda}^T \mathbf{H}_q \left[\bar{Q}(\Lambda_3^{(v)}) - \hat{Q}_{мп}^{(v)} \right], \quad (6)$$

где $\mathbf{W}_{q\lambda}^T$ – транспонированная матрица первых частных производных информационных параметров по элементам вектора состояния в точке экстраполяции; \mathbf{H}_q – матрица первых частных производных ЛФП по информационным параметрам (в гауссовском приближении равна отрицательной обратной ковариационной матрице информационных параметров $\mathbf{H}_q = -\mathbf{K}_q^{-1}$); $\bar{Q}(\Lambda_3^{(v)})$ – вектор информационных параметров, вычисленных в

точке экстраполяции; $\hat{Q}_{мп}^{(v)}$ – вектор информационных параметров в точке максимального правдоподобия.

Элементы матрицы $\mathbf{H}_\lambda^{(v)}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F}{\partial \lambda_i \partial \lambda_j} &= \\ &= \sum_{j=1}^m \sum_{\mu=1}^m \left(H_q(ij) \frac{\partial^2 q_j}{\partial \lambda_i \partial \lambda_j} (q_{\mu\varepsilon} - q_{\mu mp}) + \frac{\partial q_j}{\partial \lambda_i} \frac{\partial q_\mu}{\partial \lambda_j} \right), \end{aligned} \quad (7)$$

где $H_q(ij)$ – элемент матрицы \mathbf{H}_q ; расположенный в i -ой строке и j -ом столбце; $\frac{\partial^2 q_j}{\partial \lambda_i \partial \lambda_j}$ – вторая частная производная информационного параметра по элементам вектора состояния в точке экстраполяции; $q_{\mu\varepsilon}$ – информационный параметр в точке экстраполяции; $q_{\mu mp}$ – информационный параметр в точке максимального правдоподобия; $\frac{\partial q_j}{\partial \lambda_i}$ – первая частная производная информационного параметра по элементу вектора состояния в точке экстраполяции.

Б. Синтез алгоритма в охранной двухпозиционной радиосистеме координатометрии

Предположим, что в качестве ОН будет выступать медленно передвигающийся на плоскости объект такой, как машина или некоторые типы дронов. Тогда вектор состояния будет представлен в виде $\bar{\Lambda}^{(v)} = [x^{(v)} y^{(v)}]^T$, при этом матрицы Φ и \mathbf{B} могут быть записаны как:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_x & 0 \\ 0 & b_y \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где b_x, b_y – среднеквадратические отклонения траектории движения объекта по осям x и y , соответственно. Таким образом, выражение (1) может быть записано в скалярном виде:

$$\begin{cases} x^{(v)} = x^{(v-1)} + b_x n_{b_x}^{(v)}, \\ y^{(v)} = y^{(v-1)} + b_y n_{b_y}^{(v)}, \end{cases} \quad (10)$$

где $n_{b_x}^{(v)}, n_{b_y}^{(v)}$ – реализации гауссовских случайных последовательностей с нулевыми математическими ожиданиями и единичными дисперсиями.

В качестве охранной системы выбираем двухпозиционную дальномерную радиосистему координатометрии. Геометрическое построение такой

системы, определяющей на v -ом шаге координаты ОН, показано на рис. 1. На плоскости в приемных пунктах П1 и П2 расположены радиодальномеры, работающие в импульсном режиме и измеряющие на каждом v -ом шаге временные задержки $\tau_1^{(v)}$ и $\tau_2^{(v)}$, соответственно. Временные задержки передаются по радиоканалам на пункт обработки информации ПОИ, расположенный в точке 0. Таким образом, для временных задержек, полученных на v -ом интервале в пункте обработки, можно записать следующие выражения:

$$\begin{cases} \tau_1^{(v)} = \frac{2}{c} \sqrt{\left(x^{(v)} + \frac{b}{2}\right)^2 + y^{(v)} + \frac{b}{2c}}, \\ \tau_2^{(v)} = \frac{2}{c} \sqrt{\left(x^{(v)} - \frac{b}{2}\right)^2 + y^{(v)} + \frac{b}{2c}}, \end{cases} \quad (11)$$

где b – база (расстояние между приемными пунктами), c – скорость распространения радиоволны.

