

РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ И ПЛАЗМЕ

УДК 537.874;537.624

КРАТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЧАСТОТЫ В СХЕМЕ МАГНИТОСТРИКЦИОННОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ. УМНОЖЕНИЕ ЧАСТОТЫ В НЕПРЕРЫВНОМ РЕЖИМЕ

© 2019 г. В. Г. Шавров¹, В. И. Щеглов¹, *

¹Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
Российская Федерация, 125009 Москва, ул. Моховая, 11, корп. 7

*E-mail: vshcheg@cplire.ru

Поступила в редакцию 15.12.2016 г.

После доработки 27.04.2018 г.

Принята к публикации 28.05.2018 г.

В непрерывном режиме возбуждения магнитной подсистемы исследованы колебания намагниченности и упругого смещения в ферритовой пластине, намагниченной перпендикулярно ее плоскости. Рассмотрено умножение частоты с кратностью, определяемой соотношением резонансных частот магнитной и упругой подсистем. Исследованы временные и амплитудные характеристики возбуждения низкого и высокого уровней в условиях переориентации намагниченности. Приведены рекомендации для эксперимента.

DOI: 10.1134/S003384941906010X

ВВЕДЕНИЕ

Использование магнитоотричных преобразователей [1, 2] весьма перспективно в акустоэлектронике, где использование в качестве рабочей среды железоиттриевого граната (ЖИГ) с механической добротностью до 10^7 способствует созданию высокоэффективных устройств обработки аналоговой информации в диапазоне СВЧ ($f \sim 100$ МГц...100 ГГц) [3]. Мощность подводимого электрического сигнала, а следовательно, и мощность возбуждаемых упругих колебаний, в ранних работах по преобразователям на ЖИГ [4, 5] ограничивалась на уровне единиц милливатт из-за мешающего параметрического возбуждения обменных спиновых волн [6, 7]. Реализация геометрии нормально намагниченного тонкого диска [8–10], в которой обменные волны эффективно подавляются, позволило повысить уровень возбуждения гиперзвука весьма существенно. Линейное возбуждение в этих условиях рассматривалось в работе [3]. Использование нелинейного возбуждения [11–15] позволило увеличить амплитуду гиперзвука, возбуждаемого на частоте ферромагнитного резонанса (ФМР), в сравнении с линейным режимом более чем на два порядка.

В работах [16–19] было показано, что при надлежащем выборе толщины магнитной пластины возможно кратное преобразование частоты упругих колебаний – деление и умножение. В работах [20, 21] отмечено, что при круговой поляризации

возбуждающего поля преобразование частоты возможно только в режиме релаксации, то есть в интервале между временами релаксации магнитных и упругих колебаний. В качестве механизма, обеспечивающего процесс преобразования, было указано ударное возбуждение упругой системы за счет кратковременного воздействия магнитной системы.

Вместе с тем, кроме ударного механизма, возможно умножение частоты за счет генерации гармоник, которая может происходить в непрерывном режиме. Такое умножение частоты было рассмотрено в работах [22, 23]. Однако рассмотрение было проведено только относительно чисто магнитных колебаний, тогда как относительно упругих рассматривалось лишь параметрическое возбуждение в некоторых частных случаях [6, 23, 24].

Цель данной работы – исследовать умножение частоты в непрерывном режиме возбуждения магнитной подсистемы.

1. ГЕОМЕТРИЯ, ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ПАРАМЕТРЫ ЗАДАЧИ

Геометрия задачи, показанная на рис. 1, совпадает с принятой в [15–21]. Плоскопараллельная пластина толщины d обладает магнитоупругими свойствами кубической симметрии. Плоскость Oxy декартовой системы координат $Oxyz$ совпадает с плоскостью пластины, оси Ox , Oy и Oz параллельны ребрам куба типа (100). Центр системы

координат O находится в центре пластины, ее поверхности соответствуют $z = \pm d/2$. Постоянное поле \vec{H}_0 перпендикулярно плоскости пластины, переменное поле \vec{h} – параллельно.

Полная система уравнений [15–21], имеет следующий вид:

1) уравнения для нормированных на намагниченность насыщения M_0 компонент намагниченности m_x с учетом циклической перестановки x, y, z –

$$\frac{\partial m_x}{\partial t} = -\frac{\gamma}{1 + \alpha^2} \times [(m_y + \alpha m_x m_z) H_z - (m_z - \alpha m_y m_x) H_y - \alpha (m_y^2 + m_z^2) H_x], \quad (1)$$

2) уравнения для компонент упругих смещений $u_{x,y}$ –

$$\frac{\partial^2 u_{x,y}}{\partial t^2} = -2\beta \frac{\partial u_{x,y}}{\partial t} + \frac{c_{44}}{\rho} \frac{\partial^2 u_{x,y}}{\partial z^2}, \quad (2)$$

где ρ – плотность материала пластины, c_{44} – модуль упругости, α и β – параметры магнитного и упругого затухания;

3) граничные условия –

$$c_{44} \frac{\partial u_{x,y}}{\partial z} \Big|_{z=\pm d/2} = -B_2 m_{x,y} m_z, \quad (3)$$

где B_2 – константа магнитоупругого взаимодействия.

Входящие в уравнение (1) эффективные поля $H_{x,y,z}$ имеют вид

$$H_x = h_x + H_{ax}, \quad (4)$$

$$H_y = h_y + H_{ay}, \quad (5)$$

$$H_z = H_0 - 4\pi M_0 m_z + H_{az}, \quad (6)$$

где $H_{ax,ay,az}$ с учетом циклической перестановки x, y, z имеют вид

$$H_{ax} = -\frac{B_2}{M_0} \left[m_y \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + m_z \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) \right]. \quad (7)$$

Для переменного поля рассматриваются две поляризации – круговая и линейная вдоль оси Ox соответственно:

$$h_x = h_0 \sin(2\pi ft), \quad h_y = -h_0 \cos(2\pi ft), \quad (8)$$

$$h_x = h_0 \sin(2\pi ft), \quad h_y = 0. \quad (9)$$

Аналогично [17–21] система (1)–(3) приводится к эквивалентной системе из семи уравнений первого порядка без граничных условий, которая решается численно методом Рунге–Кутты четвертого порядка.

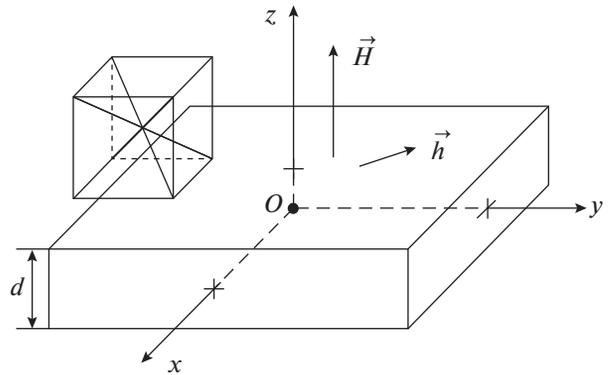


Рис. 1. Геометрия задачи. Слева – схема кристаллографической ячейки.

Основные параметры задачи, подобно [17–21], соответствуют монокристаллу ЖИГ: $4\pi M_0 = 1750$ Гс; $c_{44} = 7.64 \times 10^{11}$ эрг см⁻³, $\rho = 5.17$ г см⁻³. Константа магнитоупругости, кроме особо оговоренных случаев, равна таковой для ЖИГ: $B_2 = 6.96 \times 10^6$ эрг см⁻³. Параметры затухания: $\alpha = 0.01$, $\beta = 10^7$ с⁻¹, постоянное поле: $H_0 = 2750$ Э, частота возбуждения, соответствующая ФМР в этом поле, равна 2800 МГц. Толщина пластины, соответствующая упругому резонансу, равна $d_{рез} = 0.6865$ мкм. Для реализации умножения исходной частоты на число n толщина пластины выбрана равной $d = d_{рез}/n$. Амплитуда переменного поля меняется от 0.01 до 10000 Э.

В качестве основной характеристики релаксации, аналогично [20, 21], рассматривается время десятикратного спада колебаний:

$$\tau_{10} = -\frac{\ln(10)}{\ln(A_t/A_0)} t, \quad (10)$$

определяемое по уменьшению амплитуды с начального значения A_0 до значения A_t , соответствующего времени t . При принятых параметрах затухания времена десятикратного спада для магнитной и упругой систем составляют соответственно $\tau_{10}^{(m)} = 1.3248 \times 10^{-8}$ с и $\tau_{10}^{(e)} = 2.3542 \times 10^{-7}$ с.

В качестве меры степени умножения частоты будет использоваться введенный в работах [20, 21] параметр “эффективности преобразования” $S_{п}$, равный отношению среднего арифметического вклада преобразованной частоты за два полупериода колебаний к полной их амплитуде. Методика определения этого параметра для случая умножения приведена в работе [21].

