

УДК 537.8+621.37+621.396.67

ФРАКТАЛЬНАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАЛЫХ ФРАКТАЛЬНЫХ АНТЕННЫХ УСТРОЙСТВ И ФРАКТАЛЬНЫХ 3D МИКРОПОЛОСКОВЫХ РЕЗОНАТОРОВ ДЛЯ СОВРЕМЕННЫХ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ ИЛИ МНОГОДИАПАЗОННЫХ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

© 2019 г. А. А. Потапов*

*Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
Российская Федерация, 125009 Москва, ул. Моховая, 11, стр. 7*

**E-mail: potapov@cplire.ru*

Поступила в редакцию 02.04.2014 г.

После доработки 15.06.2018 г.

Принята к публикации 25.06.2018 г.

Обзор посвящен основным результатам, полученным по международной программе исследования FRACTALCOMS, в области фрактальной электродинамики, проектирования современных сверхширокополосных или многодиапазонных фрактальных антенн и других основных электродинамических структур в целях прорывных инфокоммуникационных технологий. Представлены перспективные направления дальнейших исследований. Кратко изложены основные результаты, полученные автором в научно-исследовательских институтах России и Китая по рассматриваемым радиоэлектронным и радиофизическим направлениям на основе теории фракталов и скейлинговых эффектов.

DOI: 10.1134/S0033849419060068

ВВЕДЕНИЕ

Антенные устройства – неотъемлемая часть любой радиотехнической системы. В настоящее время антенная техника получила широкое развитие, существует громадное многообразие антенн, объединенных для целей классификации и унификации в соответствующие классы структур (см., например, [1–12]). Ключевыми проблемами теории и техники антенн всегда являются уменьшение их размеров, широкое регулирование электромагнитных характеристик и расширение рабочей полосы частот. Геометрические размеры антенны, по сути дела, определяются длиной рабочей волны и, в свою очередь, влияют на массогабаритные характеристики радиосистемы. Исключительное значение приобрели широкополосные и сверхширокополосные антенны, теория и практика которых стали самостоятельным разделом антенной техники, имеющим чрезвычайно большое практическое значение [2–4, 7–11].

По мере появления и развития мобильных устройств коммуникации главными задачами разработчиков стали миниатюризация и повышение качества связи. За истекшее время габариты и вес типичного устройства связи, такого как мобильный телефон, были уменьшены на порядки.

Это произошло благодаря стремительному развитию технологии производства полупроводниковых сверхбыстродействующие интегральные схемы, позволяющих в значительной мере сократить количество дискретных элементов, а также сопутствующих технологий. К последним можно отнести автоматизированный поверхностный монтаж, производство многослойных печатных плат и т.д.

Немаловажную роль в процессе миниатюризации, по очевидным причинам, играет проектирование компактных, электрически малых приемопередающих антенн. Ученые всего мира продолжают усиленно заниматься исследованиями и поиском новых геометрий малых антенн, позволяющих снизить площадь, занимаемую ими в устройстве, сохраняя при этом требуемые характеристики добротности, частотного диапазона, диаграмму направленности (ДН), коэффициент направленного действия (КНД), потери на отражение и пр.

Многие исследователи, сравнивая и анализируя характеристики разных вариантов реализации малых антенн, заметили преимущества возникших в 80-е годы XX в. *фрактальных антенн* (см., например, [4, 9–61]). Как следует из названия, в основе геометрии данного вида антенн ле-

жит *фрактал*, т.е. кривая (*функция, множество, фрактальные матрицы* [9, 11, 61]), которая характеризуется свойством самоподобия, или скейлинга. Из математики известно, что “чистый” (математический) фрактал имеет размерность, строго большую топологической. Отсюда следует, что антенна с такой геометрией имела бы в идеальном случае бесконечную электрическую длину.

Разумеется, реализовать подобную топологию физически не представляется возможным, хотя бы потому, что реальный проводник имеет конечную ширину и занимает конечную площадь. Поэтому здесь понятие фрактал удобно заменить понятием *предфрактал*, который в отличие от фрактала имеет конечное число итераций, что означает *скейлинг фигуры в ограниченном масштабе*. Но даже и в этом случае после нескольких итераций удастся получить довольно длинный проводник, размещенный на достаточно малой площади.

Свойства фракталов и предфракталов активно исследуются применительно к реализации электродинамически малых антенн. На данный момент (в основном в трудах зарубежных ученых) имеется огромное множество теоретических и экспериментальных данных о резонансных, направленных и других характеристиках фрактальных антенн [4, 9–61].

Следует отметить результаты фундаментальных трудов консорциума ученых в рамках международного проекта FRACTALCOMS [62, 63]. В результате данного проекта были успешно проведены разносторонние исследования фрактальных антенн, включающие сравнительный анализ не только многих вариантов фрактальных геометрий, но и фрактальных антенн с иными вариантами геометрии, среди которых как простые фигуры, так и нефрактальные кривые, заполняющие пространство. Исследователи проекта FRACTALCOMS предложили и аналитические выражения, описывающие волновые процессы, протекающие во фрактальной антенне, а также переформулировали уравнения Максвелла для случая фрактальных поверхностей. Особое внимание уделено численному моделированию фрактальных антенн, рассмотрено несколько методик, дана сравнительная их характеристика, разработан новый способ разбиения фрактальных объектов на конечные элементы, что, несомненно, полезно не только для моделирования, но и для автоматизации проектирования таких антенн.

Перед разработчиками электродинамически или *электрически малых антенн* (здесь можно говорить о микро- и наноантеннах [32, 58, 61]) нередко ставится задача, подразумевающая создание антенны, эффективно работающей в нескольких диапазонах частот, характерных для различных протоко-

лов связи (GSM, Wi-Fi и прочих). Как известно, малые антенны имеют сравнительно высокую добротность, что неизбежно влечет сужение полосы пропускания, и поэтому антенна не может одновременно охватить требуемые частоты (к примеру, 1.8 и 2.4 ГГц). В связи с этим проектировщик вынужден прибегать к введению в устройство нескольких отдельных антенн, что может стать причиной увеличения общих габаритных размеров устройства.

Цель работы – представить основные результаты, полученные в современных крупномасштабных международных исследованиях в области фрактальной электродинамики, в проектировании фрактальных антенн и фрактальных электродинамических структур для современных комплексированных информационных радиотехнических систем многофункционального назначения.

Также кратко освещены и некоторые фундаментальные результаты современных *фрактально-скейлинговых методов*, открытых, предложенных и широко развиваемых в ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН (г. Москва) [9–12] и сейчас набирающих темп в России, в странах бывшего СССР, а также в Китае в Международной лаборатории “Информационные технологии и фрактальная обработка сигналов” (под руководством автора). Опыт таких исследований достаточно интересен для отечественной фундаментальной науки и соответствующей интеграции ее с практикой.

1. ФРАКТАЛЫ В ОБЛАСТИ ТЕОРИИ АНТЕНН И В ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

Фрактальная геометрия, созданная Б. Мандельбротом [64–67], является продолжением и развитием классической геометрии. Ее внедрение предоставляет современным инженерам и ученым беспрецедентные возможности для изучения неограниченного количества физических конфигураций и процессов, ранее просто недоступных для исследований и различных приложений.

Усилия многочисленных исследователей всего мира, направленные на объединение фрактальной геометрии с электромагнитной теорией, привели к появлению новых инновационных конструкций антенн. Теоретические результаты показали, что по мере увеличения числа итераций фрактала происходит увеличение эффективной длины излучающей системы и, естественно, уменьшение резонансной частоты. В отличие от традиционных подходов, когда синтезируются гладкие структуры излучения антенн, теория фрактального синтеза базируется на принципах дробной меры и скейлинга, т.е. характеристики излучения

теоретически инвариантны масштабу (*пространственному или частотному*) [9–12, 64–68].

В зарубежной литературе прочно утвердился термин “фрактальная электродинамика”, в которой исследуются вопросы распространения волн во фрактальных средах, физические и математические модели фрактальных электродинамических направляющих структур, а также фрактальные антенны [69–73]. Достаточно продолжительный опыт анализа и синтеза фрактальных антенн показал их принципиальную широкополосность и многодиапазонность. Иначе говоря, *фрактальная электродинамика* – это область исследований, в которой на основе комбинирования концепций фрактальной геометрии с классической теорией электромагнетизма ставятся и решаются принципиально новые проблемы излучения, рассеяния и распространения волн. Сведения о фрактальных антеннах появились в зарубежных работах с конца 80-х годов XX в. [13].

В России данные вопросы рассматриваются преимущественно в рамках созданного автором 40 лет назад фундаментального направления “Фрактальная радиофизика и фрактальная радиоэлектроника: проектирование фрактальных радиосистем” в ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН [9–12, 29, 31, 32, 36, 38, 41–45, 58–61, 68, 74–103].

В конце 80-х годов XX в. автором совместно с ЦКБ “Алмаз” были выполнены первые разработки и проектирование таких необычных (для того времени) фрактальных антенных структур (в частности, был изготовлен действующий макет фрактальной щелевой решетки в диапазоне миллиметровых и сантиметровых волн) для переносного твердотельного двухчастотного когерентного радиолокатора на параметронах со сложным фазоманипулированным сигналом сверхбольшой базы (рис. 1) [104–110].

Работа фрактальных антенн достигается через геометрию проводников, а не через накопление отдельных компонентов или элементов (как в классических антеннах), что в последнем случае увеличивает сложность и потенциальные точки отказа. Анализ показывает, что существует пока два активных направления исследований во фрактальной технической электродинамике: 1) фрактальные апертуры, 2) использование фракталов в разработке антенных решеток.

Фрактальные антенны позволяют создать многополосные варианты с уменьшенным размером и часто оптимальную или “шикарную” технологию таких устройств. Несомненным достоинством фрактальных антенн (монополей и диполей) является то, что они нередко имеют меньшие резонансные частоты по сравнению с классическими (евклидовыми) антеннами тех же размеров. Врожденные широкополосные качества фрактальных антенн идеальны для интел-

лектуальных приложений, в частности, при защите информации.

Области применения фрактальных антенн: современные телекоммуникации, широкополосная и нелинейная радиолокация, системы поиска, локализации и трассировки мобильных объектов, пеленгация в сложных городских условиях, определение местоположения несанкционированных источников радиоизлучения при борьбе с террористами, оперативная связь в войсках, маркеры на различных предметах, космическая связь, современный физический эксперимент и т.п.

Чрезвычайный широкополосный охват частот плюс компактные универсальные форм-факторы позволяют фрактальным антеннам контролировать коммуникации при распознавании сигналов, не обнаруживая себя. Широкополосные фрактальные антенны способствуют появлению передовых мобильных тактических коммуникаций, поскольку сочетают полосу пропускания, способность к взаимодействию, регулирование мощности и компактную форму.

В частности, сравнительно недавно возникшая “мода” на технологии MIMO [111–113] (Multiple Input – Multiple Output, множественный ввод – множественный вывод) неизбежно будет использовать *фрактальные антенны* в их различном исполнении и *фрактально-скейлинговые алгоритмы обработки пространственно-временной информации* (для технологий MIMO все это было предложено автором еще в 1999 г.) [11, 113].

3. КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА И СОДЕРЖАНИЕ ПРОЕКТА FRACTALCOMS

Один из крупнейших мировых проектов по фрактальным антеннам FRACTALCOMS, в котором принимали участие ученые из таких учреждений как Каталонский политехнический университет [114], Римский университет [115], Швейцарская федеральная политехническая [116], Университет Гранады [117], Международный центр численных методов в инженерии [118]. Работа непосредственно над проектом была начата 1 декабря 2001 г.

Цель проекта FRACTALCOMS – это базовые исследования в области фрактальной электродинамики, направленные на определение пределов эффективности (как теоретической, так и практической) в высокой степени инновационных устройств с фрактальной структурой для радиотехнических систем будущего.

Были поставлены следующие задачи [62, 63].

1. Понимание фрактальных электродинамических явлений.
2. Фундаментальные ограничения фрактальных миниатюрных устройств.
3. Решение простых электромагнитных задач.

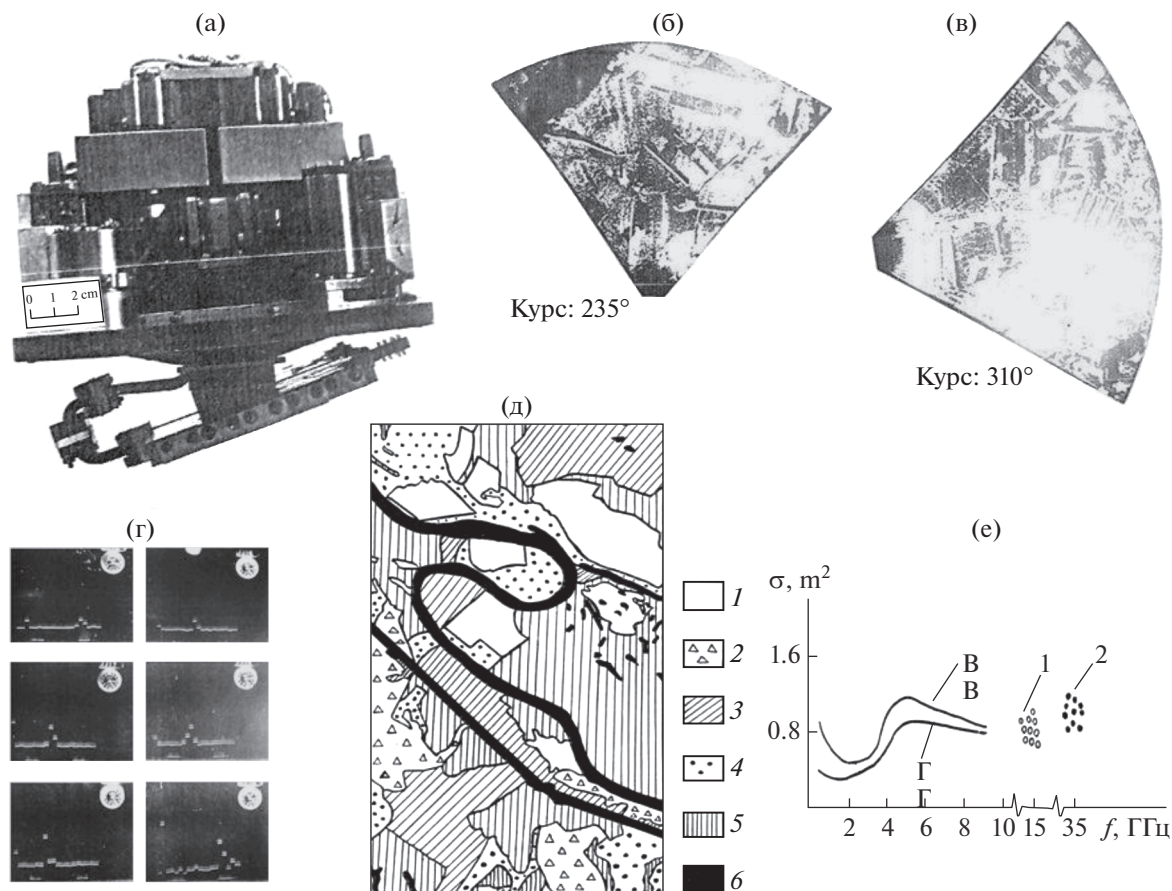


Рис. 1. Переносной твердотельный двухчастотный когерентный радиолокатор на параметронах со сложным фазоманипулированным сигналом сверхбольшой базы и с фрактальной щелевой решеткой в диапазоне ММВ и СМВ (а) и некоторые результаты натурных испытаний радиолокатора: б, в – первые радиолокационные изображения на длине волны 8.6 мм; г – характерные формы огибающей сигнала, отраженного характерными земными покровами; д – пример эталонной синтезированной карты неоднородной местности по энергетическим, текстурным и фрактальным признакам; е – средняя эффективная площадь рассеяния как функция частоты для горизонтальной (Г) и вертикальной (В) поляризаций, 1 и 2 – данные автора, который участвовал в натурном эксперименте в качестве “лоцируемого объекта” [108].

4. Формулировка EFIE (интегральных уравнений электрического поля) во фрактальных областях.

5. Расширенное разбиение фрактальных структур.

6. Формулировка численных методов для фрактальных структур.

7. Моделирование фрактальных структур: частотная область.

8. Моделирование фрактальных структур: временная область.

9. Разработка малогабаритных устройств фрактальной формы.

10. Технологические ограничения фрактальных устройств.

11. Конструкция прототипа и измерения.

Работоспособность классических антенн и пассивных СВЧ-устройств евклидовой геометрии

весьма чувствительна к размеру антенны относительно длины волны. Эти устройства, разрабатываемые для конкретной (узкой) полосы частот, оказываются бесполезны на других частотах. Синтез фрактальных широкополосных или многополосных антенн возможен, как отмечено выше, при использовании свойств самоподобия, или скейлинга фрактальных геометрических форм.

По причинам одинаковых геометрических электромагнитных ограничений для антенн евклидовых форм, работающих в ограниченном диапазоне длин волн, классические антенны и СВЧ-устройства не могут быть произвольно малы. Одним из свойств фрактальных форм, дающих возможность значительного уменьшения размера, независимо от электромагнитных и геометрических ограничений, является фрактальная размерность D . *Фрактальная кривая, заключенная в конечной площади или объеме теоретически имеет бесконечную длину!* На практике конструкция

фрактальной формы, хоть и не имеет бесконечную длину, однако может быть изготовлена произвольной длины, которая зависит от технологических возможностей. Это может способствовать разработке устройств, имеющих длину, равную длине волны, и вместе с тем занимающих меньший объем в сравнении с их евклидовыми аналогами.

Ограничения, накладываемые технологией производства, важны именно здесь, поскольку фракталы, по сути, — это пошаговая система итерированных функций (Iterated Function System, IFS), которые в теории требуют бесконечного числа итераций для получения уникальных свойств, таких как фрактальная размерность. Это ведет к тому, что фрактальная структура содержит детали и цепи бесконечно малого размера, что невозможно в практическом исполнении. Одна из целей исследования проекта — изучение эффективности устройств, получаемых конечным числом итераций IFS, что означает конечный наименьший конструктивный размер, удовлетворяющий ограничениям выбранной технологии изготовления.

В дополнение к технологическим ограничениям для миниатюризации устройств фрактальной формы существует также фундаментальный предел. Этот предел устанавливает наименьший размер устройства, способного работать в заданной полосе частот. На практике фундаментального предела невозможно достичь для конструкций евклидовой формы. Ограничение размера зависит от того, насколько эффективно конструкция занимает объем, в который она заключена, и поэтому фрактальные формы должны функционировать много лучше евклидовых. Другой целью рассматриваемого международного проекта FRACTALCOMS является оценка достижения фундаментального предела антеннами фрактальной формы.

Необходимо исследовать и другое потенциальное ограничение для фрактальных конструкций СВЧ — эффективность потерь. Этот параметр указывает на то, что электромагнитные поля и токи концентрируются в очень малых областях. Поскольку потери мощности имеют тепловой эффект, пропорциональный интегралу квадрата плотности электрического тока по длине поверхности конструкции, то концентрация тока на малых участках ведет к много большим потерям мощности, нежели прочие равномерные распределения тока. Данный эффект может иметь место в антеннах, что приводит к уменьшению усиления, и в СВЧ-фильтрах или резонаторах, обладающих поэтому довольно большими вносимыми потерями.

Как известно, математические инструменты, используемые для анализа антенн с евклидовой геометрией, весьма трудно (может быть, и невозможно) применить к фрактальным областям. Для

получения требуемых математических моделей необходимы общие усилия исследователей, специализирующихся в прикладной математике фрактальных структур и в теории электромагнетизма. По этой причине должен быть комплекс работ, посвященный математической формулировке электромагнитных полей во фрактальных областях с использованием фрактального векторного исчисления [62, 63].

Численное моделирование в данном проекте является просто необходимым для проверки и предсказания эффективности многих предлагаемых потенциально интересных геометрий. Конструкции фрактальной формы могут быть промоделированы даже вне технологических ограничений для целей предсказания производительности устройств, изготовленных по технологиям будущего. Численное моделирование во временной области позволяет визуализировать взаимодействие геометрии и электромагнитных полей, реализуя таким образом физическую интерпретацию излучения и резонансов предлагаемых структур. Поскольку существующие численные методы непригодны для работы с фрактальными конструкциями, необходима разработка полного пакета программ моделирования.

Результаты численного моделирования, особенно во временной области, окажут неоценимую помощь в физическом понимании электромагнитных явлений во фрактальных структурах, таких как излучение, рассеяние и резонанс.

Все отчеты и данные, собранные в ходе разработок проекта, доступны на интернет-ресурсе FRACTALCOMS: <http://www.tsc.upc.es/fractalcoms>.

4. ТЕОРИЯ ФРАКТАЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ. ПОНИМАНИЕ ЯВЛЕНИЙ ФРАКТАЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

А. О влиянии фрактальной размерности и топологии на эффективность излучения и добротность предфрактальных монополей

Фрактальная размерность должна оказывать серьезное влияние на эффективность излучения и добротность электрически малых антенн. Это влияние на ДН малых антенн не столь велико, так как их поведение совершенно аналогично поведению малых диполей. Тем не менее до сих пор нет практических доказательств, подтверждающих эту связь при работе с антеннами, имеющими собственные резонансы.

Было исследовано влияние фрактальной размерности на поведение монополярных антенн в части эффективности и добротности. Также проанализировано значение формы предфрактальных монополей с одной и той же фрактальной размерностью. Это исследование было проведено

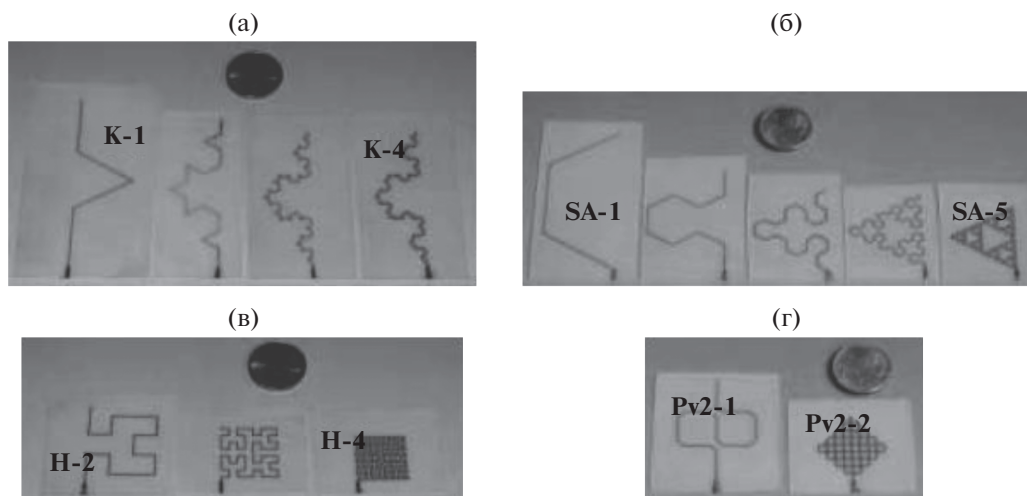


Рис. 2. Печатные фрактальные монополи, используемые при исследовании влияния фрактальной размерности D на эффективность излучения и добротность: монополи Коха (а), монополи “ковер” Серпинского (б), монополи Гильберта (в) и второй вариант монополя Пеано (г) [63].