Обратными формулами для выражений (11) являются:

$$\begin{cases} x^{(v)} = \frac{c(c\tau_1^{(v)2} - c\tau_2^{(v)2} - b\tau_1^{(v)} + b\tau_2^{(v)})}{8b}, \\ y^{(v)} = \sqrt{4^{-1} \left(\tau_2^{(v)2} - \frac{b}{2c}\right) c^2 - \left(x^{(v)} - \frac{b}{2}\right)^2}. \end{cases} \quad (12)$$

При приеме каждого импульса происходит процедура оценки временной задержки, которая может быть записана, как:

$$\begin{cases} \hat{\tau}_1^{(v)} = \tau_1^{(v)} + \sigma_{\tau_1} n_{\tau_1}^{(v)}, \\ \hat{\tau}_2^{(v)} = \tau_2^{(v)} + \sigma_{\tau_2} n_{\tau_2}^{(v)}, \end{cases} \quad (13)$$

где σ_{τ_1} , σ_{τ_2} – СКО измерений временных задержек; $n_{\tau_1}^{(v)}$, $n_{\tau_2}^{(v)}$ – реализации гауссовских случайных последовательностей с нулевыми математическими ожиданиями и единичными дисперсиями. Следует отметить, что ввиду того, что измерения производятся различными измерителями, отсутствует корреляционная связь между оценками $\hat{\tau}_1^{(v)}$ и $\hat{\tau}_2^{(v)}$.

Для синтеза алгоритма фильтрации необходимо найти все члены выражений (3)–(7) для данного случая. Учитывая (8), выражение (4) для экстраполяционных значений можно записать в скалярном виде:

$$\begin{cases} x_{\varepsilon}^{(v)} = \hat{x}_{ps}^{(v-1)}, \\ y_{\varepsilon}^{(v)} = \hat{y}_{ps}^{(v-1)}, \end{cases} \quad (14)$$

где $\hat{x}_{ps}^{(v-1)}$, $\hat{y}_{ps}^{(v-1)}$ – значения, полученные путем фильтрации с предыдущего шага.

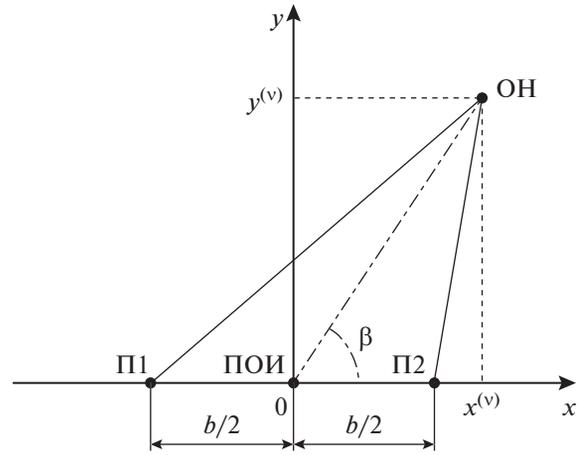


Рис. 1. Геометрическое построение охранной дальномерной двухпозиционной радиосистемы координатометрии.

Согласно [2, 3] матрица $\mathbf{W}_{q\lambda}^T$ определяется формулами, полученными из выражений (11) и (14):

$$\mathbf{W}_{q\lambda}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial \tau_1}{\partial x} & \frac{\partial \tau_1}{\partial y} \\ \frac{\partial \tau_2}{\partial x} & \frac{\partial \tau_2}{\partial y} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

где

$$\frac{\partial \tau_1}{\partial x} = \frac{2}{c} \left(x_3^{(v)} + \frac{b}{2}\right) \left(\left(x_3^{(v)} + \frac{b}{2}\right)^2 + y_3^{(v)2} \right)^{-1/2}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial \tau_1}{\partial y} = \frac{2}{c} y_3^{(v)} \left(\left(x_3^{(v)} + \frac{b}{2}\right)^2 + y_3^{(v)2} \right)^{-1/2}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial \tau_2}{\partial x} = \frac{2}{c} \left(x_3^{(v)} - \frac{b}{2}\right) \left(\left(x_3^{(v)} - \frac{b}{2}\right)^2 + y_3^{(v)2} \right)^{-1/2}, \quad (18)$$

$$\frac{\partial \tau_2}{\partial y} = \frac{2}{c} y_3^{(v)} \left(\left(x_3^{(v)} - \frac{b}{2}\right)^2 + y_3^{(v)2} \right)^{-1/2}. \quad (19)$$