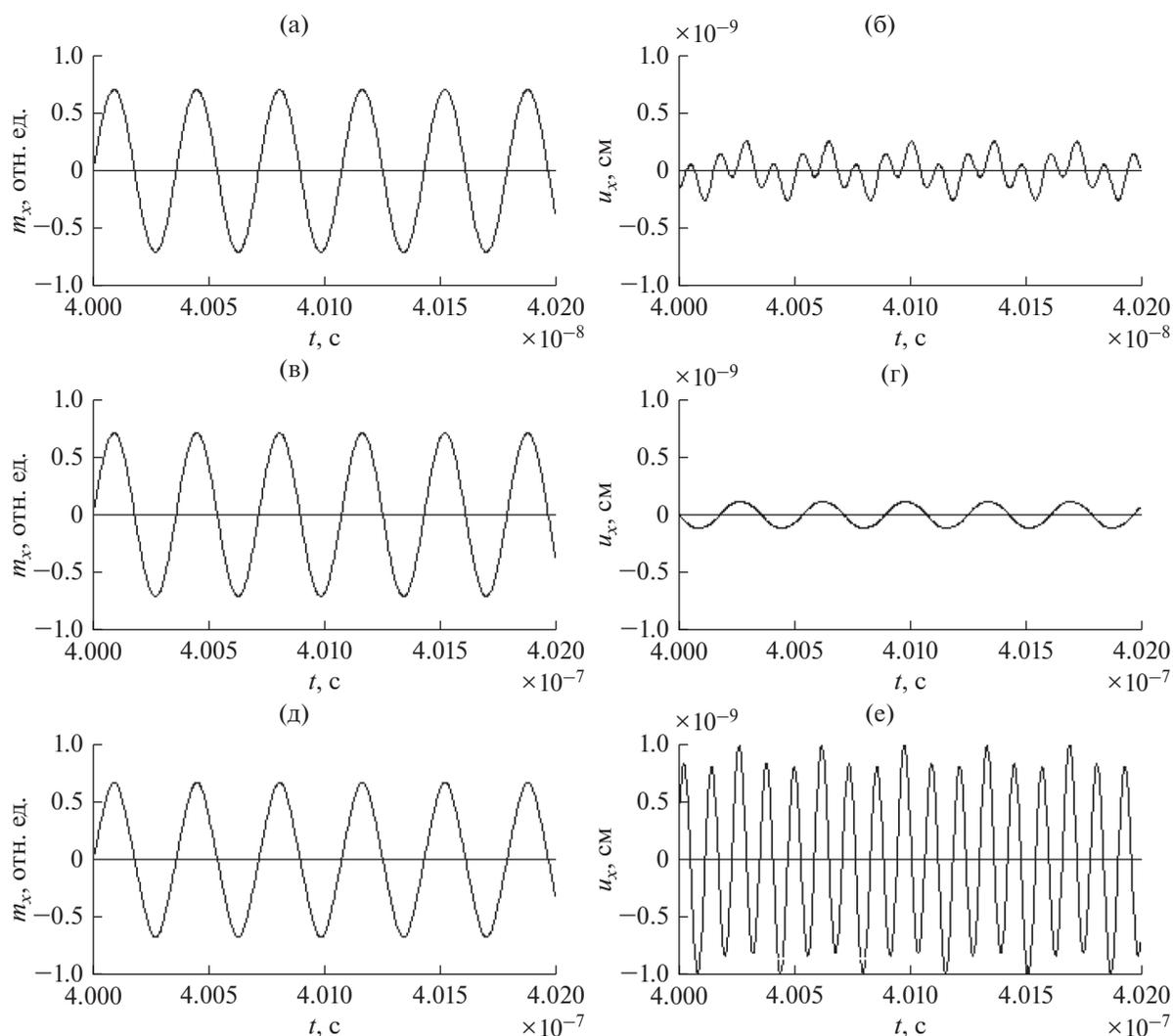


Рис. 2. Развертки во времени магнитных (а, в, д) и упругих (б, г, е) колебаний при круговой (а–г) и линейной (д, е) поляризациях поля возбуждения. Умножение частоты на три. Параметры: $d = 0.2288$ мкм, $h_{0x,y} = 500$ Э.

2. ОБЩАЯ КАРТИНА ЯВЛЕНИЯ УМНОЖЕНИЯ ЧАСТОТЫ

Рассмотрим общую картину явления умножения частоты при линейной поляризации поля возбуждения и сравним с аналогичной картиной при круговой поляризации. На рис. 2 показаны развертки во времени магнитных и упругих колебаний при круговой и линейной поляризациях. Интервал времени наблюдения для рис. 2а, 2б соответствует промежутку между временами магнитной и упругой релаксации. Интервал времени для рис. 2в–2е находится далеко за пределами времени упругой релаксации.

Как видим, во всех случаях магнитные колебания происходят с одинаковой амплитудой точно на частоте возбуждения, что соответствует вынужденному режиму, установившемуся после магнитной релаксации.

При круговой поляризации в промежутке между временами релаксации магнитных и упругих колебаний имеет место умножение исходной частоты на три в соответствии с частотой упругого резонанса пластины (см. рис. 2б). Однако колебания умноженной частоты происходят на фоне значительной составляющей основной частоты. Так, параметр эффективности преобразования $S_{\text{п}}$ составляет менее 50%. В то же время при той же круговой поляризации за пределами времени упругой релаксации в составе упругих колебаний умноженная частота отсутствует, а упругие колебания представляют собой вынужденный режим с постоянной амплитудой (см. рис. 2г).

Такое поведение упругих колебаний соответствует ударному механизму возбуждения в режиме релаксации, подробно рассмотренному в работе [21].

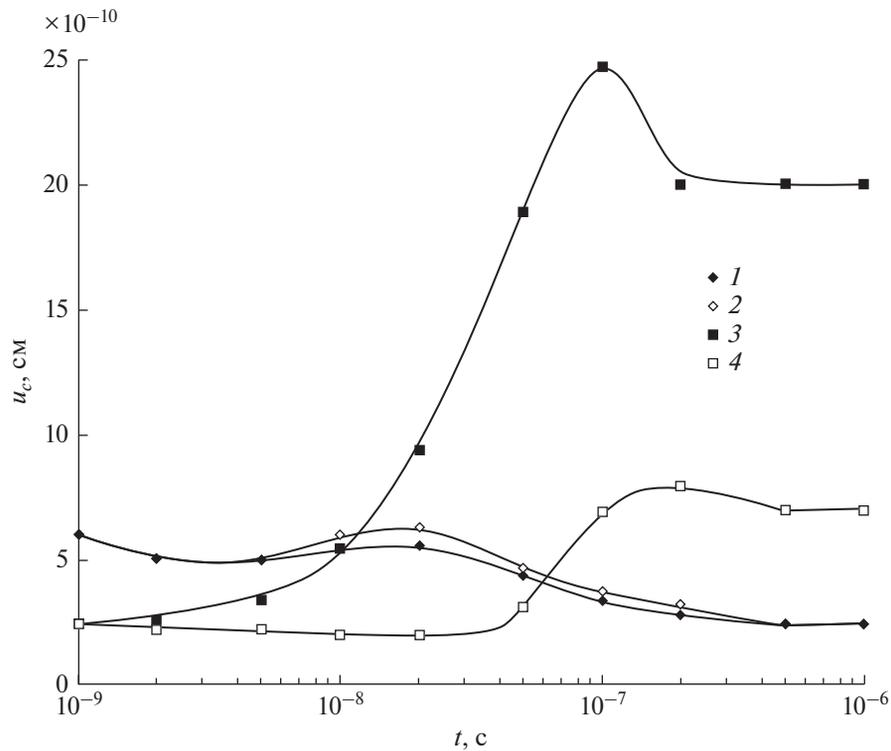


Рис. 3. Зависимость x (1, 3) и y (2, 4) компонент полного размаха упругих колебаний от времени при круговой (1, 2) и линейной (3, 4) поляризациях возбуждающего поля; умножение частоты на три; длительность интервала наблюдения 2×10^{-9} с; амплитуда переменного поля $h_{0x,y} = 500$ Э. Точки – результаты машинного эксперимента, линии построены исходя из плавности кривых в пределах ошибок измерений (5%).

Однако в случае линейного возбуждения (см. рис. 2е) в том же промежутке времени после окончания упругой релаксации, упругие колебания происходят как раз на умноженной частоте с весьма незначительной примесью основной, так что эффективность преобразования превышает 90%. Амплитуда упругих колебаний почти на порядок превышает таковую при возбуждении в режиме релаксации (см. рис. 2б).

