
**ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ**

УДК 621.391.2

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОСИНУСНЫХ ОБОБЩЕННЫХ ВОС-СИГНАЛОВ (cosGВОС-СИГНАЛОВ) ПЕРСПЕКТИВНЫХ СПУТНИКОВЫХ РАДИОНАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

© 2019 г. М. С. Ярлыков¹, *, С. М. Ярлыкова², **¹Редакция журнала “Радиотехника и электроника”,
Российская Федерация, 125009 Москва, ул. Моховая, 11, стр. 7²Институт кибернетики Российского технологического университета МИРЭА,
Российская Федерация, 119454 Москва, просп. Вернадского, 78

*E-mail: red@cplire.ru

**E-mail: yarlykova@mirea.ru

Поступила в редакцию 17.05.2018 г.

После доработки 17.05.2018 г.

Принята к публикации 16.02.2019 г.

Рассмотрены свойства и статистические характеристики (временные и спектральные) косинусных обобщенных ВОС-сигналов (cosGВОС-сигналов) для нового поколения спутниковых радионавигационных систем, в частности, таких как GPS (США), Galileo (Европа) и BeiDou (Китай). Получены аналитические выражения корреляционных функций (КФ) одиночных элементов модулирующей функции (МФ) cosGВОС-сигналов при типовых коэффициентах кратности импульсов N_{Π} ($N_{\Pi} = 2$ и 4) для различных значений коэффициента заполнения ρ , где $\rho \in [0, 1]$. Показано, что полученные общие формулы справедливы в важных частных случаях: $\rho = 0.5$, что соответствует косинусным меандровым шумоподобным сигналам – cosВОС-сигналам, и $\rho = 0$ (или $\rho = 1$), что соответствует двоичным фазоманипулированным сигналам (BPSK-сигналам). Путем прямого преобразования Фурье КФ рассчитаны энергетические спектры (спектральные плотности мощности) одиночных элементов МФ cosGВОС-сигналов в случаях, когда $N_{\Pi} = 2$ и 4 .

DOI: 10.1134/S0033849419070155

ВВЕДЕНИЕ

В глобальных спутниковых радионавигационных системах (СРНС), таких как GPS (США), ГЛОНАСС (Россия), Galileo (Европа) и BeiDou (Китай), все более широко применяются (или планируются к применению) меандровые шумоподобные сигналы, называемые в англоязычной литературе binary offset carrier modulated signals (ВОС-сигналы) [1–3].

В настоящее время все выделенные диапазоны частот, в частности, L -диапазон (длина волны составляет 15...20 см), который предназначен для СРНС, довольно плотно заняты уже существующими системами. В силу этого любое перераспределение несущих частот или выделение каких-либо новых частот является сложной проблемой и требует более эффективного использования диапазона с максимальной плотностью радиоэлектронных устройств и систем на единицу полосы частот. Все это усиливает необходимость разработки новых более совершенных навига-

онных сигналов, во многом характеризующих качество навигационных определений в целом.

В связи с этим для новых поколений глобальных СРНС заметным событием является разработка обобщенных (Generalized) ВОС-сигналов – GВОС-сигналов [4–6].

Отличие GВОС-сигналов от ВОС-сигналов заключается в том, что у них поднесущее колебание (ПК) представляет собой прямоугольный сигнал, т.е. периодическую биполярную последовательность прямоугольных видеоимпульсов, с произвольным значением коэффициента заполнения ρ , где $\rho \in [0, 1]$. Такое ПК навигационных GВОС-сигналов называется прямоугольным ПК (ППК). Другими словами, GВОС-сигналы – это шумоподобные сигналы с ППК, а ВОС-сигналы – это шумоподобные сигналы с меандровым ПК (МПК).

В том важном частном случае, когда у ППК коэффициент заполнения $\rho = 0.5$, оно представляет собой МПК, а сами GВОС-сигналы при этом являются традиционными ВОС-сигналами [1–3].

В другом частном случае, когда $\rho = 0$ или $\rho = 1$, GBOC-сигналы вырождаются в двоичные фазоманипулированные сигналы (binary phase shift keying signals – BPSK-сигналы). Этот случай является вырожденным, поскольку утрачивается зависимость сигналов от значения коэффициента кратности импульсов N_{Π} .

Тот факт, что у GBOC-сигналов можно варьировать значением коэффициента заполнения ρ в пределах от 0 до 1, создает дополнительную возможность изменять в широких пределах форму и параметры корреляционных функций (КФ) и энергетических спектров таких сигналов. Это обстоятельство обуславливает определенные преимущества (в частности, по электромагнитной совместимости) использования в перспективных СРНС шумопобных GBOC-сигналов по сравнению с ВОС- или BPSK-сигналами.

Как вариант, применение GBOC-сигналов обсуждается, например, в китайской СРНС BeiDou на третьей фазе ее развития при следующих значениях параметров сигналов: несущая частота GBOC-сигнала $f_H = 1561.098$ МГц, тип модуляции GBOC(2,2, ρ), коэффициент заполнения $\rho = 0.3$, частота следования символов псевдослучайной последовательности (ПСП) дальномерного кода $f_C = 2.046$ МГц, частота ППК $f_{\Pi} = 2.046$ МГц, базовая (опорная) частота $f_{0\Pi} = 1.023$ МГц [5].

Навигационные GBOC-сигналы (аналогично ВОС-сигналам) в зависимости от относительного временного сдвига ПСП дальномерного кода и ППК подразделяются на sin GBOC- и cos GBOC-сигналы (соответственно синусные и косинусные обобщенные ВОС-сигналы). Применительно к СРНС нового поколения sin GBOC-сигналы и их статистические характеристики были рассмотрены в [6, 7]. В данной работе рассмотрим cos GBOC-сигналы.

Структура модулирующей функции (МФ) и спектральные характеристики cos GBOC-сигналов обсуждались в [8], однако также важно рассмотреть их корреляционные характеристики, поскольку КФ во многом определяют структуру и параметры дискриминаторов в приемных устройствах СРНС.

Цель работы – получить аналитические выражения, построить графики и обсудить свойства КФ одиночных элементов МФ cos GBOC-сигналов при различных значениях ρ для коэффициентов кратности импульсов $N_{\Pi} = 2$ и 4; кроме того, путем преобразования Фурье (ПФ) найти соответствующие энергетические спектры.