Ковариационная матрица информационных параметров \mathbf{K}_q представляет собой диагональную матрицу из квадратов СКО измерения временной задержки σ_{τ_1} , σ_{τ_2} . Обратная ковариационная матрица \mathbf{K}_q^{-1} , записывается в виде:

$$\mathbf{K}_q^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_{\tau_1}^{-2} & 0 \\ 0 & \sigma_{\tau_2}^{-2} \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Вектор измеряемых параметров в общем случае будет состоять из временных задержек

$\bar{Q} = [\tau_1 \tau_2]^T$, тогда $[\bar{Q}(\Lambda_3^{(v)}) - \hat{Q}_{мп}^{(v)}]$ определяется из формул (11), (13) и (14):

$$[\bar{Q}(\Lambda_3^{(v)}) - \hat{Q}_{мп}^{(v)}] = \begin{bmatrix} \tau_{1_3}^{(v)} - \hat{\tau}_1^{(v)} \\ \tau_{2_3}^{(v)} - \hat{\tau}_2^{(v)} \end{bmatrix}, \quad (21)$$

где $\tau_{1_3}^{(v)}$, $\tau_{2_3}^{(v)}$ получаются путем подстановки экстраполяционных значений (14) в формулы (11).

Перемножив соотношения (15), взятое с отрицательным знаком (20) и (21) получаем выражение (6), которое может быть записано в скалярном виде, как:

$$\begin{cases} g_{\lambda x}^{(v)} = -\sigma_{\tau_1}^{-2} \frac{\partial \tau_1}{\partial x} (\tau_{1_3}^{(v)} - \hat{\tau}_1^{(v)}) - \sigma_{\tau_2}^{-2} \frac{\partial \tau_2}{\partial x} (\tau_{2_3}^{(v)} - \hat{\tau}_2^{(v)}), \\ g_{\lambda y}^{(v)} = -\sigma_{\tau_1}^{-2} \frac{\partial \tau_1}{\partial y} (\tau_{1_3}^{(v)} - \hat{\tau}_1^{(v)}) - \sigma_{\tau_2}^{-2} \frac{\partial \tau_2}{\partial y} (\tau_{2_3}^{(v)} - \hat{\tau}_2^{(v)}). \end{cases} \quad (22)$$

С учетом формул (14) и (22) из первого уравнения (3) можно получить:

$$\begin{cases} \hat{x}_{ps}^{(v)} = x_3^{(v)} + K_{ps}^{(v)}(11) g_{\lambda x}^{(v)} + K_{ps}^{(v)}(12) g_{\lambda y}^{(v)}, \\ \hat{y}_{ps}^{(v)} = y_3^{(v)} + K_{ps}^{(v)}(21) g_{\lambda x}^{(v)} + K_{ps}^{(v)}(22) g_{\lambda y}^{(v)}, \end{cases} \quad (23)$$

где $K_{ps}^{(v)}(ij)$ – элемент матрицы $\mathbf{K}_{ps}^{(v)}$, расположенный в i -ой строке и j -ом столбце. Сама апостериорная ковариационная матрица $\mathbf{K}_{ps}^{(v)}$ определяется из второго уравнения (3). Соответственно, учитывая формулы (8) и (9), выражение (5) можно записать в виде:

$$\mathbf{K}_3^{(v)} = \mathbf{K}_{ps}^{(v-1)} + \mathbf{B}\mathbf{B}^T, \quad (24)$$

где

$$\mathbf{B}\mathbf{B}^T = \begin{bmatrix} b_x^2 & 0 \\ 0 & b_y^2 \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Таким образом, неизвестной остается матрица $\mathbf{H}_\lambda^{(v)}$. Из формулы (7) получаем элементы матрицы:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} &= -\sigma_{\tau_1}^{-2} \left(\frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x^2} (\hat{\tau}_1^{(v)} - \tau_{1_3}^{(v)}) + \left(\frac{\partial \tau_1}{\partial x} \right)^2 \right) - \\ &- \sigma_{\tau_2}^{-2} \left(\frac{\partial^2 \tau_2}{\partial x^2} (\hat{\tau}_2^{(v)} - \tau_{2_3}^{(v)}) + \left(\frac{\partial \tau_2}{\partial x} \right)^2 \right), \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} &= -\sigma_{\tau_1}^{-2} \left(\frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x \partial y} (\hat{\tau}_1^{(v)} - \tau_{1_3}^{(v)}) + \frac{\partial \tau_1}{\partial x} \frac{\partial \tau_1}{\partial y} \right) - \\ &- \sigma_{\tau_2}^{-2} \left(\frac{\partial^2 \tau_2}{\partial x \partial y} (\hat{\tau}_2^{(v)} - \tau_{2_3}^{(v)}) + \frac{\partial \tau_2}{\partial x} \frac{\partial \tau_2}{\partial y} \right), \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} &= -\sigma_{\tau_1}^{-2} \left(\frac{\partial^2 \tau_1}{\partial y^2} (\hat{\tau}_1^{(v)} - \tau_{1_3}^{(v)}) + \left(\frac{\partial \tau_1}{\partial y} \right)^2 \right) - \\ &- \sigma_{\tau_2}^{-2} \left(\frac{\partial^2 \tau_2}{\partial y^2} (\hat{\tau}_2^{(v)} - \tau_{2_3}^{(v)}) + \left(\frac{\partial \tau_2}{\partial y} \right)^2 \right). \end{aligned} \quad (28)$$