Магнитные колебания (см. рис. 2д) происходят точно на частоте возбуждения, то есть умножение их частоты, подобное описанному в [22, 23], несмотря на сильную нелинейность магнитной системы, полностью отсутствует.

Таким образом, можно полагать, что здесь мы имеем дело с асинхронным возбуждением упругих колебаний, т.е. хотя ферромагнитный резонанс возбуждается на основной частоте, но за счет сильной нелинейности системы происходит генерация третьей гармоники, которая и обеспечивает колебания упругой системы на частоте в три раза большей.

3. ИЗМЕНЕНИЕ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ ВО ВРЕМЕНИ

Рассмотрим, как меняется во времени характер возбуждаемых упругих колебаний. На рис. 3 представлены зависимости x и y компонент полного размаха (суммарной амплитуды обоих знаков) упругих колебаний u_c от времени при круговой и линейной поляризациях возбуждающего поля для случая умножения частоты на три.

Видим, что при круговой поляризации (кривые 1 и 2) компоненты смещения по обеим координатам практически равны (отличие не более 5%). Амплитуда возбуждаемых упругих колебаний держится на примерно постоянном уровне 5.5×10^{-10} см вплоть до времени 2×10^{-8} с, на порядок меньшем времени упругой релаксации $\tau_e^{(10)}$ (см. разд. 1), после чего плавно спадает и при времени 5×10^{-7} с, вдвое большем $\tau_e^{(10)}$, стремится к постоянному уровню 2.4×10^{-10} см. Такое поведение упругих колебаний на умноженной частоте соответствует ударному механизму в режиме релаксации [21].

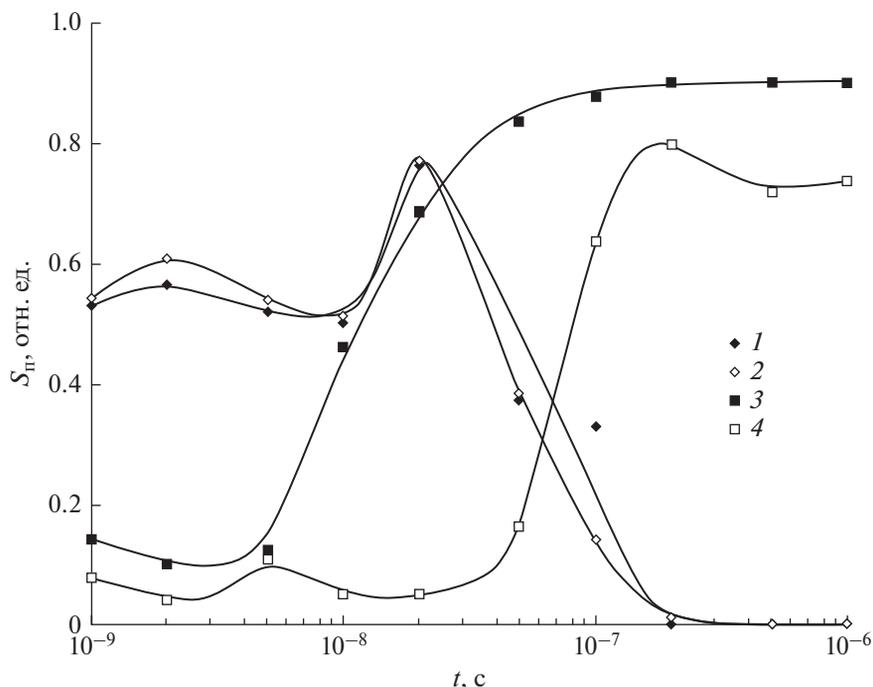


Рис. 4. Зависимость x - (1, 3) и y -составляющих (2, 4) эффективности преобразования от времени при круговой (1, 2) и линейной (3, 4) поляризациях возбуждающего поля (условия те же, что на рис. 3).

При линейной поляризации поля вдоль оси Ox амплитуды упругих колебаний, будучи сначала равными друг другу, со временем увеличиваются, проходят через небольшой максимум, после чего стремятся к постоянному значению. Для x -компоненты увеличение начинается при времени около 2×10^{-9} с, для y -компоненты — несколько позже, при времени около 6×10^{-8} с. Максимум амплитуды для x -компоненты достигается при времени 1×10^{-7} с, для y -компоненты тоже запаздывает до 2×10^{-7} с.

Во всем интервале времени от 10^{-8} до 10^{-6} с и далее на стационарном уровне амплитуда x -компоненты упругих колебаний (кривая 3) превышает амплитуду y -компоненты (кривая 4) примерно в три-четыре раза. Такое различие амплитуд компонент в сочетании с задержкой во времени развития y -компоненты обусловлено поляризацией возбуждающего поля вдоль оси Ox : при поляризации вдоль оси Oy кривые 3 и 4 меняются местами.

Из сравнения кривых при круговой (1, 2) и линейной (3, 4) поляризациях видим, что умножение частоты при круговой поляризации происходит только в режиме релаксации, т.е. до времени порядка 1×10^{-7} с, близкого ко времени упругой релаксации $\tau_e^{(10)}$, после чего эффективность ударного механизма падает. При линейной же поляризации

амплитуда возбуждаемых колебаний значительно превышает таковую при круговой поляризации, причем в стационарном режиме превышение достигает целого порядка.

Такое поведение упругих колебаний при линейной поляризации свидетельствует о другом, отличном от ударного, механизме, ответственном за их возбуждение.

4. ИЗМЕНЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВО ВРЕМЕНИ

Рассматриваемые в предыдущем разделе зависимости относятся к полным упругим колебаниям, содержащим в себе сумму компонент основной и умноженной частоты. Чтобы выделить в чистом виде эффект умножения, рассмотрим эффективность преобразования $S_{\text{п}}$ во времени. На рис. 4 показаны зависимости x - и y -составляющих эффективности преобразования от времени при круговой и линейной поляризациях поля при тех же условиях, что на рис. 3. При круговой поляризации (кривые 1, 2) обе компоненты, мало (менее чем на 5%) отличаясь друг от друга, с постоянного уровня около 0.55 отн. ед. при времени 2×10^{-8} с проходят через максимум, соответствующий 0.80 отн. ед., после чего довольно резко спадают и при времени 2×10^{-7} с, т.е. по окончании упругой релаксации, приближаются к нулю. При линейной же поляризации (кривые 3, 4)

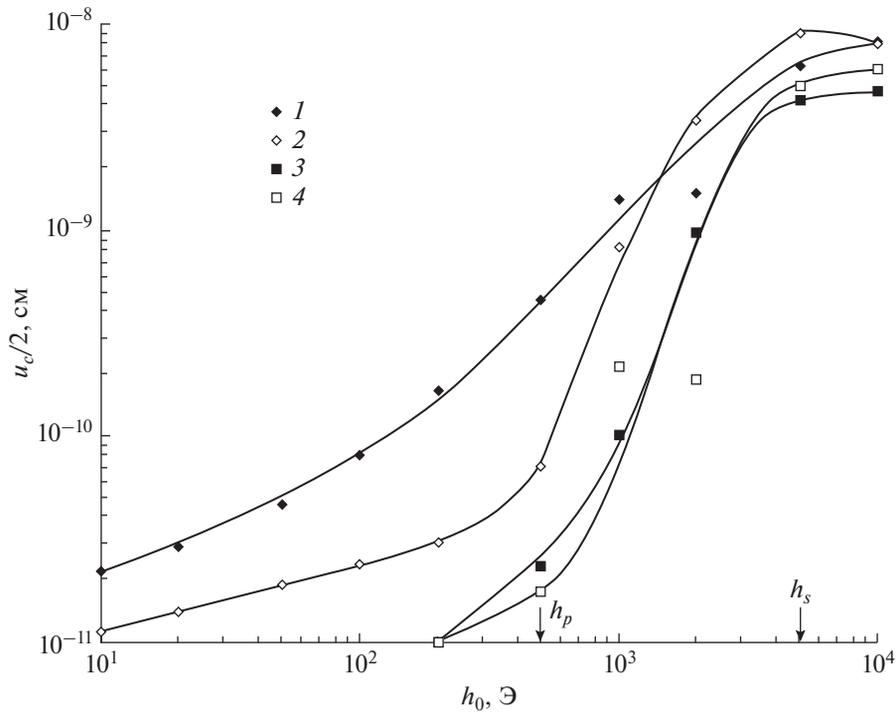


Рис. 5. Зависимости x -компоненты полного размаха упругих колебаний от амплитуды переменного поля при различных значениях кратности умножения: $n = 3$ (1), 5 (2), 7 (3), 9 (4), длительность интервала наблюдения 2×10^{-9} с.