Для определенности дальнейших рассуждений поясним введенные термины:

1) “косинусный символ МФ” $\mu_{\cos GBOC}(t)$ означает видеосигнал, представляющий собой отрезок МФ $d_{\cos GBOC}(t)$ cos GBOC-сигнала длительностью

τ_C одного элемента ПСП дальномерного кода $g(t)$, где $t \in [t_k, t_k + \tau_C]$, взятый со знаком “+”;

2) “элемент МФ” $d_{\tau_C-\cos GBOC}(t)$ означает косинусный символ МФ $\mu_{\cos GBOC}(t)$ cos GBOC-сигнала, взятый со знаком “+” или “–” в зависимости от значения кодового коэффициента $v_k = v(t_k)$ ПСП дальномерного кода $g(t)$ в дискретный момент времени $t_k = k\tau_C$, где $k = 0, 1, 2, \dots$;

3) термин типа “одиночный элемент МФ cos GBOC-сигнала” означает, что рассматривается математическое выражение, описывающее один элемент МФ cos GBOC-сигнала.

Рассматриваемые ПСП дальномерного кода $g(t)$ и косинусные ППК $r_{\cos}(t)$ имеют единичные амплитуды, поэтому полученные выражения характеризуют нормированные КФ и энергетические спектры.

1. СТРУКТУРА И ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗЛУЧАЕМОГО cos GBOC-СИГНАЛА

Применительно к среднеорбитальным СРНС cos GBOC-сигнал $s(t)$, излучаемый бортовым передатчиком какого-либо одного спутника из состава группировки, имеет традиционную форму представления [3, 8]:

$$s(t - t_0) = A d_{\cos GBOC}(t - t_0) \cos[\omega_H(t - t_0) + \varphi(t)], \quad (1)$$

где $A = \sqrt{2P_{cp}}$ – амплитуда cos GBOC-сигнала на выходе передатчика (P_{cp} – средняя мощность cos GBOC-сигнала на выходе передатчика); $d_{\cos GBOC}(t - t_0)$ – МФ cos GBOC-сигнала, $\omega_H = 2\pi f_H$ – круговая несущая частота радиосигнала (f_H – несущая частота cos GBOC-сигнала); $\varphi(t)$ – фаза радиосигнала; t_0 – начало отсчета.

Как видно из (1), специфические особенности cos GBOC-сигналов $s(t)$ (при сравнении с sin GBOC- или ВОС-сигналами) полностью определяются структурой и характеристиками МФ $d_{\cos GBOC}(t)$.

По аналогии с [8], когда это не влияет на суть изложения, полагаем, что МФ $d_{\cos GBOC}(t)$ cos GBOC-сигнала $s(t)$ обусловлена собственно ПСП дальномерного кода и косинусным ППК. В таком случае МФ $d_{\cos GBOC}(t)$ имеет вид [8]

$$d_{\cos GBOC}(t - t_0) = g(t - t_0)r_{\cos}(t - t_0), \quad (2)$$

где $g(t - t_0)$ – собственно ПСП дальномерного кода, $r_{\cos}(t - t_0)$ – косинусное ППК, отражающее специфику cos GBOC-сигналов $s(t)$.

Из формулы (2) следует, что МФ $d_{\cos GBOC}(t)$ формируется путем перемножения взаимно синхронизированных последовательностей $g(t)$ и

$r_{\cos}(t)$, каждая из которых состоит из чередующихся единичных видеопульсов соответствующей длительности, меняющих свою полярность по определенным законам.

Соотношение для ПСП дальномерного кода $g(t)$, описывающее ее один период, имеет известный вид [3, 9]:

$$g(t - t_0) = \sum_{k=0}^{L-1} v_k \text{rect}_{\tau_C}[t - k\tau_C - t_0], \quad (3)$$

где L – коэффициент расширения спектра, т.е. число элементов на периоде ПСП $g(t)$; τ_C – длительность элемента ПСП $g(t)$; $k = 0, 1, 2, \dots, (L - 1)$ – номер элемента ПСП на периоде.

Функция $\text{rect}_{\tau_C}[\cdot]$ в (3) представляет собой импульс единичной амплитуды длительностью τ_C :

$$\text{rect}_{\tau_C}[t - k\tau_C] = \begin{cases} 1 & \text{при } k\tau_C \leq t < (k+1)\tau_C, \\ 0 & \text{при } k\tau_C > t \geq (k+1)\tau_C, \end{cases} \quad (4)$$

где $k = 0, 1, 2, \dots, (L - 1)$.

Длительность периода ПСП $g(t)$ (3) равна

$$T_L = L\tau_C. \quad (5)$$

Кодовые коэффициенты $v_k = v(t_k)$, где $t_k = k\tau_C$ – дискретное время, формируют ПСП дальномерного кода $g(t)$ (3). Они принимают на каждом элементе ПСП длительностью τ_C значения $+1$ или -1 согласно определенному коду.

Так, например, в СРНС типа ГЛОНАСС дальномерный код стандартной точности представляет собой периодическую последовательность максимальной длины (М – последовательность, или последовательность Хаффмена) с периодом $T_L = 1$ мс и частотой следования символов $f_C = 511$ кГц; в СРНС типа GPS дальномерный C/A код является периодической последовательностью Голда с периодом $T_L = 1$ мс и частотой следования символов $f_C = 1.023$ МГц [10, 11].

Косинусные ППК $r_{\cos}(t)$, входящие в (2), и одиночные косинусные символы $\mu_{\cos\text{GBOC}}(t)$ МФ $\cos\text{GBOC}$ -сигналов $s(t)$ при различных значениях ρ обсуждались в [8].

Косинусное ППК $r_{\cos}(t)$, ПСП $g(t)$ (для произвольно заданной реализации) и МФ $d_{\cos\text{GBOC}}(t)$ при коэффициенте кратности импульсов $N_{\Pi} = 4$ и коэффициенте заполнения $\rho = 0.75$, представлены на рис. 1, где τ_C – длительность элемента ПСП $g(t)$; τ_1 и τ_2 – длительности положительного и отрицательного импульсов косинусного ППК $r_{\cos}(t)$ соответственно; T_{Π} – длительность периода косинусного ППК $r_{\cos}(t)$.

Из рис. 1 видно, что длительность периода косинусного ППК $r_{\cos}(t)$ равна

$$T_{\Pi} = 0.5\tau_1 + \tau_2 + 0.5\tau_1 = \tau_1 + \tau_2. \quad (6)$$

Частота косинусного ППК $r_{\cos}(t)$ с учетом (6) характеризуется следующим выражением:

$$f_{\Pi} = \frac{1}{T_{\Pi}} = \frac{1}{\tau_1 + \tau_2}, \quad (7)$$

где f_{Π} – частота косинусного ППК $r_{\cos}(t)$.