на проводных 2D-монополях с собственным резонансом путем измерений диаграммы эффективности излучения и добротности, в зависимости от электрического размера антенны на резонансе. Результаты сравнивались с обыкновенным евклидовым четвертьволновым ($\lambda/4$) монополем. Диаграммы эффективности очень полезны для раскрытия поведения предфрактальных семейств.

Результаты показали, что технология производства позволяет изготавливать предфрактальные антенны высокого порядка, предварительные измерения согласуются с результатами моделирования предфракталов низкого порядка.

Б. Влияние фрактальной размерности

Влияние на эффективность излучения и добротность предфрактальной геометрии антенн проанализированы с помощью конструкций предфрактальных структур, имеющих ограниченную сходимость с фрактальными кривыми, размерность которых 1.26 (кривая Коха), 1.58 (“стрелка” Серпинского) и 2 (кривые Гильберта и Пеано).

Результаты моделирования показали, что увеличение порядка предфракталов означает снижение эффективности излучения и увеличивает добротность. Увеличение фрактальной размерности, хотя и означает лучшее заполнение пространства кривой, приводит к большим размерам монополей с меньшей эффективностью и большей добротностью даже на первых итерациях (порядках предфрактала).

Прототипы моделированных структур были выполнены печатным способом на стеклотекстолите по стандартной технологии производства печатных плат. Все монополи спроектированы

как антенны с собственным резонансом, так что они не требуют никакой внешней нагрузки для компенсации реактивной части их импеданса. Выводы по результатам измерений печатных антенн не отличаются от выводов по моделированию.

В. Влияние топологии

Было проведено исследование влияния топологии на эффективность излучения и добротность у предфрактальных проводных монополей с собственным резонансом с одинаковой фрактальной размерностью. До сих пор, т.е. до проекта FRACTALCOMS, последствия изменения топологии фрактала без изменения фрактальной размерности кривой не были проанализированы.

Несколько конструкций антенны Серпинского были промоделированы, фрактальная размерность всех антенн 1.58, но они имеют разные IFS генераторы и поэтому разную топологию. Также были проанализированы несколько проводных конструкций предфракталов с собственным резонансом и фрактальной размерностью 2 при использовании кривой Гильберта и кривой Пеано (три проекта) (рис. 2–4) [62, 63].

Результаты для обоих семейств предфракталов (фрактальные размерности D равны 1.58 и 2 соответственно) обнаружили их одинаковое поведение, когда форма фрактала представляет собой длинный проводник (подобно монополю Гильберта, вариантам 2 и 3 кривой Пеано и монополю “стрелка” Серпинского), а именно: увеличение числа итераций означает увеличение добротности и снижение эффективности, а также уменьшение электрического размера антенны на резонансе.

Когда топология определяется петлями (дельта- и Y-образный монополи Серпинского,

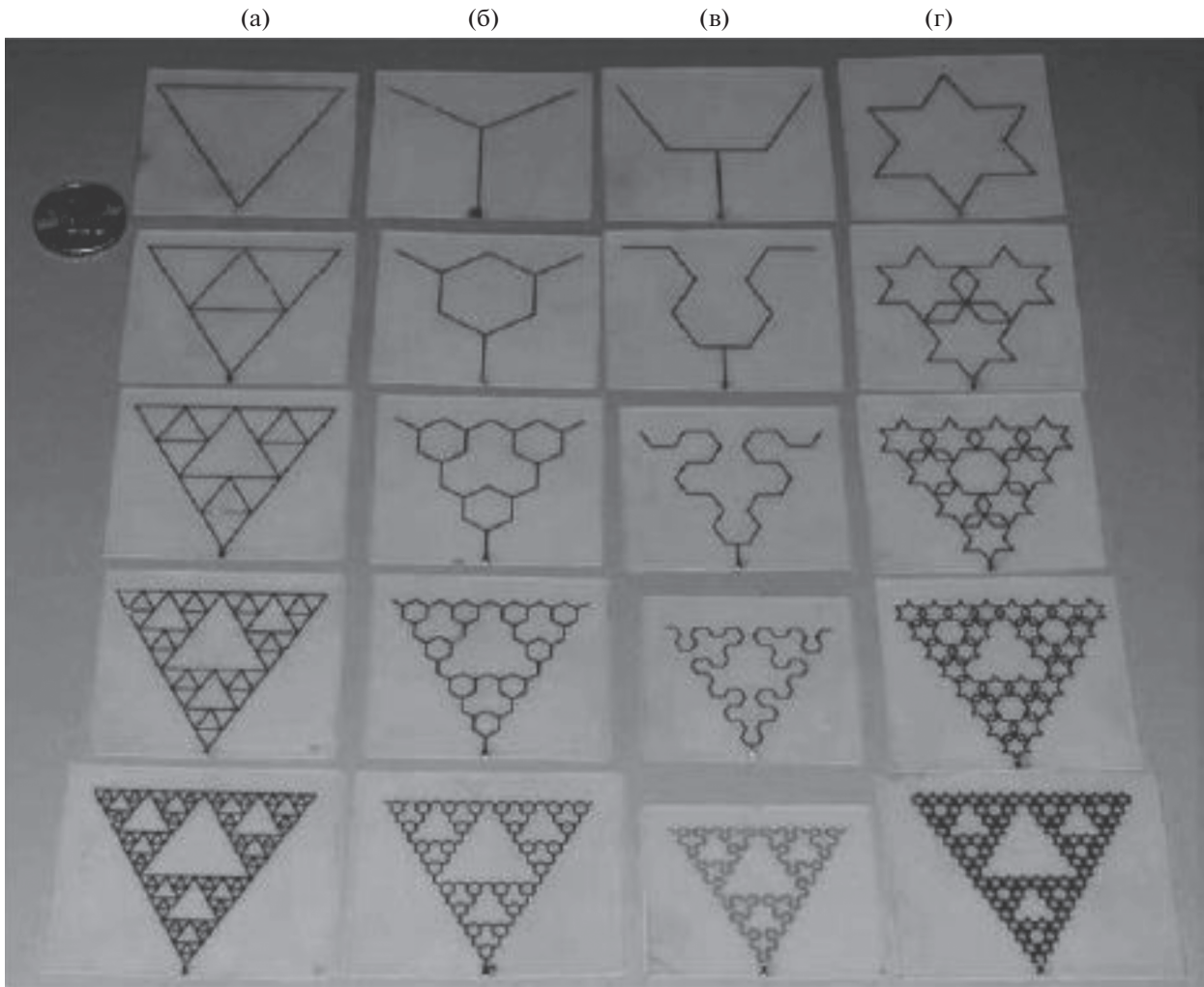


Рис. 3. Изготовленные предфракталы с фрактальной размерностью 1.58 в сравнении с монетой в 10 евроцентов: дельта-основанный монополю Серпинского (а), Y-основанный монополю Серпинского (б), монополю “стрелка” Серпинского (в) и монополю Коха-1–Серпинского (г) [63].

монополю Пеано), увеличение числа итераций означает снижение добротности, увеличение эффективности излучения и стремление к евклидовой структуре (ромбовидный монополю в случае кривых Пеано или треугольная антенна в случае монополей Серпинского). Сходимость этих пределов тем быстрее, чем больше число петель в структуре монополя.

Описанные выше структуры изготовлены в виде печатных монополей, с использованием обычной технологии изготовления печатных плат. Измеренные результаты показали снижение КПД η и повышение добротности Q при увеличении порядка (количества итераций) и фрактальной размерности больших проводных антенн. Если предфрактальные структуры включают петли, то при увеличении числа итераций и фрактальной размерности обнаруживается большая эффективность излучения и меньшая добротность. Тем не менее значительная степень миниатюризации не

может быть легко достигнута с использованием предфрактальных петель. Быстрая сходимость эффективности и стремление к известным евклидовым структурам (треугольные и ромбические монополю) также наблюдаются в этих случаях.

По полученным результатам можно сделать следующие выводы [63]:

1) топология имеет более сильное влияние на поведение малых предфрактальных проводных 2D-монополей в части эффективности потерь, чем фрактальная размерность;

2) при увеличении числа петель в структуре эффективность и широкополосность (величина, обратная добротности) представляется растущей, так же как и порядок предфрактала (число IFS итераций);

3) в отсутствие петель (замкнутых ломаных) каждая IFS итерация увеличивает длину и количество изгибов проводников и, следовательно, омические потери и количество остаточной энергии.

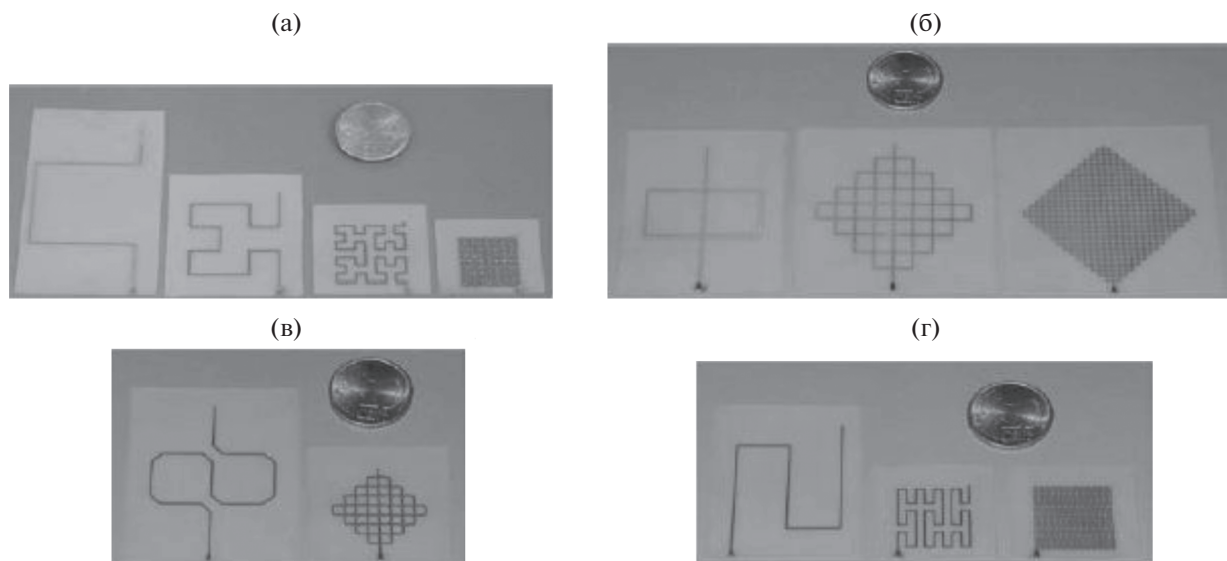


Рис. 4. Изготовленные предфракталы с размерностью 2: монополи Гильберта (а), монополи Пеано варианта 1 (б), монополи Пеано варианта 2 (в) и монополи Пеано варианта 3 (г) [63].

гии вокруг антенны увеличиваются (а это означает меньшую эффективность излучения и высокую добротность);

4) замечено, что результаты слабо зависят от длины питающего контакта монополя: предфракталы представляются хорошими емкостными нагрузками.

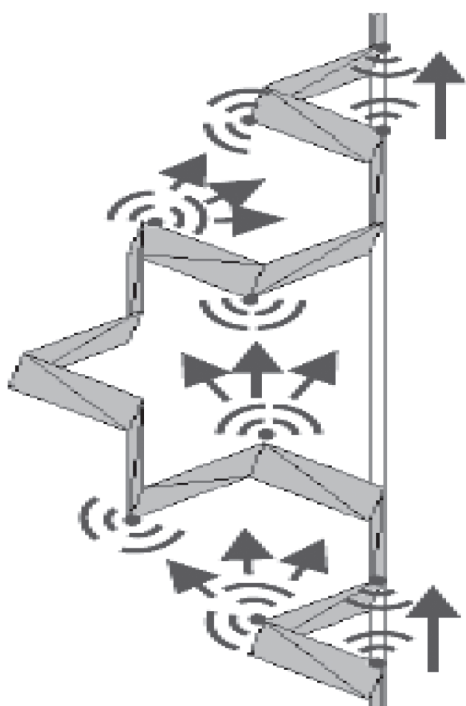


Рис. 5. Концепция короткого пути [63].

Г. О резонансной частоте миниатюрных предфрактальных антенн

Миниатюризация проводных антенн обычно означает размещение длинного проводника внутри малого объема. Необходимо достигнуть минимального размера антенны на заданной резонансной частоте, или, что эквивалентно, минимальной частоты резонанса при заданных размерах. Показано [62, 63], что резонансная частота монополя Коха уменьшается при увеличении числа фрактальных итераций (K_1, K_2, K_3). Однако, как было выяснено позднее, некоторые нефрактальные конфигурации, заключающие длинные проводники в конечном объеме, также способны аналогично или даже лучше снижать частоту резонанса в сравнении с прямым монополем, заключенным в таком же объеме.

При ближайшем рассмотрении результатов выяснилось, что резонансная частота монополя Коха выше, чем у прямого монополя при той же длине проводника, и коэффициент уменьшения резонансной частоты антенны Коха при увеличении числа итераций монотонно стремится к единице. Были проведены дальнейшие исследования зависимости резонансной частоты от геометрии монополя с целью выявления основных принципов разработки малых антенн с собственным резонансом, в которых увеличение длины проводника эффективно способствует снижению резонансной частоты.

Гипотеза 1. Наблюдаемое поведение обусловлено связью между острыми углами в местах переходов между сегментами кривой. Эти углы излучают сферические волны с фазовым центром в вершине (рис. 5).

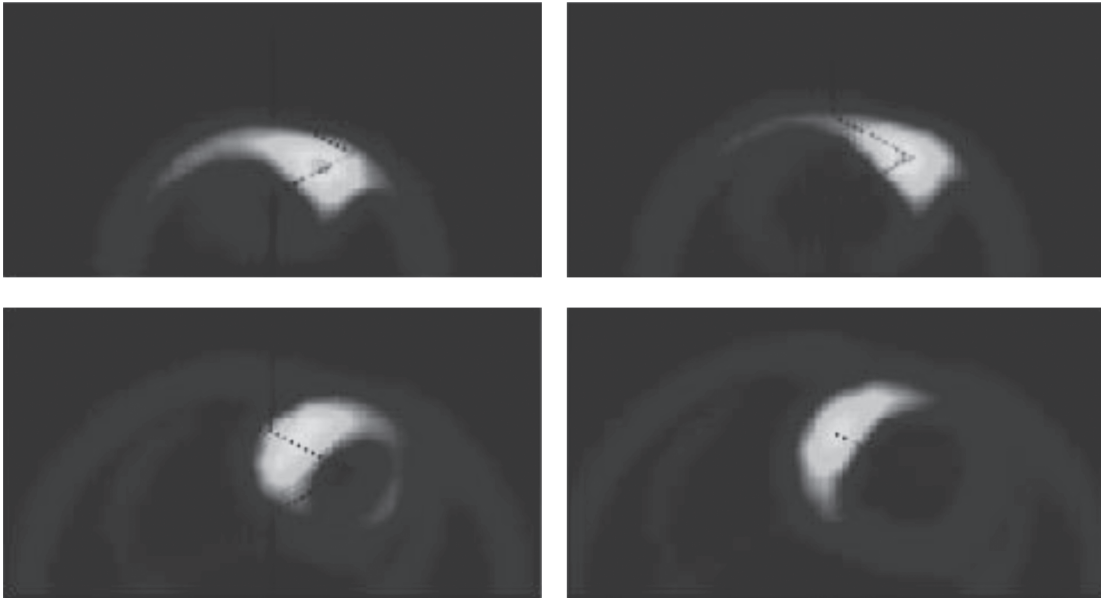


Рис. 6. Окружающие поля во временной области в окрестности одно-итерационного монополя Коха (K1), возбуждаемого сверхкоротким импульсом [63].

Каждый угол не только излучает, но и принимает сигналы, излучаемые другими углами. Вследствие этого часть сигнала не распространяется по проводнику, а идет по “короткому пути”, начало которого находится на излучающем угле. По этой причине длина пути, проходимого сигналом, меньше, чем общая длина проводника. Чем больше число итераций в антенне Коха, тем больше углов она имеет и тем ближе эти углы друг к другу, таким образом, большая часть сигнала идет коротким путем и меньшая часть проходит кривую целиком.

Гипотеза 1 была проверена численным моделированием в частотной и временной областях (рис. 6 и 7) [63].

Острые углы предфрактальной кривой (см. рис. 5) становятся центрами излучения сферической волны, которая подтверждает гипотезу 1 (гипотеза короткого пути). Фрактальная антенна (см. рис. 6) промоделирована как тонкий проводник с использованием программы DOTIG Университета Гранады. Короткие пути сигнала от угла 1 к 3 (амплитуда тока $-60...-80$ дБ), от угла 2 к 6 ($0...-20$ дБ) и от угла 5 к 9 ($-35...-55$ дБ) могут быть четко различимы.

Гипотеза 2 основана на следующих предположениях: а) резонансная частота увеличивается при увеличении ширины проводника; б) предфрактальные антенны одного класса и порядка (количества итераций) имеют меньшую электрическую высоту на резонансе, если физический размер антенны больше; в) уменьшающийся коэффициент на частоте резонанса между монополя-

ми K_i и K_{i+1} размером h тот же самый, что и уменьшающийся коэффициент между монополями K_{i+1} и K_{i+2} размером sh , где s – масштабный коэффициент системы итерированных функций IFS.

Другой важный эффект – связь между фидером и сегментами проводника очень маленькой антенны. На рис. 8 показана пространственно-временная диаграмма монополя K2, возбужденного широким гауссовым импульсом, максимальный спектральный компонент которого такой, что данный монополю – электрически малая антенна на этой частоте [63].

Связь между фидером и сегментами проводника может быть четко видна на рис. 8, и это играет важную роль в поведении электрически малых предфрактальных антенн. Эффекты короткого пути к фидеру имеют место в основном в сегментах определенной ориентации относительно электрического поля (рис. 9). Ориентация сегментов в предфрактальных антеннах играет важную роль.

Д. Сравнение других видов монополей

Можно обоснованно полагать, что гипотеза связи или короткого пути также справедлива для других видов предфрактальных и не предфрактальных монополей. Разные виды миниатюрных проводных монополей, имеющих одинаковую длину проводника, проявляют разную длину сигнальных “прыжков” или коротких путей между углами проводника, что приводит к разному количеству связей, где сигнал проходит коротким путем. По этой причине антенны имеют разные резонансные ча-

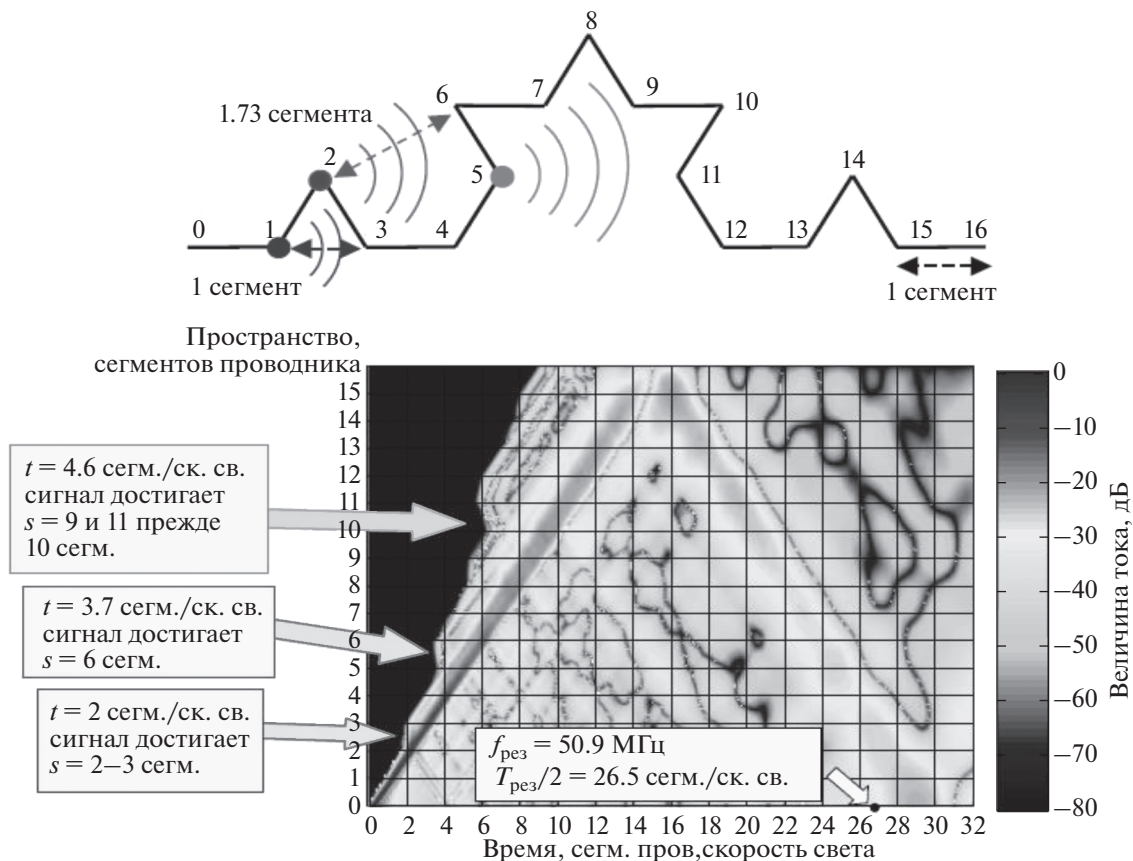


Рис. 7. Пространственно-временная диаграмма возбуждаемого сверхкоротким импульсом монополя K2 длиной 1 м [63].

