

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.874

### ИСКУССТВЕННЫЙ ДИЭЛЕКТРИК НА ОСНОВЕ РЕЗИСТИВНЫХ КВАДРАТОВ

© 2019 г. В. И. Пономаренко<sup>1</sup>, \*, И. М. Лагунов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского,  
Российская Федерация, 295007, Симферополь, просп. акад. Вернадского, 4

\*E-mail: vponom@gmail.com

Поступила в редакцию 29.01.2018 г.

После доработки 29.01.2018 г.

Принята к публикации 19.03.2018 г.

На основе решения задачи дифракции нормально падающей электромагнитной волны на многослойных решетках из резистивных элементов проведен расчет дисперсии эффективной диэлектрической проницаемости структуры из резистивных квадратов, расположенных в диэлектрическом слое. Установлено, что дисперсия имеет релаксационный характер. Показана возможность управления дисперсионной характеристикой в широких пределах путем варьирования параметров структуры. Оценено отношение длины волны к периоду структуры, при котором адекватна процедура сопоставления рассматриваемой структуре однородного слоя.

DOI: 10.1134/S0033849419050103

#### ВВЕДЕНИЕ

Одним из традиционно применяемых в технике сверхвысоких частот (СВЧ) материалов являются резистивные пленки [1–3]. Как показано в работах [4, 5], пленка приобретает емкостную компоненту поверхностного сопротивления, если она имеет островковый характер или дефекты типа трещин, вызванные деформацией. Емкостную компоненту пленке можно придать и искусственно, если разделить ее на элементы с зазорами между ними [6, 7]. Как было показано в работах [7, 8], применение такой резистивно-емкостной пленки (РЕП) в радиопоглощающих структурах позволяет улучшить их характеристики. В работах [9, 10], с помощью приближенных моделей, рассмотрены искусственные диэлектрики на основе решеток резистивных квадратов, разделенных диэлектрическими слоями. Эффективная диэлектрическая проницаемость (ЭДП) такой системы вычислена в [9] в квазистатическом приближении с применением формулы для эффективного поверхностного сопротивления РЕП из полос с малыми зазорами между ними, полученной в работе [6]. В [10] приближенные вычисления ЭДП проведены методами теории электрических цепей и длинных линий. Также в [10] показано, что такие системы обладают характером дисперсии ЭДП релаксационного типа. Возможность варьировать в широких пределах ЭДП материалов на основе РЕП путем изменения параметров

структуры делает их перспективными для применения в поглотителях электромагнитных волн.

Целью данной работы является расчет ЭДП слоистой структуры на основе резистивных квадратов дифракционным методом, ранее примененным для расчета ЭДП структур на основе решеток проводящих диполей [11]. Метод позволяет не только получить точные значения ЭДП, но и оценить применимость процедуры сопоставления рассматриваемой структуре однородного слоя, не ограничиваясь предположением о малости характерных размеров по сравнению с длиной волны без соответствующих оценок.

#### 1. ЗАДАЧА ДИФРАКЦИИ

На рис. 1 изображена плоская решетка из предельно тонких резистивных квадратов со стороны  $s$  и поверхностным сопротивлением (ПС)  $\rho$ . Полупериоды решетки по осям  $x$ ,  $y$  равны  $b_x$  и  $b_y$ . Зазоры  $\tau_x$  и  $\tau_y$  между соседними квадратами в “лентах”  $L1$  и  $L2$  равны соответственно  $2(b_x - s)$  и  $2(b_y - s)$ . Исследуемая структура состоит из  $K$  таких решеток, расположенных одна над другой в слое недиспергирующего диэлектрика толщиной  $d$  с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ . Рассматриваются случаи расположения структуры на металлическом и магнитном зеркале, а также на полупространстве из диэлектрика с проницаемостью  $\epsilon$ . Плоская электромагнитная волна, поляризованная вдоль оси  $y$ , нормально