обе компоненты возрастают и при времени около 1×10^{-7} и 2×10^{-7} с выходят на постоянный уровень.

Столь сильное отличие хода кривых при круговой и линейной поляризациях свидетельствует о кардинальном различии механизмов, ответственных за процесс умножения, в частности, о том, что при линейной поляризации ударный механизм, имеющий место при круговой поляризации, полностью замещается другим механизмом — нелинейностью магнитоупругой системы.

5. ИЗМЕНЕНИЕ АМПЛИТУДЫ ВОЗБУЖДАЮЩЕГО ПОЛЯ

Рассмотрим теперь, как меняется характер упругих колебаний, возбуждаемых полем линейной поляризации при изменении его величины. В заданных условиях возможно умножение частоты только в нечетное число раз, причем с повышением кратности эффективность умножения падает.

На рис. 5 представлены зависимости x -компоненты полного размаха упругих колебаний от амплитуды переменного поля при различных значениях кратности умножения. Видно, что наиболее эффективно происходит умножение на три, несколько хуже на пять, умножение на семь и девять возможно только при достаточно высоком уровне возбуждения ($h_0 > 200$ Э). При всех кратностях

полный размах колебаний с увеличением поля возбуждения возрастает. При кратностях $n = 3$ (кривая 1) и $n = 5$ (кривая 2) начиная с поля около 500 Э рост зависимостей ускоряется (особенно заметно при $n = 5$, кривая 2). Примерно в этом же поле начинается рост кривых для более высоких кратностей 7 (кривая 3) и 9 (кривая 4). Однако выход всех кривых на насыщение происходит при одном и том же поле порядка 5000 Э на единый для всех постоянный уровень около 5×10^{-9} см.

Дополнительное исследование показывает, что начиная с поля 400...500 Э умножение на четные коэффициенты становится возможным: появляется умножение на 6 и 8, хотя и с амплитудой, меньшей чем для 7 и 9 в два-три раза.

Таким образом, можно отметить два характерных значения поля, при которых режим возбуждения меняется: поле $h_p = 500$ Э, соответствующее ускорению роста кривых при низких кратностях и началу при высоких, и поле $h_s = 5000$ Э, соответствующее насыщению при любых кратностях.

Это означает, что имеют место два различных режима преобразования частоты, за каждый из которых отвечает свой собственный механизм. Первый механизм соответствует сравнительно низкому уровню возбуждения и работает в полях меньших h_p , второй — высокому уровню возбуж-

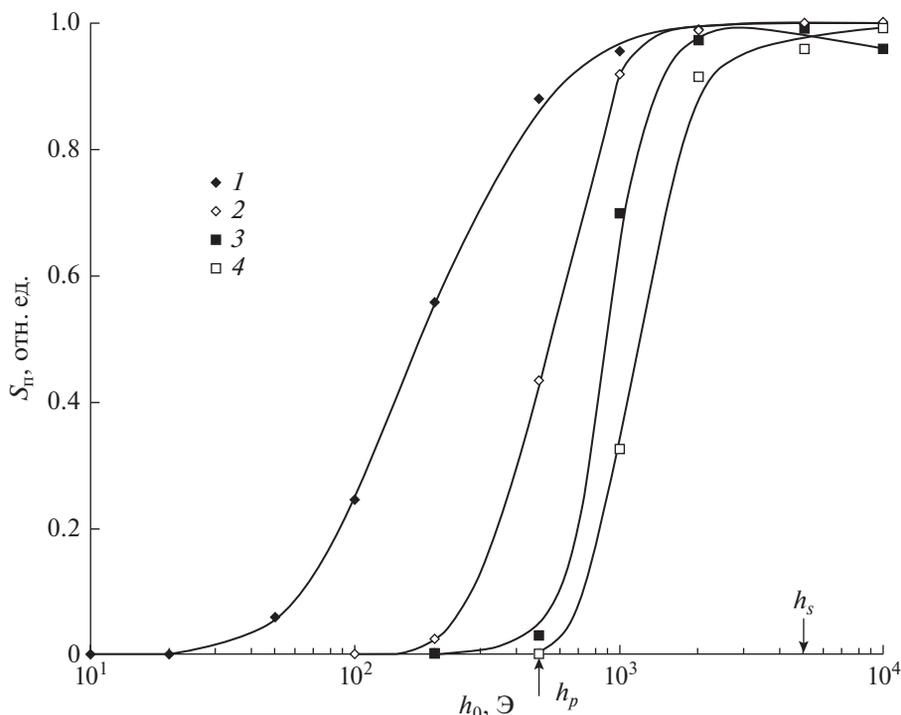


Рис. 6. Зависимости эффективности преобразования частоты упругих колебаний от амплитуды переменного поля при различных значениях кратности умножения: $n = 3$ (1), 5 (2), 7 (3), 9 (4), длительность интервала наблюдения 2×10^{-9} с.

дения, так что работает в полях от h_p до h_s , после чего его действие насыщается.

Рассмотрим теперь, что происходит в тех же условиях с эффективностью преобразования. На рис. 6 показаны зависимости такой эффективности от амплитуды переменного поля при различных значениях кратности умножения. Как видим, при всех кратностях зависимости эффективности от поля возрастают. Умножение частоты на три (кривая 1) происходит уже в столь малых полях, как 20 Э, и становится заметным $S_n = 0.25$ в поле 100 Э, а в поле 500 Э достигает значительной величины $S_n = 0.88$. Зависимость, соответствующая умножению на пять (кривая 2), начинаясь с поля 100 Э, несколько отстает, но в поле 500 Э выходит на значительный уровень $S_n = 0.45$. Зависимости для кратностей 7 (кривая 3) и 9 (кривая 4) только начинаются в поле около 500 Э, т.е. при первом характерном поле $h_0 = h_p$. Все кривые насыщаются, стремясь к единице в поле около 5000 Э, т.е. при втором характерном поле $h_0 = h_s$.

Такое поведение зависимостей эффективности преобразования от амплитуды поля возбуждения, в том числе яркое выражение двух характерных полей h_p и h_s , также свидетельствует в пользу различия отмеченных выше двух механизмов умножения частоты упругих колебаний.

6. МЕХАНИЗМЫ НИЗКОГО И ВЫСОКОГО УРОВНЕЙ ВОЗБУЖДЕНИЯ

Поскольку процесс умножения частоты может происходить в двух различных режимах, соответствующих “низкому” и “высокому” уровням возбуждения, то, полагаем, что различие между этими режимами обусловлено двумя принципиально различающимися механизмами колебаний намагниченности. Для пояснения действия таких механизмов обратимся к рис. 7, где показаны развертки во времени и параметрические портреты колебаний намагниченности при различных уровнях возбуждения. Рис. 7а, 7б соответствует низкому уровню возбуждения, рис. 7в, 7г — высокому. Характерное различие механизмов определяется соотношением между постоянным полем с учетом размагничивания $H_n = H_0 - 4\pi M_0$ и амплитудой переменного поля h_0 . При $h_0 < H_n$ работает механизм низкого уровня, при $h_0 > H_n$ — высокого. Постоянное поле ориентировано перпендикулярно плоскости пластины, переменное — совпадает с ней. Поэтому равновесное направление намагниченности определяется соотношением между величинами этих полей.

В случае режима низкого уровня (см. рис. 7а) амплитуда действующего в плоскости переменного поля $h_0 = 500$ Э намного меньше поля, действующего по нормали $H_n = 1000$ Э, поэтому на-