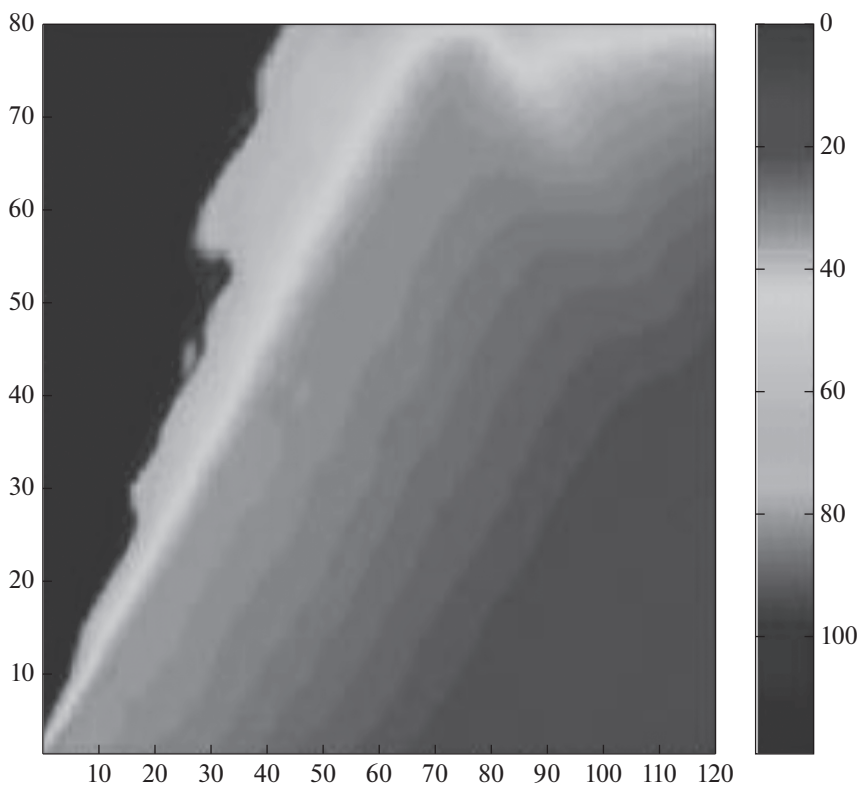


Рис. 8. Пространственно-временная диаграмма электрически малого монополя K2 [63].

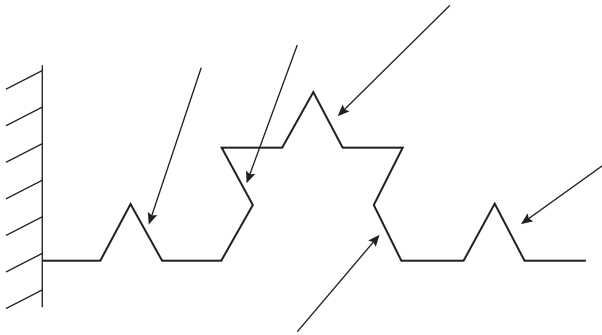


Рис. 9. Связь сегментов проводника в монополе Коха К2 с полем, излучаемым фидером [63].

стоты, несмотря на одинаковую высоту монополя h и одинаковую длину проводника.

Были проанализированы [63] два предфрактальных монополя разной фрактальной размерности в пределе и две нефрактальных антенны (рис. 10). Антенны промоделированы как вдавненные полоски шириной 1 мм. Каждый маркер на графике означает номер итерации в предфрактальных геометриях или число изгибов зигзага. Обобщение кривой Коха и широкая зигзагообразная конфигурация с равной длиной проводника показали более длинные прыжки сигнала или короткие пути, чем антенна в форме кривой Коха и узкого зигзага. Чем длиннее прыжок сигнала, тем более длинный путь проходит сигнал и тем ниже резонансная частота.

5. ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ В РАЗРАБОТКЕ МИНИАТЮРНЫХ МОНОПОЛЕЙ

При разработке миниатюрных проводных антенн установлены [63] три основных правила конструирования.

1. Для уменьшения сигнальных связей, или коротких путей между углами проводника расстояние между этими углами должно быть как можно большим и углы α должны быть больше, насколько это возможно.

2. Для уменьшения паразитной связи между фидером и сегментами проводника, максимально возможная часть длины проводника должна быть перпендикулярна электрическому полю фидера.

3. В целях уменьшения связи между сегментами проводника требуется избегать близко расположенных параллельных друг другу сегментов с разнонаправленными токами.

Пример антенны, в высокой степени соответствующей этим правилам, — двухплечевая спираль. Резонансная частота квадратной спирали обратно пропорциональна длине проводника, который помещается на малой площади.

По мере появления точных численных инструментов для предфрактальных антенн необходимо проводить тестирование эффективности предфрактальных антенн. Были найдены две евклидовы структуры, обладающие свойствами, которые рассмотрены только для предфрактальных антенн, — это печатный *меандр* и *двухплечевая спираль*.

6. ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ РЕЖИМЫ ВЫСОКОГО УСИЛЕНИЯ — МЕАНДР

Печатная антенна на основе меандра была тщательно изучена [63] на предмет наличия локализованных режимов высокого усиления, подобно предфракталу “Остров Коха”. Цель — выяснить, характерны ли локализованные режимы только для предфрактальных структур или и для других структур. Данная антенна представляет собой прямоугольную печатную область, имеющую N щелей бесконечно малой ширины, параллельных двум сторонам прямоугольника. Следо-

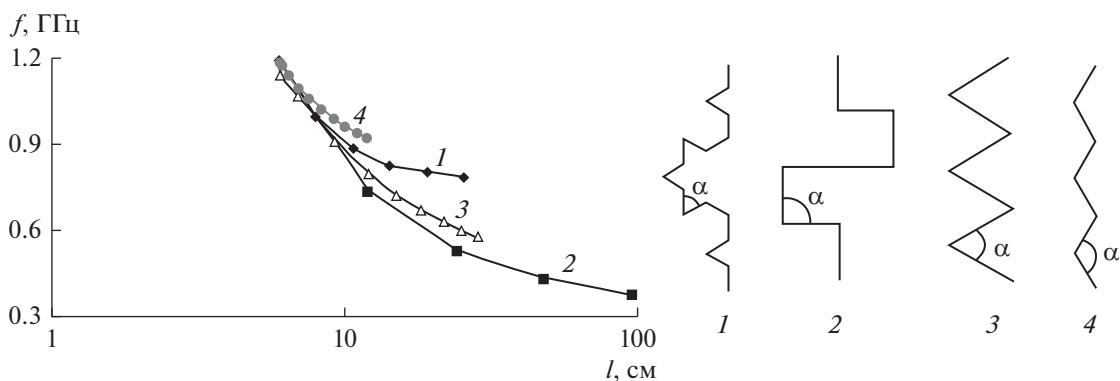


Рис. 10. Резонансная частота (f) проводной антенны как функция длины (l) проводника [63]: 1 — кривая Коха К2, $D = 1.26$; 2 — обобщенная кривая Коха, $D = 1.5$; 3 — широкий зигзаг; 4 — узкий зигзаг.

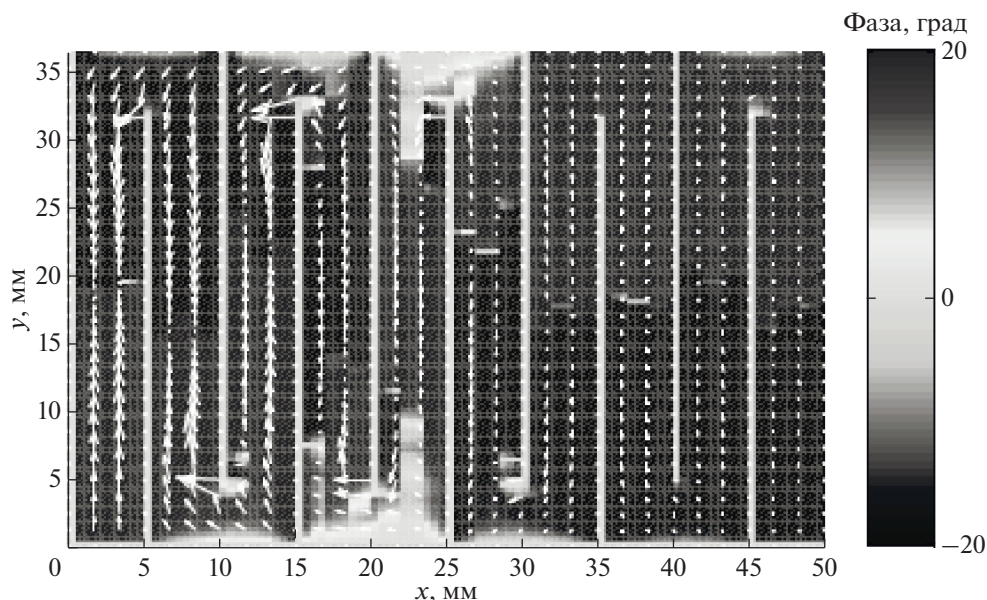


Рис. 11. Режимы/моды высокого порядка в антенне на основе меандра [63].

вательно, N щелей превращают прямоугольную печатную область в линию с N изгибами.

При сравнении антенны на основе меандра с изначальным прямоугольником без щелей можно сделать следующие выводы [63].

1. На низких частотах, ниже резонанса металлизированного участка, ток течет по линии меандра. Входной импеданс меандра аналогичен эквивалентной по длине линии. Это качество полезно для миниатюризации антенн, так как имеем почти одну и ту же частоту резонанса, что и развернутая линия, но она занимает намного меньше места.

2. На высоких частотах (к примеру, 4-й резонанс области), между изгибами появляется связь и поведение антенны становится больше похоже на поведение области со щелями. “Горячие точки” или “локализованные режимы” появляются на концах щелей (рис. 11). Те, что в верхней части антенны – в фазе, те, что в нижней части – также в фазе, но в противофазе с теми, что в верхней части. Серыми тонами справа на рис. 11 выделена фаза, длина стрелок показывает мнимую часть электрического тока.

3. На больших частотах, явление комплексного резонанса появляется по причинам электромагнитной связи между параллельными линиями.

Поскольку локализованные режимы/моды были известны независимо от фрактальных и предфрактальных структур еще с 60-х годов, можем сделать вывод, что локализованные режимы/моды характерны не только для предфрактальных антенн.

7. МИНИАТЮРНАЯ АНТЕННА – ДВУХПЛЕЧЕВАЯ СПИРАЛЬ

Была изучена [63] двухплечевая квадратная микрополосковая спиральная антенна на заземляющей плоскости (рис. 12). С геометрической точки зрения спираль имеет интересные свойства, а именно скейлинг и бесконечную длину на конечной поверхности, т.е. общие свойства с фрактальными объектами. Выбор многоугольной спирали вместо архимедовой обусловлен тем, что многоугольная спираль в большей степени соответствует данной поверхности, позволяя более эффективно использовать площадь, что принципиально при миниатюризации антенн.

В качестве рабочей поверхности задан квадрат с длиной стороны 1.875 см. Разные итерации спирали изучали и сравнивали с двумя прямыми дипольными конструкциями: диполь, длина которого равна длине развернутой спирали, и диполь более длинный, чем мог бы поместиться в указанном квадрате, поскольку его длина равна диагонали квадрата. Ниже приведены резонансные частоты (ГГц) спиральной и двух дипольных антенн [63]:

Четырехоборотная спираль	1.77
Прямой диполь – развернутая спираль	1.6
Диагональный диполь	11.6

Как видим, резонансная частота спиральной антенны почти столь же мала, как для прямого диполя той же длины. Это связано (см. предыдущий раздел) со слабой электромагнитной связью между углами, между фидером и проводником (антенны) или между двумя параллельными

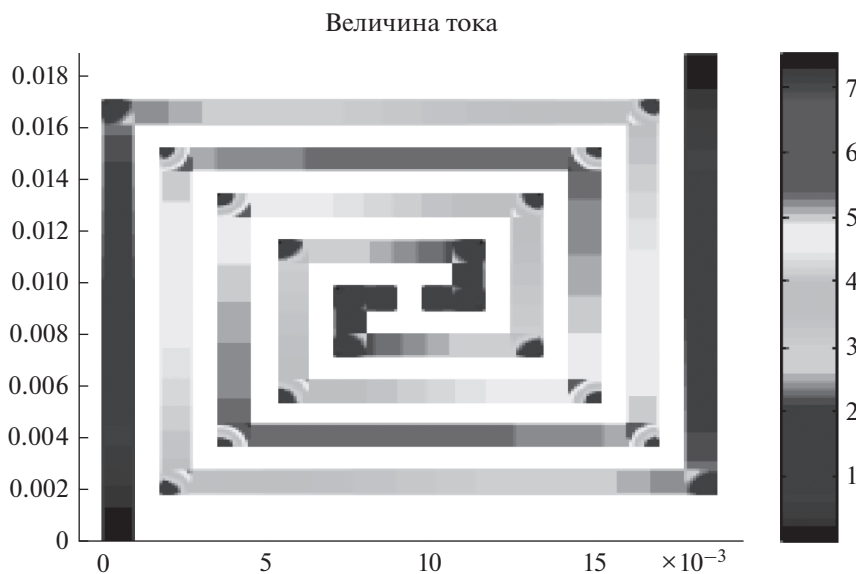


Рис. 12. Величина тока на первом резонансе четырехоборотной двухплечевой спиральной антенны [63].

участками проводника с противоположным направлением тока. В отличие от предфрактальных антенн, резонансная частота масштабируется почти линейно, обратно пропорционально длине полосы (проводника), в то время как проводник помещен на малой площади.

Спиральная антенна является очень хорошим примером конкурентоспособности предфрактальных антенн в области миниатюризации при неизменном поведении на резонансной частоте. Однако предфрактальные антенны могут иметь значительное преимущество в эволюции и “гибкости” синтезируемой формы ДН.

8. ВЕКТОРНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ВО ФРАКТАЛЬНЫХ ОБЛАСТЯХ

А. Решение электромагнитных задач во фрактальных областях

Связь между топологической формулировкой уравнений поля на симплицальных комплексах и континуальным пределом. Векторное исчисление на дискретных решетках как самостоятельное направление, было разработано [120] на основе алгебраической топологии симплицальных комплексов. Этот подход частично подходит для обработки линейных уравнений векторных полей на фракталах в качестве строгого математического подхода к электромагнитной теории для систем, обладающих аффинной симметрией. Может оказаться полезным сопряжение подхода с техникой ренормализации [121–124] с целью получения аналитически (если возможно) либо численно (с произвольной точностью вычислений) решения линейных уравнений поля на уровне

конструкции или итерации фрактальной структуры. Ренормализационный подход, разработанный в [123, 124], удобен для оптимизации распределения токов в фрактальной антенне при рассмотрении, например, мультифрактальных распределений, которые впоследствии могут улучшить эффективность антенны. Для применения этих подходов к решению электромагнитных задач должны быть приложены существенные усилия (векторное исчисление на симплицальных комплексах и ренормализация функции Грина). Решение этих фундаментальных вопросов не является формальным и непросто в вычислении. Оно может повлечь за собой новые формулировки уравнений электромагнитного поля на фракталах, основанные на внутренне итерационной и аффинной симметрии природы фрактальных структур.

Анализ электромагнитных полей во фрактальной области приводит к топологической формулировке уравнений Максвелла. Если область, в которой распространяется электромагнитное поле, — фрактал, то главная проблема — переформулировка уравнений поля для применения к фрактальным решеткам. Проблема чрезвычайно интересна и современна в ее физико-математическом представлении, но она достаточно далека от непосредственного применения в инженерных электромагнитных задачах, особенно, что касается проектирования антенн. В рамках проекта FRACTALCOMS специально введено допущение, что этот подход не так важен для решения задач антенной техники, включающих фрактальные структуры.

Прямые и обратные задачи для электромагнитных фрактальных структур. Эти задачи включают представление источников, излучающих в свободное пространство, и определенных на фрактальных границах, и они могут быть решены с помощью формального аппарата, разработанного ранее в проекте FRACTALCOMS. Данный класс задач включает в себя все *прямые* и *обратные* задачи теории антенн. Задача излучения антенны можно решить, выражая векторный потенциал по отношению к распределению источника тока, расположенному во фрактальной области, оценку которого можно получить, решая соответствующие интегральные электромагнитные уравнения во фрактальной области. Главные проблемы в этом случае – представление скалярных и векторных полей на фрактальных структурах, применение интегральных уравнений к фракталам и их решение.

Сначала были решены прямые электростатические задачи на фракталах. Под *прямыми задачами* понимаем плотность электрического заряда или плотность электрического тока, заданного для рассматриваемой структуры. Классические интегральные уравнения, включающие плотность тока/заряда, скалярные и векторные потенциалы были переформулированы для фрактальных структур. Электростатический потенциал был получен для однородного и неоднородного параметрического распределения заряда на кривой Коха и для неоднородного распределения заряда в салфетке Серпинского.

Затем были найдены решения обратных электростатических задач. По существу, обратные задачи могут быть поставлены как поиск распределения зарядов во фрактальной структуре с помощью известных скалярных потенциалов. Наблюдалось, что с увеличением числа итераций IFS, *плотность заряда* – решение обратной задачи – становится *мультифрактальной* в пределе. Или наоборот, *мера заряда* – интеграл плотности заряда по фрактальной кривой – сходится к инвариантной форме с увеличением числа итераций.

Можно сделать следующие выводы [63].

1. Плотность заряда фрактальной структуры имеет в высокой степени неопределенную структуру (похожую на мультифрактальную меру). Это интуитивно объясняется тем, что фрактальные проводники имеют углы в любом масштабе по всей длине и сингулярность в распределении заряда отражает их присутствие.

2. Решение обратной задачи корректно в условиях меры заряда, вместо соблюдения плотностей заряда. Предельная мера заряда при решении обратной электростатической задачи численно достигается после нескольких итераций в процессе конструирования фрактальной структуры.

3. В значительной мере неопределенная структура меры заряда исключает использование коллокационных подходов для численной дискретизации, поскольку в них используются локализованные функции.

Поведение, например, *предфрактальных конденсаторов* проанализировано как функция зазора между двумя обкладками и сравнивалось с поведением конденсаторов с параллельными обкладками. А именно, для третьей итерации модифицированной кривой Коха, *фрактальный конденсатор имеет много больший общий заряд (более чем в восемь раз) по сравнению с конденсатором евклидовой геометрии*, но оба конденсатора имеют одинаковые размеры.

Далее была поставлена задача полного векторного излучения. Векторный потенциал и ДН были получены для равномерного и синусоидального распределения тока в модифицированной предфрактальной антенне Коха (от трех до пяти итераций). Замечательно, что ДН сходится к пределу только после нескольких итераций.

Б. Формулировка интегрального уравнения поля во фрактальных областях

Формальный математический аппарат постановки интегральных уравнений (ИУ) прикладного электромагнетизма применен к фрактальным кривым [63]. Анализ был начат с параметрического представления фрактальных кривых с помощью расширения IFS (Augmented IFS, AIFS), определяющей понятие тангенциальных знаковых измерений и развивающей формулировки контурных интегралов по фрактальным кривым с использованием результатов этих измерений.

Впоследствии, формулировка Electric Field Integral Equation (EFIE) на фрактальных проводных антеннах была разработана с использованием интегро-дифференциального уравнения Поклингтона для тонкого проводника. Численное решение методом моментов было получено полностью. Расширение EFIE на более общие фрактальные множества было достигнуто определением параметризации фрактального аппарата с помощью заполняющих пространство функций.

Эти результаты представляют первую систематическую попытку сформулировать теорию векторного поля над фрактальными областями, когда решаются обратные электромагнитные задачи рассеивания. Это, по нашим сведениям, *первая теоретическая формулировка EFIE*, описывающая проводные антенны на основе фрактального аппарата.

Наиболее важный итог решения задачи следующий [63]: в предфрактальной структуре, сгенерированной IFS, при увеличении числа итераций направление тока изменяется многократно внутри

уменьшенного объема. Такие быстрые измерения тока не сходятся с числом итераций и весьма сложны при моделировании точечными методами, используемыми для дискретизации интегрального уравнения электрического поля. Однако излучаемое поле и входные импедансы вычисляются интегрированием, или усреднением тока антенны.

Было продемонстрировано, что интегралы тока или заряда вдоль предфрактальных антенн проявляют очень быструю сходимость с числом итераций. Поэтому имеем два следствия [63].

1. Когда номер IFS итерации становится выше определенного порога, изменения ДН и входного импеданса антенны стремятся к нулю. Другими словами, увеличение числа итераций IFS бесполезно. *Сходимость* обычно достигается между 4-й и 6-й итерацией. Это значение зависит от размера и топологии антенны.

2. Формулировка метода моментов Галёркина (или слабая формулировка) – более удобный подход к дискретизации EFIE фрактального аппарата, чем точечные методы, подобные коллокации или методу Нистрёма. Это обусловлено невозможностью соблюдения граничных условий на поточечном пути, но одновременно это возможно в измерительно-теоретическом (интегральном) случае, с использованием тангенциальных знаковых измерений.

9. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СРЕДСТВА МОДЕЛИРОВАНИЯ

А. Расширенное разбиение фрактальных структур

Эта задача заключается в разработке специализированных разбивающих инструментов для численного моделирования предфрактальных структур так, чтобы цели данного проекта могли быть достигнуты. Ожидаемые положения [63]:

а) исследование точечной схемы дискретизации высокого порядка, основанной на методе Нистрёма с коррекцией особенностей ядра;

б) разработка средств расширенного адаптивного разбиения для фрактальных областей. В первой фазе стандартные алгоритмы разбиения адаптируются к требованиям представленного проекта. Во второй фазе оценка полученных фрактальных сеток, дискретизирующих фрактальные области, и, если возможно, разработка и компилирование соответствующих алгоритмов;

в) введение новой базисной функции для структур, соединенных в вершинах;

г) обработка Т-образных перекрестий и похожих комплексных связей.

