РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2019, том 64, № 6, с. 535–542

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.372;537.86;537.87

РЕГУЛЯРНЫЕ И НЕРЕГУЛЯРНЫЕ ПЛАНАРНЫЕ ВОЛНОВОДЫ ИЗ МЕТАМАТЕРИАЛА НА МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ПОДЛОЖКЕ

© 2019 г. А. Б. Маненков*

Институт физических проблем им. П.Л. Капицы РАН, Российская Федерация, 119334 Москва, ул. Косыгина, 2

**E-mail: manenkov@kapitza.ras.ru*

Поступила в редакцию 28.02.2018 г.
После доработки 28.02.2018 г.
Принята к публикации 17.03.2018 г.

Исследованы характеристики *TM*-мод низшего типа, направляемых планарным волноводом из метаматериала, расположенного на металлической подложке. Изучено влияние конечной проводимости металла на дисперсионные кривые. На примере задачи об обрыве такого волновода рассмотрено влияние омических потерь на характеристики рассеяния волн.

DOI: 10.1134/S0033849419060056

ВВЕДЕНИЕ

Волноводы из метаматериалов (левых сред)[1] являются перспективными элементами для создания современных интегральных схем микроволнового и оптического диапазонов. Как правило, метаматериалы являются искусственными магнитодиэлектриками (композитами), у которых диэлектрические ε и магнитные μ проницаемости одновременно отрицательные [1, 2]. Такие среды обладают целом рядом необычных свойств, в частности, отрицательной рефракцией, в них также возможен обратный эффект Черенкова.

В настоящее время достаточно большое число публикаций посвящено исследованиям регулярных планарных волноводов из метаматериалов. Изучены различные структуры, в том числе многослойные волноводы, системы с плавными профилями проницаемости и др. [3–13]. Было показано, что дисперсионные характеристики мод в таких волноводах сильно отличаются от характеристик мод в волноводах из обычных сред. Например, в структурах из метаматериалов необычны характеристики основных мод в области низких частот, своеобразным является поведение мод в точках вырождения [6, 12]. Кроме того, существуют широкие области параметров, в которых появляются комплексные моды [6, 7].

Следует, однако, отметить, что целый ряд вопросов теории подобных систем изучен недостаточно полно или не изучен совсем. В частности, слабо исследовано влияние потерь в материалах волноводов. Этот вопрос весьма важен, поскольку обычно затухание волн в метаматериалах (особенно в тех, в которых мета-атомы изготовлены из металлов) и в подложке достаточно велико. Очень слабо изучен также вопрос о рассеянии мод на нерегулярностях указанных структур, например, на обрыве волновода.

В данной работе рассмотрен вопрос о влиянии омических потерь на дисперсионные характеристики *TM*-мод низшего типа в волноводе из метаматериала, расположенного на металлической подложке. Кроме того, приближенно рассмотрена задача об отражении волн от обрыва волновода для случая идеальной подложки и для подложки из металла с конечной проводимостью. Отметим, что обычно в волноводах из метаматериала доминирующим является поглощение волн в самих левых средах. Влияние этого поглощения на свойства мод рассмотрено в статье [13]. В настоящее время интенсивно исследуются различные методы минимизации этих потерь. В этом случае, вероятно, поглощение волн в подложке будет играть важную (или даже основную) роль.

1. МОДЫ РЕГУЛЯРНОГО ВОЛНОВОДА

Геометрия рассматриваемых двумерных структур изображена на рис. 1а и 1б – регулярная структура и обрыв волновода соответственно. Предполагаем, что слой из метаматериала толщиной d расположен на металлической подложке; комплексные диэлектрическую и магнитную проницаемости металла (в области $y < 0$) обозначим через ε_m и μ_m. В общем случае проводимость

[1] В англоязычной литературе для обозначения таких сред используют термины “left handed media” (LHM).

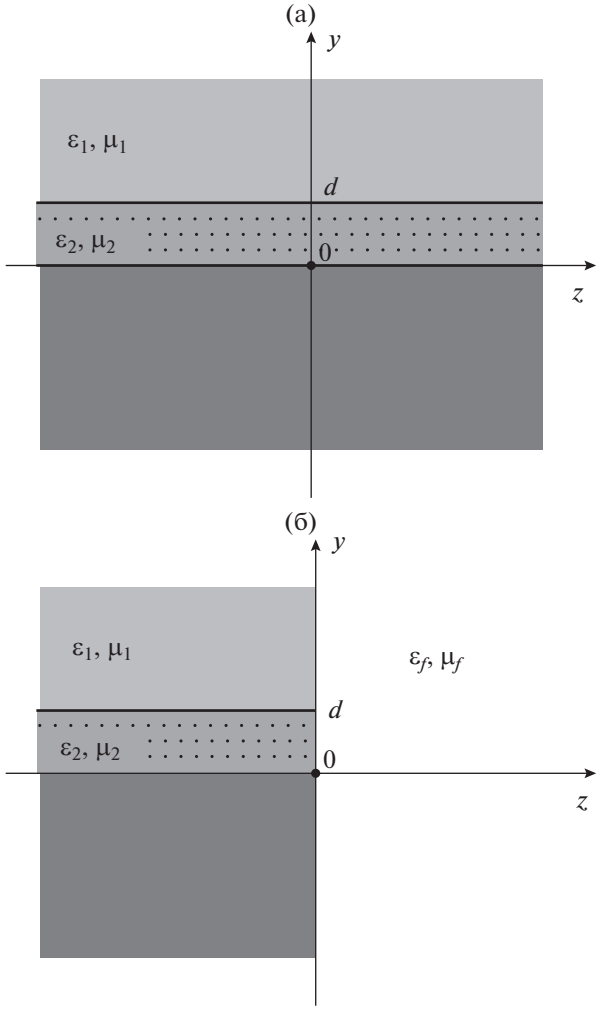

Рис. 1. Волновод на металлической подложке (а) и обрыв такого волновода (б).