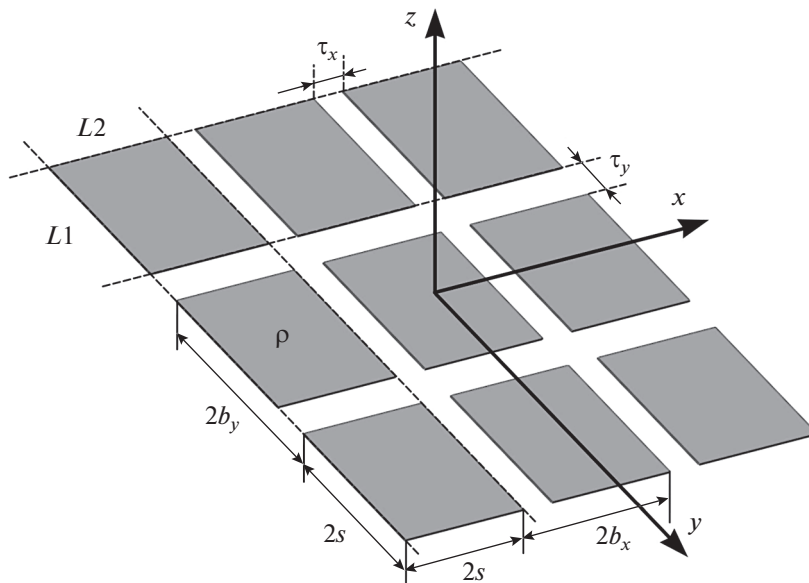


Рис. 1. Плоская решетка из резистивных квадратов.

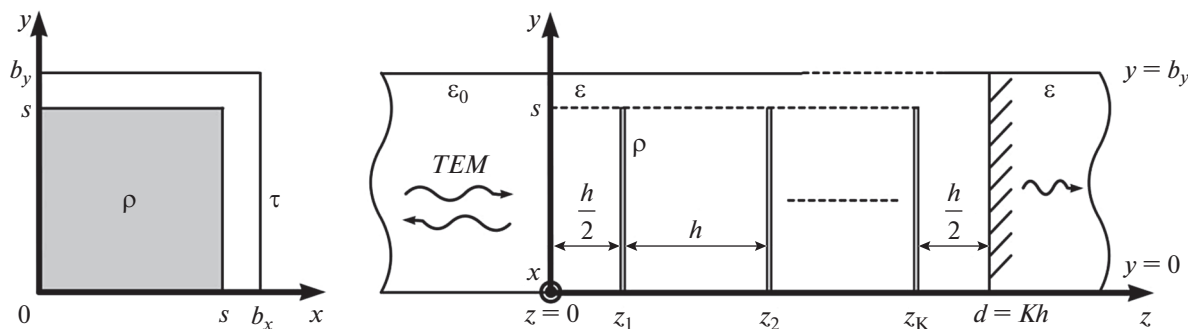


Рис. 2. К задаче рассеяния в эквивалентном волноводе.

падает на структуру из области свободного пространства. Ввиду симметрии и периодичности структуры задача дифракции сводится к задаче рассеяния *TEM*-волны в эквивалентном волноводе – канале Флоке [12], изображенном на рис. 2, содержащем четверти резистивных квадратов и имеющем электрические стенки  $y = 0, b_y$  и магнитные стенки  $x = 0, b_x$ .

Решение задачи рассеяния в эквивалентном волноводе основывается на разделении “больших” резистивных квадратов со стороной  $s$  на малые “элементарные” прямоугольники (ЭП) и решении задачи возбуждения волновода токами [13] с поверхностной плотностью  $I_{nx}, I_{ny}$ , текущими по ЭП вдоль осей  $x, y$

$$I_{nx} = \frac{E_{nx}}{\rho}, \quad I_{ny} = \frac{E_{ny}}{\rho}, \quad n = 1, 2, \dots, N_A N_B. \quad (1)$$

Здесь  $E_{nx}, E_{ny}$  – тангенциальные компоненты электрического поля на поверхности ЭП с номером  $n$  в его центре,  $N_A, N_B$  – числа разбиений стороны  $s$  соответственно вдоль осей  $x, y$ . Решение по существу не отличается от такого для решеток из проводящих волокон и диполей [11, 14] и сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно токов  $\{I_{nx}\}, \{I_{ny}\}$ , по значениям которых определяются амплитуды волноводных мод и коэффициент отражения (КО). Вместо используемого в [11, 14] условия связи между полем и током в проводе, имеют место соотношения (1). В представлении полей участвуют *TEM*-моды канала Флоке  $H_{mn}$  и  $E_{mn}$ , где  $m, n$  – номера гармоник по осям  $x, y$  [12]. Соотношения между прямыми и обратными модами в области  $d > z > z_k$  выражаются через КО