Б. Схема дискретизации высокого порядка по методу Нистрёма

Формулировка и программный код были разработаны для анализа электростатических задач с уравнениями потенциала методом Нистрёма. Особенности ядра скорректированы методом стрейна с использованием полиномиальных тестовых функций. Поэтому заряд представлен полиномиальным базисом. Результаты для объектов с открытыми поверхностями имеют большую погрешность, поскольку заряд имеет особенность на ребрах и не может быть расширен полиномиальным квадратурным базисом, лежащим в основе. В противоположность этому, когда неизвестен заряд, полиномиальный метод Нистрёма имеет весьма малые ошибки, вплоть до машинной точности.

Формулы в замкнутой форме для оценки интегралов, которые возникают при коррекции стрейна, могут быть выведены для задач с особенностями ядра и полиномиальными неизвестными. Однако это невозможно для вывода формул коррекции стрейна для задач, имеющих двойную особенность ядра. Задачи данного вида – ИУ электрического поля EFIE и уравнение электростатического потенциала на открытых поверхностях. По этой причине на данном этапе метод Нистрёма может быть применен для электромагнитных задач только на замкнутых поверхностях, которые не являются случаем рассматриваемых антенн.

Таким образом, метод Нистрёма не является адекватным для анализа предфрактальных антенн, поскольку

1) базируется на квадратурных правилах интегрирования, приводящих к лежащему в основе полиномиальному базису. По причинам наличия многих изломов, почти разрывных, ток и заряд в предфрактале не может быть представлен полиномиальным базисом, и поэтому метод Нистрёма теряет свою способность точного интегрирования с несколькими отсчетами, а результаты будут достаточно скудными;

2) приводит ИУ EFIE электрического поля к виду сопоставления точек. Поскольку соседние поля также быстро изменяются, то лучший вариант – использование взвешенной остаточной процедуры, такой как метод моментов.

Но поскольку интегралы тока и заряда вдоль предфрактальных антенн сходятся очень быстро с увеличением номера итерации, то становится возможной дискретизация ИУ EFIE электрического поля в предфракталах высокого порядка с использованием классического метода моментов варианта Галёркина, который, в сущности, является взвешенной остаточной процедурой.

Таким образом, метод моментов с тестированием Галёркина (слабая формулировка) наиболее надежный подход к дискретизации ИУ электрического поля EFIE на предфракталах. Это пред-

Таблица 1. Вычислительные ресурсы, требуемые для анализа антенны Серпинского классическим методом моментов (ММ) и итерационным вычислителем GMRES, а также оптимизированным методом [GMRES + MLMDA], разработанным в проекте FRACTALCOMS

Входные данные		ММ + GMRES		Оптимизированный [GMRES + MLMDA]	
итерация	N	память, МБ	время, с	память, МБ	время, с
4-я	568	5.3	5	1.8	1.1
5-я	1702	48.0	25	7.9	4.1
6-я	5104	424.8	219	39.6	25
7-я	15310	—	—	166.5	176

положение подтверждается превосходными результатами численного моделирования [63].

В. Моделирование предфрактальных антенн

Моделирование многоитерационных предфрактальных проводных антенн — достаточно сложная задача. В проекте FRACTALCOMS показано, что сложности возникают с интегральным уравнением Поклингтона и тонко-проводными моделями, даже с расширенным ядром.

Возможность моделирования проводной цилиндрической поверхности с треугольной сеткой не реализуется практически для пересечений цилиндра на углах — требуется огромные вычислительные затраты; в сложных задачах отсутствует сходимость с утончением сетки.

По этим причинам в [63] предложено моделирование предфрактальных проводников с использованием узких полосок. Рассмотрены две модели полоски: планарная и вдавленная полоска. Оба варианта дают схожие результаты для предфракталов низкого порядка, но вдавленная полоска, в отличие от планарной, может моделировать предфракталы высокого порядка, в которых толщина полоски сравнима с длиной сегмента предфрактала.

Для обоих видов полоски дискретизация на треугольники, размер которых намного меньше, чем длина волны, делает линейную систему очень плохо обусловленной. По этой причине в итерационных вычислителях происходит сбой, даже с огромной предварительной обусловленностью. Прямой вычислитель может быть использован с более чем 1000 неизвестными благодаря алгоритмам блочного решения.

Было изучено численное интегрирование и сходимость утончения сетки. Модель вдавленной полоски показала хорошую сходимость (как с утончением размера сетки, так и утончением источника ИУ электрического поля EFIE и тестиру-

ющей интеграции) для случаев электрически очень малых антенн с собственным резонансом.

Г. Операции разбиения апертур предфрактальных антенн

В проекте FRACTALCOMS разработаны программы, способные разбивать широкий круг объектов фрактальной геометрии, используя наиболее автоматический и адаптивный путь и сводя к минимуму участие пользователя.

Начальная точка данной задачи — коммерческий обрабатывающий программный пакет под названием GiD. Этот программный продукт поддерживает все необходимые операции подготовки данных для численного анализа, включающие любые типы геометрической дискретизации анализируемой области, как в случае с численными алгоритмами, используемыми в проекте FRACTALCOMS. Поскольку обыкновенные системы автоматизированного проектирования не предназначены для создания фрактальной геометрии, основное внимание сосредоточено на сопряжении GiD с новыми программными продуктами для автоматической генерации и разбиения фрактальных геометрий. Кроме того, специальные адаптивные разбивающие алгоритмы интегрированы в программу для повышения качества численных результатов в конкретных областях анализируемой области.

Главный технический аспект инструментов, добавленных в GiD для генерации и разбиения фрактальных геометрий, рекурсивное определение фрактальной геометрии. Это определение основывается на использовании геометрического инициатора и геометрического генератора. Таким образом, фрактальная геометрия основана на рекурсивном процессе, в котором каждый сегмент инициатора заменяется генератором. Как инициатор, так и генератор могут быть или выбраны из списка существующих, или заданы пользователем вручную. Если тонкопроводнико-

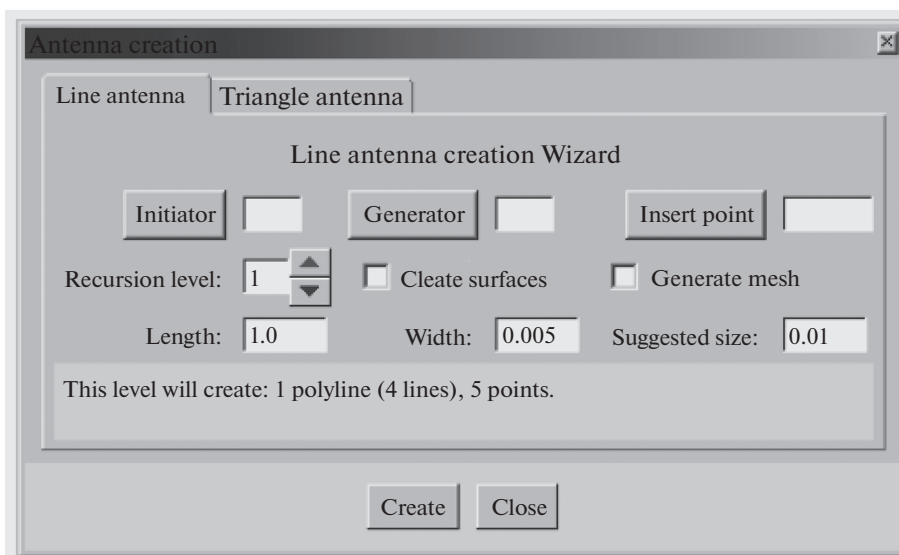


Рис. 13. Окно программы [63].

вая аппроксимация не используется, то рекурсивное определение фрактальной геометрии дает нам проводную антенну, которая должна быть расширена до получения полоски.

Этот процесс выполняется расширением каждого линейного сегмента полученной геометрии. Особое внимание уделено избеганию перекрытий полосок на углах между последовательными сегментами. Данный процесс выполняется автоматически после определения толщины полосковой антенны (рис. 13).

Следующий шаг – генерация сетки для численного анализа фрактальной антенны. Этот процесс полностью автоматизирован при условии начального задания размера и типа элементов (треугольные или четырехугольные). Также возможна генерация адаптивных сеток с неравномерным распределением размеров.

В первый год существования проекта FRAC-TALCOMS был отмечен растущий интерес к антеннам, созданным на основе планарных фрактальных геометрий. Это способствовало расширению возможностей программного обеспечения, разработанного в течение первого года, для работы с альтернативными типами геометрии. Данное обстоятельство позволило внедрить в GiD генерацию планарных геометрий, а также внести ряд улучшений в процесс обработки проводных геометрий [62, 63].

Д. Новые базисные функции

В рамках проекта FRAC-TALCOMS разработан новый набор базисных функций, определенных на четырехугольных областях. В результате это упростило построение адаптивных сеток за счет

уменьшения числа неизвестных и лучшего моделирования вариаций направления тока в предфрактальной геометрии.

Рассмотрим три случая четырехугольного базиса [63].

1. С постоянной нормальной составляющей тока на одном ребре. Дивергенция тока (заряда) не является константой.
2. С постоянной дивергенцией тока, но непостоянной нормальной составляющей тока на ребре.
3. Оба параметра постоянны – дивергенция тока и нормальная составляющая тока в пределах одного ребра.

Лучшие результаты получены в третьем случае. Потенциал четырехугольного базиса функций для решения связанных проблем показан на рис. 14 при моделировании антенны “галстук-бабочка” с разными размерами питающей зоны.

Е. Обработка Т-образных перекрестий

При конструировании предфрактальных антенн сложной формы (кривая Коха, фрактальное дерево) с помощью микрополосковой или печатной технологии встречаются разрывы с такими формами, как прямоугольные изгибы, Т-образные перекрестия и пересечения. На границе дискретизации элемента грубые подходы требовали бы серьезных вычислительных нагрузок и большого времени для этих усложненных структур, что не дало бы возможности провести анализ, за исключением самых первых итераций фрактала. Зная электромагнитное поведение этих соединений (по большому числу, распределение токов и зарядов), модель можно создать путем замены гру-

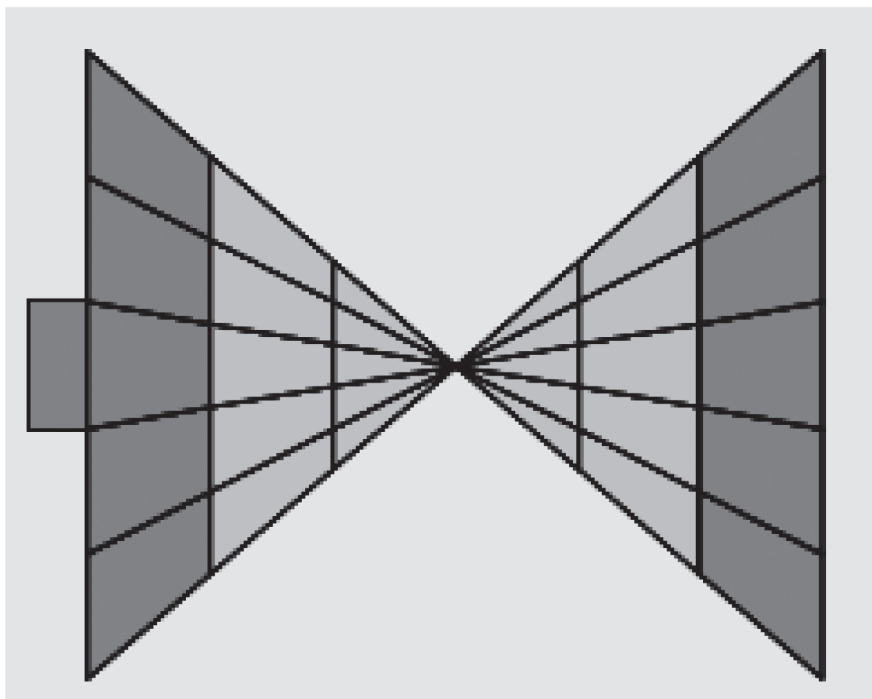


Рис. 14. Четырехугольное разбиение [63].

бой дискретизации в местах перекрестий. В работе [63] изучены токи и заряды в T-образном перекрестии, что улучшает моделирование такого типа переходов. Глобальный базис должен позволить анализировать предфрактальные антенны вплоть до технологического ограничения числа итераций.

Рассмотрены разные модели для анализа печатных перекрестий. Во-первых, *квазистатическая модель* привела к двум результатам, а именно: распределение тока стремится к соленоидальному на низких частотах и закон Кирхгофа на малых переходах должен выполняться. Затем была изучена *модель линии передачи* (ЛП) для выявления некоторых полезных глобальных закономерностей в поведении заряда и тока. В данном случае закон Кирхгофа должен по-прежнему выполняться, но в отличие от квазистатических подходов модель ЛП позволяет предсказывать поведение зарядов в частях, подключенных к перекрестию. Действительно, моделирование с использованием модели ЛП часто является хорошей аппроксимацией на глобальном уровне.

Эти глобальные результаты согласуются с *полноволновой моделью*. На низких частотах общее поведение заряда и тока модели линии передачи и полноволновой модели равноценны, за исключением, разумеется, поведения на перекрестии. На высоких частотах наблюдается явление излучения и модель линии передачи больше не справед-

лива. Однако даже на низких частотах на перекрестиях наблюдается излучение. Результаты в части чистого уменьшения уровня заряда на перекрестии были систематически наблюдаемы в численных экспериментах. Такая возможность заряда должна быть включена в модель предфрактальной антенны, если требуются точные результаты.

Структура с полноволновой моделью была исследована в двух вариантах: с грубой сеткой, и с очень большим числом неизвестных, чтобы знать в деталях изменение токов и зарядов на T-образном перекрестии для разных видов возбуждения (рис. 15).

В высокой степени детальные результаты в точности показали пространственные зоны, где могут быть найдены максимумы и минимумы тока и заряда. На низких частотах в перекрестии заряд может стать постоянным, но это уже несправедливо в случае высоких частот. Эта информация должна быть использована для определения глобальной базисной функции, которая воспроизводит эти характеристики, и таким образом можно заменить мелкую уточненную расчетную сетку в месте перекрестия без потерь точности результатов.

Итак, в ходе исследования [63], создана базовая стратегия моделирования соединений и переходов в предфрактальных антеннах. Электромагнитное поведение перекрестий представляется критично зависимым от вида и типа возбуждения.

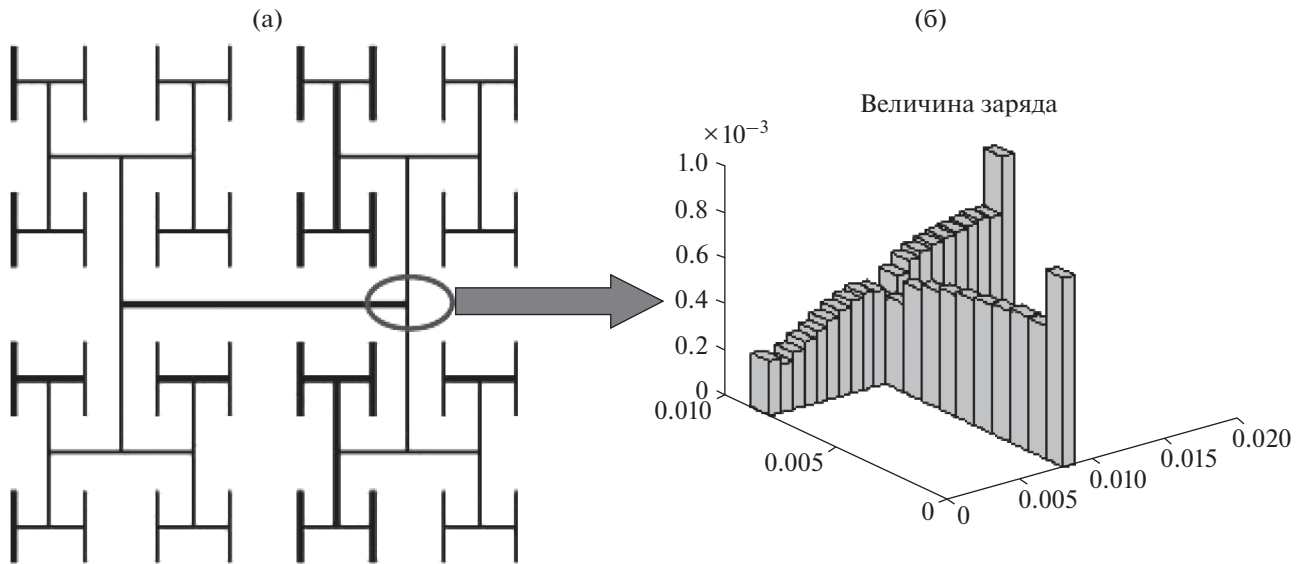


Рис. 15. Антенна с Т-образными перекрестиями (а) и характеристика заряда на перекрестии (б) [63].

10. ФОРМУЛИРОВКА ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ НА ФРАКТАЛЬНЫХ СТРУКТУРАХ

А. Справедливость тонкопроводной аппроксимации

В рамках проекта FRACTALCOMS проведена оценка точности обычно используемых аппроксимаций для анализа тонкопроводных антенн, где применены фрактальные структуры. Были сделаны следующие выводы [63].

1. Тонкопроводное ядро ИУ электрического поля может быть использовано в предфракталах с малым числом итераций без существенных ошибок. В данном проекте были использованы следующие компьютерные коды, основанные на тонкопроводной аппроксимации: DOTIG (временная область), NEC (частотная область) и FIESTA (частотная область).

2. Когда ИУ электрического поля дискретизируется с помощью метода моментов на базисные функции подобластей, то тонкопроводное ядро, вне зависимости от наличия эквивалентного радиуса, порождает серьезные ошибки в вычислениях параметров многоитерационных предфрактальных антенн, поскольку сегменты предфрактальной кривой сравнимы с диаметром проводника. Даже в случае с полным ядром возникает ошибка, так как допущение, что по всему периметру проводника течет постоянный ток, становится неверным, поскольку цилиндрические сегменты пересекаются в углах. В этом случае может быть использована вдавленная полоска, поскольку имеется возможность точной дискретизации ИУ электрического поля на подобласти.

3. Результаты для вдавленных полосковых моделей, вычисленные с помощью кода FIESTA, сравнивались с более простыми проводными моделями. Результаты сравнения полностью подтверждают сделанные выводы.

Б. Реализация анализа проводных антенн с применением кода FIESTA

Компьютерные коды DOTIG и NEC для анализа проводных антенн, доступные при запуске проекта FRACTALCOMS, не используют расширенные технологии для решения очень больших систем уравнений. Код FIESTA способен решать ИУ электрического поля с сотнями тысяч неизвестных, но на момент старта проекта FRACTALCOMS код был рассчитан только на анализ идеально проводящих поверхностей. В целях решения больших задач проводных антенн ИУ электрического поля было реализовано в FIESTA.

В. Новые подходы к решению ИУ электрического поля в анализе проводных антенн

Были изучены некоторые численные подходы, основанные на обобщении Галёркина–Петрова, для решения ИУ электрического поля в предфрактальных структурах [63]. Предложенный метод представляется очень разносторонним и эффективно вычислимым. Технология основана на методе моментов – дискретизация Галёркина тонкопроводного ядра Поклингтона на наборе синусоидальных базисных функций.

Несмотря на то что уравнение Поклингтона для дипольных антенн известно и широко применяется, проблемы вычисления, связанные с ана-

Таблица 2. Численные результаты для 2D-резонаторов [131]

Тип резонатора	Ширина линий и зазор, мкм	Длина резонатора, мкм	f_r , ГГц	S_{21}^0 , дБ	Q_L	Q_U
2D X–Y меандр	310	2.17	8.17	–0.262	49	837
2D спираль	250	1.75	8.14	–6.6	145	186
2D кривая Гильберта	310	2.17	8.17	–0.42	79	857

лизом тонких проводников, остаются нерешенными. Последние публикации говорят о том, что тонкопроводная аппроксимация порождает некорректные задачи и любое моделирование, основанное на данном подходе, является научно необоснованным.

Тонкопроводная аппроксимация – одна из самых используемых упрощающих допущений в прикладной электродинамике – была тщательно проанализирована. Показано, что в практических задачах, связанных с тонкопроводными антеннами, подход Галёркина показывает надежные и сходящиеся аппроксимации для вычисления параметров тока и антенны во всей области.

Разумеется, численные задачи намного сложнее в решении с фрактальными проводными антеннами, поскольку геометрическая сложность таких структур накладывается на сложность обработки сингулярного интегрального уравнения.

11. МОДЕЛИРОВАНИЕ ФРАКТАЛЬНЫХ СТРУКТУР В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ

Численный анализ многоитерационных предфрактальных антенн с помощью метода моментов вовлекает в решение много малых базисных функций подобластей, дающих очень большое число неизвестных. Когда эти антенны могут быть определены с помощью системы итерированных функций, геометрия имеет многоуровневую структуру с множеством эквивалентных подобластей. Это свойство в совокупности с использованием алгоритма многоуровневого матричного разложения (Multilevel Matrix Decomposition Algorithm, MLMDA), в котором блоки MLMDA эквивалентны форме генерирования IFS, было использовано для уменьшения вычислительных затрат в частотной области при анализе фрактальных структур, основанных на геометрии Серпинского.

Показано, что комбинация схем итерационного вычислителя GMRES и MLMDA с соответствующим выбором формы окна в многоуровневом подразделении, приводит к весьма эффективному решению (табл. 2).

Лучшая из реализаций, в сравнении с прямым применением метода моментов, сократила общее

время вычислений в 20 раз, а ресурс используемой памяти уменьшился в 10 раз.

В ходе численных экспериментов при повышении числа итераций наблюдалось снижение резонансной частоты участка с геометрией Серпинского. Эта возможность может быть использована для построения миниатюрных антенн.

12. МОДЕЛИРОВАНИЕ ФРАКТАЛЬНЫХ СТРУКТУР ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ

Для комплексного анализа антенн в проекте FRACTALCOMS код метода моментов во временной области (MM-TD) – DOTIG был дополнен следующими возможностями [63].

1. Неоднородная сегментация.
2. Перекрестия и переходы с однородной или неоднородной сегментацией (рис. 16).
3. Возможности заземляющей плоскости для уменьшения числа неизвестных при использовании принципа симметрии.
4. Технология извлечения параметров Прони.

Система DOTIG основана на тонкопроводной аппроксимации ИУ электрического поля. Хотя тонкопроводная аппроксимация не подходит для высокоитерационных предфракталов, результаты, получаемые посредством DOTIG, остаются полезны для визуализации электромагнитных явлений во временной области и выводов о поведении различных предфрактальных антенн и соответствующих структур.

