РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2019, том 64, № 3, с. 265–267

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 538.566.2;621.372.8

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИМПУЛЬСНОГО ВОЛНОВОГО ПОЛЯ НАБОРОМ МЕТАЧАСТИЦ

© 2019 г. В. В. Шевченко*

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Российская Федерация, 125009 Москва, ул. Моховая, 11, стр. 7

E-mail: sto@cplire.ru

Поступила в редакцию 26.10.2018 г.
После доработки 26.10.2018 г.
Принята к публикации 31.10.2018 г.

Рассмотрены свойства направленно излученного осесимметричного импульса волнового поля, представленного набором осесимметричных метачастиц импульсных волновых полей. Найдено значение энергии, переносимой рассматриваемым импульсом и полученной в виде суммы энергий составляющих метачастиц.

DOI: 10.1134/S0033849419040090

1. Ранее в работе [1] было введено понятие метачастиц импульсных волновых полей (электромагнитного, акустического), направленно излученных апертурными источниками (антеннами, лазерами, акустическими мембранами) и распространяющихся в свободном пространстве и в однородных изотропных средах. Ниже рассмотрен пример возбуждения осесимметричных метачастиц круглой апертурой при направленном излучении осесимметричного волнового импульса.

2. В случае излучения осесимметричного импульса волнового поля функции полей метачастиц описываются в цилиндрических координатах r, φ, z независящими от угла φ функциями [1]:

$$f_{ln}(r,z,t) = \\ = C_l\bar{U}_l(z,t)\,C_n\bar{V}_n(r,0,z)\exp[-i(kz-\omega t)], \tag{1}$$

где $l = 0, 1, 2, \ldots$, $n = 0, 1, 2, \ldots$, коэффициенты C_l, C_n – амплитудные константы, $k = 2\pi/\lambda = \omega/v$, λ – длина волны, ω – круговая частота поля, v – скорость распространения волны, в частности для электромагнитной волны в свободном пространстве $v = c$ – скорости света, t – время.

Структурные функции метачастиц $\bar{U}_l(z,t)$ и $\bar{V}_n(r,0,z)$ в (1) имеют вид

$$\bar{U}_l(z,t) = U_l(\zeta) = N_l^{-1}H_l(\zeta)\exp\left(-\zeta^2/2\right), \tag{2}$$

где $N_l = \left(2^l l!\sqrt{\pi}\right)^{1/2}$, $H_l(\zeta)$ – полином Эрмита [1–9], $\zeta = (z - vt)/L = \delta_L(kz - \omega t)$,

$$\delta_L = \frac{1}{kL} = \frac{1}{\pi}\frac{\lambda}{2L},\quad \delta_L^2 \ll 1 \text{ при } \frac{\lambda}{2L} \le 1, \tag{3}$$

L – эффективная полудлина поля метачастицы вдоль оси z, ω – средняя (несущая) частота узкой (при условии (3)) полосы частот [4–6] метачастицы;

$$\bar{V}_n(r,0,z) = V_n(\rho,z) = L_n(\rho^2)\cos\sigma\times \\ \times\exp\left\{-\rho^2/2 + i\left[(1+2n)\sigma - u_a\rho^2/2\right]\right\}, \tag{4}$$

где $L_n(\rho^2)$ – полином Лагерра [1–9], $\rho = r/w_a$, $w_a = a/\cos\sigma$, $\sigma = \mathrm{arctg}\,u_a$, $\cos\sigma = \left(1+u_a^2\right)^{-1/2}$, $u_a = \delta_a z/a = \delta_a^2 kz$,

$$\delta_a = \frac{1}{ka} = \frac{1}{\pi}\frac{\lambda}{2a},\quad \delta_a^2 \ll 1 \text{ при } \frac{\lambda}{2a} \le 1, \tag{5}$$

a – радиус круглой излучающей апертуры.

Отметим, что функции $\bar{U}_l(z,t)$ по сравнению с функциями, приведенными в [1], здесь скорректированы, т.е. заменены на функции (2) и совпадают с опубликованными ранее при значении в них параметра $\tau = 0$.