**Таблица 1.** Коэффициент отражения от структур из лент  $L2$  ( $R_{L2}$ ) и сплошных пленок ( $R$ )

№	$\lambda$ , м	$K$	$\rho_{L2}$ , Ом	$\rho_{L2}^{\text{эф}}$ , Ом	$\tau_x$ , мм	$R$		$R_{L2}$	
						$R'$	$R''$	$R'_{L2}$	$R''_{L2}$
1	0.02	1	400	381	0.5	-0.381	0.765	-0.381	0.766
2	0.2	5	800	696	1.5	-0.691	-0.496	-0.692	-0.496
3	2	5	400	333	2	-0.995	-0.006	-0.995	-0.007

по электрическому полю в плоскости  $z = d$ , который равен нулю, если за структурой находится полупространство диэлектрика с проницаемостью  $\epsilon$ ;  $-1$ , если в этой плоскости расположено электрическое зеркало;  $+1$ , если зеркало магнитное. Порядок СЛАУ, из которой определяются токи, равен  $2KN_A N_B$ . Числа  $N_A$  и  $N_B$ , как и числа учитываемых гармоник  $MM$ ,  $NN$ , определялись путем наращивания до значений, выше которых КО по амплитуде переставал меняться в пределах абсолютной погрешности 0.002.

При  $b_x = s$  решетка рис. 1 переходит в однородную вдоль оси  $x$  решетку из лент  $L1$ , поэтому, с учетом  $y$ -поляризации падающей на структуру  $TEM$ -волны, при решении задачи рассеяния в представлениях полей достаточно оставить  $TEM$ - и  $E_{0n}$ -моды [15]. При вычислениях следует разделить ленту на полоски шириной  $s/N_B$ . Выбор периода  $b_x$  при этом произволен, а из СЛАУ исключается система токов  $\{I_{nx}\}$ . Порядок СЛАУ относительно токов  $\{I_{ny}\}$  составляет  $KN_B$ . По аналогии с волноводными диафрагмами, решетку из лент  $L1$  можно охарактеризовать как емкостную.

При  $b_y = s$  решетка рис. 1 переходит в однородную вдоль оси  $y$  (решетку индуктивного типа из лент  $L2$ , и в представлениях полей участвуют лишь  $TEM$ - и  $H_{m0}$ -моды [15]. При вычислениях ленту делят на полоски шириной  $s/N_A$ . Вследствие равенства нулю токов  $\{I_{nx}\}$  порядок СЛАУ равен  $KN_A$ .

При  $b_x = b_y = s$  решетка рис. 1 переходит в сплошную пленку. В этом случае КО не зависит от выбора чисел  $N_A \geq 1$ ,  $N_B \geq 1$ , а также от числа учитываемых гармоник  $E$ - и  $H$ -типов. Значения КО при этом, как показали расчеты, практически точно совпадают со значениями, получаемыми из решения задачи отражения от многослойной плоской структуры, если рассматривать пленки как слои предельно малой толщины  $\tilde{d} \ll d$ , обладающие относительной диэлектрической проницаемостью  $\tilde{\epsilon}$  [3, 5]:

$$\tilde{\epsilon} = i/(\omega \tilde{d} \epsilon_0 \rho), \quad (2)$$

где  $\omega$  — циклическая частота,  $\epsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость вакуума,  $i$  — мнимая единица.

Численные расчеты проводили при значениях  $d = 10$  мм и  $\epsilon = 3$  в диапазоне длин волн  $\lambda = 0.02 \dots 2$  м.

Расчет при  $\tau/s < 0.4$  КО  $R_{L2} = R'_{L2} + iR''_{L2}$  структур из лент  $L2$  и расчет КО  $R = R' + iR''$  от структур со сплошными пленками показали, что  $R_{L2}$  и  $R$  оказываются практически равными, если рассматривать плоскую решетку из лент  $L2$  с ПС  $\rho_{L2}$  как сплошную пленку с эффективным ПС:

$$\rho_{L2}^{\text{эф}} = \rho_{L2} S / b_x. \quad (3)$$

В табл. 1 значения  $R_{L2}$  и  $R$  приведены при различных параметрах структуры на крайних и геометрически средней длинах волн. Расчеты проводили при  $N_A = 10$ ,  $MM = 20$ ,  $s = 5$  мм.