Важный параметр косинусного ППК $r_{\cos}(t)$, каким является коэффициент заполнения прямоугольного сигнала ρ , определяется как [4–6]

$$\rho \triangleq \tau_1/T_{\Pi}, \quad (8)$$

где $\rho \in [0, 1]$.

Согласно (6) и (8) имеем, что применительно к коэффициенту заполнения ρ выполняются следующие соотношения (см. рис. 1):

$$\tau_1 = \rho T_{\Pi}, \quad \tau_2 = (1 - \rho)T_{\Pi}. \quad (9)$$

Частным случаем прямоугольного сигнала $r_{\cos}(t)$ при $\rho = 0.5$ является меандровый сигнал, у которого длительности положительного и отрицательного импульсов равны, т.е.

$$\tau_1 = \tau_2 \triangleq \tau_M, \quad (10)$$

где τ_M – длительность меандрового импульса. При этом длительность периода ПК равна $T_{\Pi} \triangleq T_M = 2\tau_M$, где T_M – период МПК [1, 3].

Таким образом, если $\rho = 0.5$, то косинусное ППК $r_{\cos}(t)$ представляет собой косинусное МПК, а $\cos\text{GBOC}$ -сигнал является традиционным $\cos\text{BOC}$ -сигналом.

При сопоставлении различных типов модуляции $\cos\text{GBOC}$ -сигналов (по аналогии с $\sin\text{GBOC}$ -сигналами) используется следующее обозначение: $\cos\text{GBOC}(f_{\Pi}, f_C, \rho)$ [4–8]. Поскольку у СРНС частоты f_{Π} и f_C обычно кратны базовой (опорной) частоте $f_{\text{оп}}$ (в частности, для систем GPS и Galileo $f_{\text{оп}} = 1.023$ МГц), то часто применяется иная форма записи для обозначения типа модуляции $\cos\text{GBOC}$ -сигналов: $\cos\text{GBOC}(\alpha, \beta, \rho)$, где $\alpha = f_{\Pi}/f_{\text{оп}}$ и $\beta = f_C/f_{\text{оп}}$.

Для характеристики различных типов $\cos\text{GBOC}$ -сигналов в качестве показателя применяется либо коэффициент кратности импульсов N_{Π} косинусного ППК $r_{\cos}(t)$, либо эквивалентный ему параметр Q_{Π} – коэффициент кратности периодов косинусного ППК $r_{\cos}(t)$ [4–8].

Коэффициент кратности импульсов N_{Π} представляет собой число прямоугольных импульсов (положительных длительностью τ_1 и отрицательных длительностью τ_2) косинусного ППК $r_{\cos}(t)$, которые укладываются на длительности τ_C одного элемента ПСП $g(t)$ (см. рис. 1):

$$N_{\Pi} = \frac{2\tau_C}{T_{\Pi}} = \frac{2f_{\Pi}}{f_C} = \frac{2\alpha}{\beta}, \quad (11)$$

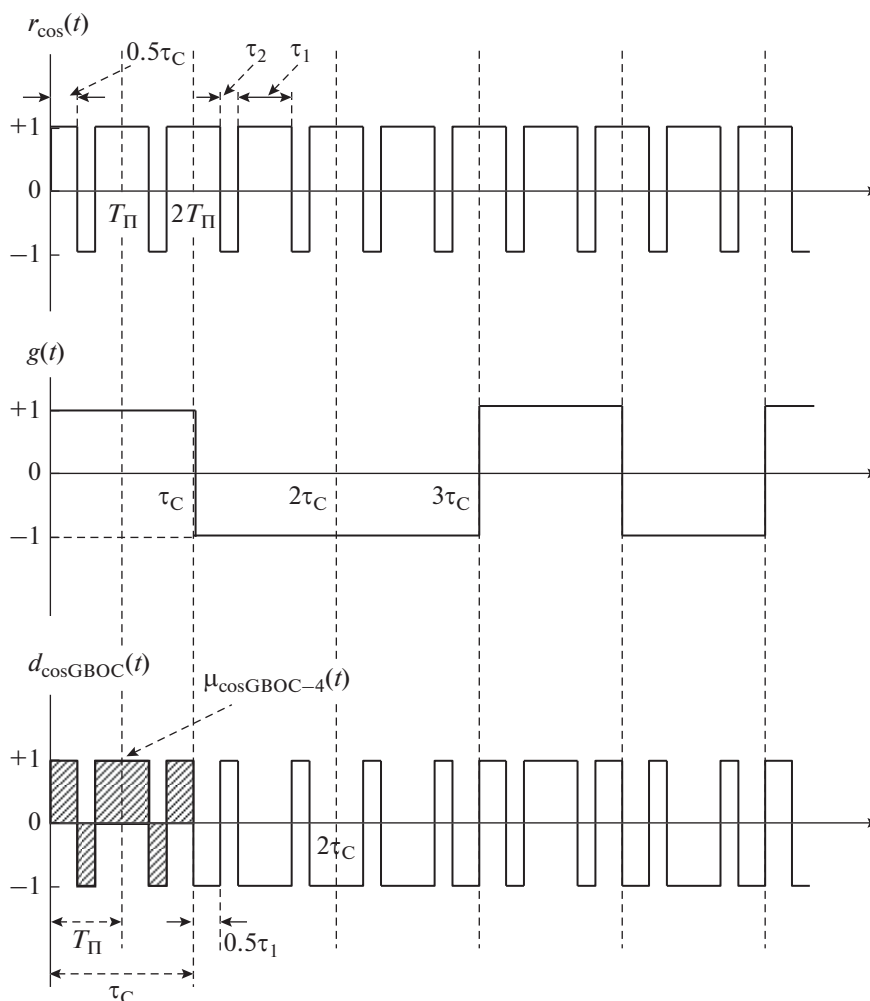


Рис. 1.

где N_{Π} – положительное четное число ($N_{\Pi} = 2, 4, 6, \dots$).

Отметим, что в случае cosGBOC-сигналов при определении коэффициента кратности импульсов N_{Π} первый и последний импульсы длительностью $0.5\tau_1$ каждый, укладываемые на длительности τ_C одного элемента ПСП $g(t)$ (см. (6) и рис. 1), рассматриваются как половины одного импульса и при подсчете учитываются как один импульс длительностью τ_1 .