металла предполагаем конечной. Постоянные проницаемости метаматериала обозначим через ε_2 и μ_2. При $y > d$ расположена обычная среда (покрытие), параметры которой постоянны; проницаемости этой среды обозначим ε_1 и μ_1. Действительные части проницаемостей метаматериала отрицательные, а обычных сред – положительные.

В данной работе исследован случай, когда частота ω задана и не изменяется, т.е. рассмотрен монохроматический процесс. Как обычно, временной множитель $\exp(-i\omega t)$ будем часто опускать; здесь $\omega = kc$ ($k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, c – скорость света в вакууме, а λ – длина волны). Предполагаем также, что все среды линейные (т.е. проницаемости не зависят от полей).

Далее примем, что на частоте ω метаматериал (композит) можно считать однородной средой, т.е. полагаем, что размеры всех включений (метаатомов) и расстояния между ними существенно меньше длины волны и других характерных размеров поля (используем приближение эффективной среды).

В двумерной структуре у мод *TM*-типа магнитное поле имеет только одну компоненту H_x (см. рис. 1), а электрическое – две компоненты: E_y и E_z. Поля зависят от координат y и z, а также от времени t. Для того чтобы выделить единственное решение, будем использовать принцип предельного поглощения, считая выполненным условие $\mathrm{Im}\varepsilon_l \to +0$ ($l = 1, 2$). Метод расчета мод в данной структуре основан на сшивке полей на всех границах раздела сред [8, 9]. Поля любых мод имеют вид волн, бегущих вдоль оси z; все компоненты полей этих мод пропорциональны множителю $\exp[i(\beta z - \omega t)]$, где β – комплексная константа распространения. Такое представление решений возможно, поскольку в уравнениях Максвелла для линейных сред переменные разделяются.

Используя уравнения Максвелла, можно показать, что магнитное поле имеет следующее представление:

$$H_x = \begin{cases} C_m \exp(p_m y), & y < 0; \\ A\sin(gy) + B\cos(gy), & 0 < y < d; \\ C_1 \exp[-p_1(y-d)], & y > 0, \end{cases} \qquad (1)$$

где p_1 и p_m – внешние поперечные волновые числа (в общем случае комплексные), A, B, C_1 и C_m – амплитуды. Все волновые числа свызаны соотношениями

$$\beta^2 = k^2\varepsilon_1\mu_1 + p_1^2 = k^2\varepsilon_2\mu_2 - g^2 = k^2\varepsilon_m\mu_m + p_m^2. \qquad (2)$$

Формулы (1) должны быть дополнены условиями на бесконечности при $y \to \pm\infty$.

Рассматриваемая регулярная система является несимметричным планарным волноводом. Дисперсионное уравнение (ДУ) для *TM*-мод имеет вид [8, 9]

$$\mathrm{tg}(gd) = (\varepsilon_1 p_m + \varepsilon_m p_1)\big/(\varepsilon_m\varepsilon_1 g^2 - \varepsilon_2^2 p_1 p_m). \qquad (3)$$

Амплитудные коэффициенты в формуле (1) можно выразить через коэффициент B:

$$\begin{aligned} C_m &= B, \quad A = p_m\varepsilon_2 B\big/(k\varepsilon_m), \\ C_1 &= A\sin(gd) + B\cos(gd). \end{aligned} \qquad (4)$$

Далее будем предполагать, что покрытие и подложка немагнитные, т.е. $\mu_1 = \mu_m = 1$. Считаем также, что потери в волноведущем слое и в покрытии отсутствуют.

В случае идеальной подложки ($\varepsilon_m = i\infty$) ДУ принимает хорошо известную форму:

$$p_1 = (\varepsilon_1/\varepsilon_2)g\,\mathrm{tg}(gd). \qquad (5)$$

В этом случае часть амплитудных коэффициентов обращается в нуль: $C_m = A = 0$. Отметим, что

такой волновод можно также исследовать, применяя принцип зеркального отражения.

2. ДИСПЕРСИОННЫЕ КРИВЫЕ

Опишем дисперсионные характеристики основных *TM*-мод для рассматриваемой системы. Основное внимание будем уделять анализу направляемых мод. На рис. 2а представлены зависимости $\mathrm{Re}\, p_1/k$ от безразмерной толщины волноведущего слоя d/λ. Предполагаем, что подложка изготовлена из идеального металла (т.е. $\varepsilon_m = i\infty$). Параметры сред были следующие: $\varepsilon_1 = 2$, $\mu_1 = 1$, $\varepsilon_2 = -1.4$, $\mu_2 = -1.5$. Они подобраны так, что направляемые моды являются осциллирующими [3, 13]. Кривая *1* представляет значения $\mathrm{Re}\, p_1/k$ для основной осциллирующей обратной моды, а кривая *2* (между точками *D* и *C*) – для прямой направляемой моды. Слившиеся кривые *3* и *4* представляют значения $\mathrm{Re}\, p_1/k$ для двух ветвей комплексных мод. Для этих мод значения p_1 комплексно сопряжены [6, 14–17]. Тонкая пунктирная линия показывает нулевое значение $\mathrm{Re}\, p_1/k = 0$. Штриховые кривые *5* и *6* построены для виртуальных (антиповерхностных) мод. Поля этих мод экспоненциально растут при $y \to \infty$.