Основные результаты во временной области базируются на возбуждении структуры сверхкороткими импульсами. Поскольку сверхкороткий импульс включает весь частотный спектр, от нуля герц до требуемой частоты, то входной импеданс антенны может быть вычислен в широкой полосе частот. К тому же, поскольку пространственная длина импульса много меньше длины самой антенны, разные части антенны возбуждались в разное время, и программа может визуализировать излучение всех частей отдельно. По этой причине результаты возбуждения сверхкороткими импульсами очень эффективны для визуализации эффектов связности (короткого пути), что явля-

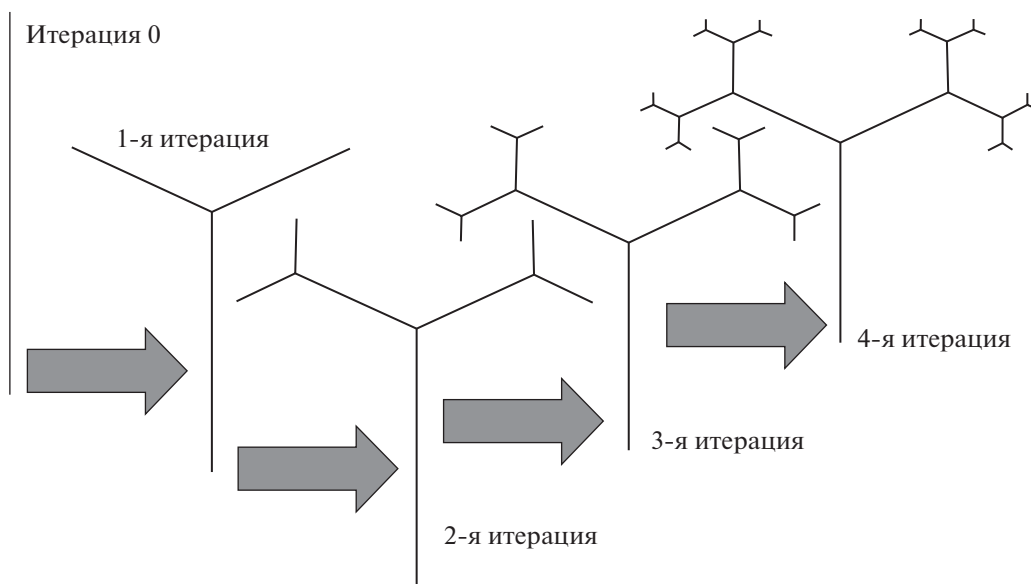


Рис. 16. Анализ предфрактальных антенн с проводными перекрестиями с помощью DOTIG [63].

ется одним из наиболее значительных результатов проекта FRACTALCOMS (см. рис. 6 и 7).

Другой очень интересный эффект, обнаруженный благодаря пространственно-временным диаграммам во временной области, это связь между фидером и сегментами проводника малой антенны. Это очень важный эффект, который необходимо учитывать при проектировании малых антенн, имеющих минимально возможную реактивную составляющую входного импеданса.

Был вычислен токовый спектр в разных точках антенны, показавший несколько интересных эффектов. В частности, углы в предфрактале излучают более высокие частоты спектра токов. Вследствие этого ток на конце антенны содержит только низкочастотные компоненты спектра. Это препятствует излучению на высоких частотах. Поэтому может быть использована сетка более грубая настолько, что некоторые ее сегменты могут быть включены в крайнюю часть антенны без изменения входного импеданса для рабочих частот, более чем в 10 раз превышающих резонансную частоту.

Результаты анализа во временной области были бесценным инструментом для физической интерпретации взаимодействия электрических полей и предфрактальных структур, ведущей к очень важным выводам.

12. РАЗРАБОТКА ФРАКТАЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ

А. Конструирование и измерение прототипа

Ниже приведено несколько результатов, используемых для оценки эффективности электри-

чески малых фрактальных антенн: точность и воспроизводимость при измерении эффективности излучения и добротности малых фрактальных антенн. Сама ДН не столь важна в силу незначительной разницы между малыми антеннами.

Показано [62], что:

- 1) метод колпака Уиллера (рис. 17) является простым, быстрым и наиболее точным методом измерения эффективности излучения и добротности антенн;
- 2) с надлежащей обработкой измеренных данных, точность результатов повышается;
- 3) измерения оправдывают ожидания с использованием метода;
- 4) метод направленности/усиления (в ближнем поле) может помочь получить результаты измерения при использовании метода Уиллера на малых антеннах, так как объекты измерения доступны и время измерения не является чрезмерно высоким.

Выбранный метод применен для оценки малых предфрактальных и евклидовых антенн (рис. 18) в целях сравнения их электродинамического поведения и уяснения принципов их действия. Для приведения качества выбранного метода к соответствию требованиям точности в проекте FRACTALCOMS было проведено несколько экспериментов с хорошо известными антеннами.

Предварительные результаты на монополях Коха с использованием метода колпака Уиллера с малым цилиндрическим колпаком хорошо согласуются с результатами численного моделирования. Был получен большой опыт проектирования малых предфрактальных проводных монополей и

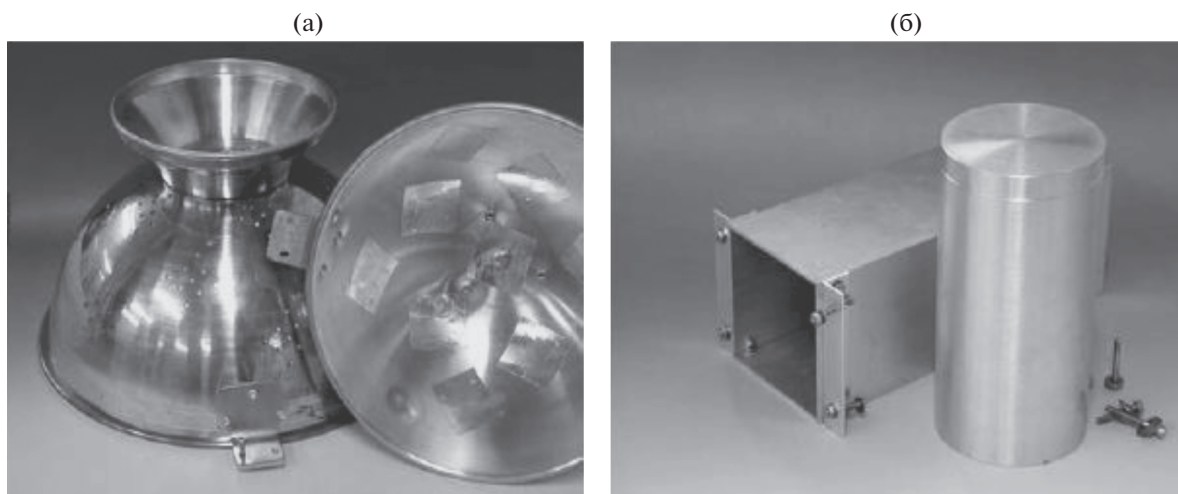


Рис. 17. Сферический (а), прямоугольный и цилиндрический (б) экраны, используемые в методе колпака Уиллера [63].

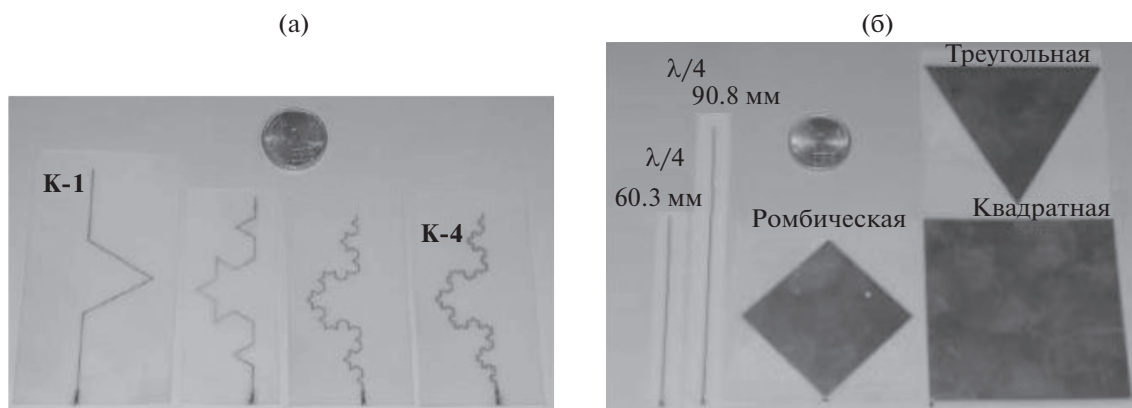


Рис. 18. Предфрактальные (а) и евклидовы (б) антенны, используемые в качестве объектов измерения [63].

их изготовления при использовании стандартной технологии изготовления печатных плат.

Б. Измерения электрически малых антенн

Электрически малые антенны сложны для точных измерений, так как не являются ни чисто симметричными, ни чисто асимметричными из-за ограниченного размера заземляющих плоскостей или питающих балунов (симметрирующий трансформатор). Таким образом, когда антенна подключена к измеряющему устройству, токовые потоки внешнего проводника кабеля, соединенного с антенной, дают паразитное излучение, которое сильно влияет на характеристики измеряемой антенны. Для преодоления этих проблем разработано новое решение, основанное на случайном позиционировании (рис. 19). Усиление и эффективность малых антенн можно точно измерить, используя предложенное решение.

13. ОСНОВНЫЕ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ВЫВОДЫ ПО ПРОЕКТУ FRACTALCOMS

1. Увеличение числа итераций предфрактала означает снижение резонансной частоты и эффективности излучения и повышение добротности. Увеличение фрактальной размерности, несмотря на большее заполнение пространства кривой, порождает большие монополи с меньшей эффективностью и большей добротностью даже на первых итерациях.

2. Топология сильнее, чем фрактальная размерность, влияет на поведение малых двумерных предфрактальных проводных монополей, в частности, на эффективность потерь.

3. С ростом числа петель внутри структуры, эффективность и ширина полосы (величина, обратная добротности) растут с увеличением порядка предфрактала (числа итераций).

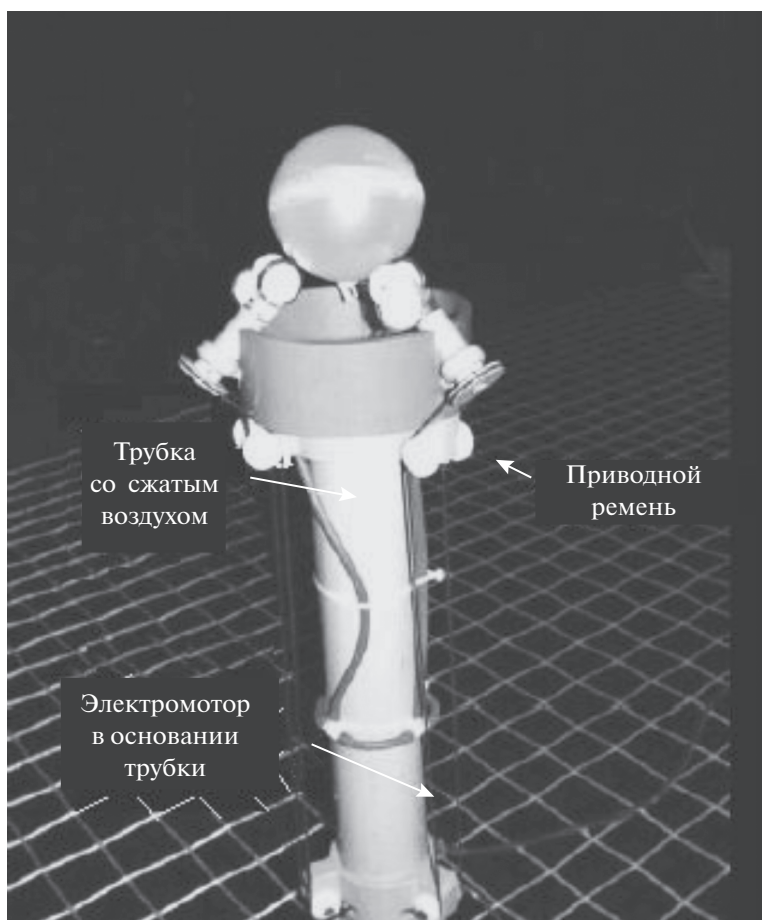


Рис. 19. Устройство измерения параметров малых антенн [63].

4. Когда петли отсутствуют, каждая итерация увеличивает длину и изогнутость проводников и, как следствие, омические потери и количество остаточной энергии вокруг антенны возрастают (это означает меньшую эффективность излучения и большую добротность).

5. Результаты экспериментов слабо зависят от длины питающего вывода монополя: предфракталы представляются хорошей емкостной нагрузкой.

6. Поиск предельной эффективности малых предфрактальных антенн привел к выводу, что ширина рабочей полосы малых проводных антенн много меньше, чем общепринятый фундаментальный лимит ширины полосы для малых антенн.

7. Когда число итераций становится выше определенного порога, изменения в диаграмме направленности и входном импедансе стремятся к нулю. Другими словами, увеличение числа итераций бесполезно. Сходимость обычно достигается между 4-й и 6-й итерациями. Это число сильно зависит от размера, толщины провода или полоски и топологии антенны.

8. Гипотеза об электромагнитной связи, или коротких путях между углами полностью объясняет, почему резонансная частота предфрактальных антенн намного больше, чем могла ожидаться при учете только длины проводника, и почему она застывает с увеличением числа IFS итераций.

9. По результатам гипотезы об электромагнитной связи были выведены некоторые правила проектирования малых антенн. Конструкция антенны должна соответствовать этим правилам; двухплечевая спиральная антенна на заданной резонансной частоте имеет наименьшие размеры.

10. Представляется, что локализованные режимы высокого усиления, предварительно рассмотренные на примере печатной антенны с топологией острова Коха, характерны не только для предфрактальных антенн.

11. Лучший путь к точному моделированию предфрактальных кривых — модель вдавненной полоски, превосходящая планарную полоску и тонкопроводную модель.

12. Проводные модели остаются полезными для анализа предфракталов низкого порядка, и поэтому коды NEC, FIESTA и во временной об-

ласти – DOTIG широко используются в этом проекте.

14. ИЗБРАННЫЕ ПРИМЕРЫ КОНСТРУКЦИЙ ФРАКТАЛЬНЫХ 3D МИКРОПОЛОСКОВЫХ РЕЗОНАТОРОВ И ФИЛЬТРОВ

А. Предмет исследования

Миниатюризация пассивных элементов, таких как резонаторы и фильтры, есть следствие жестких требований к физическим размерам проектируемой пассивной структуры относительно длины волны λ . Микрополосковая линия с емкостной связью включает полуволновые резонаторы. Для низких рабочих частот такая линия занимает достаточно много места на подложке.

Современные традиционные технологии миниатюризации основаны на простом изгибании прямолинейных резонаторов так, чтобы те занимали меньшую площадь. Однако миниатюризация планарных резонаторов (резонансная частота равна константе) сопровождается уменьшением его добротности Q по причинам возникновения добавочных потерь рассеяния, вызванных увеличением плотности тока. Хотя этот эффект можно минимизировать использованием сверхпроводников [125–127], ученые интенсивно ищут принципиально новые пути решения с низкой стоимостью материалов и самого производства.

Фрактальные кривые уникальны для полного заполнения пространства. В настоящее время появились, как представлено выше, многочисленные практические применения таких кривых во фрактальных антеннах [4, 9–63, 69–103], а также в метаматериалах [9, 11, 58, 128, 129]. Планарные фрактальные резонаторы [63] раскрывают превосходство фрактальных 2D-структур над известными нефрактальными, имея бóльшую добротность Q и меньшие размеры. Однако почти не уделено внимание многослойным резонаторам, содержащим фрактальные 3D-кривые [130]. Необходимо отметить, что авторские предсказания возможностей фрактальных резонаторов и их разработки датированы еще 2002 г. [9, с. 621] и в более общем виде в 2005 г. [11, с. 786].

Многослойные технологии, такие как толсто пленочная или низкотемпературно обожженные структуры на основе керамики, позволяют изготавливать длинные линии передачи, расположенные в нескольких слоях, занимая, таким образом, относительно мало места на подложке. Значение толсто пленочных технологий в последнее время возрастает, благодаря разработке микрополосковых керамических модулей. Данные модули имеют серьезный потенциал для разработки пассивных СВЧ-элементов. Они способны совмещать высокий уровень интеграции с низкой

стоимостью и большими объемами выпуска с высокими электрическими параметрами. Толсто пленочная технология открывает широкие возможности для проектирования новых трехмерных структур.

В широко цитируемой далее работе [131] представлены новые конфигурации толсто пленочных микрополосковых резонаторов, включающие встроенные в резонаторы 3D-кривые. Проанализированы четыре трехмерные кривые. Подверглись сравнению две 3D-кривые в виде меандра, 3D-спираль и фрактальная 3D-кривая Гильберта (пояснение причин фрактальности кривой Гильберта см. [11, 68]).

Б. Новые конфигурации 3D СВЧ-резонаторов

Все конфигурации, представленные в работе [131], основаны на обыкновенном микрополосковом резонаторе с емкостной связью с линией передачи, характеристическим сопротивлением 50 Ом и зазорами, равными 200 мкм. Резонаторы сконструированы на керамической подложке толщиной 625 мкм, имеющей относительную диэлектрическую проницаемость $\epsilon_r = 9.6$ и тангенс угла диэлектрических потерь, равный 0.0006.

Стандартный микрополосковый СВЧ-резонатор заменен на различные четырехслойные микрополосковые 3D-структуры, имеющие линии одинаковой ширины и одинаковый зазор (около 200 мкм). Проводники в разных слоях разделены диэлектрическими слоями толщиной 50 мкм, имеющими $\epsilon_r = 9.6$, тангенс угла диэлектрических потерь, равный 0.0006, и соединенные переходными отверстиями. Диаметр переходных отверстий найден с помощью моделирования, так чтобы импеданс переходных отверстий был равен импедансу микрополосок.

Планарные емкостные связанные СВЧ-резонаторы составляют 2D-кривую в виде меандра, варианты которой часто встречаются в литературе. Таким образом, первый выбор пал на включение в резонатор 3D-меандра. В работе [131] рассмотрены две конфигурации. В первой – четыре 2D-меандра расположены вдоль оси Z , обозначенный как 3D X – Y меандр (рис. 20а). Во второй, 2D-меандры сформированы в плоскости X – Z и расположены вдоль оси Y , т.е. 3D X – Z меандр (рис. 20б).

Поскольку спиральные индуктивности превосходят свои аналоги в виде меандров, многие варианты планарных одно- и двухпрямоугольные, а также логарифмические спиральные индуктивности, используются в проектировании резонаторов. В некоторых фильтрующих применениях [132] планарные спиральные индуктивности располагаются на разных слоях, тем самым образуя многослойную структуру. В работе [131]

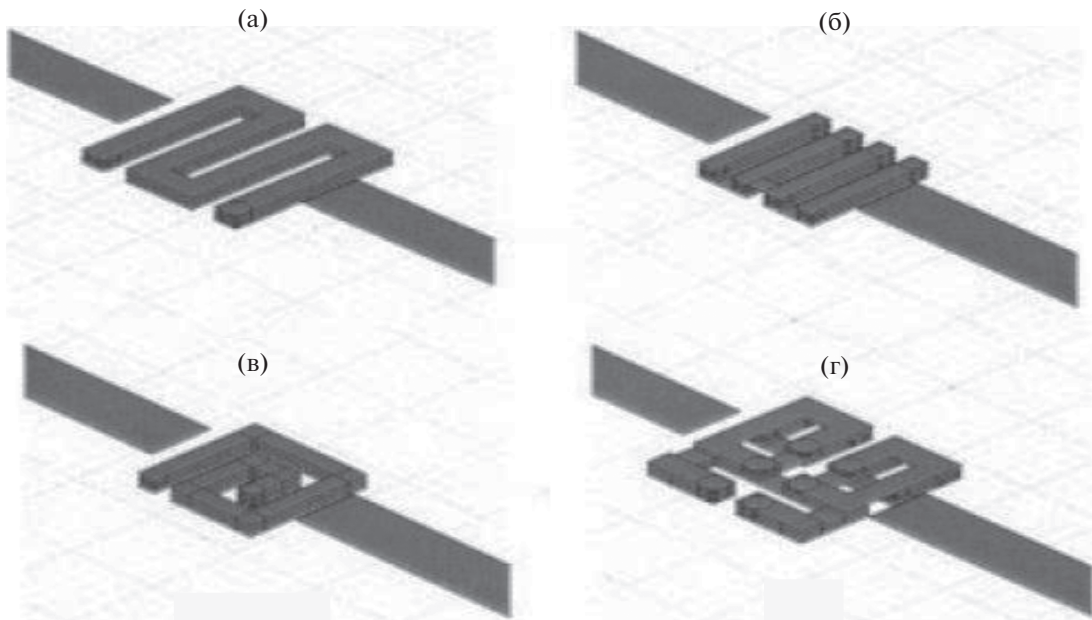


Рис. 20. Новые 3D-резонаторы: 3D X–Y меандр (а), 3D X–Z меандр (б), 3D-спираль (в), 3D-кривая Гильберта (г).

прямоугольная спиральная 3D-индуктивность встроена в резонатор с емкостной связью, как показано на рис. 20в.

Фрактальная 3D-кривая Гильберта получена тремя итерациями и встроена в СВЧ-резонатор, как показано на рис. 20г. Кривая Гильберта имеет одинаковую длину и занимает одинаковое пространство с 3D X–Y меандром, рассмотренным выше на рис. 20а. Однако вследствие особенностей формы кривой Гильберта размер изгибов уменьшен (в сравнении с меандром), что дает более слабую связь между изгибами.

В. Сравнение предложенных конфигураций СВЧ-резонаторов

Эффективность СВЧ-резонаторов определена в [131] полноволновым конечно-элементным методом моделирования, с использованием существующего коммерческого программного обеспечения Ansoft HFSS версия 8.5. Все характеристики и размеры материалов были сохранены в пределах ограничений широкодоступной стандартной толсто пленочной технологии. Толщина линий и зазор разных конфигураций варьируются одновременно, для получения одной резонансной частоты. Предложенные конфигурации сравнивались по размерам и добротности под нагрузкой и без нагрузки. Сравнения произведены с эквивалентными двумерными резонаторами на таком же участке подложки.