Расчет КО  $R_{L1} = R'_{L1} + iR''_{L1}$  от структуры из лент  $L1$  с ПС  $\rho_{L1}$  и расчет КО  $R = R' + iR''$  от структуры из квадратов с ПС  $\rho$  при  $\tau_x = \tau_y = \tau$ ,  $\tau/s \leq 0.4$ , показали, что  $R_{L1}$  и  $R$  оказываются практически равными, если выполняется соотношение:

$$\rho = \rho_{L1} \frac{s}{s + \tau}. \quad (4)$$

В табл. 2 приведены значения  $R_{L1}$  и  $R$  при различных параметрах структуры. Расчет  $R_{L1}$  проводили при  $N_B = 25$  и  $NN = 40$ , а расчет  $R$  — при  $N_A = 10$ ,  $N_B = 25$ ,  $MM = 20$ ,  $NN = 40$ .

Отметим, что приведенное выше расчетное обоснование использования в дифракционной задаче формулы (3), являющейся точной в теории цепей и примененной в [10], объясняет причину высокой точности соотношения (4) при зазорах  $\tau/s \leq 0.4$ .

Результаты, приведенные в табл. 1, 2, относятся к структурам, расположенным на металлическом зеркале. Аналогичные результаты имеют место при расположении структур на магнитном зеркале и на диэлектрическом полупространстве.

При числе решеток  $K = 5$ , принятом ниже при расчете ЭДП, время счета КО структур из лент  $L1$

**Таблица 2.** Коэффициент отражения от структур из лент  $L1$  ( $R_{L1}$ ) и квадратов ( $R$ )

№	$\lambda$ , м	$K$	$\rho$ , Ом	$2s$ , мм	$\tau$ , мм	$R$		$R_{L1}$	
						$R'$	$R''$	$R'_{L1}$	$R''_{L1}$
1	0.02	5	1500	9	1	-0.293	0.481	-0.293	0.480
2	0.2	3	800	10	1.5	-0.719	-0.592	-0.719	-0.591
3	2	2	500	10	1	-0.997	-0.006	-0.998	-0.007

и  $L2$  на одной длине волны приблизительно в 1500 раз меньше времени счета для структуры из квадратов, которое занимает более 2 ч на компьютере со скоростью выполнения операций 36 гигафлопсов при двойной точности представления чисел в ФОРТРАН-программе. Это обусловлено тем, что в случае квадратов размерность комплексной СЛАУ при  $N_A = 10$ ,  $N_B = 25$  равна 2500, а матричные элементы нужно вычислять суммированием двойных рядов [11]. В связи с этим, учитывая практическую тождественность в плане взаимодействия с первичной электромагнитной волной структуры из лент  $L1$  и структуры из квадратов при  $\tau/s \leq 0.4$  и выполнении соотношения (4), приведенные ниже расчеты КО и ЭДП структуры из квадратов были выполнены также как для структуры из лент  $L1$  с использованием связи (4).

Отметим, что применение к численному решению СЛАУ специальных программ с факторизацией матриц не приводит к результатам, отличным от полученных методом Гаусса. Это объясняется достаточной обусловленностью матриц [16], не требующей предварительных преобразований для повышения точности решения СЛАУ.

## 2. ДИСПЕРСИЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ

Аналогично [11], сопоставление многослойной структуре однородного слоя с ЭДП  $\epsilon_{эф}$  выполняется на основе соотношения

$$\epsilon_{эф} = \frac{(R_e - 1)(R_m - 1)}{(R_e + 1)(R_m + 1)}, \quad (5)$$

где  $R_e$ ,  $R_m$  – коэффициенты отражения в плоскости  $z = 0$  по электрическому полю нормально падающей волны от немагнитного слоя с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_{эф}$ , занимающему область  $d \geq z \geq 0$  и расположенному соответ-