Сделаем одно терминологическое замечание. Виртуальные (антиповерхностные) моды принадлежат к множеству так называемых несобственных (неспектральных) мод, т.е. мод, поперечные волновые числа которых являются корнями дисперсионного уравнения, но они не входят в обычное спектральное разложение полей [10, 18, 19]. При этом антиповерхностные моды существенно отличаются от других несобственных мод. В частности, только у антиповерхностных мод отсутствует поперечный поток мощности [15] и только для этих мод волновое число p_1 вещественное и отрицательное. Поэтому будем выделять антиповерхностные моды из множества всех несобственных мод. Остальные несобственные моды будем называть квазидискретными несобственными (по аналогии с термином, используемым в квантовой механике [20]), или квазисобственными. Отметим, что в общем случае термин “квазидискретный” достаточно условен. Строго говоря, такое название стоило бы применять лишь для несобственных мод, у которых значения комплексных волновых чисел лежат вблизи значений чисел собственных мод непрерывного спектра [18], например, для слабовытекающих мод. Чтобы не усложнять описание результатов, далее будем использовать термин квазидискретный для всех несобственных мод, отличных от антиповерхностных.

На рис. 2б представлены зависимости $\mathrm{Im}\, p_1/k$ от d/λ для тех же самых мод. Отметим, что при отсутствии потерь во всех средах величина $\mathrm{Im}\, p_1/k \neq 0$ только для комплексных мод; для направляемых и виртуальных мод $\mathrm{Im}\, p_1/k = 0$.

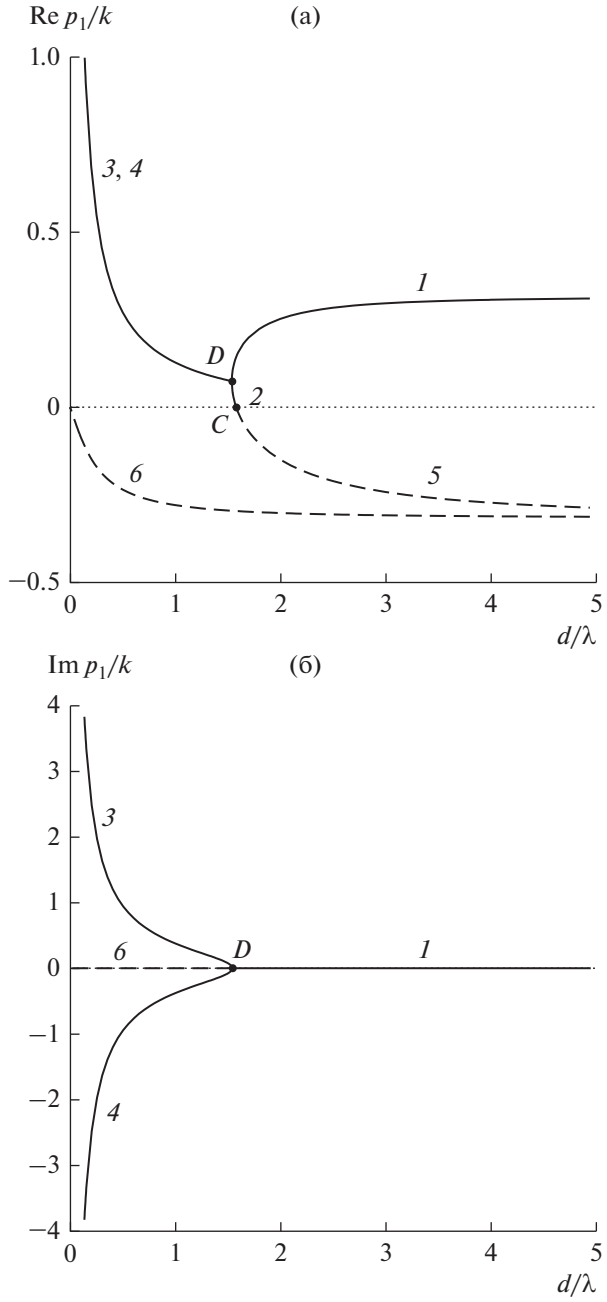

Рис. 2. Зависимости действительных (а) и мнимых (б) частей безразмерных волновых чисел p_1/k от нормированной толщины пластины из метаматериала, лежащей на идеальной подложке, для мод различных типов: *1* – обратная направляемая мода, *2* – прямая направляемая мода, *3* и *4* – комплексные моды, *5* и *6* – виртуальные моды.