3. Пусть, например, импульсное волновое поле, излученное апертурным источником в направлении оси z, можно описать в плоскости апертуры, расположенной при $z = 0$, следующей функцией:

$$f(r,0,t) = (e^2\sqrt[4]{\pi}/2)M(\zeta,\rho)\times \\ \times\exp\left[-(\zeta^2+\rho^2)/2 + i\omega t\right] = \\ = M(\zeta,\rho)U(\zeta)V(\rho)\exp(i\omega t), \tag{6}$$

где $\zeta = -\nu t/L$, $\rho = r/a$ при $z = 0$,

$$M(\zeta,\rho) = \begin{cases} 1 & \text{при} \quad -1 \le \zeta \le 1, \quad \rho \le 1, \\ 0 & \text{при} \quad \zeta < -1, \quad 1 < \zeta, \quad 1 < \rho, \end{cases}$$

$$U(\zeta) = (e\sqrt[4]{\pi}/2)\exp(-\zeta^2/2), \quad V(\rho) = e\exp(-\rho^2/2). \tag{7}$$

При этом важно отметить, что функции рассматриваемых здесь импульсов от аргументов

$$\zeta = \zeta(z,t), \quad \rho = \rho(r,z), \tag{8}$$

включая структурные функции метачастиц, описывают волновые импульсы так, что при фиксированных значениях t и r они являются функциями от z, а при фиксированном z (в данном случае $z = 0$) – функциями от t и r соответственно.

Поскольку для структурных функций метачастиц (2)–(5) выполняются условия ортонормировки [1, 6–9], то имеем

$$\int_{-\infty}^{\infty} U_l(\zeta)U_{l'}(\zeta)d\zeta = \begin{cases} 1 & \text{при} \quad l = l', \\ 0 & \text{при} \quad l \ne l', \end{cases}$$
$$\int_0^{\infty} V_n(\rho,0)V_{n'}(\rho,0)\,2\rho d\rho = \begin{cases} 1 & \text{при} \quad n = n', \\ 0 & \text{при} \quad n \ne n', \end{cases} \tag{9}$$

и, следовательно, коэффициенты C_l, C_n в выражении (1) можно вычислить [1] по формулам

$$C_l = \int_{-1}^{1} U(\zeta)U_l(\zeta)d\zeta, \quad C_n = \int_0^1 V(\rho)V_n(\rho,0)\,2\rho d\rho. \tag{10}$$

Для четных и нечетных l: $l = 2\upsilon$, $l = 2\upsilon - 1$, получим

$$C_{\upsilon=0} = \frac{e}{2}\int_{-1}^{1}\exp(-\zeta^2)d\zeta = \frac{e}{2}\sqrt{\pi}\Phi(\sqrt{2}) = 2, \tag{11}$$

$$C_{2\upsilon} = \frac{e\sqrt[4]{\pi}}{2N_{2\upsilon}}\int_{-1}^{1}\exp(-\zeta^2)H_{2\upsilon}(\zeta)d\zeta =$$
$$= -\left.\frac{\exp(1-\zeta^2)H_{2\upsilon-1}(\zeta)}{2^{\upsilon}\left[(2\upsilon)!\right]^{1/2}}\right|_0^1 = \mp\frac{1}{\left[(2\upsilon)!\right]^{1/2}}, \tag{12}$$

$$C_{2\upsilon-1} = 0, \tag{13}$$

поскольку $\int_{-1}^{1}\exp(-\zeta^2)H_{2\upsilon-1}(\zeta)d\zeta = 0$, где $\upsilon = 1, 2, 3, \ldots$, $\Phi(\sqrt{2}) = 0.84$ – значение интеграла вероятности [10], и аналогично

$$C_{n=0} = e\int_0^1\exp(-\rho^2)2\rho d\rho =$$
$$= e\int_0^1\exp(-x)dx = -\exp(1-x)\big|_0^1 = e - 1 = 1.7, \tag{14}$$

$$C_n = e\int_0^1\exp(-\rho^2)L_n(\rho^2)2\rho d\rho =$$
$$= \exp(1-x)\left[L_{n-1}(x) - L_n(x)\right]\big|_0^1 = \frac{1}{n!}, \tag{15}$$