В выражениях (26)–(28) использованы вторые производные ЛФП по информационным параметрам, которые необходимо найти. Из уравнений (16)–(19) получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x^2} &= \frac{2}{c} \left(\left(x_3^{(v)} + \frac{b}{2} \right)^2 + y_3^{(v)^2} \right)^{-1/2} \times \\ &\times \left(1 - \left(x_3^{(v)} + \frac{b}{2} \right)^2 \left(\left(x_3^{(v)} + \frac{b}{2} \right)^2 + y_3^{(v)^2} \right)^{-1} \right), \end{aligned} \quad (29)$$

$$\frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x \partial y} = \frac{2}{c} \left(x_3^{(v)} + \frac{b}{2} \right) y_3^{(v)} \left(\left(x_3^{(v)} + \frac{b}{2} \right)^2 + y_3^{(v)^2} \right)^{-3/2}, \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \tau_1}{\partial y^2} &= \frac{2}{c} \left(\left(x_3^{(v)} + \frac{b}{2} \right)^2 + y_3^{(v)^2} \right)^{-1/2} \times \\ &\times \left(1 - y_3^{(v)^2} \left(\left(x_3^{(v)} + \frac{b}{2} \right)^2 + y_3^{(v)^2} \right)^{-1} \right), \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \tau_2}{\partial x^2} &= \frac{2}{c} \left(\left(x_3^{(v)} - \frac{b}{2} \right)^2 + y_3^{(v)^2} \right)^{-1/2} \times \\ &\times \left(1 - \left(x_3^{(v)} - \frac{b}{2} \right)^2 \left(\left(x_3^{(v)} - \frac{b}{2} \right)^2 + y_3^{(v)^2} \right)^{-1} \right), \end{aligned} \quad (32)$$

$$\frac{\partial^2 \tau_2}{\partial x \partial y} = \frac{2}{c} \left(x_3^{(v)} - \frac{b}{2} \right) y_3^{(v)} \left(\left(x_3^{(v)} - \frac{b}{2} \right)^2 + y_3^{(v)^2} \right)^{-3/2}, \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \tau_2}{\partial y^2} &= \frac{2}{c} \left(\left(x_3^{(v)} - \frac{b}{2} \right)^2 + y_3^{(v)^2} \right)^{-1/2} \times \\ &\times \left(1 - y_3^{(v)^2} \left(\left(x_3^{(v)} - \frac{b}{2} \right)^2 + y_3^{(v)^2} \right)^{-1} \right). \end{aligned} \quad (34)$$

Уравнения (3)–(5) являются рекуррентными и поэтому остается открытым вопрос о начальных условиях. Координаты объекта наблюдения на первом шаге $\hat{x}_{ps}^{(1)}$, $\hat{y}_{ps}^{(1)}$ могут быть найдены с помощью подстановки оценок $\hat{\tau}_1^{(1)}$, $\hat{\tau}_2^{(1)}$ в уравнения (12). Таким образом, оценка и фильтрованное значение координат на первом шаге будут совпадать. Апостериорная ковариационная матрица ошибок фильтрации на первом шаге может быть найдена, как ковариационная матрица ошибок измерения, пересчитанная в декартову систему координат [1]:

$$\mathbf{K}_{ps}^{(1)} = \mathbf{W}_{\lambda q} \mathbf{K}_q \mathbf{W}_{\lambda q}^T, \quad (35)$$