Рассмотрим характерные особенности представленных зависимостей. На кривых есть две

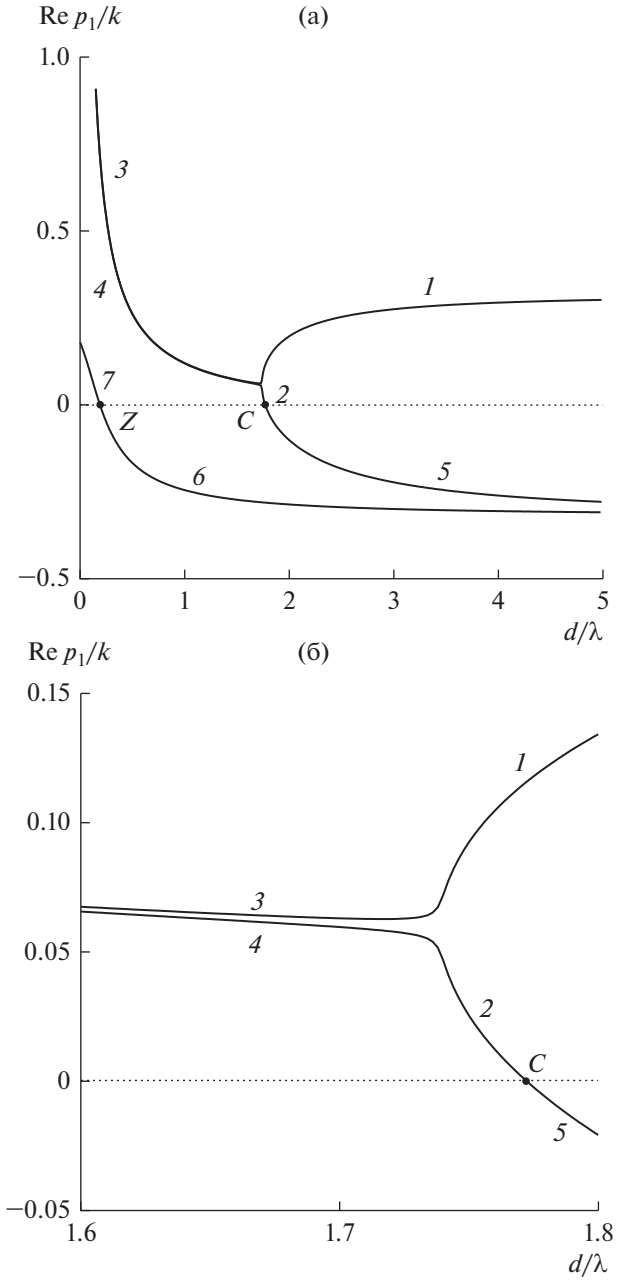

Рис. 3. Зависимости действительных частей безразмерных волновых чисел p_1/k от нормированной толщины пластины из метаматериала, лежащей на неидеальной подложке, для мод различных типов (а) и в увеличенном масштабе (б): *1* – обратная направляемая мода, *2* – прямая направляемая мода, *3* и *4* – комплексные моды, *5* и *6* – несобственные моды, *7* – направляемая мода, подобная моде Ценнека.

выделенные точки D и C (черные кружки). Точка D является точкой отсечки для направляемых мод; она одновременно является их точкой вырождения. В точке D начинаются две ветви дисперсионных кривых прямой и обратной направляемых мод. Левее точки D, т.е. при $d < d_D$ (здесь d_D – толщина слоя метаматериала в этой точке), основные направляемые моды не существуют. Это свойство отличает волноводы с левой средой от обычных диэлектрических волноводов. Комплексные моды существуют при $d < d_D$. В точке C ветвь прямых направляемых мод переходит в ветвь виртуальных мод, которая существует при $d > d_C$. Как видно из рис. 2а, прямая направляемая мода существует только в очень узком интервале значений $d_D < d < d_C$ (т.е. точка C является второй точкой отсечки для этой ветви).

Для случая, когда подложка идеальная, качественную картину поведения дисперсионных кривых можно проследить, используя графический метод решения ДУ [15]. В нескольких предельных случаях нетрудно получить аналитические оценки значений поперечных волновых чисел мод. Например, при $d/\lambda \to \infty$ для обратных направляемых мод справедливы следующие оценки:

$$p_1 \approx k\sqrt{\Delta_{21}}, \quad g \approx \pi/(2d), \quad \Delta_{21} = \varepsilon_2\mu_2 - \varepsilon_1\mu_1. \qquad (6)$$

Для низшей ветви виртуальных мод (рис. 2а, кривая *6*) при $d/\lambda \to 0$ имеем

$$p_1 \approx (\varepsilon_1/\varepsilon_2)k^2 d\Delta_{21}, \quad g \approx k\sqrt{\Delta_{21}}. \qquad (7)$$

Как отмечалось выше, в точке отсечки D уравнение (4) имеет двукратно вырожденный корень. Используя предельный переход $d \to d_D$, можно показать, что при $d = d_D$ магнитное поле равно

$$H_x \sim A_1\Phi_{0D}(y)\exp(i\beta_D z) + \\ + (kz)A_2\Phi_{0D}(y)\exp(i\beta_D z), \qquad (8)$$

где A_1 и A_2 – амплитудные коэффициенты. Первый член соответствует полю обычной собственной моды, а второй – полю присоединенной. Основные свойства присоединенных мод описаны, например, в [21]. Поле присоединенной моды пропорционально продольной координате z, а значит, при отсутствии потерь, второе слагаемое в (8) может расти при $z \to \pm\infty$. Чтобы исключить этот рост, следует учесть поглощение волн в средах, например, в металлической подложке (т.е. учесть конечную проводимость металла). Оказывается, что введение даже весьма малых потерь радикально меняет модовую структуру волновода, в частности, исчезает описанная выше присоединенная мода.