Моделирование показывает, что расширение от 2D к 3D не дает значимых улучшений в случаях нефрактальных кривых, таких как спираль и ме-

андр. Однако, 3D-резонатор Гильберта превосходит свой 2D-аналог, показывая много большее значение добротности Q_U и дальнейший потенциал для миниатюризации.

Затухание S_{21} для всех 3D-конфигураций, рассмотренных в работе [131], показано на рис. 21.

Численные результаты приведены в табл. 3 и 4 для различных 2D- и 3D-конфигураций структур соответственно, где коэффициент S_{21}^0 означает значение затухания на резонансной частоте [131].

Как и ожидалось в [131], включение 3D-кривых в резонатор позволяет значительно уменьшить размеры, равно как и повысить добротность в сравнении с обыкновенным планарным вариантом с емкостной связью. Исключением является спиральный 3D-резонатор. Хотя он имеет весьма узкую полосу с затуханием по уровню -3 дБ (около 1%), но обладает очень сильным затуханием в остальной полосе, делая, таким образом, общее Q_U одним из наименьших. Однако такой СВЧ-резонатор может быть успешно применен на основе использования сверхпроводников.

Трехмерный СВЧ-резонатор Гильберта, хотя и покрывает большую, чем остальные конфигурации, площадь подложки, показывает очень высокие значения добротности Q в ненагруженном состоянии. Моделирование показало [131], что это улучшение в дальнейшем может быть получено уменьшением толщины линий и зазоров во фрактальной 3D-кривой, что легко осуществимо с помощью новых технологий.

Таким образом, в работе [131] показано, что 3D СВЧ-резонатор Гильберта превзошел все

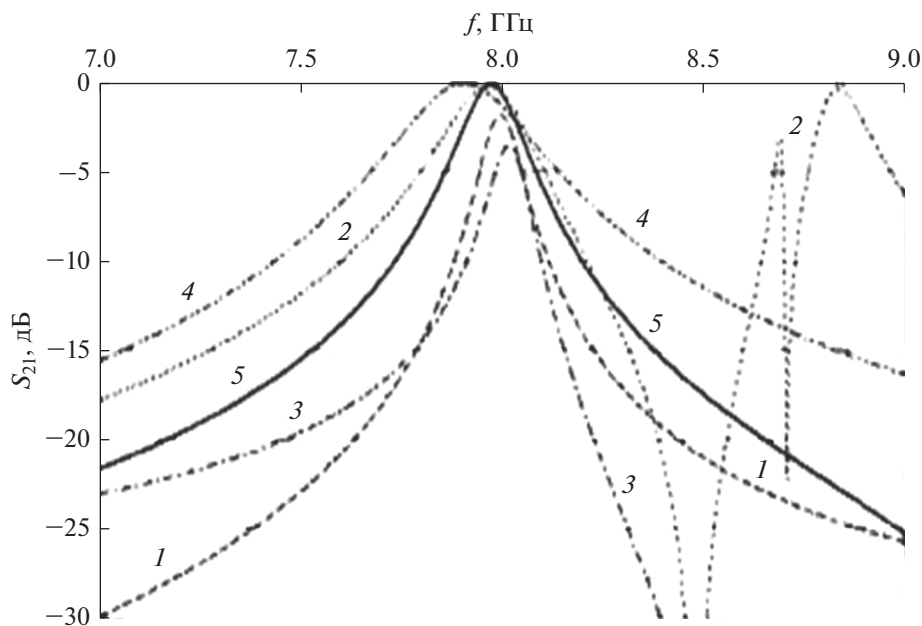


Рис. 21. Сравнение затухания S_{21} для обыкновенного резонатора с емкостной связью и предлагаемых трехмерных конфигураций: 1 – стандартная; 2 – 3D X – Y меандр; 3 – 3D-спираль; 4 – 3D X – Z меандр; 5 – 3D-кривая Гильберта.

остальные тестируемые конфигурации (3D и 2D), демонстрируя этим преимущества применения *многослойных фракталов* в резонаторах и фильтрах.

15. ТОПОЛОГИЯ ФРАКТАЛЬНЫХ ЛАБИРИНТОВ В СИНТЕЗЕ НОВОГО КЛАССА ФРАКТАЛЬНЫХ АНТЕНН И АНТЕННЫХ РЕШЕТОК

В последние годы интенсивно развиваются методы синтеза фрактальных искусственных композитов и метаматериалов, таких, например, как сверхминиатюрные фрактальные антенны, фрактальные структуры в фотонных и магنونных кристаллах, моделирование фрактальных импедансов и дробных операторов, перколяционный синтез, фрактальные лабиринты, канторовские блоки и т.д. [11, 74–76, 133].

Отметим, что фрактальные лабиринты довольно часто встречаются в природе и технике. К ним следует отнести транспортные и коммуникационные сети, системы сбора и распределения ресурсов и информации, речные системы, системы кровоснабжения, молниевые разряды и т.д. Фрактальный характер геометрии этих систем предопределяет особенности их динамического поведения и транспортных свойств.

Основные сведения о фрактальных лабиринтах с привлечением математики дробного исчисления, а также “раскрытие” фрактального лабиринта как нового объекта математической физики приведены исключительно в работах [61, 82, 83, 88, 133–141].

Авторское определение: фрактальный лабиринт или лабиринтный фрактал – топологическая связанная структура с фрактальной размерностью $D > 1$ и скейлинговым характером проводящих путей.

Таблица 3. Численные результаты для новых 3D-резонаторов [131]

Тип резонатора	Ширина линий и зазор, мкм	Длина резонатора, мкм	f_r , ГГц	S_{21}^0 , дБ	Q_L	Q_U
Стандартный	–	6.73	8	–1.82	83	242
3D X – Z меандр	200	1.4	7.91	–0.09	25	1234
3D X – Y меандр	290	2.03	7.97	–0.215	37	767
3D-спираль	200	1.4	8.02	–3.56	84	150
3D-кривая Гильберта	283	1.981	7.98	–0.099	50	2218

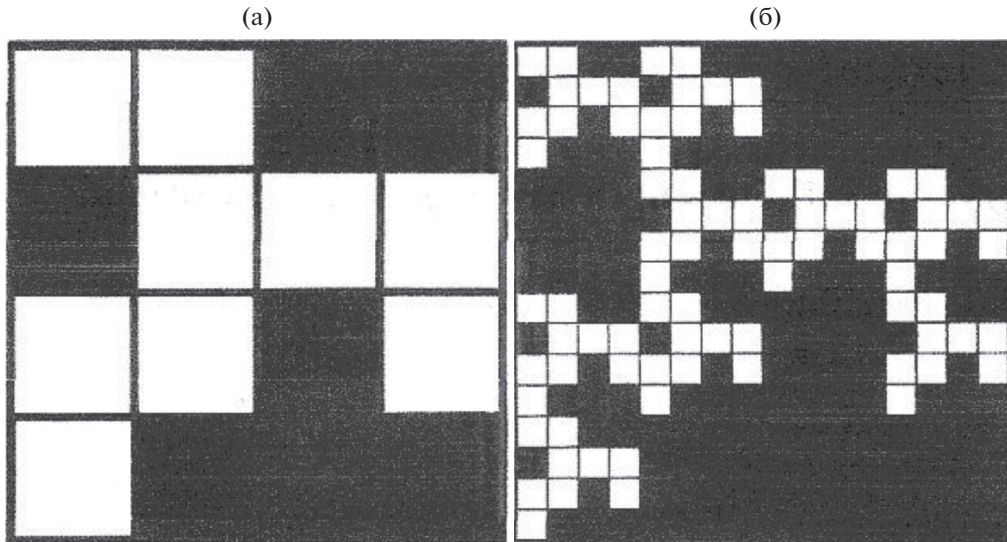


Рис. 22. Простейшие 4 × 4 – лабиринтные фракталы с классификацией L_1 (а) и L_2 (б) [134].

А. Краткая теория фрактальных лабиринтов

В качестве примеров для исследования таких структур используют обычно модельные построения Л. Кристи [134]. Простейшие 4 × 4 лабиринтные фракталы приведены на рис. 22.

Фрактальные лабиринты и процессы в них можно описать операторами с вещественным показателем степени. При этом аномальная диффузия описывается *дробным уравнением* диффузии [9, 11, 142–145]:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = {}_0D_t^{1-\alpha} K_\alpha \frac{\partial^2}{\partial x^2} W(x, t), \quad (1)$$

где $W(x, t)$ – функция плотности вероятности, зависящая, в общем, от особенностей геометрии взаимодействия; K_α – обобщенный коэффициент диффузии, оператор ${}_0D_t^{1-\alpha} = \frac{\partial}{\partial t} {}_0D_t^{-\alpha}$ для $0 < \alpha < 1$ – оператор Римана–Лиувилля, который определяется интегральным соотношением

$${}_0D_t^{1-\alpha} W(x, t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t dt' \frac{W(x, t')}{(t - t')^{1-\alpha}}, \quad (2)$$

которое является прямым продолжением кратного интеграла Коши для произвольной комплексной α с $\text{Re}(\alpha) > 0$.

Интегро-дифференциальная природа дробного оператора Римана–Лиувилля ${}_0D_t^{1-\alpha}$ в соответствии с (2) и с интегральным ядром вида $M(t) \propto t^{\alpha-1}$ обеспечивает немарковскую природу субдиффузионного процесса, определяемого дробным уравнением диффузии (1).

Переписывая (1) в эквивалентной форме

$${}_0D_t^{1-\alpha} - \frac{t^{-\alpha}}{\Gamma(1-\alpha)} W_0(x) = K_\alpha \frac{\partial^2}{\partial x^2} W(x, t), \quad (3)$$

получим исходное значение $W_0(x)$ с формой обратного степенного закона $(t^{-\alpha}/\Gamma(1-\alpha))W_0(x)$, а не экспоненциального, как для стандартной диффузии [9, 11, 142–145]. При этом в пределе $\alpha \rightarrow 1$ уравнение (1) сводится ко второму закону Фика, как это и должно быть.

Константа обобщенной диффузии K_α , которая появляется в (1), определяется как $K_\alpha \equiv \sigma^2/\tau^\alpha$ и в терминах шкалы σ и τ приводит к размерности $[K_\alpha] = \text{см}^2 \text{с}^{-\alpha}$.

Б. Программный продукт “Fractalizer”

Широкие моделирующие возможности стохастического фрактального лабиринта требуют развития средств, в том числе программных, которые могут во многом автоматизировать труд по синтезу требуемой геометрии. Превращая процесс синтеза из ручного в подробно-параметрический, мы позволяем сделать шаг к более сложным задачам, связанным уже с приложениями данного инструмента, которые, как было сказано, могут быть очень широки. В частности, планируется применение фрактальных лабиринтов в качестве геометрии миниатюрных СВЧ-излучателей, способных стать новым классом фрактальных антенн и фрактальных робастных антенных решеток. Созданная программа получила название “Fractalizer” [61, 83, 135–141]. Продукт (внешний вид окна показан на рис. 23) содержит, во-первых, графический редактор генератора фракталь-

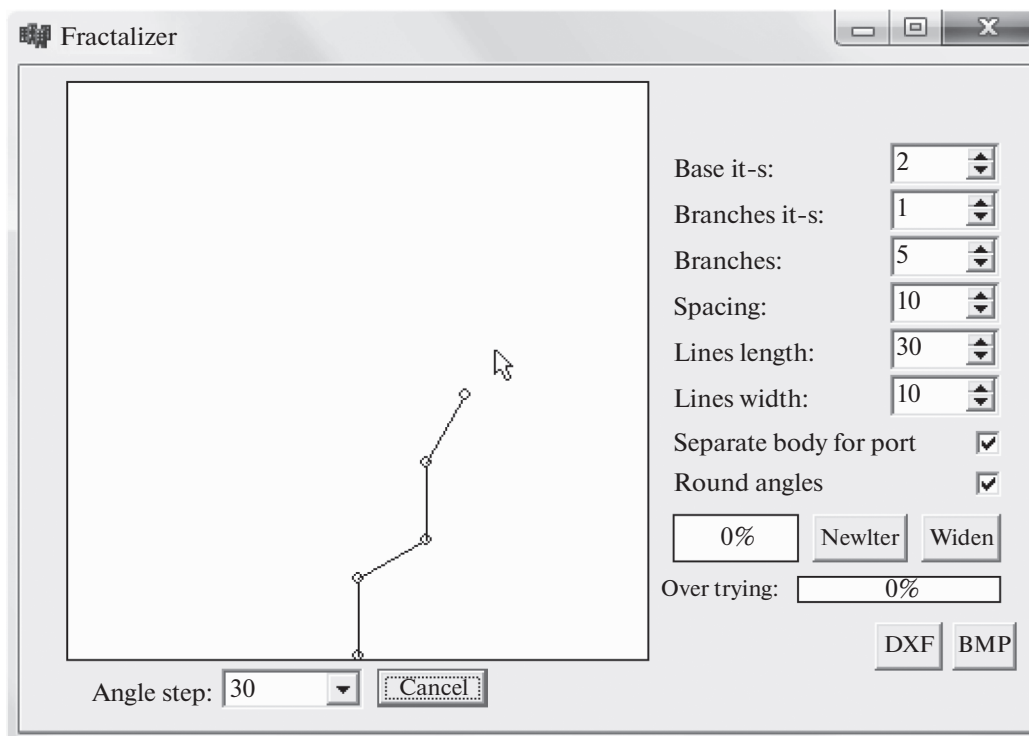


Рис. 23. Окно программного продукта Fractalizer.

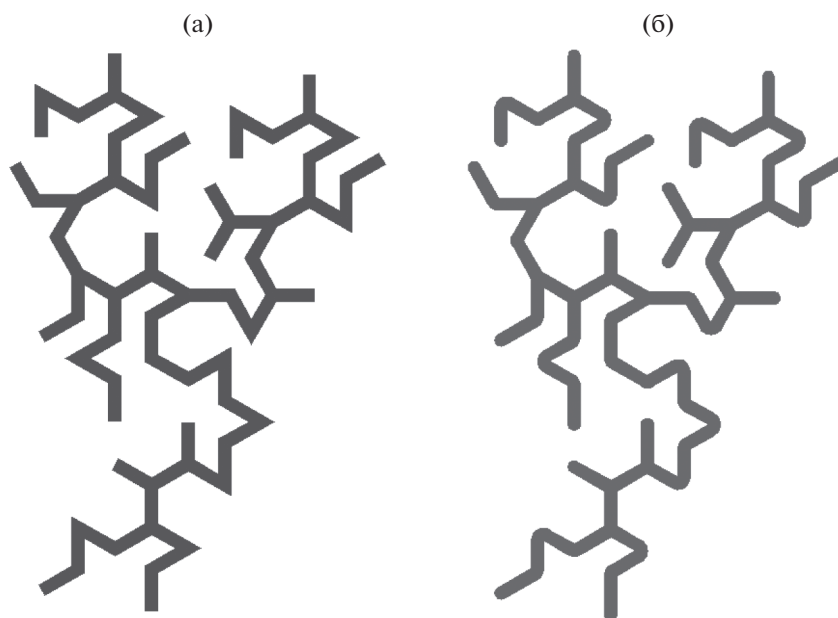


Рис. 24. Скругление углов фрактального лабиринта: исходный (а) и реальный (б).

ной кривой с функциями отмены последних действий и выбора шага построения угла. Справа от поля генератора введены инструменты установки параметров: количества итераций главной ветви, количество ответвлений, максимальная итерация ответвлений, ширина и длина линий, максимальное расстояние между несоседними элементами (элементарными линиями) структуры.

Кроме того, программа имеет кнопки: Iterate — создает лабиринт в памяти компьютера; Widen — обводит созданную структуру контуром, скругляя все внутренние углы (так на изгибающейся линии с конечной шириной обеспечивается однородная ширина) (рис. 24); BMP — сохраняет созданный в оперативной памяти объект в формат рисунка BMP; DXF — сохраняет структуру в универсаль-

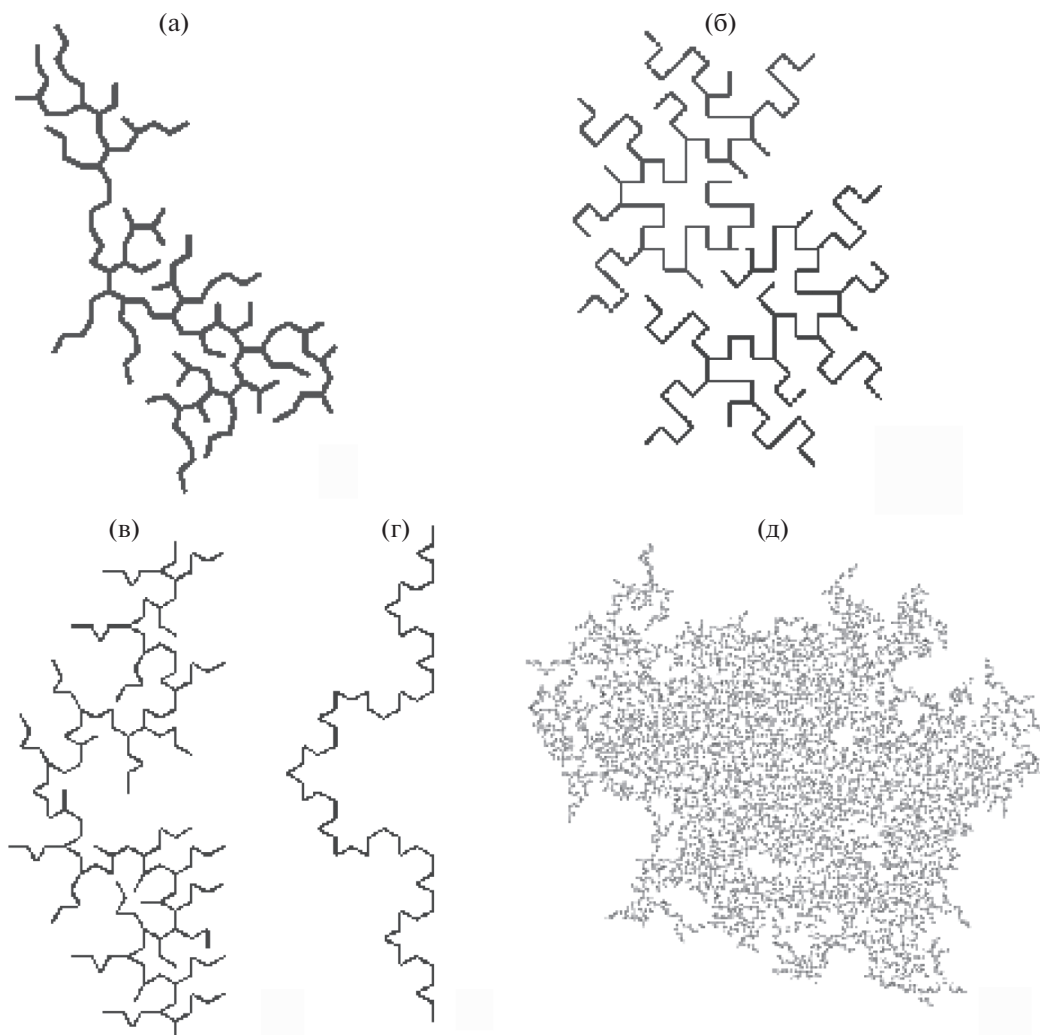


Рис. 25. Примеры фрактальных лабиринтов: а, б, д – с неограниченным ветвлением, в – с ветвлением от главной кривой, г – основная кривая для случая в.

ном чертежном формате Autodesk DXF. Файл формата BMP удобен для визуального просмотра, а файл DXF может быть импортирован в качестве геометрии в большинство современных компьютерных средств проектирования и моделирования, семейств ANSYS, Solid Works и пр.

Остановившись подробнее на синтезе фрактального лабиринта, следует отметить, что для выбора точки каждого нового ответвления автомат использует генератор псевдослучайных чисел. Именно, случайным образом выбирается узел, связывающий существующие ветви и элементарные линии внутри них. После удачного ответвления новой фрактальной кривой, которая исходит всегда из внешнего угла, деля его пополам, все узлы этой кривой становятся доступными для генератора псевдослучайных чисел. Таким образом, если итерация и/или количество ветвей выбраны достаточно большими, то развитие вет-

вей может “увести далеко” от образующей ветви. В программе также реализован контроль пересечений, который прекращает развитие ветвей, стремящихся пересечь или “подойти” достаточно близко (степень близости – один из параметров) к другим элементам структуры.

Программа с приемлемым быстродействием способна формировать до сотен ветвей, каждая из которых может содержать до 30–40 элементарных линий, что позволяет синтезировать достаточно сложные фрактальные стохастические поля и апертуры (рис. 25).

Опорной средой, с помощью которой можно оценить характеристики синтезируемой структуры в качестве фрактальной антенны, выбран известный продукт электродинамического моделирования Ansoft HFSS 12. Схема взаимодействия продукта Fractalyzer с HFSS показана на рис. 26.

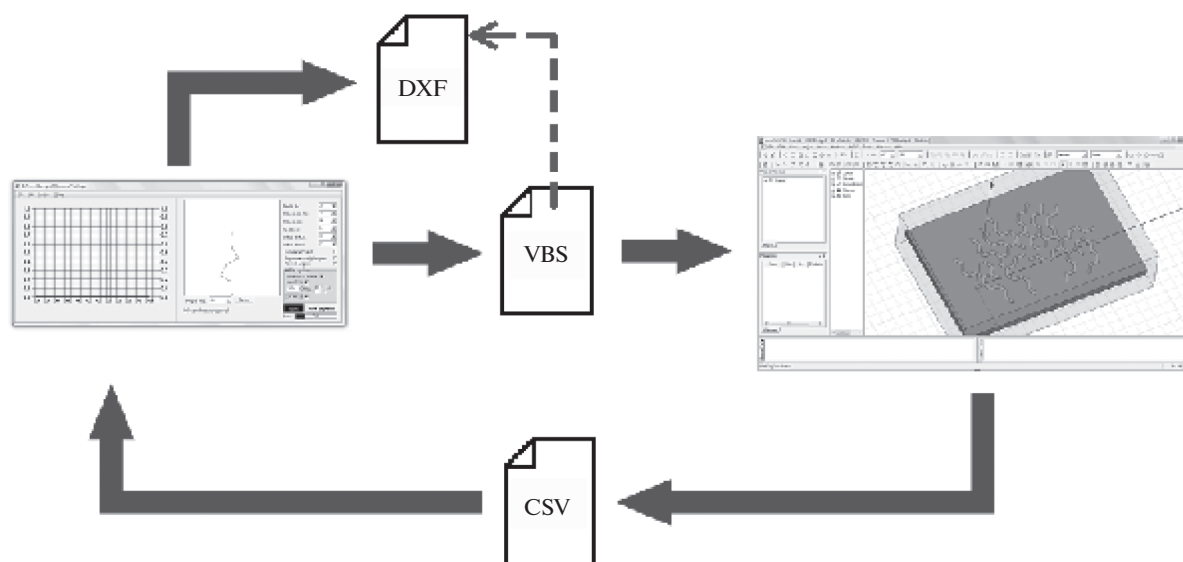


Рис. 26. Схема работы программы Fractalizer.