где

$$\mathbf{W}_{\lambda q} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \tau_1} & \frac{\partial x}{\partial \tau_2} \\ \frac{\partial y}{\partial \tau_1} & \frac{\partial y}{\partial \tau_2} \end{bmatrix}. \quad (36)$$

Найдем элементы матрица $\mathbf{W}_{\lambda q}$. Из выражения (12) получаем:

$$\frac{\partial x}{\partial \tau_1} = \frac{c(2c\hat{\tau}_1^{(1)} - b)}{8b}, \quad (37)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \tau_2} = \frac{c(-2c\hat{\tau}_2^{(1)} - b)}{8b}, \quad (38)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \tau_1} = -\frac{c\left(\frac{b}{2} - \hat{x}_{ps}^{(1)}\right)(b - 2c\hat{\tau}_1^{(1)})}{8b\sqrt{4^{-1}c^2\left(\hat{\tau}_2^{(1)} - \frac{b}{2c}\right)^2 - \left(\frac{b}{2} - \hat{x}_{ps}^{(1)}\right)^2}}, \quad (39)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \tau_2} = \frac{4^{-1}c^2\left(2\hat{\tau}_2^{(1)} - \frac{b}{c}\right) + 4^{-1}b^{-1}c\left(\frac{b}{2} - \hat{x}_{ps}^{(1)}\right)(b - 2c\hat{\tau}_2^{(1)})}{2\sqrt{4^{-1}c^2\left(\hat{\tau}_2^{(1)} - \frac{b}{2c}\right)^2 - \left(\frac{b}{2} - \hat{x}_{ps}^{(1)}\right)^2}}. \quad (40)$$

Таким образом, получены все необходимые соотношения для реализации нелинейного алгоритма фильтрации в охранной дальномерной двухпозиционной радиосистеме координатометрии.

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ

А. Показатели качества

В качестве простейшей оценки может быть взята точечная ошибка по каждой координате [1]:

$$\begin{cases} e_x^{(v)} = x^{(v)} - \hat{x}_{ps}^{(v)}, \\ e_y^{(v)} = y^{(v)} - \hat{y}_{ps}^{(v)}. \end{cases} \quad (41)$$

Для обобщенной оценки ошибки фильтрации по обеим координатам можно рассматривать расстояние между истинными значениями координат и значениями на выходе фильтра:

$$d^{(v)} = \sqrt{\left(x^{(v)} - \hat{x}_{ps}^{(v)}\right)^2 + \left(y^{(v)} - \hat{y}_{ps}^{(v)}\right)^2}. \quad (42)$$

Ввиду того, что величины (41) и (42) являются случайными для численных оценок качества фильтрации могут быть взяты числовые характеристики статистических распределений – выборочное среднее, исправленная выборочная дис-

персия и исправленное выборочное среднеквадратическое отклонение [4]:

$$\bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n z^{(v)}, \quad (43)$$

$$D_z = \frac{1}{n-1} \sum_{v=1}^n \left(z^{(v)} - \bar{z}\right)^2, \quad (44)$$

$$\sigma_z = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{v=1}^n \left(z^{(v)} - \bar{z}\right)^2}. \quad (45)$$

В выражениях (43)–(45) в качестве z могут выступать либо точечные ошибки (41), либо расстояние (42); при этом суммы обычно ограничиваются n – числом импульсов за время наблюдения.

Б. Выбор параметров для моделирования

В общем случае, СКО измерений временной задержки представляет собой корень из суммы квадратов ошибок, возникающих по различным причинам [5]:

$$\sigma_\tau = \sqrt{\sigma_{\tau_{ш}}^2 + \sigma_{\tau_{ф}}^2 + \sigma_{\tau_{распр}}^2}, \quad (46)$$

где $\sigma_{\tau_{ш}}$ – СКО измерения временной задержки, обусловленное внутренними шумами приемника; $\sigma_{\tau_{ф}}$ – СКО измерения временной задержки, обусловленное флуктуациями цели; $\sigma_{\tau_{распр}}$ – СКО измерения временной задержки, обусловленное особенностями распространения радиоволны.

Среднеквадратическое отклонение измерения временной задержки, обусловленное внутренними шумами приемника $\sigma_{\tau_{ш}}$, может быть вычислено по формулам потенциальной точности [5]:

$$\sigma_{\tau_{ш}} = \frac{1}{\Delta f_c \sqrt{2E/N_0}}, \quad (47)$$

где Δf – ширина спектра эхосигнала; $2E/N_0$ – энергетическое отношение сигнал/шум (ОСШ).