ственно на металлической или магнитной плоскости. Из формулы (5) находим:

$$R_e = \frac{A + (\epsilon_{эф})^{1/2}}{A - (\epsilon_{эф})^{1/2}}, \quad R_m = \frac{A(\epsilon_{эф})^{1/2} + 1}{1 - A(\epsilon_{эф})^{1/2}}, \quad (6)$$

$$A = itg \frac{2\pi d}{\lambda} (\epsilon_{эф})^{1/2}.$$

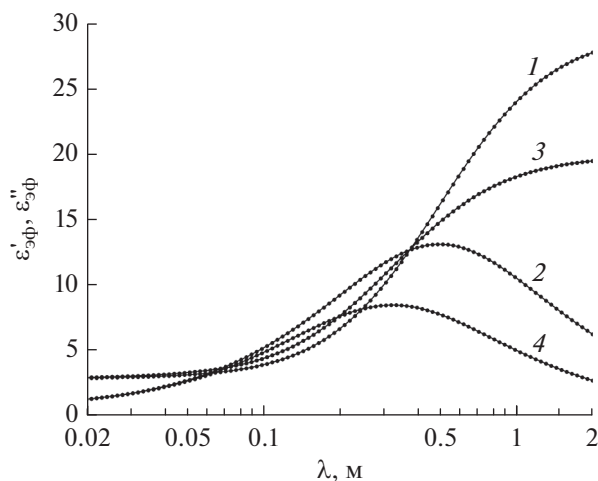
Подставляя в (5) вместо  $R_e$ ,  $R_m$  значения коэффициентов отражения от исследуемой структуры при расположении на металлическом и магнитном зеркале, получим ее ЭДП.

При расчете ЭДП полагали  $K = 5$ , поскольку при меньшем числе решеток процедура сопоставления рассматриваемой структуре однородного слоя имеет более низкую точность.

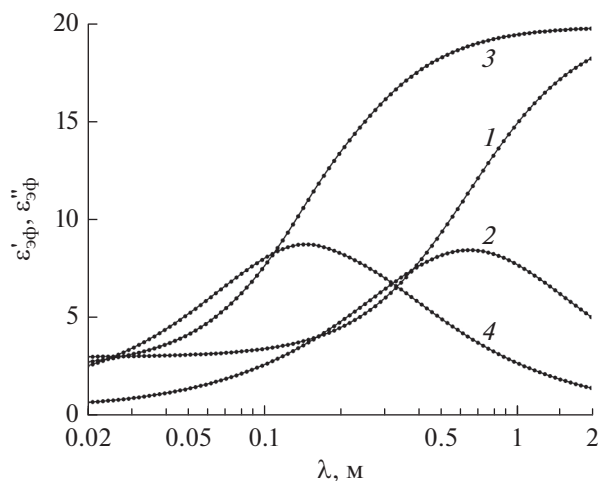
В табл. 3 приведены результаты расчетов ЭДП структуры из сплошных пленок с поверхностным сопротивлением 500 Ом. Через  $\epsilon_{эф} = \epsilon'_{эф} + i\epsilon''_{эф}$  обозначена “точная” ЭДП, полученная из расчета коэффициента отражения от многослойной структуры по формуле (5), а через  $\langle \epsilon_{эф} \rangle = \langle \epsilon'_{эф} \rangle + i \langle \epsilon''_{эф} \rangle$  – значение, полученное усреднением проницаемостей диэлектрических слоев и резистивных пленок с учетом их толщин. Видно, что  $\epsilon_{эф}$  и  $\langle \epsilon_{эф} \rangle$  мало отличаются, причем отличие уменьшается с увеличением длины волны. На промежуточных длинах волн как действительная, так и мнимая части ЭДП меняются почти линейно.

**Таблица 3.** Точная  $\epsilon_{эф}$  и усредненная  $\langle \epsilon_{эф} \rangle$  эффективные диэлектрические проницаемости структур из сплошных пленок