На рис. 3а приведена зависимость $\mathrm{Re}\, p_1/k$ от безразмерной толщины слоя метаматериала d/λ в случае, когда металл подложки неидеальный. Параметры задачи были следующие: $\varepsilon_1 = 2$, $\mu_1 = 1$, $\varepsilon_2 = -1.4$, $\mu_2 = -1.5$. Предполагали, что комплексная проницаемость металлической подложки $\varepsilon_m = -125.22 + 2.837i$. Это значение согласно модели Друде [22] соответствует проницаемости серебра

на длине волны 1.55 мкм. Нумерация кривых пояснена в подписи к рисунку. Основное отличие приведенных кривых от тех, которые были получены для случая идеального металла (см. рис. 2а), заключается в том, что при наличии потерь кривые для двух ветвей уже не пересекаются, т.е. отсутствует точка вырождения D. Подробнее эти части кривых показаны на рис. 3б. Направляемые моды в некоторой области параметра d/λ вблизи прежнего значения d_D переходят в моды, близкие по свойствам к комплексным. В точке C ветвь прямых направляемых мод переходит в ветвь несобственных квазидискретных мод (кривая *5*), у которых есть поперечный поток мощности. Кроме того, самая нижняя ветвь, которая ранее соответствовала виртуальным модам (см. рис. 2а) делится на две ветви. Правее точки Z моды также являются несобственными. При малых d/λ величина $\mathrm{Re}\, p_1/k$ становится положительной. В этой области (левее точки Z) рассматриваемые моды становятся собственными, похожими на моды Ценнека [15], которые распространяются вдоль плоской импедансной границы (см. рис. 3а, кривая *7*). Отметим, что эти моды хотя и похожи на обычные моды Ценнека, но имеют некоторые отличия от них (например, точку отсечки).

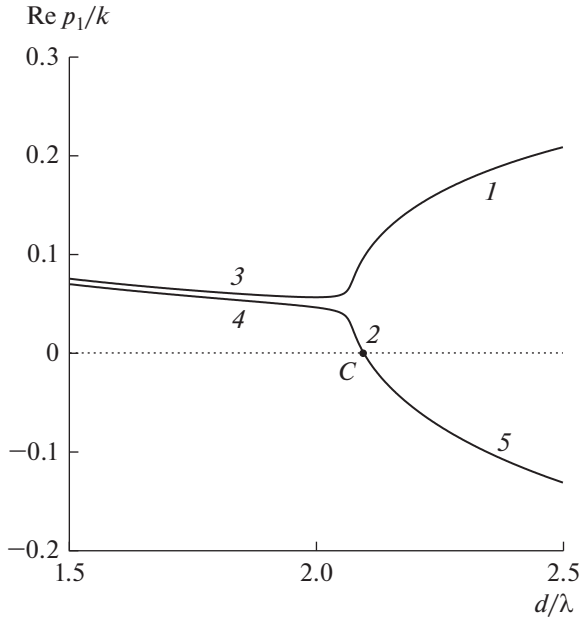

Рис. 4. Зависимости действительных частей безразмерных волновых чисел p_1/k от d/λ в случае, когда подложка изготовлена из титана. Обозначения те же, что и на рис. 3.

На рис. 3б зависимости $\mathrm{Re}\, p_1/k$ от d/λ приведены в увеличенном масштабе в окрестности точки изменения типа мод. Чтобы не загромождать рисунок, кривая для нижней ветви несобственных мод не показана. Как отмечалось выше, значения $\mathrm{Re}\, p_1/k$ для комплексных мод уже не совпадают. В рассматриваемой структуре все моды приобретают затухание, т.е. для всех мод $\mathrm{Im} p_1 \neq 0$. Поскольку потери в металле невелики, то смещение кривых для $\mathrm{Im}\, p_1/k$ по отношению к кривым для идеальной системы мало (для направляемых мод оно порядка $10^{-3}...10^{-2}$). Эти сдвиги почти незаметны в использованном масштабе, поэтому зависимости $\mathrm{Im}\, p_1/k$ от d/λ здесь не приведены. Они похожи на слегка смещенные зависимости, представленные на рис. 2б.

Важно отметить, что простая классификация мод, которая была описана выше для системы без потерь, для волновода на неидеальной подложке уже не работает. Например, при уменьшении d/λ переход от направляемых мод к комплексным осуществляется не в точке, а в некоторой узкой области толщин. Как нетрудно показать, свойства комплексных мод при этом слегка изменяются. Эти изменения обычно невелики, если поверхностный импеданс подложки $\zeta_m = \sqrt{\mu_m/\varepsilon_m}$ мал. На рис. 3 ветви кривых пронумерованы по схеме, близкой к той, что использована выше для волновода на идеальной подложке (см. рис. 2); нумерация кривых описана в подписи к рис. 3. Следует учесть, что точно определить тип мод в окрестности прежней точки D, которая в идеальной системе была точкой вырождения мод, уже нельзя (здесь моды имеют смешанную структуру).

В области, где рассматриваемые моды близки к комплексным, относительное смещение кривых для действительных частей чисел p_1 зависит от величины ε_m. На рис. 4 показаны зависимости $\mathrm{Re}\, p_1/k$ от d/λ для случая, когда $\varepsilon_m = -8.8659 + 0.5842i$. Это значение соответствует структуре, у которой подложка выполнена из титана и длина волны, как и выше, равна $\lambda = 1.55$ мкм. Кривые показаны в небольшой области, в которой происходит изменение типа мод. С учетом масштаба по оси ординат видно, что в данном случае расщепление кривых для $\mathrm{Re}\, p_1/k$ у комплексных мод больше, чем в случае, когда подложка сделана из серебра (см. рис. 3б).