Последовательность действий при работе с продуктом такова: сначала вручную задаются параметры фрактального лабиринта (итерация основания, итерация ветвей, их количество и т.д.), затем задаются параметры запуска и диапазон моделирования для Ansoft HFSS 12, синтез начинается, программа создает управляющий файл Ansoft HFSS 12 – сценарий на языке Visual Basic, а также чертеж структуры в формате DXF; программа запускает Ansoft HFSS12 (в случае, если это П/О установлено на ПК), иницилируя выполнение созданного сценария. Сценарий импортирует файл .DXF в качестве медного проводника, создает подложку из текстолита, воздушную область, задает место подключения фидера и запускает моделирование. По завершении моделирования сценарий с помощью инструмента Ansoft HFSS 12 создает табличный файл в формате .CSV. Наконец, программа Fractalizer обнаруживает завершение работы Ansoft HFSS 12, после чего импортирует созданный CSV файл и представляет информацию в виде графика зависимости коэффициента отражения S_{11} от частоты порта.

В. Результаты моделирования малых печатных СВЧ фрактальных антенн

С помощью разработанного программного средства “Fractalizer” было выполнено экспериментальное построение нескольких видов ветвящихся фрактальных антенн, симметричной и несимметричной геометрии (рис. 27). Несимметричная геометрия была получена путем введения зазора в середину основной ветви полученного недетерминированного фрактала.

На рис. 28 показаны результаты моделирования фрактальной антенны из данных рис. 27б, а именно, зависимость коэффициента отражения от частоты и трехмерная диаграмма направленности. Как видим (рис. 28а), антенна имеет два резонанса, первый из которых соответствует частоте менее 1 ГГц, что означает способность к приему волн длиной 0.35 м. Диаграмма направленности круговая в плоскости XY , с наибольшим усилением в сторону отрицательного направления оси X (см рис. 27б и 28б).

Некоторые примеры антенных фрактальных структур и графиков коэффициента отражения S_{11} представлены на рис. 29.

Что касается построителя или генератора фрактальных лабиринтов, то возможности его расширения достаточно велики. Прежде всего для решения прикладных задач следует развить стохастический аппарат, вводя методы *генетической оптимизации* случайной конструкции [87, 146], которая должна стать прототипом саморазвития древовидного фрактала, его самоадаптации к требованиям разработчика.

Автор полагает, что продукт “Fractalizer”, по меньшей мере, способен разрешить некоторые вопросы: обладает ли геометрический лабиринтный фрактал с однородным генератором фрактальным характером импеданса и возможны ли на основе фрактальных лабиринтов генетический синтез и оптимизация многомасштабных робастных антенных решеток с большим числом элементов (а также современных нано- и микроконструкций) и, что более важно, синтез принципиально нового “не энергетического” фрактального обнаружителя сигналов по их сингулярностям и топологии принятой выборки.

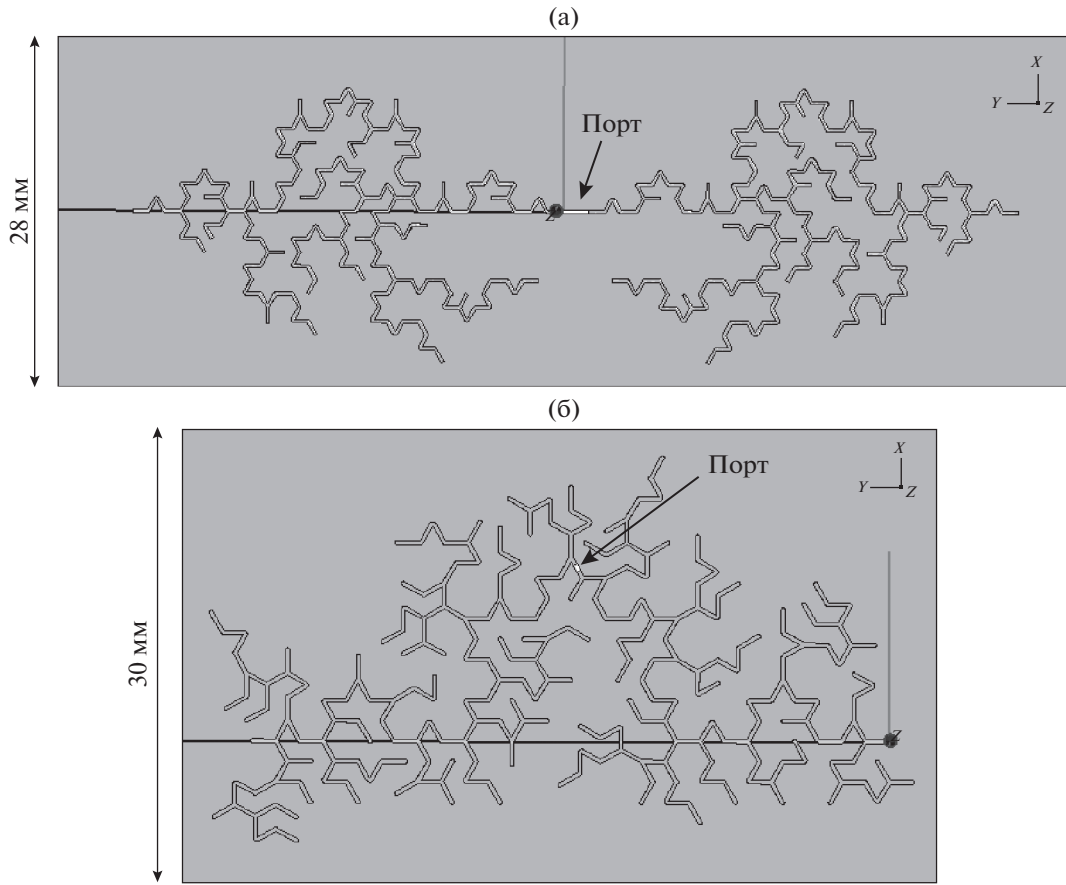


Рис. 27. Симметричная (а) и несимметричная (б) фрактальные лабиринтные антенны в среде моделирования “Fractalizer”.

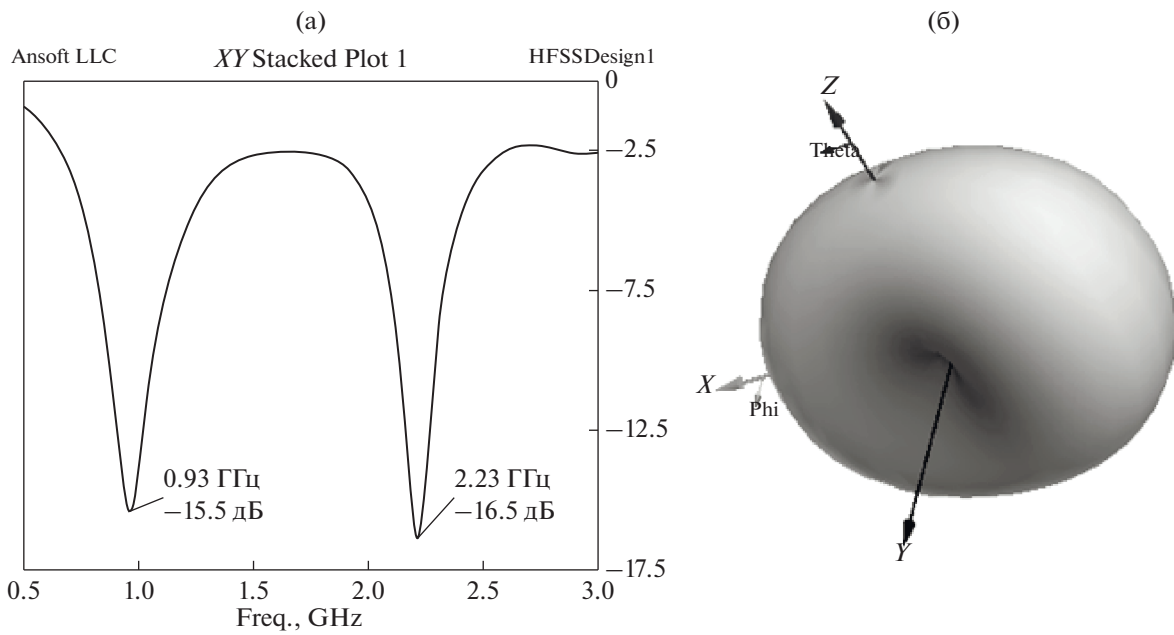


Рис. 28. Коэффициент отражения несимметричной лабиринтной антенны (а) и ее диаграмма направленности (б).

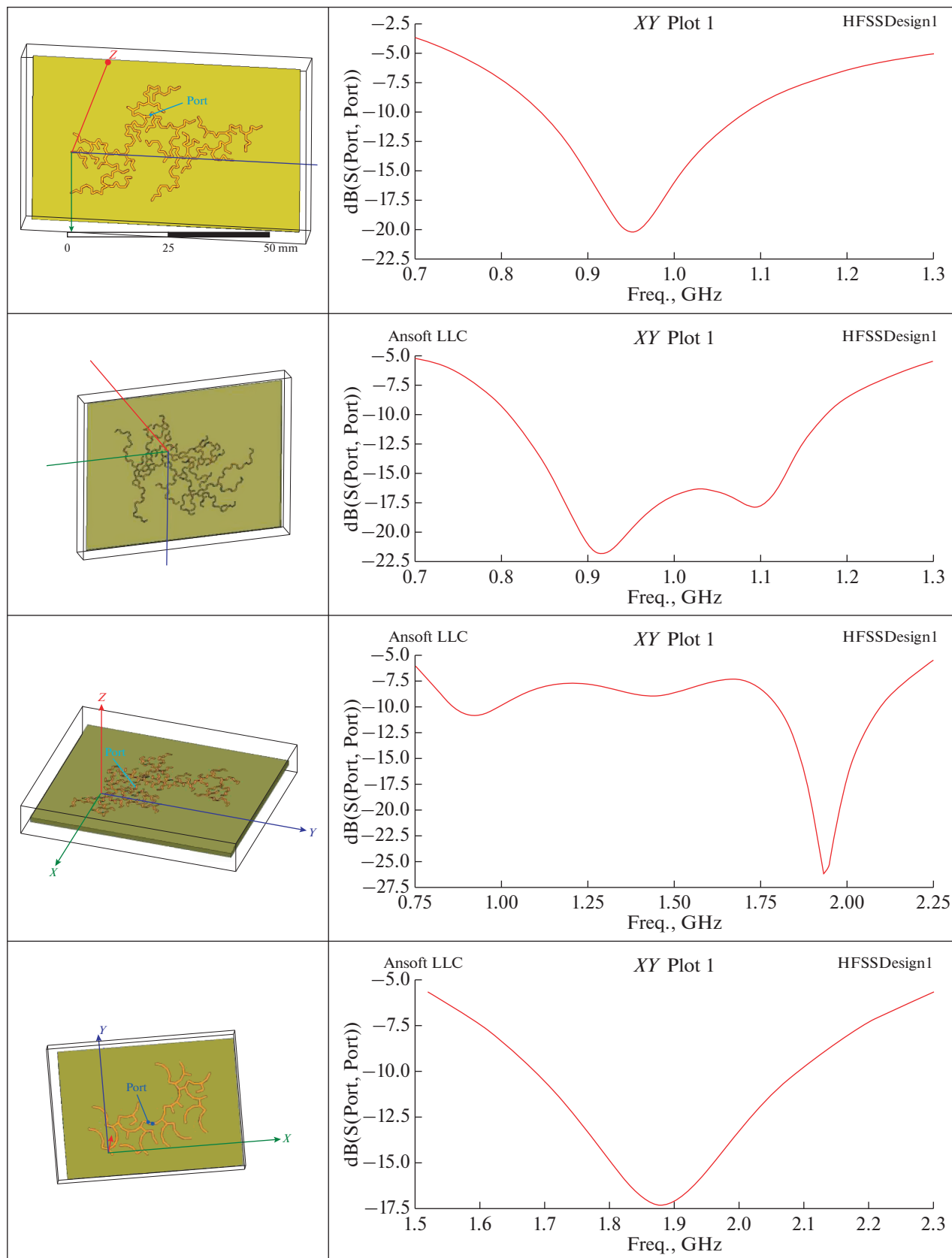


Рис. 29. Геометрия (слева) и динамические характеристики (справа), полученные при моделировании фрактальных антенн на основе фрактальных лабиринтов.

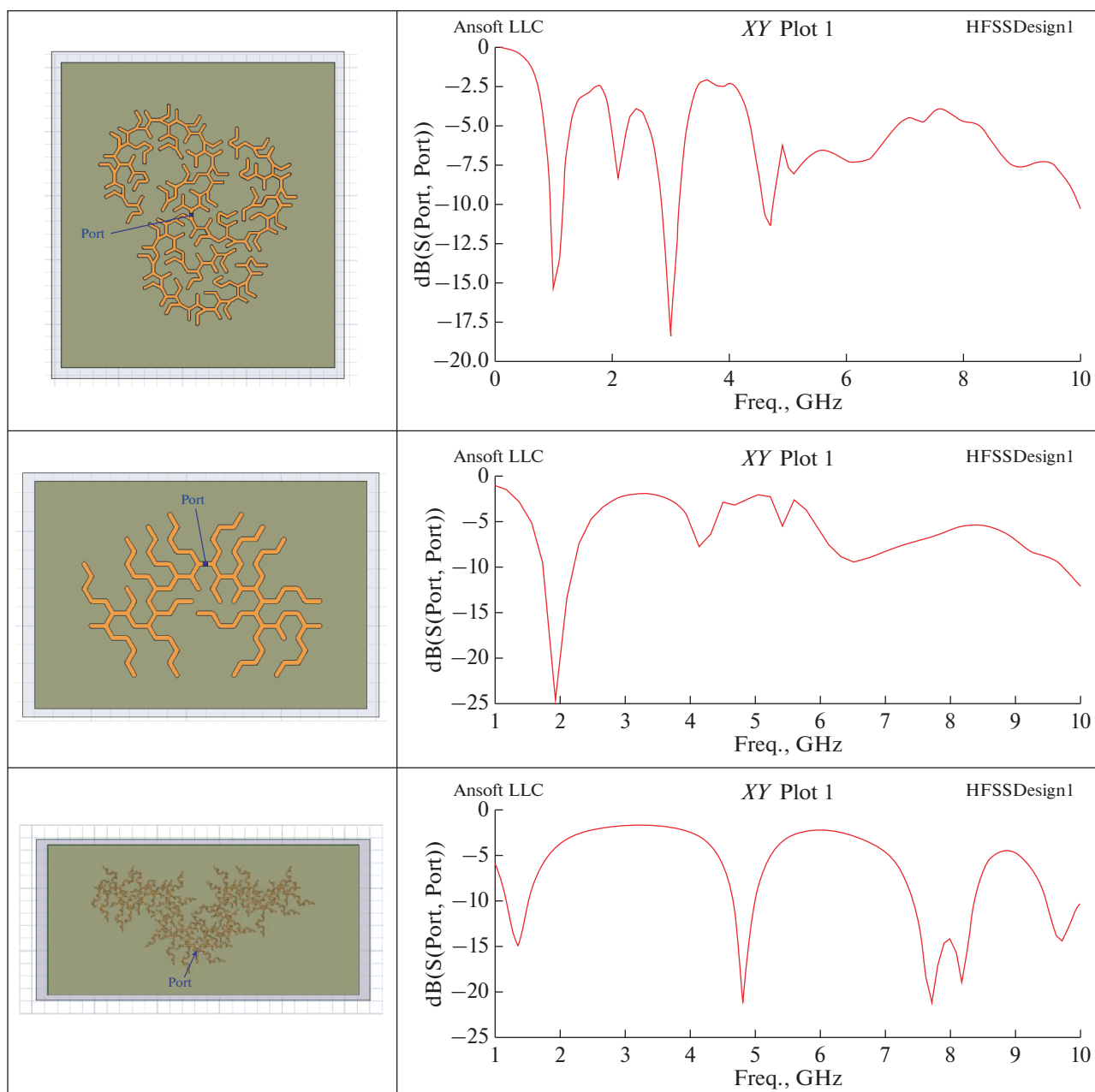


Рис. 29. Окончание.

В последнем случае можно говорить о максимальном “уходе” от энергии принимаемого радиолокационного сигнала, т.е. использовании принципа “максимум топологии при минимуме энергии” для принимаемого сигнала [92–96, 100, 101, 147], позволяющего более эффективно использовать преимущества текстурной и фрактально-скейлинговой обработки информации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Создание широкополосных и сверхширокополосных радиотехнических систем всегда являлось

одной из основных задач современной радиоэлектроники. Расширение полосы рабочих частот обусловлено современными тенденциями в развитии радиолокации, телекоммуникаций, радиотехники с целью повышения скорости передачи информации, повышения уровня помехозащищенности и информационной емкости радиотехнических систем любого действия, а также проблем помехозащищенности передаваемой информации.

Радиотехническая “фрактальная геометрия” приемно-передающего устройства или любых информационных радиотехнических, оптоэлек-

тронных и акустоэлектронных систем наряду с фрактальными методами модуляции/демодуляции и крипкостойкости (фрактальные сверхширокополосные сигналы, фрактальное сжатие информации [9, 11]) являются, по-видимому, чрезвычайно перспективными мерами для решения насущных задач традиционной радиоэлектроники, которая с момента своего зарождения полностью основана на целочисленной мере.

Определение фрактальной геометрии через систему итерированных функций позволяет создавать всевозможные и сложные электродинамические структуры. Тем не менее их внутренние регулярные упрощения моделируются и только некоторым образом численно анализируются. Изучение взаимодействия предфрактальных геометрий с электромагнитными полями позволяет выявить свойства чрезвычайно сложных электродинамических структур. Выводы о поведении малых предфрактальных антенн ведут к полезным критериям проектирования оптимальных малых проводных антенн. Численные инструменты анализа, разработанные для изучения малых проводных предфрактальных антенн, могут быть использованы в анализе сложных детальных малых окolorезонансных структурах, таких как метаматериалы и т.д. Знания, полученные при понимании поведения малых предфрактальных проводных антенн, могут быть применены при использовании предфрактальных геометрий и в других современных электродинамических устройствах. Показаны преимущества применения *многослойных фракталов* (см., в частности, для более глубокого обобщения отечественные работы [9–12, 33, 68, 74, 148, 149]) в резонаторах, фильтрах и других электродинамических и радиотехнических структурах. Таким образом, еще много работы впереди.

Внедрение фракталов, эффектов скейлинга и дробных операторов может означать и будущее радиоэлектроники, так как вся предыдущая и настоящая радиоэлектроника базируется исключительно (и только!) на основе теории целочисленных функций.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-08-01356-а), а также проекта “Leading Talents”, № 00201502 (2016–2020) в JiNan University (Гуанджоу, Китай).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Пистолькорс А.А.* Антенны. М.: Связьиздат, 1947.
2. Проблемы антенной техники / Под ред. Л.Д. Бахраха, Д.И. Воскресенского. М.: Радио и связь, 1989.
3. Справочник по антенной технике. М.: ИПРЖР, 1997.
4. The Antenna Engineering Handbook. 4th ed. / Ed. J.L. Volakis. N.Y.: McGraw Hill, 2007.
5. *Фельд Я.Н., Бененсон Л.С.* Основы теории антенн. М.: Дрофа, 2007.
6. *Нефедов Е.И.* Устройства СВЧ и антенны. М.: ИЦ “Академия”, 2009.
7. Сверхширокополосные антенны / Пер. с англ.: Под ред. Л.С. Бененсона. М.: Мир, 1964.
8. *Рамзей В.* Частотно независимые антенны. М.: Мир, 1968.
9. *Потапов А.А.* Фракталы в радиофизике и радиолокации. М.: Логос, 2002.
10. *Подосенов С.А., Потапов А.А., Соколов А.А.* Импульсная электродинамика широкополосных радиосистем и поля связанных структур. М.: Радиотехника, 2003.
11. *Потапов А.А.* Фракталы в радиофизике и радиолокации: Топология выборки. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Университетская книга, 2005.
12. *Подосенов С.А., Потапов А.А., Фоукзон Дж., Менкова Е.Р.* Неголономные, фрактальные и связанные структуры в релятивистских сплошных средах, электродинамике, квантовой механике и космологии. В 3-х тт. М.: ЛЕНАНД, 2015.
13. *Ким Й., Джаггард Д.Л.* // ТИИЭР. 1986. Т. 74. № 9. С. 124.
14. *Puente C., Romeu J., Pous R., Cardama A.* Fractals in Engineering / Ed. J. Levy Vehel, E. Lutton, C. Tricot. Berlin: Springer Verlag, 1997. P. 222.
15. *Puente C., Romeu J., Cardama A.* // In: Frontiers in Electromagnetics / Ed. D.H. Werner, R. Mittra. N.Y.: IEEE Press, 2000. P. 48.
16. *Werner D.H., Werner P.L., Jaggard D.L. et al.* Frontiers in Electromagnetics / Ed. D.H. Werner, R. Mittra. N.Y.: IEEE Press, 2000. P. 94.
17. *Werner D., Petko J.S., Spence T.G.* The Antenna Engineering Handbook / Ed. J.L. Volakis. N.Y.: McGraw-Hill, 2007. Ср. 33.
18. *Lianc X., Zhensen W., Wenbing W.* // J. Xidiun Univ. 1994. V. 21. № 5. P. 80.
19. *Boag A., Boag A., Michielssen E., Mittra R.* // IEEE Trans. 1996. V. AP-44. № 5. P. 687.
20. *Cohen N.* // Commun. Quarterly. 1995. V. 5. № 3. P. 7; 1996. V. 6. № 3. P. 53.
21. *Puente-Baliarda C., Romeu J., Pous R., Cardama A.* // IEEE Trans. 1998. V. AP-46. № 4. P. 517.
22. *Hohlfeld R., Cohen N.* // Fractals. 1999. V. 7. № 1. P. 79.
23. *Vinoy K.J., Varadan V.K.* // Smart Materials and Structures. 2001. V. 10. № 6. P. 1211.
24. *Best S.R.* // IEEE Antennas Wireless Propagation Lett. 2002. V. 1. № 1. P. 39.
25. *Werner D.H., Ganguly S.* // IEEE Antennas Propagation Magazine. 2003. V. 45. № 1. P. 38.
26. *Ooi B.-L.* // IEEE Trans. 2004. V. AP-52. № 5. P. 1286.
27. *Frezza F., Pajewski L., Schettini G.* // IEEE Trans. 2004. V. MTT-52. № 1. P. 220.
28. *Konstantatos G., Soras C., Tsachtsiris G. et al.* // Electromagnetics. 2004. V. 24. № 1–2. P. 81.