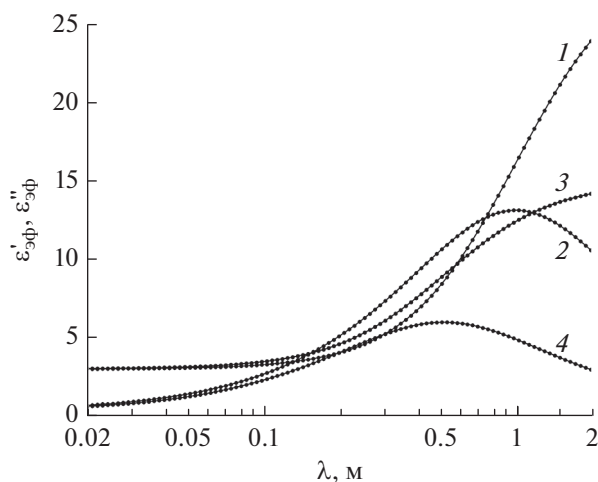
№	$\lambda$ , м	$\epsilon'_{эф}$	$\langle \epsilon'_{эф} \rangle$	$\epsilon''_{эф}$	$\langle \epsilon''_{эф} \rangle$
1	0.02	2.81	3.00	1.45	1.20
2	0.2	2.86	3.00	12.01	12.0
3	2	2.86	3.00	119.7	119.7



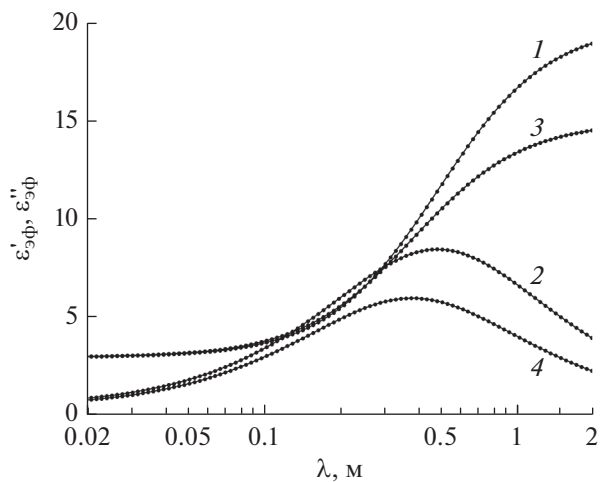
**Рис. 3.** Влияние периода структуры из квадратов на действительную  $\epsilon'_{\text{эф}}$  (кривые 1, 3) и мнимую  $\epsilon''_{\text{эф}}$  (кривые 2, 4) части ЭДП. Кривые 1, 2 соответствуют  $s = 8$  мм,  $\tau = 1$  мм; кривые 3, 4 –  $s = 4$  мм,  $\tau = 0.5$  мм.



**Рис. 4.** Влияние поверхностного сопротивления квадратов на действительную  $\epsilon'_{\text{эф}}$  (кривые 1, 3) и мнимую  $\epsilon''_{\text{эф}}$  (кривые 2, 4) части ЭДП. Кривые 1, 2 соответствуют  $\rho = 1000$  Ом; кривые 3, 4 –  $\rho = 250$  Ом.



**Рис. 5.** Влияние размера квадрата на действительную  $\epsilon'_{\text{эф}}$  (кривые 1, 3) и мнимую  $\epsilon''_{\text{эф}}$  (кривые 2, 4) части ЭДП. Кривые 1, 2 соответствуют  $s = 8$  мм, кривые 3, 4 –  $s = 4$  мм.



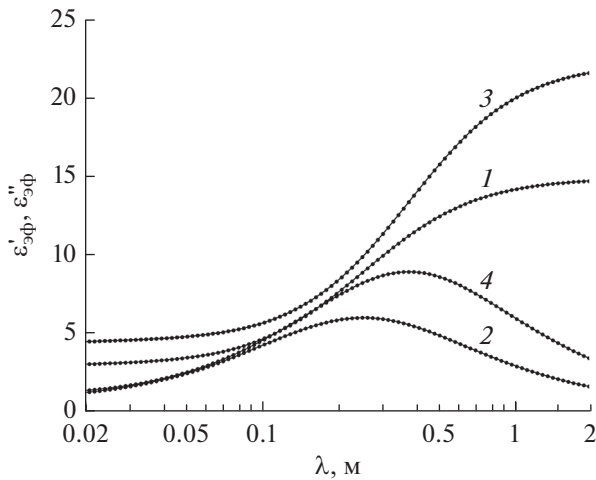
**Рис. 6.** Влияние зазора между квадратами на действительную  $\epsilon'_{\text{эф}}$  (кривые 1, 3) и мнимую  $\epsilon''_{\text{эф}}$  (кривые 2, 4) части ЭДП. Кривые 1, 2 соответствуют  $\tau = 0.5$  мм; кривые 3, 4 –  $\tau = 1$  мм.