При условии, когда поверхностный импеданс металла ζ_m мал, основные результаты, описанные выше, могут быть получены методом возмущений, если использовать импедансные граничные условия Леонтовича [15]. В частности, сдвиг поперечного волнового числа равен

$$p_1^2 - p_{10}^2 \approx -ik\zeta_m H_x^2(0) \Big/ \int_0^\infty [H_x^2(y)/\varepsilon(y)]\, dy, \qquad (9)$$

где p_1 – волновое число для волновода с неидеальной подложкой, а p_{10} – волновое число той же моды, но с идеальной подложкой ($\zeta_m = 0$). Эта формула верна, если правая часть мала. Она может перестать работать вблизи отсечки, если норма моды становится малой (см. ниже). Соотношение (9) применимо только к невырожденным модам. Заметим, что при изучении нерегулярных систем преимущества импедансного подхода часто теряются.

3. ОБРЫВ ВОЛНОВОДА НА ПОДЛОЖКЕ

Рассмотрим, как влияют потери на рассеяние направляемых *TM*-мод в нерегулярной структуре на примере задачи об отражении моды от обрыва волновода на металлической подложке (рис. 1б). Для анализа задачи были использованы вариационные соотношения, которые выводятся из интегрального уравнения (ИУ) для поперечной компоненты электрического поля $E = E_y(y)$ в плоскости обрыва [23–26]. Слева от обрыва магнитное поле равно

$$H_x = \Phi_0(y)\exp(i\beta_0 z) - R_0\Phi_0(y)\exp(-i\beta_0 z) - \\ -\sum_{j=1}^{2}\sum_{q=1}^{M} R_{0jq}\Phi_{jq}(y)\exp(-i\beta_q z) - \\ -\sum_{j=1}^{2}\int_{\kappa_j}^{\infty}\rho_{j\kappa}U_{j\kappa}(y)\exp(-i\beta_\kappa z)d\kappa. \quad (10)$$

При выводе (10) предполагали, что амплитуда поля падающей моды равна 1. В формуле (10) через Φ_0, β_0 и R_0 обозначены распределение магнитного поля падающей направляемой моды TM_0, ее постоянная распространения и ее коэффициент отражения. Далее, через $U_{j\kappa}$, β_κ и κ обозначены распределения магнитных полей радиационных мод волновода, возбуждающихся на обрыве, и их волновые числа [18], а через $\rho_{j\kappa}$ – их амплитуды. Геометрия структуры несимметричная, поэтому на обрыве возбуждаются две ветви радиационных мод, обозначенные индексом $j = 1, 2$. Через κ_j обозначены нижние пределы интегралов по непрерывному спектру, а через Φ_{jq} и R_{0jq} – поля и амплитуды комплексных и других мод дискретного спектра, которые также возбуждаются на обрыве. Для рассматриваемой несимметричной геометрии удобно нумеровать эти моды двумя целыми индексами: $j = 1, 2$ и q. В подобной системе может существовать бесконечно много комплексных мод, и тогда в формуле (10) величина M будет бесконечна. Разложение для электрического поля получается из (10), если использовать уравнения Максвелла.

Проницаемости однородной среды справа от обрыва обозначим через ε_f и μ_f. В этой области поле равно

$$H_x = \sum_{j=1}^{2}\int_0^{\infty}\tau_{j\kappa}V_{j\kappa}(y)\exp(i\gamma_\kappa z)d\kappa, \quad (11)$$

где $V_{j\kappa}$ – поля радиационных мод правого полупространства, γ_κ – их осевые волновые числа, а $\tau_{j\kappa}$ – амплитудные коэффициенты этих мод. В правом полупространстве моды можно разделить на две ветви: нечетную ветвь ($j = 1$) и четную ($j = 2$). Для нечетной ветви имеем $V_{1\kappa} \sim \sin(\kappa y)$, а для четной – $V_{2\kappa} \sim \cos(\kappa y)$. Поскольку подложка обрывается при $z = 0$, то возбуждаются обе эти ветви.

Сшивая поля при $z = 0$ и учитывая условия ортогональности собственных мод, получим ИУ для неизвестного электрического поля $E = E_y(y)$ на апертуре [13, 23, 26]:

$$\hat{\Xi}[E] = 2\Phi_0(y), \quad (12)$$

где интегральный оператор $\hat{\Xi}$ можно представить в виде следующего разложения:

$$\hat{\Xi}[E] = \langle E|\Phi_0/\varepsilon(y)\rangle(\Phi_0/N_0) + \\ + \sum_{q=1}^{M}\langle E|\Phi_{jq}/\varepsilon(y)\rangle(\Phi_{jq}/N_{jq}) + \\ + \sum_{j=1}^{2}\int_{\kappa_j}^{\infty}\langle E|U_{j\kappa}/\varepsilon(y)\rangle U_{j\kappa}\,d\kappa/D_{j\kappa} + \\ + \sum_{j=1}^{2}\int_0^{\infty}\langle E|V_{j\kappa}/\varepsilon_f\rangle V_{j\kappa}\,d\kappa/D_{j\kappa}^{(f)}. \quad (13)$$

В уравнении (13) величины N_{jq} есть нормы мод дискретного спектра (направляемых мод высшего типа и комплексных), а $D_{j\kappa}$ и $D_{j\kappa}^{(f)}$ – нормирующие множители радиационных мод волновода и правого полупространства, соответственно.