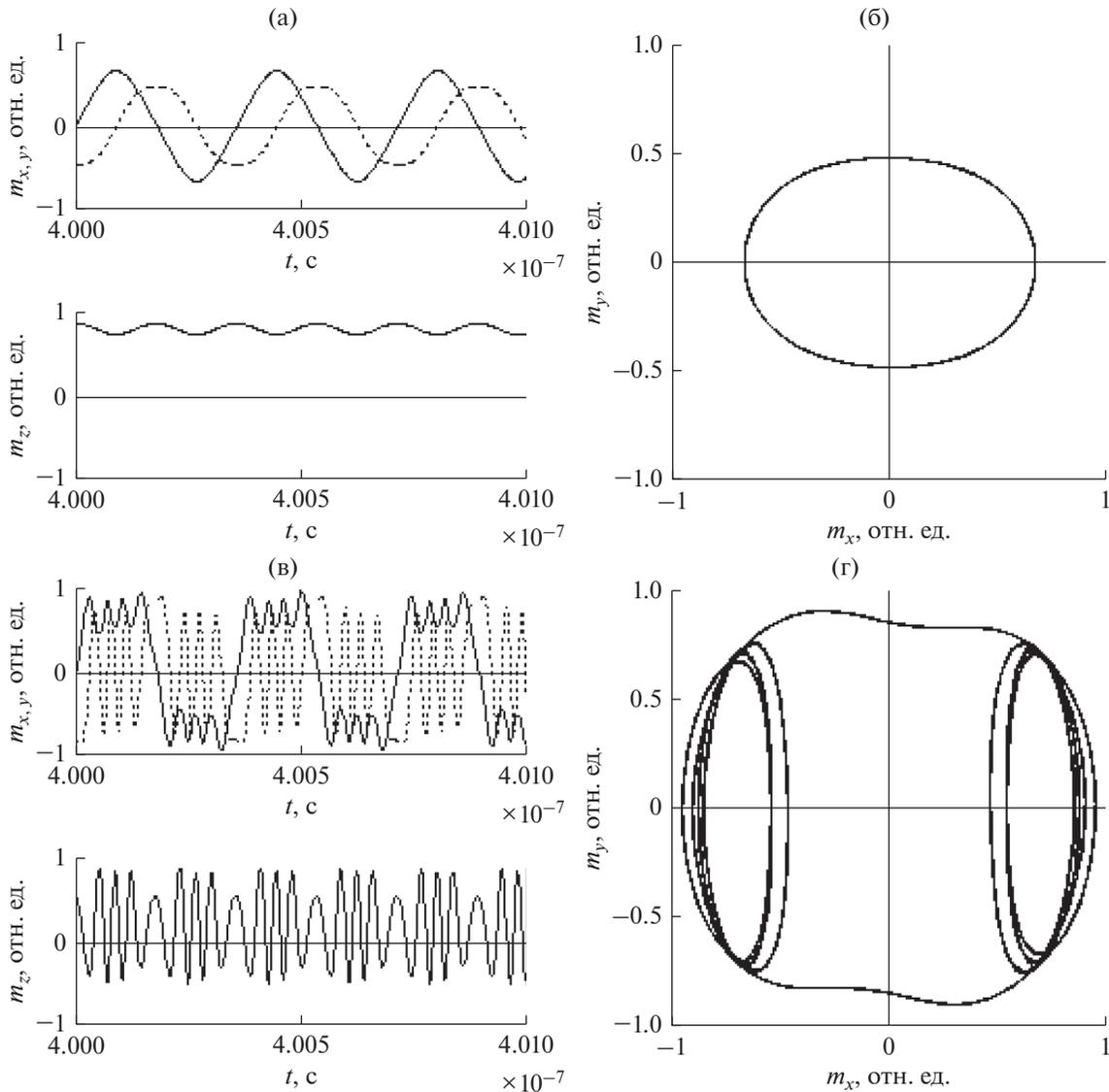


Рис. 7. Развертки во времени компонент намагниченности m_x (а, в, сплошные кривые), m_y (а, в, штриховые), m_z (а, в) и параметрические портреты (б, г) колебаний намагниченности при двух уровнях возбуждения: $h_0 = 500$ Э (а, б) и 5000 Э (в, г). Параметры – те же, что на рис. 5, кратность умножения $n = 2$ (а, б), 5 (в, г).

магничность прецессирует вокруг этой нормали. Развертки во времени обеих компонент намагниченности в плоскости $m_{x,y}$ имеют синусоидальный характер с частотой возбуждения и сдвигом фаз на 90° , а компонента m_z , нормальная к плоскости, имеет большую постоянную составляющую и переменную добавку с двойной частотой, что определяется линейным характером возбуждения.

Параметрический портрет имеет вид правильного эллипса, различие осей которого обусловлено линейностью поляризации возбуждающего поля.

В случае режима высокого уровня (см. рис. 7б) переменное поле настолько велико, что оно сразу в течение первого же полупериода укладывает намагниченность в плоскость вдоль своего направления. После такого укладывания намагниченность уже прецессирует вокруг этого поля с частотой, определяемой его величиной за вычетом сравнительно небольшой добавки, задаваемой нормальным полем. При этом развертки во времени обеих компонент намагниченности в плоскости $m_{x,y}$ имеют, кроме частоты возбуждения, сильную составляющую с частотой свободной прецессии вокруг направления, действующего в течение полупериода переменного поля. В резуль-

тате на вершине каждого полупериода синусоиды появляется синусоидальная “рябь” с частотой таковой прецессии. Нормальная составляющая намагниченности теперь колеблется с преобладающей частотой этой свободной прецессии, причем ее знак меняется в соответствии с каждым полупериодом. Постоянная составляющая (зависимость $m_z(t)$ слегка сдвинута вверх по рисунку) определяется остаточным действием нормального поля.

Параметрический портрет имеет вид двух разнесенных по сторонам эллипсов, соединенных относительно тонкими мостиками. При этом эллипсы соответствуют колебаниям намагниченности внутри каждого полупериода возбуждающего поля, мостики – перескоку с одного полупериода на другой.

7. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ НЕЧЕТНОСТИ КРАТНОСТИ УМНОЖЕНИЯ

Как было отмечено (см. разд. 5), умножение частоты упругих колебаний возможно только в нечетное число раз, причем наиболее эффективное преобразование имеет место при умножении на три, несколько слабее – на пять и значительно слабее в случаях более высокой кратности.

Отметим прежде всего, что в случае линейной поляризации поля возбуждения намагниченность прецессирует по эллипсу, в результате чего z -компонента намагниченности колеблется с удвоенной частотой. На этом эффекте основано удвоение частоты ферромагнитного резонанса, лежащее в основе ряда СВЧ-устройств [22, 23]. Однако удвоения частоты возбуждаемого гиперзвука в этом случае не происходит, так как продольная компонента намагниченности с упругой сдвиговой модой по толщине пластины не взаимодействует [14].

Таким образом, можно полагать, что умножение с более высокими, чем два, нечетными кратностями обусловлено не z , а другими компонентами намагниченности. Впервые на такую возможность было указано в работе [25]. Рассмотрим механизм такого умножения более подробно. Ограничимся случаем низкого уровня возбуждения, когда умножение с нечетными кратностями реализуется наиболее четким образом.

В работе [14] показано, что полную задачу для упругого смещения можно свести к сумме двух задач, первая из которых содержит однородное уравнение с неоднородными граничными условиями, а вторая – неоднородное уравнение, граничные условия для которого однородны. Пара таких неоднородных уравнений для поперечных

компонент намагниченности имеет следующий вид [14, формулы (53), (54)]:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 v_x}{\partial t^2} + 2\beta \frac{\partial v_x}{\partial t} + \frac{c_{44}\pi^2}{\rho d^2} v_x = \\ & = \frac{4B_2 d}{c_{44}\pi^2} \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} (m_x m_z) + 2\beta \frac{\partial}{\partial t} (m_x m_z) \right], \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 v_y}{\partial t^2} + 2\beta \frac{\partial v_y}{\partial t} + \frac{c_{44}\pi^2}{\rho d^2} v_y = \\ & = \frac{4B_2 d}{c_{44}\pi^2} \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} (m_y m_z) + 2\beta \frac{\partial}{\partial t} (m_y m_z) \right], \end{aligned} \quad (12)$$

где $v_{x,y}$ – поперечные компоненты упругого смещения, $m_{x,y,z}$ – нормированные компоненты вектора намагниченности.

Согласно этим уравнениям, вынуждающей силой по отношению к упругим колебаниям $v_{x,y}$ является произведение компонент намагниченности вида $m_{x,y} m_z$. Выражая m_z через $m_{x,y}$ с учетом постоянства длины вектора намагниченности и пользуясь разложением Тейлора до второго порядка малости (чем можно ограничиться при низком уровне возбуждения), получаем

$$\begin{aligned} m_x m_z = m_x - \frac{1}{2} m_x^3 - \frac{1}{2} m_x m_y^2 - \\ - \frac{1}{8} m_x^5 - \frac{1}{8} m_x m_y^4 - \frac{1}{4} m_x^3 m_y^2, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} m_y m_z = m_y - \frac{1}{2} m_y^3 - \frac{1}{2} m_y m_x^2 - \\ - \frac{1}{8} m_y^5 - \frac{1}{8} m_y m_x^4 - \frac{1}{4} m_y^3 m_x^2. \end{aligned} \quad (14)$$

Учитывая, что компоненты прецессии m_x и m_y смещены друг относительно друга по фазе на $\pi/2$, а также пользуясь формулами преобразования произведения тригонометрических функций в сумму при временной зависимости вида $\exp(i\omega t)$, видим, что в разложениях вида (13), (14) присутствуют члены, содержащие только тройную и пятикратную частоты, тогда как удвоенная и учетверенная частоты отсутствуют. При равенстве амплитуд обеих компонент, т.е. при $m_{0x} = m_{0y} = m_0$, что имеет место при круговой поляризации, оба выражения (13), (14) сводятся к следующему:

$$m_{x,y} m_z \Big|_{m_{0x}=m_{0y}} = \frac{3}{8} m_0 \cos(\omega t). \quad (15)$$

Однако в случае линейной поляризации амплитуды компонент намагниченности различны, т.е. $m_{0y} = a m_{0x}$, где $a \neq 1$. Контрольная проверка показывает, что при поляризации переменного

поля вдоль оси Oy величина $a = 1.5$, тогда из (13), (14) получаем

$$m_{x,y}m_z = m_0 [0.1162 \cos(\omega t) + 0.2710 \cos(3\omega t) - 0.0122 \cos(5\omega t)]. \quad (16)$$

Видно, что здесь присутствуют составляющие тройной и пятикратной частот, причем амплитуда третьей гармоники почти в три раза превышает амплитуду основной частоты (составляет около 71%), а амплитуда пятой – соответственно в десять раз меньше амплитуды основной (около 10%). В то же время составляющие второй и четвертой гармоник полностью отсутствуют.