Коэффициент кратности периодов Q_{Π} представляет собой число периодов длительностью T_{Π} косинусного ППК $r_{\cos}(t)$, которые укладываются на длительности τ_C одного элемента ПСП $g(t)$ (см. рис. 1):

$$Q_{\Pi} = \frac{1}{2} N_{\Pi} = \frac{\tau_C}{T_{\Pi}} = \frac{f_{\Pi}}{f_C} = \frac{\alpha}{\beta}, \quad (12)$$

где $Q_{\Pi} = 1, 2, 3, \dots$

В частном случае cosGBOC-сигналов, когда $\rho = 0.5$, т.е. в случае cosBOC-сигналов, коэффициент кратности импульсов N_{Π} представляет собой применяемый при рассмотрении cosBOC-сигналов параметр N_M – коэффициент кратности меандровых импульсов:

$$N_M = \frac{\tau_C}{\tau_M} = \frac{2f_M}{f_C} = \frac{2\alpha}{\beta}, \quad (13)$$

где τ_M определяется (10).

2. ОДИНОЧНЫЙ ЭЛЕМЕНТ МОДУЛИРУЮЩЕЙ ФУНКЦИИ cosGBOC-СИГНАЛОВ

По аналогии с BOC- и sinGBOC-сигналами произвольный k -й элемент МФ $d_{\cos GBOC}(t)$ (2) cosGBOC-сигналов определяется следующим выражением [3, 6–8]:

$$d_{\tau_C-\cos GBOC}(t) = v_k \mu_{\cos GBOC}(t), \quad (14)$$

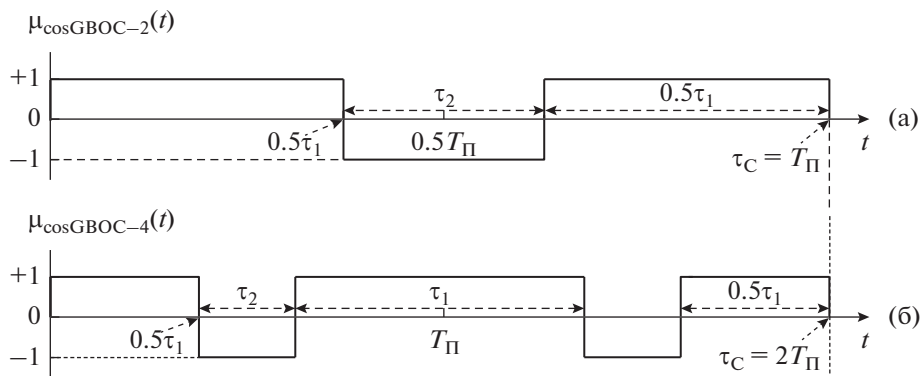


Рис. 2.

где $v_k = v(t_k)$ – кодовый коэффициент k -го элемента ПСП дальномерного кода $g(t)$, характеризующей (3); $t_k = k\tau_C$ – дискретное время; $\mu_{\cos\text{GBOC}}(t)$ – одиночный косинусный символ МФ $d_{\cos\text{GBOC}}(t)$ (2) $\cos\text{GBOC}$ -сигналов. Индекс τ_C у параметра $d_{\tau_C\text{-cosGBOC}}(t)$ означает, что рассматривается одиночный элемент МФ $d_{\cos\text{GBOC}}(t)$ длительностью τ_C .

В соответствии с (13) одиночный элемент МФ $d_{\tau_C\text{-cosGBOC}}(t)$ $\cos\text{GBOC}$ -сигнала $s(t)$ (1) представляет собой одиночный косинусный символ $\mu_{\cos\text{GBOC}}(t)$, взятый со знаком “+” или “-” в зависимости от значения кодового коэффициента v_k k -го элемента ПСП $g(t)$.

Одиночный косинусный символ $\mu_{\cos\text{GBOC}-N_\Pi}(t)$, учитывая (2), (3) и (11), при различных значениях коэффициента кратности импульсов N_Π может быть записан в следующем виде (см. рис. 1) [8]:

$$\mu_{\cos\text{GBOC}-N_\Pi}(t) = \sum_{m=0}^{0.5N_\Pi-1} \{ \text{rect}_{0.5\tau_1}[t - mT_\Pi] - \text{rect}_{\tau_2}[t - mT_\Pi - 0.5\tau_1] + \text{rect}_{0.5\tau_1}[t - mT_\Pi - 0.5\tau_1 - \tau_2] \}, \quad (15)$$

где $N_\Pi = 2, 4, 6, \dots$ ($Q_\Pi = 1, 2, 3, \dots$).

Стоящий у обозначений индекс N_Π означает, что рассматривается одиночный косинусный символ $\mu_{\cos\text{GBOC}-N_\Pi}(t)$ с коэффициентом кратности импульсов, равном N_Π .

Как видно из (15) и рис. 1, косинусный символ $\mu_{\cos\text{GBOC}-N_\Pi}(t)$ представляет собой отрезок косинусного ППК $r_{\cos}(t)$ длительностью $\tau_C = 0.5N_\Pi T_\Pi$ (11). Изображенный на рис. 1 одиночный косинусный символ $\mu_{\cos\text{GBOC}-N_\Pi}(t)$ заштрихован.

В частном случае $\cos\text{GBOC}$ -сигналов, когда $\rho = 0.5$, т.е. когда рассматриваются $\cos\text{BOC}$ -сиг-

налы, формула (15) с учетом того, что $\tau_1 = \tau_2 = \tau_M$ и $N_\Pi = N_M$ ($N_M = 2, 4, 6, \dots$), принимает вид

$$\mu_{\cos\text{BOC}-N_M}(t) = \text{rect}_{0.5\tau_M}[t] + \sum_{m=1}^{N_M-1} (-1)^m \text{rect}_{\tau_M}[t - (m-0.5)\tau_M] + \text{rect}_{0.5\tau_M}[t - (N_M-0.5)\tau_M], \quad (16)$$

где $N_M = 2, 4, 6, \dots$

Видно, что формула (16) совпадает, например, с выражением (2.2) (при четном N_M) из [3].

На рис. 2 в соответствии с формулой (15) представлены графики одиночных косинусных символов $\mu_{\cos\text{GBOC}-N_\Pi}(t)$ при $\rho = 0.75$ применительно к двум типам МФ $\cos\text{GBOC}$ -сигналов для $N_\Pi = 2$ (рис. 2а) и 4 (рис. 2б) при одной и той же длительности τ_C элемента ПСП $g(t)$. (Далее, когда это не вызывает сомнений, слово “одиночный” в выражениях типа “одиночный косинусный символ” для краткости опускаем.)