где $n = 1, 2, 3 \ldots$

В итоге функцию поля рассматриваемого импульса можно представить [1] в виде суммы функций полей метачастиц:

$$f(r,z,t) = \sum_{\upsilon=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} f_{(2\upsilon)n}(r,z,t) =$$
$$= \sum_{\upsilon=0}^{\infty} C_{2\upsilon}U_{2\upsilon}(\zeta)\sum_{n=0}^{\infty} C_n V_n(\rho,z)\exp\left[-i(kz - \omega t)\right], \tag{16}$$

где коэффициенты $C_{2\upsilon}$, C_n вычисляются по формулам (11)–(15).

4. Энергия, переносимая рассматриваемым импульсом волнового поля, на основании (9) тоже может быть представлена в виде суммы энергий метачастиц [1]:

$$Э = \sum_{\upsilon,n} Э_{\upsilon,n} = A_0^2\sum_{\upsilon=0}^{\infty}\left|C_{2\upsilon}\right|^2\sum_{n=0}^{\infty}\left|C_n\right|^2, \tag{17}$$

где A_0 – размерная амплитудная константа, квадрат которой имеет размерность в джоулях. При этом относительные (безразмерные) доли энергии метачастиц согласно (11)–(15) имеют следующие величины:

$$\bar{Э}_{00} = C_{\upsilon=0}^2 C_{n=0}^2 = 11.6,$$
$$\bar{Э}_{01} = C_{\upsilon=0}^2 C_{n=1}^2 = 4.0,$$
$$\bar{Э}_{10} = C_{2\upsilon=2}^2 C_{n=0}^2 = 1.4,$$
$$\bar{Э}_{\upsilon n} = C_{2\upsilon}^2 C_n^2 = \left[(2\upsilon)!(n!)^2\right]^{-1}, \tag{18}$$

где $\upsilon = 1, 2, 3\ldots$, $n = 1, 2, 3 \ldots$

Полная же относительная энергия импульса равна сумме:

$$\bar{Э} = \bar{Э}_{00} + \bar{Э}_{01} + \bar{Э}_{10} + \sum_{\upsilon=1}^{\infty} C_{2\upsilon}^2\sum_{n=1}^{\infty} C_n^2, \tag{19}$$

где

$$\sum_{\upsilon=1}^{\infty} C_{2\upsilon}^2 = \sum_{\upsilon=0}^{\infty}\frac{1}{(2\upsilon)!} - 1 = \operatorname{ch}(1) - 1 = 0.54,$$
$$\sum_{n=1}^{\infty} C_n^2 = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(n!)^2} - 1 = I_0(2) - 1 = 1.28,$$

$\mathrm{ch}(1) = 1.54$ — значение гиперболического косинуса, $I_0(2) = 2.28$ — значение модифицированной функции Бесселя [10, 11].

В результате для полной относительной энергии импульса получим

$$\bar{Э} = 17.7. \tag{20}$$

Таким образом, основная часть энергии переносится метачастицей с нулевыми индексами, поскольку $\bar{Э}_{00}/\bar{Э} = 0.66$, т.е. для рассматриваемого импульса энергия этой частицы составляет 2/3 от полной энергии импульса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Шевченко В.В.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 9. С. 899.
2. *Квазиоптика*. Сб. статей / Под ред. Каценеленбаума Б.З. и Шевченко В.В. М.: Мир, 1966.
3. *Маркузе Д.* Оптические волноводы. М.: Мир, 1974.
4. *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988.
5. *Katsenelenbaum B.Z.* High-frequency Electrodynamics. Weinheim: Wiley-VCH, 2006.
6. *Гоноровский И.С.* Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Дрофа, 2006.
7. *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматлит, 1962.
8. Справочник по специальным функциям. Сб. статей / Под ред. Абрамовица М. и Стиган И. М.: Наука, 1979.
9. *Прудников А.П., Бычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. Специальные функции. М.: Наука, 1983.
10. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике. М.: Наука, 1964.
11. *Прудников А.П., Бычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. Элементарные функции. М.: Наука, 1981.