Таким образом, необходимым условием реализации умножения с нечетной кратностью является различие амплитуд поперечных компонент вектора намагниченности, что и обеспечивается линейной поляризацией поля возбуждения. При этом выражение (16) не только качественно, но и количественно объясняет отмеченную в разд. 5 картину умножения частоты с нечетной кратностью (три и пять), а также отсутствие умножения с четной кратностью.

8. ИЗМЕНЕНИЕ КОНСТАНТЫ МАГНИТОУПРУГОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Главным фактором, обеспечивающим возможность преобразования частоты упругих колебаний, является магнитоупругое взаимодействие, характеризующее константой B_2 (см. разд. 1). Рассмотрим, как меняется характер упругих колебаний, возбуждаемых полем линейной поляризации при изменении величины этой константы. Интервал времени возьмем равным $(4.00-4.02) \times 10^{-7}$ с. Все параметры материала, кроме B_2 , положим равными таковым для ЖИГ. Для простоты исключим действие механизма высокого уровня (см. разд. 6), приняв, что амплитуда переменного поля h_{0x} равна 500 Э. При этом имеет место умножение только на 3 и 5, а для умножения с большей кратностью этого поля недостаточно (см. разд. 6).

На рис. 8 показаны зависимости x -компоненты полного размаха упругих колебаний от относительной величины константы магнитоупругого взаимодействия: $N = B_2/B_2$ (ЖИГ). Видно, что полный размах при кратности 3 (кривая 1) несколько превышает (примерно в два-три раза) таковой для кратности 5 (кривая 2), что согласуется с данными, приведенными выше, причем обе кривые по мере увеличения константы возрастают. Однако характер такого роста, начиная с критического значения $N_b \approx 20$ отн. ед., резко меняется. В двойном логарифмическом масштабе данное изменение выглядит как увеличение крутизны обеих кривых. Однако в соответствующем реальной пропорциональности линейном масштабе, пока-

занном на врезках, обе части кривых выше и ниже значения N_b с высокой точностью представляют собой прямые. Угловые коэффициенты таких прямых при $N < N_b$ (левая врезка) для кратностей 3 и 5 равны соответственно 0.5×10^{-9} и 0.07×10^{-9} см/отн. ед., а при $N > N_b$ (правая врезка) подобные величины составляют 0.6×10^{-10} и 0.5×10^{-10} см/отн. ед. То есть выше критического значения константы, которое соответствует N_b , реальная зависимость идет более полого, чем ниже этого значения.

Прямолинейность обсуждаемых зависимостей при изменении константы магнитоупругого взаимодействия отвечает тому факту, что колебания намагниченности по отношению к упругой системе являются вынуждающей силой, так что амплитуда вынужденных колебаний прямо пропорциональна величине такой силы. Это становится ясным, если учесть, что упругая система является линейной, так что такая пропорциональность представляет собой естественное свойство вынужденных колебаний линейных систем [26].

Математически это следует из уравнений (11) и (12), правая часть которых, являющаяся вынуждающей силой по отношению к упругим колебаниям, прямо пропорциональна константе B_2 . Однако видимый на рис. 8 перелом на границе соприкосновения между прямолинейными зависимостями свидетельствует о различии механизмов, обеспечивающих преобразование по разные стороны от критической точки N_b .

Рассмотрим подробнее, как меняется эффективность преобразования частоты упругих колебаний при тех же условиях. На рис. 9 показаны зависимости эффективности преобразования от относительной величины константы магнитоупругого взаимодействия: $N = B_2/B_2$ (ЖИГ). Из рисунка видно, что преобразование имеет место начиная с самых малых величин константы (проверено до $N = 10^{-10}$ отн. ед.). При этом эффективность преобразования сохраняется постоянной до $N = 2$, после чего снижается. Некоторый подъем эффективности при кратности $n = 5$ (кривая 2) в окрестности $N = 5$, отсутствующий при кратности $n = 3$ (кривая 1), по-видимому, обусловлен некоторым усложнением процесса преобразования при повышении кратности и для общего хода кривых решающим не является.

Характерный момент здесь – резкое снижение эффективности преобразования до величины порядка $S_n = 0.1$ отн. ед. и менее при $N > 20$ отн. ед., что как раз соответствует критической величине N_b , при которой кривые на рис. 8 претерпевают излом. Фактически это означает, что начиная с этого значения константы преобразование уже

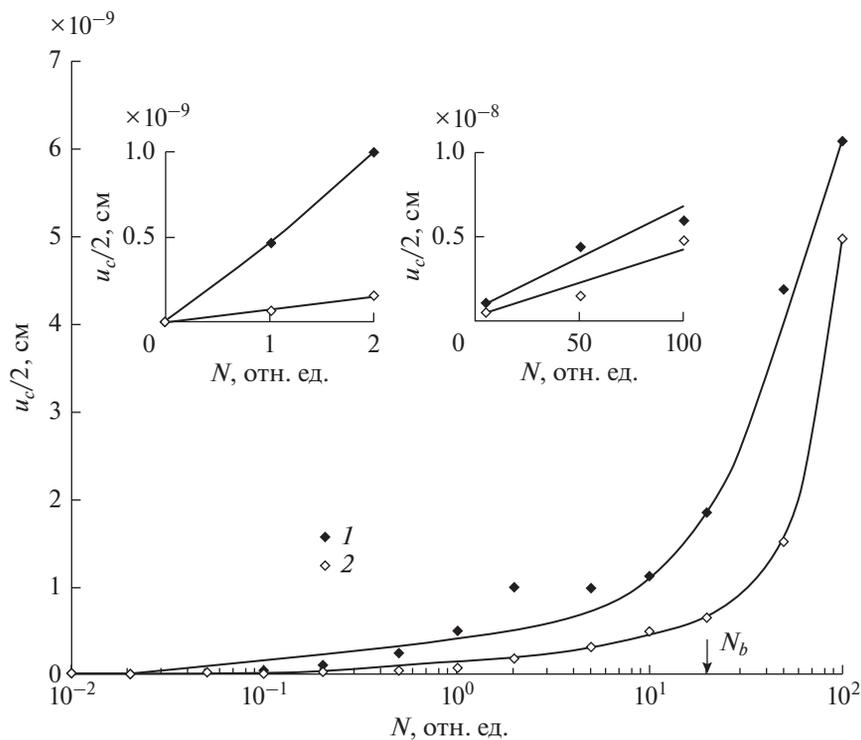


Рис. 8. Зависимость x -компоненты полного размаха упругих колебаний от относительной величины константы магнитоупругого взаимодействия: $N = B_2/B_2$ (ЖИГ). Длительность интервала наблюдения 2×10^{-9} с. Кратность умножения: $n = 3$ (1) и 5 (2). На врезках – участки тех же зависимостей в линейном масштабе.