График на рис. 2а соответствует случаю $N_\Pi = 2$ ($Q_\Pi = 1$) и представляет косинусный символ $\mu_{\cos\text{GBOC}-2}(t)$, который согласно (15) определяется соотношением

$$\mu_{\cos\text{GBOC}-2}(t) = \text{rect}_{0.5\tau_1}[t] - \text{rect}_{\tau_2}[t - 0.5\tau_1] + \text{rect}_{0.5\tau_1}[t - 0.5\tau_1 - \tau_2]. \quad (17)$$

Косинусный символ $\mu_{\cos\text{GBOC}-2}(t)$ характеризует $\cos\text{GBOC}$ -сигналы с модуляцией, например, типа $\cos\text{GBOC}(1, 1, \rho)$ или $\cos\text{GBOC}(2, 2, \rho)$.

На рис. 2б для $N_\Pi = 4$ ($Q_\Pi = 2$) в соответствии с (15) изображен график косинусного символа

$$\mu_{\cos\text{GBOC}-4}(t) = \text{rect}_{0.5\tau_1}[t] - \text{rect}_{\tau_2}[t - 0.5\tau_1] + \text{rect}_{\tau_1}[t - 0.5\tau_1 - \tau_2] - \text{rect}_{\tau_2}[t - T_\Pi - 0.5\tau_1] + \text{rect}_{0.5\tau_1}[t - T_\Pi - 0.5\tau_1 - \tau_2], \quad (18)$$

который определяет $\cos\text{GBOC}$ -сигналы с модуляцией, например, типа $\cos\text{GBOC}(10, 5, \rho)$.

Из формулы (15) и рис. 2 видно, что в формировании косинусных символов $\mu_{\cos\text{GBOC}-N_{\Pi}}(t)$ при $N_{\Pi} \geq 4$ используются в зависимости от длительности импульсы трех видов:

- положительные импульсы длительностью $0.5\tau_1$,
- положительные импульсы длительностью τ_1 ,
- отрицательные импульсы длительностью τ_2 .

При $N_{\Pi} = 2$ структура косинусного символа $\mu_{\cos\text{GBOC}-2}(t)$ по сравнению с общим случаем упрощается, и в ней положительные импульсы длительностью τ_1 не используются.

Если у $\cos\text{GBOC}$ -сигналов коэффициент заполнения ρ варьировать в пределах от 0 до 1, то тогда при определенных значениях ρ соотношения между длительностями этих трех видов импульсов косинусных символов $\mu_{\cos\text{GBOC}-N_{\Pi}}(t)$ изменяются на противоположные (см. (6), (8), (9) и рис. 2). По этой причине, согласно (15), с учетом (6), (8) и (9) в зависимости от значения коэффициента заполнения ρ , где $\rho \in [0, 1]$, при $N_{\Pi} = 4, 6, 8, \dots$ возможен один из следующих трех вариантов формирования косинусного ППК $r_{\cos}(t)$ $\cos\text{GBOC}$ -сигналов:

1-й вариант соответствует условию, что

$$\tau_1 \leq \tau_2, \text{ т.е. } \rho \in [0, 1/2], \quad (19)$$

2-й вариант соответствует условию, что

$$0.5\tau_1 \leq \tau_2 \leq \tau_1, \text{ т.е. } \rho \in [1/2, 2/3], \quad (20)$$

3-й вариант соответствует условию, что

$$0.5\tau_1 \geq \tau_2, \text{ т.е. } \rho \in [2/3, 1]. \quad (21)$$

Выше отмечалось, что для $\cos\text{GBOC}$ -сигналов при $N_{\Pi} = 2$ в структуре косинусного символа $\mu_{\cos\text{GBOC}-2}(t)$ положительные импульсы длительностью τ_1 не используются, поэтому в таком случае имеют место лишь два варианта формирования косинусного ППК $r_{\cos}(t)$ $\cos\text{GBOC}$ -сигналов при $\rho \in [0, 1]$:

1-й вариант соответствует условию, что

$$0.5\tau_1 \leq \tau_2, \text{ т.е. } \rho \in [0, 2/3], \quad (22)$$

2-й вариант соответствует условию, что

$$0.5\tau_1 \geq \tau_2, \text{ т.е. } \rho \in [2/3, 1]. \quad (23)$$

Как будет показано далее, каждому варианту формирования косинусного ППК $r_{\cos}(t)$ $\cos\text{GBOC}$ -сигналов соответствует свое аналитическое выражение КФ $R_{\cos\text{GBOC}-N_{\Pi}}(\tau, \rho)$ одиночного элемента МФ $\cos\text{GBOC}$ -сигналов.

3. КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ ОДИНОЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ МОДУЛИРУЮЩЕЙ ФУНКЦИИ $\cos\text{GBOC}$ -СИГНАЛОВ. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Особенности корреляционных характеристик $\cos\text{GBOC}$ -сигналов во многом определяются КФ $R_{\cos\text{GBOC}}(\tau, \rho)$ одиночных элементов МФ $d_{\tau\text{-}\cos\text{GBOC}}(t)$ (14).

Найдем аналитические выражения КФ одиночных элементов МФ $d_{\tau\text{-}\cos\text{GBOC}}(t)$ $\cos\text{GBOC}$ -сигналов при типовых коэффициентах кратности импульсов N_{Π} ($N_{\Pi} = 2$ и 4) для различных значений коэффициента заполнения ρ , где $\rho \in [0, 1]$, и рассмотрим свойства таких КФ.

В соответствии с общим определением КФ одиночного элемента МФ $d_{\tau\text{-}\cos\text{GBOC}}(t)$ $\cos\text{GBOC}$ -сигналов, характеризуемого (14) и (15), описывается следующим выражением [9, 12]:

$$R_{\cos\text{GBOC}}(\tau, \rho) \triangleq \frac{1}{\tau_c} \times \int_0^{\tau_c} d_{\tau\text{-}\cos\text{GBOC}}(t) d_{\tau\text{-}\cos\text{GBOC}}(t - \tau) dt, \quad (24)$$

где $R_{\cos\text{GBOC}}(\tau, \rho)$ – КФ одиночного элемента МФ $d_{\tau\text{-}\cos\text{GBOC}}(t)$ $\cos\text{GBOC}$ -сигналов; τ – время смещения одиночного элемента МФ $d_{\tau\text{-}\cos\text{GBOC}}(t)$; $|\tau| \leq \tau_c$.