На рис. 3–7 представлены результаты расчета дисперсии ЭДП структур из резистивных квадратов.

На рис. 3 показано влияние периода  $2s + \tau$  структуры из квадратов с ПС равным 500 Ом на дисперсию ЭДП. Видно, что при уменьшении периода резонансная длина волн (РДВ), на которой максимальна мнимая часть ЭДП, несколько сместилась в сторону коротких длин волн, при этом максимальные значения компонент ЭДП уменьшились.

На рис. 4 показано влияние ПС квадратов на дисперсию ЭДП при  $s = 4$  мм,  $\tau = 0.5$  мм. Видно, что при уменьшении сопротивления РДВ существенно сместилась в сторону коротких длин волн, при этом максимальные значения компонент ЭДП увеличились.

На рис. 5 показано влияние размера квадратов на дисперсию ЭДП при  $\rho = 1000$  Ом,  $\tau = 1$  мм. Видно, что при уменьшении размера РДВ сместилась в сторону коротких длин волн, при этом максимальные значения компонент ЭДП уменьшились.

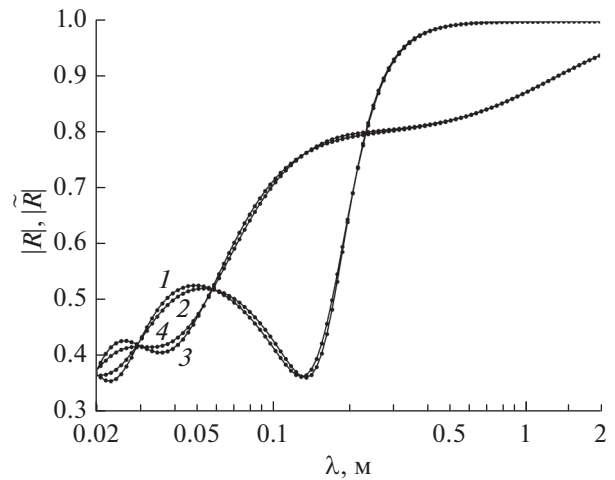


**Рис. 7.** Влияние диэлектрической проницаемости матрицы на действительную  $\epsilon'_{эф}$  (кривые 1, 3) и мнимую  $\epsilon''_{эф}$  (кривые 2, 4) части ЭДП. Кривые 1, 2 соответствуют  $\epsilon = 3$ ; кривые 3, 4 –  $\epsilon = 4.5$ .

На рис. 6 показано влияние зазора между квадратами на дисперсию ЭДП при  $s = 4$  мм,  $\rho = 750$  Ом. Видно, что при увеличении зазора РДВ несколько сместилась в сторону коротких длин волн, при этом максимальные значения компонент ЭДП уменьшились.

Выше во всех расчетах ЭДП полагали  $\epsilon = 3$ . На рис. 7 показано влияние диэлектрической проницаемости матрицы на дисперсию ЭДП при  $s = 4$  мм,  $\tau = 1$  мм,  $\rho = 500$  Ом. Видно, что при увеличении  $\epsilon$  РДВ сместилась в длинноволновую область, при этом максимальные значения компонент ЭДП увеличились.

Процедура сопоставления неоднородной структуре однородного слоя имеет практическую ценность, если по эффективной проницаемости можно рассчитывать с приемлемой точностью характеристики взаимодействия структуры с полем, например, КО, при помещении структуры в различные условия и изменении ее толщины. На рис. 8 показана ошибка вычисления КО в результате замены структуры из квадратов толщиной  $d = 10$  мм при  $s = 4$  мм,  $\tau = 0.5$  мм,  $\rho = 250$  Ом,  $\epsilon = 3$  однородным слоем. Здесь  $|R|$  – КО, полученный из решения задачи рассеяния,  $|\tilde{R}|$  – КО однородного слоя с диэлектрической проницаемостью, равной вычисленной ЭДП структуры. Рассмотрено расположение структуры на металлическом и магнитном зеркалах. В обоих случаях расхождение между  $R$  и  $\tilde{R}$  достигает нескольких процентов на длинах волн  $\lambda \leq 0.05$  м, что составляет около пяти периодов структуры. Если принять допустимую абсолютную ошибку вычисления КО по амплитуде



**Рис. 8.** Точные значения КО по амплитуде  $|R|$  от структуры из квадратов (кривые 1, 3), и значения  $|\tilde{R}|$ , соответствующие однородному слою (кривые 2, 4) при расположении структуры на металлическом зеркале (кривые 1, 2) и на магнитном (кривые 3, 4).