Здесь и ниже используется следующее обозначения для интеграла от произведения двух произвольных комплексных функций $f_1(y)$ и $f_2(y)$:

$$\langle f_1|f_2\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(y)f_2(y)dy. \quad (14)$$

Вычисляя интегралы в случае идеальной подложки следует учитывать, что поля мод волновода равны нулю при $y < 0$. С учетом формулы (14) выражение для нормы N_0 моды TM_0 может быть записано в следующем виде:

$$N_0 = (\beta_0/k)\langle\Phi_0(y)|\Phi_0(y)/\varepsilon(y)\rangle. \quad (15)$$

С помощью стандартной методики [13] из ИУ получим соотношение для R_0

$$\frac{1-R_0}{1+R_0}=\frac{N_0\left\langle E\left|\hat{\Xi}_r[E]\right.\right\rangle}{\beta_0\left\langle E\left|\Phi_0/\varepsilon(y)\right.\right\rangle^2}, \qquad (16)$$

где новый интегральный оператор равен

$$\hat{\Xi}_r[E]=\hat{\Xi}[E]-\left\langle E\left|\Phi_0/\varepsilon(y)\right.\right\rangle\Phi_0/N_0. \qquad (17)$$

Приведенное соотношение является стационарным функционалом для коэффициента отражения R_0.

В качестве распределения для апертурного поля при $z=0$ будем подставлять поле набегающей на обрыв направляемой моды, т.е. в уравнение (16) подставляем $E=\Phi_0(y)$. Такое представление поля является приближенным. В частности, оно не учитывает сингулярное поведение поля на ребрах (например, при $y=z=0$); тем самым оно не учитывает искажение поля за счет возбуждения краевых волн. Кроме того, для задачи об обрыве волновода из метаматериала это приближение не учитывает поверхностные волны, которые могут распространяться вдоль торцевой плоскости. Отметим, что для подобной задачи об обрыве волновода из обычного диэлектрика такие волны обычно отсутствуют. Указанные искажения падающего поля обычно невелики, например, в случае, когда толщина волновода больше или сравнима с длиной волны. Напомним, что мы исследуем отражение обратных направляемых мод, которые не существуют при малых d (см. рис. 2а). Важно отметить, что функционал (16) стационарен, поэтому, как известно, точность расчетов R_0 оказывается существенно выше, чем точность апертурного поля, которое подставляем в этот функционал. Поскольку нас будут интересовать лишь оценки эффектов, ограничимся этим простым приближением.

Учитывая ортогональность мод волновода, при указанном выше представлении для поля на апертуре получим следующее приближенное выражение для коэффициента отражения:

$$\frac{1-R_0}{1+R_0}=-\frac{\varepsilon_f\beta_0}{\pi k N_0}\sum_{j=1}^{2}\int_0^{\infty}\left\langle\Phi_0\varepsilon(y)^{-1}\left|V_{j\kappa}\right.\right\rangle^2\frac{d\kappa}{\gamma_\kappa}. \qquad (18)$$

Будем исследовать отражение только обратных направляемых мод TM_0. Расчет отражения прямых мод проводится сходным образом. Поскольку область существования прямых мод очень мала (см. выше), то они здесь не рассматриваются. На рис. 5 приведены зависимости $|R_0|$ от нормированной толщины волновода d/λ. Сплошная кривая *1* построена для случая идеальной подложки. Параметры задачи были следующими: $\varepsilon_1=2$, $\mu_1=1$, $\varepsilon_2=-1.4$, $\mu_2=-1.5$ и $\varepsilon_f=\mu_f=1$. Как видно из рисунка, в отсутствие потерь при стремлении

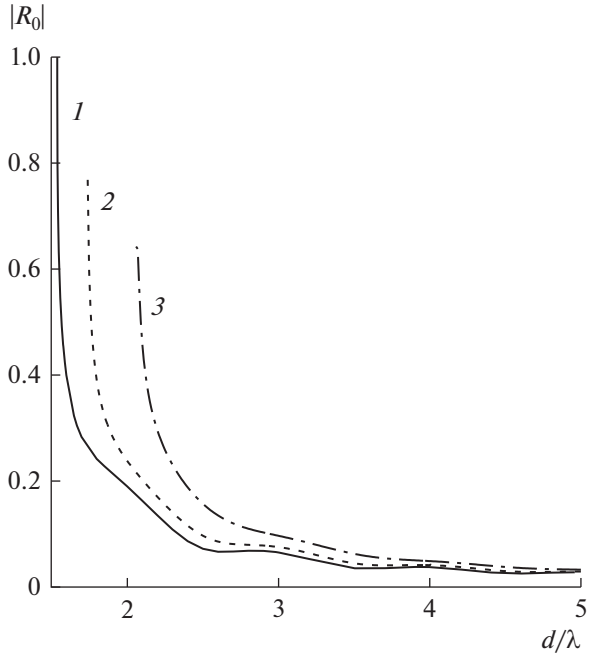

Рис. 5. Зависимости модуля коэффициента отражения обратной направляемой моды от нормированной толщины волноводного слоя для подложек из разных материалов: *1* – идеальная подложка, *2* – подложка из серебра, *3* – подложка из титана.

толщины d к значению d_D (режим отсечки) модуль коэффициента отражения растет и стремится к единице. Такое поведение $|R_0|$ обусловлено тем фактом, что при отсечке норма N_0 обращается в нуль.