С учетом выражения (14), связывающего одиночный элемент МФ $d_{\tau\text{-}\cos\text{GBOC}}(t)$ и одиночный косинусный символ $\mu_{\cos\text{GBOC}}(t)$, формула (24) для КФ $R_{\cos\text{GBOC}}(\tau, \rho)$ принимает вид

$$R_{\cos\text{GBOC}}(\tau, \rho) = \frac{1}{\tau_c} \int_0^{\tau_c} \mu_{\cos\text{GBOC}}(t) \mu_{\cos\text{GBOC}}(t - \tau) dt, \quad (25)$$

где $\mu_{\cos\text{GBOC}}(t)$ – одиночный косинусный символ, определяемый (15).

При получении (25) учтено, что в соответствии с (3) имеем

$$v_k^2 = 1. \quad (26)$$

Согласно (14), (15) и (24) КФ $R_{\cos\text{GBOC}}(\tau, \rho)$ является нормированной.

Вычисляя КФ $R_{\cos\text{GBOC}}(\tau, \rho)$, следует в соответствии с (19)–(23) различать при $N_{\Pi} = 2$ два варианта формирования косинусного ППК $r_{\cos}(t)$, а при $N_{\Pi} = 4$ – три варианта.

В принципе выражения для КФ $R_{\cos\text{GBOC}}(\tau, \rho)$ можно также найти, используя обратное преобразование Фурье энергетического спектра $S_{\cos\text{GBOC}}(\omega, \rho)$ одиночного элемента МФ $d_{\tau\text{-}\cos\text{GBOC}}(t)$ $\cos\text{GBOC}$ -сигналов.

4. КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ
ОДИНОЧНОГО ЭЛЕМЕНТА
МОДУЛИРУЮЩЕЙ ФУНКЦИИ
cosGBOC-СИГНАЛА С КОЭФФИЦИЕНТОМ
КРАТНОСТИ ИМПУЛЬСОВ $N_{\Pi} = 2$

На основе формулы (25) с учетом (17) получим аналитические выражения КФ $R_{\cos GBOC-2}(\tau, \rho)$ одиночного элемента МФ $d_{\tau_c - \cos GBOC}(t)$ cosGBOC-сигнала с коэффициентом кратности импульсов $N_{\Pi} = 2$.

Индекс 2 (или 4) в обозначениях $d_{\tau_c - \cos GBOC}(t)$, $R_{\cos GBOC-2}(\tau, \rho)$ и $\mu_{\cos GBOC-2}(t)$ здесь и далее показывает значение коэффициента кратности им-

пульсов N_{Π} , применительно к которому проведены расчеты.

Одиночный косинусный символ $\mu_{\cos GBOC-2}(t)$ (17) используется для формирования МФ cosGBOC-сигналов с модуляцией, например, типа cosGBOC(1, 1, ρ) или cosGBOC(2, 2, ρ) при различных значениях ρ .

Навигационные cosGBOC-сигналы с модуляцией типа cosGBOC(2, 2, ρ) рассматриваются как вариант для использования в китайской СРНС BeiDou на третьей фазе ее развития [4, 5].

Согласно (17) и (25), КФ $R_{\cos GBOC-2}(\tau, \rho)$ одиночного элемента МФ $d_{\tau_c - \cos GBOC-2}(t)$ cosGBOC-сигнала с коэффициентом кратности импульсов $N_{\Pi} = 2$ характеризуется следующим выражением:

$$R_{\cos GBOC-2}(\tau, \rho) = \frac{1}{\tau_c} \int_0^{\tau_c} d_{\tau_c - \cos GBOC-2}(t) d_{\tau_c - \cos GBOC-2}(t - \tau) dt =$$

$$= \frac{1}{\tau_c} \int_0^{\tau_c} \{ \text{rect}_{0.5\tau_1}[t] - \text{rect}_{\tau_2}[t - 0.5\tau_1] + \text{rect}_{0.5\tau_1}[t - 0.5\tau_1 - \tau_2] \} \{ \text{rect}_{0.5\tau_1}[t - \tau] -$$

$$- \text{rect}_{\tau_2}[t - 0.5\tau_1 - \tau] + \text{rect}_{0.5\tau_1}[t - 0.5\tau_1 - \tau_2 - \tau] \} dt. \quad (27)$$

Отметим, что, согласно (9) и (11), при значении коэффициента кратности импульсов $N_{\Pi} = 2$ имеем

$$\tau_c = T_{\Pi}, \quad \tau_1 = \rho \tau_c \quad \text{и} \quad \tau_2 = (1 - \rho) \tau_c. \quad (28)$$

С учетом (28) соотношение для КФ $R_{\cos GBOC-2}(\tau, \rho)$ (27) принимает вид

$$R_{\cos GBOC-2}(\tau, \rho) = \frac{1}{\tau_c} \int_0^{\tau_c} \{ \text{rect}_{0.5\rho\tau_c}[t] - \text{rect}_{(1-\rho)\tau_c}[t - 0.5\rho\tau_c] +$$

$$+ \text{rect}_{0.5\rho\tau_c}[t - 0.5\rho\tau_c - (1 - \rho)\tau_c] \} \{ \text{rect}_{0.5\rho\tau_c}[t - \tau] - \text{rect}_{(1-\rho)\tau_c}[t - 0.5\rho\tau_c - \tau] +$$

$$+ \text{rect}_{0.5\rho\tau_c}[t - 0.5\rho\tau_c - (1 - \rho)\tau_c - \tau] \} dt. \quad (29)$$

Чтобы получить аналитические выражения, характеризующие КФ $R_{\cos GBOC-2}(\tau, \rho)$ (29) (так же как и в случае КФ $R_{\cos GBOC-4}(\tau, \rho)$), используем следующую методику. Сначала находим КФ $R_{\cos GBOC-2}(\tau, \rho)$ при $\tau \geq 0$, т.е. все определенные интегралы, входящие в (29), вычисляем в пределах $0 \leq \tau \leq \tau_c$. Затем, используя свойство четности КФ: $R_{\cos GBOC-2}(\tau, \rho) = R_{\cos GBOC-2}(-\tau, \rho)$, распространяем результат на область, где $\tau \leq 0$.

Вычисление определенных интегралов в (29) производим отдельно как для 1-го варианта формирования косинусного ППК $r_{\cos}(t)$ cosGBOC-сигналов ($\rho \in [0, 2/3]$), так и для 2-го варианта ($\rho \in [2/3, 1]$).