Полагаем, что значение величины $\sigma_{\tau_{распр}}$ и $\sigma_{\tau_{ф}}$ с учетом небольших расстояний до объекта наблюдения не превысят величину $\sigma_{\tau_{ш}}$, поэтому положим, что их сумма квадратов равна квадрату $\sigma_{\tau_{ш}}$. Таким образом, окончательно получаем:

$$\sigma_\tau = \frac{\sqrt{2}}{\Delta f_c \sqrt{2E/N_0}}. \quad (48)$$

Далее зададимся некоторыми конкретными исходными параметрами радиосистемы и объекта наблюдения. В процессе моделирования будем менять некоторые из них, оценивая при этом показатели качества и, таким образом, определяя

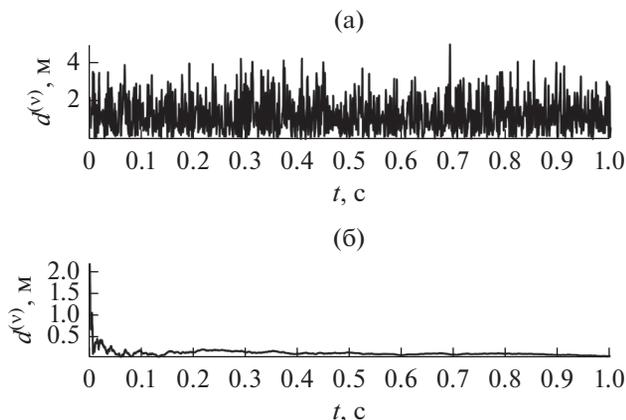


Рис. 2. Обобщенная ошибка расстояния между истинными значениями координат и значениями, полученными для оценки (а) и фильтрации (б).

влияние конкретного параметра на эти показатели качества.

Период следования импульсов зададим равным $T_c = 0.001$ с. При этом время наблюдения будет ограничено $t_{\text{набл}} = 1$ с, и, соответственно, ограничено будет и количество тактов $n = 1000$. Ширину спектра эхосигнала принимаем равным Δf_c ГГц, а ОСШ = 0 дБ (затем значение пересчитываем в энергетическое $2E/N_0$). Среднеквадратические отклонения измерений задержек принимаем равными, так что $\sigma_{\tau_1} = \sigma_{\tau_2} = 10^{-9}$ с.

Начальные координаты объекта наблюдения выбирались из условия, что ОН в начальный момент находится на расстоянии $R^{(1)} = 1500$ м от ПОИ, под углом 45° по отношению к оси x . Таким образом, начальные координаты ОН по осям x , y составили $x^{(1)} = y^{(1)} = 1061$ м. СКО флуктуаций траектории за 1 с (соизмеримый с интервалом корреляции) брались одинаковыми и равными $b_x = b_y = 1$ м (что предположительно соответствует таким объектам, как некоторые типы дронов и автомобилей). Соответственно, получаем СКО флуктуаций траектории за один такт $b_x T_c = b_y T_c = 0.001$ м.

В. Результаты моделирования

На рис. 2 представлены типовые графики обобщенных ошибок (42) оценки и фильтрации для заданных параметров.

На рис. 3а–3д показаны зависимости исправленного выборочного СКО (45) обобщенных ошибок (42) оценки и фильтрации от следующих параметров: ширины спектра эхосигнала Δf_c ; ОСШ; начального расстояния между пунктом обработки информации и объектом наблюдения