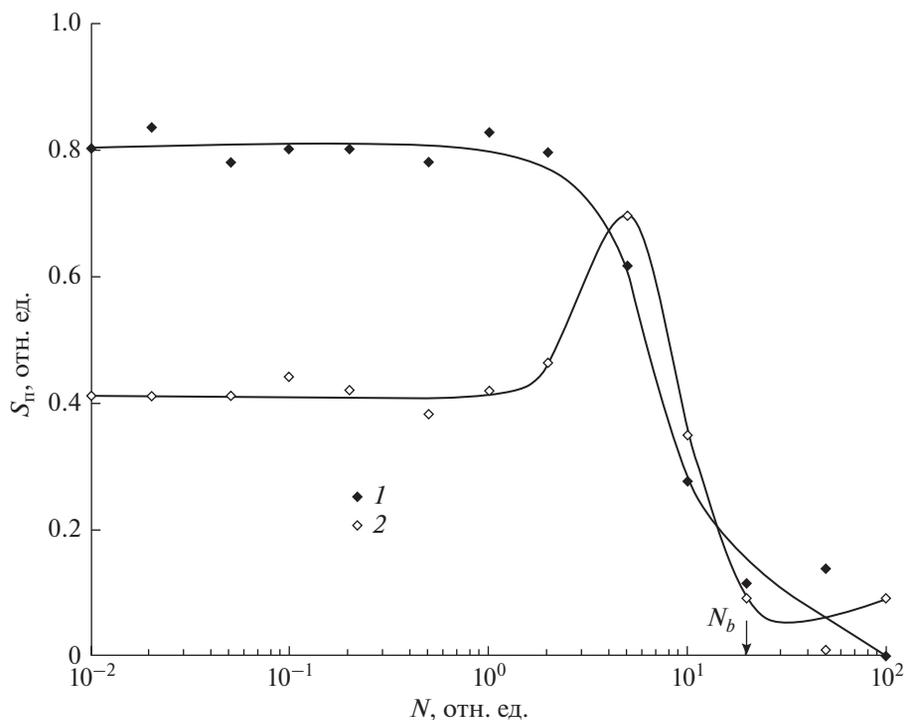


Рис. 9. Зависимость эффективности преобразования частоты упругих колебаний от относительной величины константы магнитоупругого взаимодействия: $N = B_2/B_2$ (ЖИГ). Длительность интервала наблюдения 2×10^{-9} с. Кратность умножения $n = 3$ (1) и 5 (2).

практически не реализуется, а упругие колебания происходят на частоте возбуждения.

Из такого характера поведения эффективности преобразования в зависимости от B_2 также можно сделать вывод о различии механизмов преобразования выше и ниже критической величины N_b . Так, при $B_2 < N_b$, по-видимому, реализуется отмеченный выше простой механизм вынужденного возбуждения линейной системы. В пользу его тривиальности свидетельствует независимость эффективности преобразования от величины константы B_2 , проявляющаяся в горизонтальном ходе кривых 1 и 2 на рис. 9 в этом интервале. То есть здесь возбуждение происходит в полном соответствии с уравнениями (11) и (12), содержащими константу B_2 в виде коэффициента при вынуждающей силе. Однако при $B_2 > N_b$ реализуется другой механизм, обусловленный весьма сильной (большей критической) связью магнитной и упругой систем. Так, при большой величине константы равновесное положение намагниченности, благодаря магнитоупругому взаимодействию, отклоняется от нормали к плоскости пластины на значительные углы (десятки градусов) [27]. Исследование показывает, что в этом случае намагниченность прецессирует уже вблизи плоскости пластины, а довольно большая величина поля возбуждения обеспечивает условия, близкие к переориентации, подобной описанной в работе [27], состоящей в периодическом изменении знака z -компоненты намагниченности. Можно полагать, что при этом традиционный механизм возбуждения (11), (12) нарушается, преобладающее значение в составе упругих колебаний приобретает первая составляющая решения полной задачи [14], которая характеризует колебания положения равновесия, происходящие с частотой возбуждающего поля. В результате эффективность преобразования падает и упругие колебания приобретают характер, близкий к прямоугольному с заметной примесью более высоких частот.

В ходе дополнительного исследования было выявлено, что при N больше 50 отн. ед. переориентация приобретает хаотический характер, причем эффективность преобразования падает почти до нуля. Характерные времена переориентации составляют порядка 10^{-10} с. Колебания происходят на частоте, близкой к основной, с сильной примесью умноженной, причем их синхронизм с полем возбуждения отсутствует, а амплитуда модулируется случайным образом с промежутками времени в несколько раз превышающими период поля возбуждения (от 2 до 20 раз).

9. РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Таким образом, можно сформулировать некоторые условия, необходимые для наблюдения описанных эффектов в эксперименте. Прежде всего отметим, что большинство численных расчетов выполнено при типичных параметрах широко распространенного материала — ЖИГ. Исключением является разд. 8, в котором изменение константы магнитоупругого взаимодействия рассмотрено в широком диапазоне значений. Однако с точки зрения эффективности преобразования, как это видно из рис. 9, величина константы B_2 для ЖИГ ($N = 1$) является достаточной и только при дальнейшем увеличении этой константы эффективность начинает снижаться. Таким образом, можно полагать, что для наблюдения описанных эффектов ЖИГ является материалом, вполне подходящим.

Однако для наблюдения эффектов, проявляющихся при значительно большей константе магнитоупругости, чем у ЖИГ (см., например, рис. 7 и 9), более удобным может явиться другой материал, например тербиевый феррит-гранат (ТбФГ), у которого эта константа превышает таковую для ЖИГ более чем в пять раз [3]. Более того, намагниченность ТбФГ меньше намагниченности ЖИГ примерно в шесть раз [3], так что описываемые здесь явления могут происходить при значительно меньшем возбуждающем поле. Переориентация вектора намагниченности также происходит по полю в значительно более благоприятных условиях, чем в ЖИГ [27], так что ТбФГ наряду с ЖИГ вполне может рассматриваться как перспективный материал для наблюдения описанных явлений.

Отметим далее, что необходимым условием реализации умножения частоты является выбор толщины пластины равной резонансной для умноженной частоты. При принятой в данной работе частоте возбуждения 2800 МГц резонансная толщина для основной моды составляет 0.6865 мкм, т.е. при умножении на три толщина должна составлять 0.2288 мкм, а при умножении на пять — 0.1373 мкм. Вообще говоря, изготовление пленок ЖИГ такой толщины методом жидкофазной эпитаксии труда не составляет, однако при этом пленки выращиваются на подложках значительно большей толщины (доли миллиметра), причем упругие свойства подложек (как правило, гадолиний-галлиевый гранат), довольно близки к таковым для ЖИГ. Поэтому упругий резонанс на толщине пленки выражен слабее, чем должен был бы реализоваться в отсутствие подложки. Таким образом, можно рекомендовать в качестве подложки выбирать такой материал, упругие параметры которого отличаются от параметров ЖИГ в максимальной сте-

пени. Возможность такого выбора определяется технологией выращивания пленок ЖИГ.

Другим моментом, требующим отдельного рассмотрения, является возможность создания магнитных СВЧ-полей большой напряженности (десятки и сотни эрстед). Для оценки воспользуемся формулой, связывающей мощность волны, распространяющейся в волноводе, с ее магнитным полем [28]:

$$\bar{P} = \frac{Z}{2} \int_S H^2 ds, \quad (17)$$

где Z – импеданс материала внутри волновода, S – площадь поперечного сечения волновода. Полагая $Z = 377$ Ом (свободное пространство), $S = 3$ см² (типичное сечение стандартного волновода при $\lambda = 3$ см) и выражая из этой формулы поле H , при мощности $P = 1$ Вт (типичная мощность при исследовании нелинейного ферромагнитного резонанса [6, 23]), находим, что поле внутри волновода равно 0.05 Э. При использовании резонатора поле может быть на два порядка больше, т.е. достигать 5 Э. Внутри феррита с учетом магнитной проницаемости при резонансе поле может быть еще на два порядка больше и достигать сотен эрстед и более.

При мощности $P = 10$ кВт (типичная мощность для невзаимных ферритовых устройств) поле увеличивается также на два порядка. Однако чтобы избежать нагревания феррита, здесь необходимо использовать импульсный режим. При этом длительность импульса должна превышать время упругой релаксации, т.е. быть больше 2×10^{-7} с, что в реальных устройствах [6, 23], как правило, выполняется.

Другой путь повышения поля возбуждения состоит в переходе к волноведущим структурам полоскового типа, в первую очередь к щелевым линиям, позволяющим локализовать магнитное СВЧ-поле в весьма малом объеме (доли мм³). Так, в [29, 30] приведены результаты экспериментов по возбуждению СВЧ-полей, достаточных для зарождения цилиндрических магнитных доменов, то есть десятки и сотни эрстед, при которых углы поворота вектора намагниченности достигают 150°, так что имеет место переориентация. Благодаря высокой концентрации поля такое возбуждение может быть осуществлено в непрерывном режиме, т.е. импульсный режим не требуется.

Таким образом, из приведенных оценок делаем вывод, что для успешного наблюдения описанных в данной работе явлений можно использовать резонатор в сочетании с импульсным режимом высокой мощности или щелевую полосковую линию с высокой концентрацией поля.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В схеме магнитострикционного преобразователя рассмотрены связанные колебания намагниченности и упругого смещения в нормально намагниченной ферритовой пластине, возбуждаемые переменным полем линейной поляризации, частота которого совпадает с частотой ферромагнитного резонанса магнитной подсистемы. Показано, что в случае, когда резонансная частота упругой подсистемы в кратное число раз превышает резонансную частоту магнитной подсистемы, возможно возбуждение упругих колебаний на частоте упругого резонанса, что представляет собой процесс умножения исходной частоты в кратном отношении.