Выполнив преобразования и вычисление интегралов в (29) для 1-го варианта (22) и для 2-го варианта (23) формирования косинусного ППК $r_{\cos}(t)$, в соответствии с методикой получим, что КФ $R_{\cos GBOC-2}(\tau, \rho)$ одиночного элемента МФ $d_{\tau_c - \cos GBOC-2}(t)$ cosGBOC-сигнала при $N_{\Pi} = 2$ имеет вид

$$R_{\cos GBOC-2}(\tau, \rho) =$$

$$= \begin{cases} R_{\cos GBOC-2-1}(\tau, \rho) & \text{при } 0 \leq \rho \leq \frac{2}{3}, \\ R_{\cos GBOC-2-2}(\tau, \rho) & \text{при } \frac{2}{3} \leq \rho \leq 1. \end{cases} \quad (30)$$

Входящие в формулу (30) КФ $R_{\cos GBOC-2-1}(\tau, \rho)$ и $R_{\cos GBOC-2-2}(\tau, \rho)$ описываются следующими выражениями:

$$R_{\cos\text{GBOC-2-1}}(\tau, \rho) = \begin{cases} 1 - 5 \frac{|\tau|}{\tau_c} & \text{при } 0 \leq |\tau| \leq 0.5\rho\tau_c, \\ 1 - 2\rho - \frac{|\tau|}{\tau_c} & \text{при } 0.5\rho\tau_c \leq |\tau| \leq (1 - \rho)\tau_c, \\ -3 + 2\rho + 3 \frac{|\tau|}{\tau_c} & \text{при } (1 - \rho)\tau_c \leq |\tau| \leq (1 - 0.5\rho)\tau_c, \\ 1 - \frac{|\tau|}{\tau_c} & \text{при } (1 - 0.5\rho)\tau_c \leq |\tau| \leq \tau_c, \\ 0 & \text{при } |\tau| \geq \tau_c, \end{cases} \quad (31)$$

где $\rho \in [0, 2/3]$, $N_{\Pi} = 2$, $\tau_c = T_{\Pi}$;

$$R_{\cos\text{GBOC-2-2}}(\tau, \rho) = \begin{cases} 1 - 5 \frac{|\tau|}{\tau_c} & \text{при } 0 \leq |\tau| \leq (1 - \rho)\tau_c, \\ -3 + 4\rho - \frac{|\tau|}{\tau_c} & \text{при } (1 - \rho)\tau_c \leq |\tau| \leq 0.5\rho\tau_c, \\ -3 + 2\rho + 3 \frac{|\tau|}{\tau_c} & \text{при } 0.5\rho\tau_c \leq |\tau| \leq (1 - 0.5\rho)\tau_c, \\ 1 - \frac{|\tau|}{\tau_c} & \text{при } (1 - 0.5\rho)\tau_c \leq |\tau| \leq \tau_c, \\ 0 & \text{при } |\tau| \geq \tau_c, \end{cases} \quad (32)$$

где $\rho \in [2/3, 1]$, $N_{\Pi} = 2$, $\tau_c = T_{\Pi}$.

Вторые индексы 1 или 2 при $R_{\cos\text{GBOC-2-1}}(\tau, \rho)$ и $R_{\cos\text{GBOC-2-2}}(\tau, \rho)$ в формулах (30)–(32) и далее, означают, что рассматривается 1-й или 2-й вариант формирования косинусного ППК $r_{\cos(t)}$ cosGBOC-сигналов.

Покажем справедливость полученных общих формул для КФ $R_{\cos\text{GBOC-2}}(\tau, \rho)$ cosGBOC-сигналов (30)–(32) в важных частных случаях cosBOC- и BPSK-сигналов (binary phase shift keying signals).

А. Первый частный случай – cosBOC-сигналы

Пусть коэффициент заполнения $\rho = 0.5$, т.е. рассматриваем cosBOC-сигналы.

Тогда соотношение (31) принимает следующий вид:

$$R_{\cos\text{BOC-2}}(\tau) = R_{\cos\text{GBOC-2-1}}(\tau, 0.5) = \begin{cases} 1 - 5 \frac{|\tau|}{\tau_c} & \text{при } 0 \leq |\tau| \leq 0.5\tau_M, \\ -\frac{|\tau|}{\tau_c} & \text{при } 0.5\tau_M \leq |\tau| \leq \tau_M, \\ -2 + \frac{3|\tau|}{\tau_c} & \text{при } \tau_M \leq |\tau| \leq 1.5\tau_M, \\ 1 - \frac{|\tau|}{\tau_c} & \text{при } 1.5\tau_M \leq |\tau| \leq \tau_c, \\ 0 & \text{при } |\tau| \geq \tau_c, \end{cases} \quad (33)$$

где $N_{\Pi} = N_M = 2$ – коэффициент кратности меандровых импульсов cosBOC-сигналов; $\tau_c = 2\tau_M$ – длительность элемента ПСП $g(t)$; $\tau_M = \tau_1 = \tau_2 = 0.5T_{\Pi} = 0.5T_M$ – длительность меандрового импульса.

Видно, что формула (33) совпадает с соответствующим выражением для КФ $R_{\cos\text{BOC-2}}(\tau)$, например, (2.40) из [3].

Б. Второй частный случай (вырожденный случай) – BPSK-сигналы

Пусть коэффициент заполнения $\rho = 0$ (или $\rho = 1$), т.е. рассматриваем BPSK-сигналы. Тогда соотношения (31) при $\rho = 0$ и (32) при $\rho = 1$, определяющие КФ $R_{\cos\text{GBOC-2}}(\tau, \rho)$, приводятся к следующему виду:

$$R_{\text{BPSK}}(\tau) = R_{\cos\text{GBOC-2-1}}(\tau, 0) = R_{\cos\text{GBOC-2-2}}(\tau, 1) = \begin{cases} 1 - \frac{|\tau|}{\tau_c} & \text{при } 0 \leq |\tau| \leq \tau_c, \\ 0 & \text{при } |\tau| \geq \tau_c. \end{cases} \quad (34)$$

Видно, что формула (34) совпадает с соответствующим выражением для КФ $R_{\text{BPSK}}(\tau)$, например, из [3, 13, 14].

Совпадение выведенных формул (30)–(32) для КФ $R_{\cos\text{GBOC-2}}(\tau, \rho)$ одиночного элемента МФ $d_{\tau_c-\cos\text{GBOC-2}}(t)$ cosGBOC-сигнала при $N_{\Pi} = 2$ в частных случаях cosBOC-сигналов и BPSK-сигналов с известными результатами дополнительно подтверждает справедливость этих общих формул.