29. *Potapov A.A.* // Сб. тр. Третьего расширенного семинара “Использование методов искусственного интеллекта и высокопроизводительных вычислений в аэрокосмических исследованиях” (Переяславль-Залесский, 26–27 ноября 2003 г.). М: Физматлит, 2003. С. 76.
30. *Ghali H.A., Tarek A. Moselhy T.A.* // IEEE Trans. 2005. V. MTT-53. № 6. P. 1946.
31. *Гуляев Ю.В., Никитов С.А., Потанов А.А., Давыдов А.Г.* // РЭ. 2005. Т. 50. № 9. С. 1070.
32. *Potapov A.A.* // Abstr. Int. Seminar “Days on Diffraction-2006” (Russia, St. Petersburg, 30 May– 2 June 2006). SPb.: SPbU, 2006. P. 84.
33. *Потанов А.А.* // Нелинейный мир. 2014. Т. 12. № 4. С. 3.
34. *Hongming Zang, Xiaoying Zhao, Xiong Xu et al.* // Int. Conf. on Future Computer and Communication Engineering – ICFCC-2014 (Vietnam, Da Nang, July 30–August 1, 2014). P. 15.
35. *Jarry P., Beneat J.* Design and Realizations of Miniaturized Fractal Microwave and RF Filters. N.Y., 2009.
36. *Потанов А.А.* // Сб. тр. Междунар. науч.-техн. конф. “Прикладная синергетика-II”, посвященная памяти Ильи Пригожина (Уфа, 20–22 октября 2004 г.). Уфа: Изд. УГНТУ, 2004. Т. 2. С. 100.
37. *Petko J.S., Werner D.H.* // IEEE Trans. 2008. V. AP-56. № 1. P. 97.
38. *Потанов А.А.* // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. 2008. № 5. С. 3.
39. *Wang J.J., Yin Y.Z., Dai X.W.* // J. Electromagnetic Waves and Appl. 2009. V. 23. № 10. P. 1313.
40. *Rui Guo, Xing Chen, Kama Huang* // Electromagnetics. 2009. V. 29. № 4. P. 283.
41. *Потанов А.А.* // Сб. докл. Юбилейной науч.-техн. конф. “Инновации в радиотехнических информационно-телекоммуникационных технологиях”, посвященной 60-летию ОАО “Радиотехнический институт имени академика А.Л. Минца” и Факультета радиоэлектроники летательных аппаратов МАИ (Москва, 24–26 октября 2006 г.). М.: Изд. “Экстра Принт”, 2006. Ч. 1. С. 66.
42. *Matveev E.N., Potapov A.A.* // Proc. “Progress in Electromagnetics Research Symp. (PIERS 2009)” (18–21 August, 2009, Moscow). Cambridge, MA: Electromagnetics Academy, 2009. P. 1933.
43. *Matveev E.N., Potapov A.A.* // Proc. “Int. Radar Symp. (IRS-2009)” (09–11 September, 2009, Hamburg, Germany). Hamburg, 2009. P. 465.
44. *Потанов А.А.* // Нелинейная радиолокация: Сб. статей. (Библиотека журнала “Нелинейный мир”: Научная серия “Фракталы. Хаос. Вероятность”). М.: Радиотехника, 2007. Ч. 3. С. 5.
45. *Potapov A.A.* // Problems of Non-Linear Analysis in Engineering Systems. 2008. V. 14. № 1. P. 165. (http://www.kcn.ru/tat_en/science/ans/journals/ansj_cnt/08_1_13.html).
46. *Xu P., Tian H., Ji Y.* // J. Opt. Soc. Amer. B. 2010. V. 27. № 4. P. 640.
47. *de Oliveira E.E.C., da Silva P.H.F., Campos A.L.P.S., da Silva S.G.* // Microwave and Optical Technology Lett. 2009. V. 51. № 3. P. 671.
48. *Frezza F., Pajewski L., Schettini G.* // IEEE Trans. 2004. V. MTT-52. № 1. P. 220.
49. *Sarabandi K., Nader Behdad N.* // IEEE Trans. 2007. V. AP-55. № 5. P. 1239.
50. *Stojanović G., Radovanović M., Radonić V.* // Active and Passive Electronic Components (USA). 2008. Article ID 134805.
51. *Xiang Y., Dai X., Wen S., Fan D.* // Opt. Lett. 2008. V. 33. № 11. P. 1255.
52. *Ghosh B., Sinha S.N., Kartikeyan M.V.* // Int. J. RF and Microwave Computer-Aided Engineering. 2010. V. 20. № 2. P. 209.
53. *Hou B., Liao X.Q., Poon J.K.S.* // Optics Express. 2010. V. 18. № 4. P. 3946.
54. *Thomas T.L.* // Smart Skins Program Boeing Military Airplanes. Seattle: Boeing Company, 1989. P. 131.
55. *Hanson G.* // IEEE Antennas Propagation Magazine. 2008. V. 50. № 3. P. 66.
56. *Huang Y., Yin W.-Y., Liu Q.H.* // IEEE Trans. 2008. V. NANO-7. № 3. P. 331.
57. *Attiya A.M.* // Progress in Electromagnetics Research, PIER, 2009. V. 94. P. 419.
58. *Потанов А.А., Матвеев Е.Н.* // РЭ. 2010. Т. 55. № 10. С. 1157.
59. *Бобрешов А.М., Калашников А.Е., Потанов А.А.* // Успехи совр. радиоэлектроники. 2010. № 7. С. 47.
60. *Бобрешов А.М., Калашников А.Е., Потанов А.А.* // Успехи совр. радиоэлектроники. 2014. № 1. С. 3.
61. *Potapov A.A.* // Proc. IX Int. Conf. on Antenna Theory and Techniques (16–20 September, 2013, Odessa, Ukraine). Odessa, 2013. P. 62.
62. <http://www.tsc.upc.es/fractalcoms/>.
63. *Rius J.M.* Exploring the Limits of Fractal Electrodynamics for the Future Telecommunication Technologies (Annual Report T0+12. IST-2001-33055; FRACTALCOMS). 2003.
64. *Mandelbrot B.* Les Objects Fractals: Forme, Hasard et Dimension. Paris: Flammarion, 1975.
65. *Mandelbrot B.* Fractals: Forme, Chance and Dimension. San-Francisco: Freeman, 1977.
66. *Mandelbrot B.* The Fractals Geometry of Nature. N.Y.: Freeman, 1982.
67. *Mandelbrot B.* The Fractalist. Memoir of a Scientific Maverick. N.Y.: Vintage Books, 2013.
68. *Потанов А.А., Гуляев Ю.В., Никитов С.А. и др.* Новейшие методы обработки изображений. М.: Физматлит, 2008.
69. *Jaggard D.L.* // Recent Advances in Electromagnetic Theory / Ed. H.N. Kritikos, D.L. Jaggard. N.Y.: Springer Verlag, 1990. P. 183.
70. *Jaggard D.L.* // Directions in Electromagnetic Wave Modeling / Ed. H.L. Bertoni, L.B. Felsen. N.Y.: Plenum, 1991. P. 435.
71. *Jaggard D.L.* // Electromagnetic Symmetry / Ed. C. Baum, H.N. Kritikos. L.: Taylor & Francis, 1995. P. 231.
72. *Jaggard D.L.* // Fractals in Engineering / Ed. J.L. Velhel, E. Lutton, C. Tricot. Berlin: Springer Verlag, 1997. P. 204.

73. Jaggard D.L. // *Frontiers in Electromagnetics* / Ed. D.H. Werner, R. Mittra. N.Y.: IEEE Press, 2000. P. 2.
74. Потанов А.А. // *Кроновер Р. Фракталы и хаос в динамических системах* / Пер. с англ. под ред. Т.Э. Кренкеля. М.: Техносфера, 2006. С. 374.
75. Потанов А.А. // Сб. аннотаций Междунар. конф. XIV Харитоновские тематические научные чтения “Мощная импульсная электрофизика”, посвященные 110-летию со дня рождения академика Ю.Б. Харитона (Саров, 21–25 апреля 2014 г.). Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2014. С. 80.
76. Потанов А.А. // XVII Междунар. научно-техн. конф. “Радиолокация, навигация, связь”. Сб. докл. (Воронеж, 12–14 апреля 2011 г.). Воронеж: Саквеев, 2011. Т. 3. С. 2536.
77. Потанов А.А. // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2011. Т. 14. № 3. С. 54.
78. Потанов А.А. // *Необратимые процессы в природе и технике: Сб. науч. тр.* / Под ред. В.С. Горелика и А.Н. Морозова. М., 2012. Вып. IV. С. 5.
79. Потанов А.А. // Сб. матер. XI Междунар. конф. “Забабахинские научные чтения”, посвященный 95-летию Е.И. Забабахина (1917–1984), (Снежинск, Челябинская обл., 16–20 апреля 2012 г.). Снежинск: Изд-во РФЯЦ-ВНИИТФ, 2012. С. 311.
80. Potapov A.A. // *Int. Conf. “Dynamics, Bifurcations and Strange Attractors” Dedicated to the Memory of L.P. Shil’nikov (1934–2011): Book of Abstracts (Nizhni Novgorod, Russia, July 1–5, 2013)*. Nizhni Novgorod: Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod, 2013. P. 98.
81. Потанов А.А. // *Вестник Нижегородского ун-та им. Н.И. Лобачевского. Сер. Математическое моделирование. Оптимальное управление*. 2012. № 5. С. 172.
82. Потанов А.А. // *Вестник Тамбовского ун-та. Сер. Естественные и технические науки. (Материалы междунар. конф. “Колмогоровские чтения-VI. Общие проблемы управления и их приложения (ОПУ–2013), посвященные 110-летию со дня рождения А.Н. Колмогорова (Тамбов, 07–11 октября 2013 г.)”*. 2013. Т. 18. № 5. С. 2645.
83. Потанов А.А. // *Труды Первой Российско-Белорусской научно-техн. конф. “Элементная база отечественной радиоэлектроники”, посвященной 110-летию со дня рождения О.В. Лосева (Нижний Новгород, 11–14 сентября 2013 г.)*. Н. Новгород: НРО РНТОРЭС им. А.С. Попова, 2013. Т. 1. С. 139.
84. Потанов А.А. // *Тез. докл. 6-й Междунар. научно-техн. конф. “Космонавтика. Радиоэлектроника. Геоинформатика”, посвященной 90-летию со дня рождения академика В.Ф. Уткина (Рязань, 1–3 октября 2013 г.)*. Рязань: РГРТУ, 2013. С. 203.
85. Потанов А.А. // *Abstracts Int. Conf. “Turbulence and Wave Processes”, dedicated to the centenary of Mikhail D. Millionshchikov (1913–1973) (November 26–28, 2013, Moscow, MGU)*. М.: INTUIT.RU Ltd., 2013. P. 155.
86. Потанов А.А. // *Электромагнитные волны и электронные системы*. 2014. Т. 19. № 2. С. 24.
87. Потанов А.А., Шифрин Я.С., Кузеев Р.Р. // *Антенны*. 2014. № 3. С. 25.
88. Потанов А.А. // *Zbornik radova Konferencije MIT – Matematicke i informacione tehnologije (Vrnjjackoj Banji 5–9 septembra i u Bescima 10–14 septembra 2013 godine)*. Kosovska Mitrovica: Prirodno-matematicki fakultet Ulverziteta u Pristini (Serbia), 2014. P. 530.
89. Потанов А.А. // *Вестник Чувашского ун-та*. 2015. № 1. С. 189.
90. Потанов А.А. // *Вестник СибГУТИ*. 2015. № 2. С. 108.
91. Потанов А.А. // *Вестник РГРТУ*. 2015. № 2. С. 28.
92. Потанов А.А. // *Радиотехника*. 2015. № 8. С. 95.
93. Потанов А.А. // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2015. Т. 18. № 3. С. 59.
94. Потанов А.А. // *Вестник Карагандинского ун-та. Сер. Физика*. 2015. № 3. С. 4.
95. Потанов А.А. // Сб. трудов III Всерос. научно-техн. конф. “Перспективы развития РЛС дальнего обнаружения, интегрированных систем и комплексов информационного обеспечения ВКО и комплексов управления и обработки информации, РТИ Системы ВКО-2015” (Москва, 28 мая 2015 г.) М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015. С. 573.
96. Потанов А.А. // Сб. докл. XXI Междунар. научно-техн. конф. “Радиолокация, навигация, связь” (Воронеж, 14–16 апреля 2015 г.). Воронеж: Саквеев, 2015. Т. 2. С. 560.
97. Alexander A. Potapov. // *Book of Abstracts 8nd Int. Conf. (CHAOS’ 2015) on Chaotic Modeling, Simulation and Applications (26–29 May 2015, Paris)*. Paris: Henri Poincaré Institute, 2015. P. 102.
98. Потанов А.А. // Матер. 9-й Междунар. науч. конф. “Хаос и структуры в нелинейных системах. Теория и эксперимент”, посвященной 90-летию академика Е.А. Букетова (Казахстан, Караганда, 18–20 июня 2015 г.). Караганда: Изд-во КарГУ им. Е.А. Букетова, 2015. С. 3.
99. Potapov A.A. // *Book of Abstracts Third Int. Scientific Symp. “The Modeling of Nonlinear Processes and Systems (MNPS-2015)” (22–26 June, 2015, Russia, Moscow)*. М.: Янус-К, 2015. P. 34.
100. Потанов А.А. // Сб. тез. докл. II Всерос. научно-техн. конф. “Системы связи и радионавигации” (Красноярск, 27–28 августа 2015 г.). Красноярск: НПП “Радиосвязь”, 2015. С. 175.
101. Потанов А.А. // Матер. 25-й Междунар. Крымской конф. “СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии КрыМиКо’ 2015” (Севастополь, 6–12 сентября 2015 г.). Севастополь: Вебер, 2015. Т. 1. С. 65.
102. Гуляев Ю.В., Потанов А.А. // *Материалы 18-й Междунар. науч.-техн. конф. “Проблемы передачи и обработки информации в сетях и системах телекоммуникаций” (Рязань, 26–28 октября 2015 г.)*. Рязань: Горячая линия – Телеком, 2015. С. 3.
103. Потанов А.А. // *Труды II Российско-Белорусской науч.-техн. конф. “Элементная база отечественной радиоэлектроники: импортзамещение и применение” им. О.В. Лосева (Нижний Новго-*

- род, 17–19 ноября 2015 г.). Н. Новгород: Изд-во ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2015. С. 346.
104. *Опаленов Ю.В., Потапов А.А., Федюнин С.Ю.* // Тез. докл. научно-техн. конф. “Формирование сложных сигналов” (Суздаль, 28.11–1.12.88). М., 1988. С. 49.
 105. *Опаленов Ю.В., Потапов А.А.* // РЭ. 2000. Т. 45. № 12. С. 1447.
 106. *Опаленов Ю.В., Потапов А.А.* // Зарубеж. радиоэлектроника. Успехи совр. радиоэлектроники. 2001. № 4. С. 3.
 107. *Опаленов Ю.В., Потапов А.А.* // Вопросы перспективной радиолокации (Коллективная монография). М.: Радиотехника, 2003. С. 132, 148.
 108. *Опаленов Ю.В., Потапов А.А.* // Сб. докл. XI Междунар. научно-техн. конф. “Радиолокация, навигация, связь” (Воронеж, 12–14 апреля 2005 г.). Воронеж: Саквее, 2005. Т. 3. С. 1709.
 109. *Опаленов Ю.В., Потапов А.А.* // Electromagnetic Phenomena. 2005. V. 5. № 2. P. 143.
 110. *Потапов А.А.* // РЭ. 2007. Т. 52. № 3. С. 261.
 111. *Salim Ali Jabbar, Ahmad Adil Hameed, Fyath Raad Sami.* MIMO Fractal Antennas. Saarbrücken: Lambert Acad. Publ., 2013.
 112. *Андрианов М.Н., Потапов А.А.* // Нелинейный мир. 2013. Т. 11. № 11. С. 759.
 113. *Potapov A.A.* // Book of Abstracts Third Int. Scientific Symp. “The Modeling of Nonlinear Processes and Systems (MNPS-2015)” (22–26 June, 2015, Moscow). М.: Янус-К, 2015. P. 33.
 114. <http://www.upc.es/>.
 115. <http://www.uniroma1.it/>.
 116. <http://www.epfl.ch/>.
 117. <http://www.ugr.es/>.
 118. <http://www.cimne.upc.es/>.
 119. <https://fractalcoms.upc.edu/>.
 120. *Schwalm W.A., Moritz B., Giona M., Schwalm M.K.* // Phys. Rev. E. 1999. V. 59. P. 1217.
 121. *Giona M., Schwalm W.A., Schwalm M.K., Adrover A.* // Chem. Engng. Sci. 1996. V. 51. P. 4717.
 122. *Adrover A., Schwalm W.A., Giona M., Bachand D.S.* // Phys. Rev. E. 1997. V. 55. P. 7304.
 123. *Giona M.* // Chaos, Solitons & Fractals. V. 7. 1996. P. 1371.
 124. *Giona M.J.* // Phys. A. 1997. V. 30. P. 4293.
 125. *Zhou J., Lancaster M.J., Huang F.* // Electron. Lett. 2003. V. 39. № 8. P. 665.
 126. *Hejazi Z.M., Excell P.S.* // IEEE Trans. 2002. V. AP-12. № 2. P. 1813.
 127. *Tan C. Y., Linfeng Chen, Jian Lu et al.* // IEEE Microwave Wireless Compon. Lett. 2003. V. 13. № 6. P. 247.
 128. *Jarry P., Beneat J.* Design and Realizations of Miniaturized Fractal Microwave and RF Filters. N.Y.: Wiley, 2009.
 129. *McVay J., Engheta N., Hoorfar A.* // IEEE Microwave Wireless Components Lett. 2004. V. 14. P. 130.
 130. *Crnojevic-Bengin V., Budimir D.* // Asia-Pacific Microwave Conf. (APMC’2004), New Delhi, India, 2004.
 131. *Crnojevic-Bengin V., Budimir D.* // Microwave and Opt. Technol. Lett. 2005. V. 46. № 3. P. 195.
 132. *Lee G.A., Megahed M., De Flaviis F.* // IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig. 2003. P. 527.
 133. *Потапов А.А.* // Труды 1-й Межд. конф. “Наноструктурные материалы-2008: Беларусь–Россия–Украина (НАНО-2008)”. Минск: Белорус. наука, 2008. С. 532.
 134. *Cristea L.L., Steinsky B.* // Geom Dedicata. 2009. V. 141. P. 1.
 135. *Потапов А.А.* // Матер. Третьей междунар. конф. “Математическая физика и ее приложения” (Самара, 27 августа–1 сентября 2012 г.). Самара: СамГТУ, 2012. С. 239.
 136. *Потапов А.А.* // Четвертая ежегодная конф. Нанотехнологического общества России (Тез. докл.) (Москва, 20 декабря 2012 г.). М.: РИЦ “Курчатовский институт”, 2012. С. 121.
 137. *Потапов А.А., Слезкин Д.В.* // Conf. Inform. Int. Conf. “Mathematical and Informational Technologies, MIT-2013” (5–8 September, 2013, Vrnjacka Banja, Serbia and 9–14 September, 2013, Budva, Montenegro). Kosovska Mitrovica: University of Pristina, 2013. P. 124.
 138. *Потапов А.А., Потапов В.А., Кузеев Р.Р.* // Междунар. конф. “Нигматуллинские чтения-2013” (Тез. докл.) (Казань, 19–21 ноября 2013 г.). Казань: Изд-во КНИТУ-КАИ, 2013. С. 82.
 139. *Потапов А.А., Слезкин Д.В., Потапов В.А.* // Радиотехника. 2013. № 8. С. 31.
 140. *Потапов А.А.* // Сб. анн. Междунар. конф. XIV Харитоновские тематические научные чтения “Мощная импульсная электрофизика”, посвященной 110-летию со дня рождения академика Ю.Б. Харитона (Саров, 21–25 апреля 2014 г.). Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2014. С. 80.
 141. *Потапов А.А.* // Сб. материалов XII Междунар. конф. “Забабахинские научные чтения” (Снежинск, Челябинская обл., 2–6 июня 2014 г.). Снежинск: Изд-во РФЯЦ-ВНИИТФ, 2014. С. 317.
 142. *Oldham K.B., Spanier J.* The Fractional Calculus. N.Y.: Acad. Press, 1974.
 143. *Applications of Fractional Calculus in Physics* / Ed. R. Hilfer. Singapore: World Scientific, 1999.
 144. *Metzler R., Klafter J.* // Phys. Rep. 2000. V. 339. P. 1.
 145. *Учайкин В.В.* Метод дробных производных. Ульяновск: Артишок, 2008.
 146. *Randy L.H., Werner D.H.* Genetic Algorithms in Electromagnetics. N.Y.: Wiley, 2007.
 147. *Потапов А.А.* // Book of Abstracts Third Int. Scientific Symp. “The Modeling of Nonlinear Processes and Systems (MNPS-2015)” (22–26 June, 2015, Moscow). М.: Янус-К, 2015. P. 151.
 148. *Potapov A.A.* // Proc. SPIE. 2009. V. 7374. P. 73740E-1.
 149. *Потапов А.А.* Фрактальный метод и фрактальная парадигма в современном естествознании. Воронеж: ИПЦ “Научная книга”, 2012.