равной 0.02, то на таких длинах волн сопоставление структуре однородного слоя некорректно. Приблизительно такая же оценка ошибки имеет место при сравнении КО от структуры из квадратов и однородного слоя при помещении их на диэлектрическое полупространство, а так же при удвоении толщины структуры с числом решеток  $K = 10$  и сравнении КО от нее с КО однородного слоя двойной толщины с диэлектрической проницаемостью, равной ЭДП одинарного слоя.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенное в работах [11, 14] решение задачи дифракции нормально падающей электромагнитной волны на решетках из резистивных элементов применено к многослойным решеткам из резистивных лент и квадратов в диэлектрическом слое, расположенном на отражающей плоскости или диэлектрическом полупространстве. Численными расчетами показано, что при достаточно малых зазорах между элементами решеток индуктивная структура с высокой точностью отражает так же, как решетка из сплошных резистивных пленок с измененным поверхностным сопротивлением, а решетка из квадратов отражает так же, как емкостная решетка с аналогично измененным поверхностным сопротивлением. Предложено вычислять ЭДП структуры по значениям комплексного КО от нее при расположении структуры на электрическом и магнитном идеальных отражателях. Точными расчетами показан релаксационный характер дисперсии ЭДП решетки из квадратов, что согласуется с результатами, полученными ранее путем приближенных оценок. Рассмотрено влия-

ние параметров решетки на ЭДП и показана возможность варьирования ЭДП в широких пределах. Показано, что при использовавшихся расчетных параметрах сопоставление решетке из квадратов однородного слоя с эффективной диэлектрической проницаемостью дает абсолютную ошибку вычисления коэффициента отражения по амплитуде менее 0.02, если длина волны приблизительно в пять раз превосходит период структуры. Результаты расчетов применимы к другим диапазонам длин волн при соответствующем масштабировании геометрических размеров рассмотренных структур.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Алимин Б.Ф.* // Зарубежная радиоэлектроника. 1989. № 2. С. 75.
2. *Liu H.T., Cheng H.F., Chu Z.Y., Zhang D.Y.* // Mater. Design. 2007. V. 28. № 7. P. 2166.
3. *Слуцкая В.В.* Тонкие пленки в технике СВЧ. М.: Госэнергоиздат, 1962.
4. *Казанцев Ю.Н., Крафтмахер Г.А.* // Письма в ЖТФ. 1987. Т. 13. № 11. С. 649.
5. *Пономаренко В.И., Куприянов И.К., Журавлев С.И.* // РЭ. 1992. Т. 37. № 2. С. 346.
6. *Пономаренко В.И.* // Изв. вузов. Электромеханика. 1982. № 5. С. 518.
7. *Пономаренко В.И., Мирвицкий Д.И., Будагян И.Ф.* // Радиотехника. 1984. Т. 39. № 11. С. 68.
8. *Пономаренко В.И., Журавлев С.И.* // РЭ. 1992. Т. 37. № 5. С. 812.
9. *Пономаренко В.И.* // Радиотехника. 1990. Т. 45. № 5. С. 82.
10. *Казанцев Ю.Н., Бабаян В.А., Казанцева Н.Е. и др.* // РЭ. 2013. Т. 58. № 3. С. 264.
11. *Пономаренко В.И., Лагунов И.М.* Композиционные материалы: разработка и применение. Новосибирск: Изд. АНС "СибАК", 2017. С. 112.
12. *Ильинский А.С., Свешников А.Г.* Численные методы в задачах дифракции на неоднородных периодических структурах. М.: Высш. шк., 1977.
13. *Никольский В.В., Никольская Т.И.* Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука, 1989.
14. *Пономаренко В.И., Лагунов И.М.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 7. С. 657.
15. *Шестопалов В.П., Литвиненко Л.Н., Масалов С.А., Сологуб В.Г.* Дифракция волн на решетках. Харьков: Изд-во Харьков. гос. ун-та, 1973.
16. *Голуб Дж., Ван Лоун Ч.* Матричные вычисления. М.: Мир, 1999.