Выполнено сравнение умножения частоты в режиме релаксации с рассматриваемым в данной работе умножением в непрерывном режиме. Показано, что для реализации умножения в непрерывном режиме необходима линейная поляризация возбуждающего поля, причем эффективность преобразования в этом случае в несколько раз превышает таковую в режиме релаксации. Важным преимуществом линейной поляризации является возможность преобразования в любой достаточно протяженный промежуток времени, тогда как в режиме релаксации время реализации преобразования ограничено временем релаксации упругих колебаний.

Показано, что в непрерывном режиме умножение частоты возможно только с нечетной кратностью, причем эффективнее всего оно происходит при умножении на 3, несколько слабее на 5 и еще слабее на 7 и 9.

Рассмотрены зависимости полного размаха и эффективности преобразования от амплитуды возбуждающего поля. Выявлены два принципиально различающихся режима возбуждения – низкого и высокого уровня. Определены два критических значения переменного поля: первое – при котором происходит переход между режимами, и второе – при котором дальнейший рост как полной амплитуды, так и эффективности преобразования прекращается, достигая насыщения. Показано, что умножение на 3 и 5 происходит уже в режиме низкого уровня, тогда как умножение на 7 и 9 требует только высокого уровня возбуждения.

Рассмотрены механизмы низкого и высокого уровней возбуждения. Показано, что в режиме низкого уровня возбуждения намагниченность прецессирует вокруг постоянного поля, приложенного по нормали к плоскости магнитной пластины. При этом поперечные компоненты намагниченности колеблются по синусоидальному закону с частотой возбуждения, а продольная – с соответственно удвоенной частотой. Параметрический портрет имеет вид правильного эллипса, различие осей ко-

торого определяется линейным характером поляризации возбуждающего поля.

В режиме высокого уровня возбуждения переменное поле настолько велико, что намагниченность прецессирует вокруг равнодействующей переменного и постоянного полей с частотой, определяемой величиной этой равнодействующей. При этом поперечные компоненты намагниченности опять-таки колеблются с частотой возбуждающего поля, однако теперь на вершине каждого полупериода синусоиды появляется синусоидальная “рябь” с частотой прецессии вокруг равнодействующей поля. Продольная составляющая колеблется с частотой “ряби”, таким образом, что в течение каждого полупериода возбуждения ее знак меняется. Параметрический портрет имеет вид двух разнесенных по сторонам эллипсов, соединенных тонкими мостиками, так что эллипсы соответствуют колебаниям намагниченности внутри каждого полупериода возбуждающего поля, мостики — перескоку с одного полупериода на другой.

Рассмотрен механизм, ответственный за умножение частоты с нечетной кратностью. Показано, что в основе механизма относительно упругих колебаний лежит вынуждающая сила, определяемая произведением одной из поперечных компонент намагниченности на продольную. При этом в составе частотного спектра такого произведения присутствуют гармоники только третьего и пятого порядка, причем необходимым условием реализации умножения является неравенство амплитуд двух поперечных компонент намагниченности, которое обеспечивается линейным характером поляризации поля возбуждения.

Исследован характер преобразования частоты в зависимости от величины константы магнитоупругого взаимодействия. Показано, что полный размах колебаний при увеличении константы возрастает линейным образом, что связано с линейной зависимостью вынуждающей силы упругих колебаний от этой константы. Однако линейная зависимость при определенном критическом значении константы претерпевает резкий излом, после чего ее наклон существенно уменьшается. Эффективность преобразования до критического значения от величины константы не зависит и сохраняется постоянной, после чего спадает, стремясь к нулю. Для интерпретации поведения обеих зависимостей ниже критического значения константы предложен механизм вынужденных колебаний, а выше — другой механизм, состоящий в колебательном характере движения равновесного положения намагниченности, близкого к режиму переориентации.

По результатам работы даны рекомендации для наблюдения описанных явлений в эксперименте. Отмечено, что в качестве материала для

магнитной пластины может использоваться железиттриевый гранат, выполненный в виде тонкой пленки, а для создания переменного поля может использоваться волноводный резонатор или щелевая линия с высокой концентрацией поля.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Авторы признательны В.С. Власову (Сыктывкарский государственный университет) за помощь на предварительных этапах и постоянное стимулирующее внимание к работе.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 14-22-00279).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кичуци Е. Ультразвуковые преобразователи. М.: Мир, 1972.
2. Голямина И.П. Физика и техника мощного ультразвука. Кн.1. Источники мощного ультразвука. М.: Наука, 1967.
3. Ле-Кроу Р., Комсток Р. // Физическая акустика / Под ред. Мэзона У. Т. 3Б. Динамика решетки. М.: Мир, 1968. С. 156.
4. Bommel H.E., Dransfeld K. // Phys. Rev. Lett. 1959. V. 3. № 2. P. 83.
5. Spencer E.G., Denton R.T., Chambers R.P. // Phys. Rev. 1962. V. 125. № 6. P. 1950.
6. Моносов Я.А. Нелинейный ферромагнитный резонанс. М.: Наука, 1971.
7. Захаров В.Е., Львов В.С., Старобинец С.С. // Успехи физ. наук. 1974. Т. 114. № 4. С. 609.
8. Гуляев Ю.В., Зильберман П.Е., Темирязов А.Г., Тихомирова М.П. // РЭ. 1999. Т. 44. № 10. С. 1262.
9. Гуляев Ю.В., Зильберман П.Е., Темирязов А.Г., Тихомирова М.П. // ФТТ. 2000. Т. 42. № 6. С. 1062.
10. Семенцов Д.И., Шутый А.М. // Успехи физ. наук. 2007. Т. 177. № 8. С. 831.
11. Власов В.С. Исследование релаксационной и нелинейной динамики магнитных и магнитоупругих колебаний пленок и частиц. Дис. ... канд. физ.-мат. наук. М.: МГУ, 2007. 149 с.
12. Карпачев С.Н., Власов В.С., Котов Л.Н. // Вестник МГУ. Сер. 3. 2006. № 6. С. 60.
13. Власов В.С., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. // Сб. тр. XVI Междунар. конф. “Радиолокация и радиосвязь”. Москва—Фирсановка. 11–16 ноября 2008. М.: Издательский дом МЭИ, 2008. С. 197.
14. Власов В.С., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. // РЭ. 2009. Т. 54. № 7. С. 863.
15. Власов В.С., Шавров В.Г., Щеглов В.И. // РЭ. 2014. Т. 59. № 5. С. 482.
16. Власов В.С., Шавров В.Г., Щеглов В.И. // Сборник трудов XXII Международной конференции “Электромагнитное поле и материалы”. М.: НИУ МЭИ, 2014. С. 139.
17. Власов В.С., Шавров В.Г., Щеглов В.И. // Сборник трудов XXII Международной конференции “Элек-

- ромагнитное поле и материалы”. М.: НИУ МЭИ, 2014. С. 153.
18. *Власов В.С., Шавров В.Г., Щеглов В.И.* // Электронный “Журнал радиоэлектроники”. 2015. № 9. <http://jre.cplire.ru/jre/sep15/4/text.pdf>.
 19. *Власов В.С., Шавров В.Г., Щеглов В.И.* // Электронный “Журнал радиоэлектроники”. 2015. № 9. <http://jre.cplire.ru/jre/oct15/1/text.pdf>.
 20. *Шавров В.Г., Щеглов В.И.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 9. С. 911.
 21. *Шавров В.Г., Щеглов В.И.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 5. С. 470.
 22. *Ayres W.P., Vartanian P.H., Melchor J.L.* // J. Appl. Phys. 1956. V. 27. № 2. P. 188.
 23. *Гуревич А.Г., Мелков Г.А.* Магнитные колебания и волны. М.: Физматлит, 1994.
 24. *Моносов Я.А., Сурин В.В., Щеглов В.И.* // Письма в ЖЭТФ. 1968. Т. 7. № 9. С. 315.
 25. *Шавров В.Г., Щеглов В.И.* // ПЖТФ. 2016. Т. 42. № 9. С. 25.
 26. *Мигулин В.В., Медведев В.И., Мустель Е.Р., Парыгин В.Н.* Основы теории колебаний. М.: Наука, 1978.
 27. *Власов В.С., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И.* // РЭ. 2010. Т. 55. № 6. С. 689.
 28. *Никольский В.В., Никольская Т.И.* Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука, 1989.
 29. *Dötsch H.* // AIP Conf. Proc. 1976. V. 29. P. 78.
 30. *Малоземов А., Слозуски Дж.* Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами. М.: Мир, 1982.