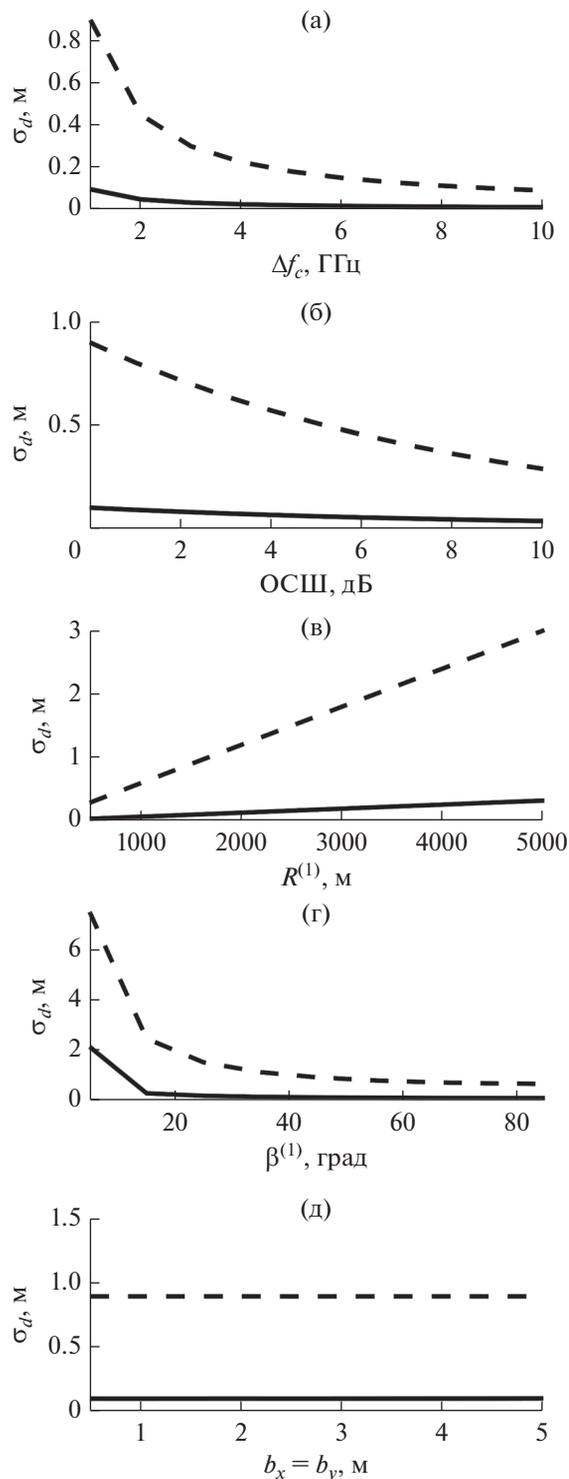


Рис. 3. Зависимости исправленного выборочного СКО ошибки от: ширины спектра эхосигнала Δf (а); ОСШ (б); начального расстояния до объекта наблюдения $R^{(1)}$ (в); угла $\beta^{(1)}$ между линией, соединяющей ПОИ и ОН, и осью x (г); СКО формирующих воздействий b_x , b_y (д). Штриховые линии относятся к режиму оценки, сплошные линии – к режиму фильтрации.

$R^{(1)}$; угла $\beta^{(1)}$ между линией, соединяющей ПОИ и ОН, и осью x ; СКО формирующих воздействий цели b_x, b_y . При этом значения СКО усреднялись по 10000 реализациям.

Анализ указанных зависимостей показал, что алгоритм позволяет получить выигрыш в СКО по сравнению с оценкой по одному импульсу примерно в 9.3–9.4 раза в среднем для всех параметров, кроме $\beta^{(1)}$ при котором это уменьшение составляет 5.3 раза. Как и ожидалось, ошибки уменьшаются с увеличением ОСШ, расширением спектра эхосигнала, ростом угла наклона линии визирования. Изменение СКО формирующих воздействий в заданном при моделировании интервале практически не привело к росту ошибок.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены выражения для реализации алгоритма фильтрации по критерию максимума апостериорной вероятности в охранной дальномерной двухпозиционной радиосистеме координатометрии. Проведено моделирование данного алгоритма и, таким образом, показана его работоспособность.

При этом был оценен выигрыш в СКО ошибок при использовании алгоритма фильтрации по сравнению с использованием режима оценки.

При соответствующей корректировке алгоритм может быть реализован и в других системах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ширман Я.Д., Багдасарян С.Т., Маляренко А.С. и др. Радиоэлектронные системы: Основы построения и теория. Справочник. М.: Радиотехника, 2007. С. 319.
2. Гребенников В.Б. // Методы обработки сигналов в радиотехнических системах. Межвузовский сб. тр. Саратов: Изд-во Саратов. политех. ин-та, 1986. С. 16.
3. Котов А.Ф., Гребенников В.Б. // Радиотехника. 1987. № 6. С. 6.
4. Гусак А.А., Гусак Г.М., Бричникова Е.А. Справочник по высшей математике. Минск: ТетраСистемс, 1999. С. 538.
5. Дудник П.И., Кондратенков Г.С., Татарский Б.Г. и др. Авиационные радиолокационные комплексы и системы: учебник для слушателей и курсантов ВУЗов ВВС. М.: Изд-во ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 2006. С. 345.