Расчеты двух других кривых проводили для волноводов с подложками из металлов с конечной проводимостью. Кривая *2* построена для случая, когда проницаемость металлической подложки равна $\varepsilon_m=-125.22+2.837i$ (подложка из серебра при $\lambda=1.55$ мкм). Кривая *3* построена для случая, когда проницаемость $\varepsilon_m=-8.8659+0.5842i$ (подложка из титана). Остальные параметры были те же, что и при расчете кривой *1*. Все кривые построены для областей параметра d/λ, в которых моды являются направляемыми. Левее точек обрыва представленных кривых моды становятся близкими к комплексным и здесь не рассматриваются. Из рис. 5 видно, что коэффициент $|R_0|$ для систем с неидеальной подложкой остается меньше единицы, поскольку все величины в правой части формулы (18) остаются конечными и не равными нулю.

В этом разделе результаты были получены для направляемых мод. Как показано выше, в рассмотренных структурах могут распространяться также моды других типов, например, комплексные и квазидискретные несобственные. В нерегу-

лярных структурах расчет рассеяния этих мод более сложен. Например, при отсутствии потерь комплексные моды, как правило, возбуждаются парами и простой вариационный метод с той аппроксимацией апертурного поля, которая была описана выше, к ним неприменим. Исследование процессов рассеяния квазисобственных мод еще более сложен, в частности, из-за того, что они не могут возбуждаться индивидуально. Решение задач рассеяния упомянутых мод в открытых системах требует дальнейших исследований.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследовано влияние омических потерь в металлической подложке на дисперсионные свойства мод в планарном волноводе из метаматериала. Как следует из результатов расчетов, эти потери сильно изменяют характеристики мод в областях вблизи отсечки и точек вырождения. В частности, они снимают вырождение прямых и обратных мод. Затухание волн может также изменить тип моды (например, антиповерхностная мода может перейти в несобственную с поперечным потоком мощности). При конечной проводимости подложки в области малых толщин волноведущего слоя возникает дополнительная собственная мода, похожая на моду Ценнека, но несколько отличающаяся от нее.

Влияние потерь сказывается также и на характеристиках рассеяния мод в нерегулярных системах. Особенно заметным это влияние оказывается в области, в которой в идеальной системе моды имели точку вырождения.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-02-00789).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Smith D.R., Padilla W.J., Vier D.C. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84. № 18. P. 4184.
2. *Sihvola A.* // Metamaterials. 2007. V. 1. № 1. P. 2.
3. *Shadrivov I.V., Sukhorukov A.A., Kivshar Y.S.* // Phys. Rev. E. 2003. V. 67. № 5. P. 057602.
4. *Wu B., Grzegorczyk T.M., Zhang Y., Kong J.A.* // J. Appl. Phys. 2003. V. 93. № 11. P. 9386.
5. *Аненков В.В., Шевченко В.В.* // РЭ. 2011. Т. 56. № 10. С. 1194.
6. *Shu W., Song J.M.* // PIER. 2006. V. 65. P. 103.
7. *Li C., Sui Q., Li F.* // PIER. 2005. V. 51. P. 187.
8. *Wang Z.J., Dong J.F.* // PIER. 2006. V. 62. P. 203.
9. *He Y., Cao Z., Shen Q.* // Opt. Commun. 2005. V. 245. № 1. P. 125.
10. *Manenkov A.B.* // Opt. Quantum Electron. 2012. V. 44. № 15. P. 717.
11. *Маненков А.Б.* // РЭ. 2012. Т. 57. № 9. С. 968.
12. *Мальцев В.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2012. V. 57. № 2. P. 187.
13. *Manenkov A.B.* // Opt. Quantum Electron. 2017. V. 49. № 8. P. 268.
14. *Илларионов Ю.А., Раевский С.Б., Сморгонский В.Я.* Расчет гофрированных и частично заполненных волноводов. М.: Сов. радио, 1980.
15. *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988.
16. *Tamir T., Oliner A.A.* // Proc. IEE. 1963. V. 110. № 2. P. 310.
17. *Clarricoats P.J.B., Taylor B.C.* // Proc. IEE. 1964. V. 111. № 12. P. 1951.
18. *Маненков А.Б.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1970. Т. 13. № 5. С. 739.
19. *Шевченко В.В.* Плавные переходы в открытых волноводах. М.: Наука, 1969.
20. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика: нерелятивистская теория. М.: Наука, 1989.
21. *Ильинский А.С., Слепян Г.Я.* Колебания и волны в электродинамических системах с потерями. М.: Изд-во МГУ, 1983.
22. *Ordal M.A., Long L.L., Bell R.R. et al.* // Appl. Phys. 1983. V. 22. № 7. P. 1099.
23. *Latsas G., Manenkov A.B., Tigelis I.G., Sarri E.* // J. Opt. Soc. Am. A. 2000. V. 17. № 1. P. 162.
24. *Manenkov A.B., Latsas G.P., Tigelis I.G.* // J. Opt. Soc. Am. A. 2001. V. 18. № 12. P. 3110.
25. *Маненков А.Б., Геролиматос П.Г., Тигелис И.Г.* // Изв. вузов. Радиофизика. 2010. Т. 53. № 3. С. 191.
26. *Manenkov A.B.* // Opt. Quantum Electron. 2013. V. 45. № 6. P. 529.