На рис. 3а–3г представлены графики КФ $R_{\cos\text{GBOC-2}}(\tau, \rho)$, построенные согласно (30)–(32), для одиночного элемента МФ $d_{\tau_c-\cos\text{GBOC-2}}(t)$ cosGBOC-сигналов с коэффициентом кратности импульсов $N_{\Pi} = 2$ при различных значениях коэффициента заполнения ρ . Там же изображены графики КФ $R_{\cos\text{BOC-2}}(\tau)$ (штриховые линии) и $R_{\text{BPSK}}(\tau)$ (штрихпунктирные линии) соответствующих cosBOC-сигналов и BPSK-сигналов.

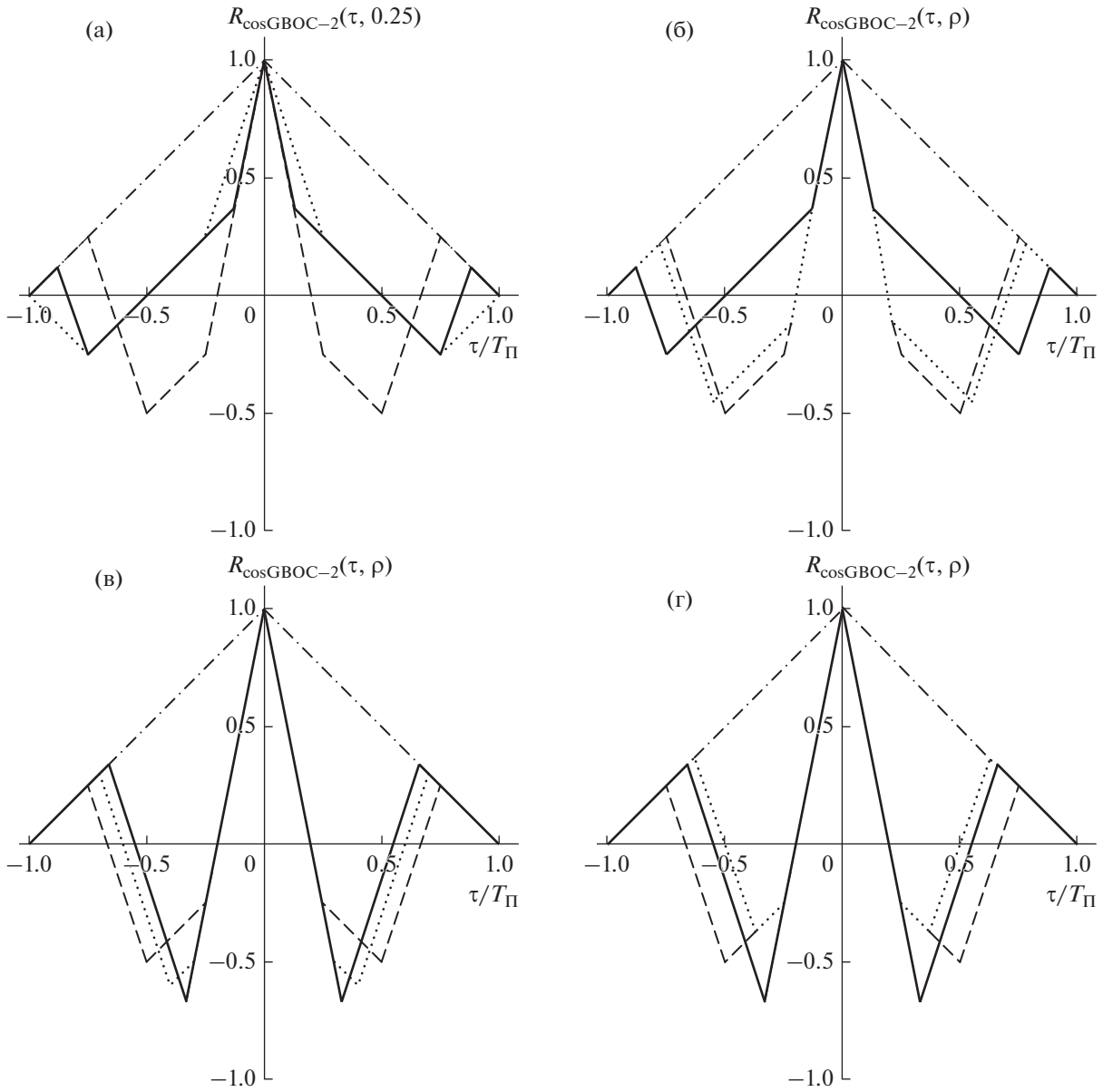


Рис. 3.

На рис. 3а сплошной линией представлен график КФ $R_{\cos\text{GBOC}-2}(\tau, 0.25)$ cosGBOC-сигнала. Для сравнения приведен график КФ $R_{\sin\text{GBOC}-2}(\tau, 0.25)$

sinGBOC-сигнала (пунктирная линия), рассчитанного в соответствии с соотношением [7, ф-ла (24)]:

$$R_{\sin\text{GBOC}-2-1}(\tau, \rho) = \begin{cases} 1 - \frac{3|\tau|}{\tau_c} & \text{при } 0 \leq |\tau| \leq \rho\tau_c, \\ 1 - 2\rho - \frac{|\tau|}{\tau_c} & \text{при } \rho\tau_c \leq |\tau| \leq (1-\rho)\tau_c, \\ -1 + \frac{|\tau|}{\tau_c} & \text{при } (1-\rho)\tau_c \leq |\tau| \leq \tau_c, \\ 0 & \text{при } |\tau| \geq \tau_c, \end{cases} \quad (35)$$

где $\rho \in [0, 0.5]$, $N_\Pi = 2, \tau_c = T_\Pi$.

Как видно из формул (31), (35) и рис. 3а, основной пик КФ $R_{\cos\text{GBOC}-2}(\tau, 0.25) \cos\text{GBOC}$ -сигнала является более острым при сравнении с основным пиком КФ $R_{\sin\text{GBOC}-2}(\tau, 0.25) \sin\text{GBOC}$ -сигнала.

Графики на рис. 3б характеризуют КФ $R_{\cos\text{GBOC}-2}(\tau, \rho) \cos\text{GBOC}$ -сигналов при $\rho = 0.25$ (сплошная линия) и $\rho = 0.45$ (пунктирная линия), на рис. 3в – при $\rho = 2/3$ (сплошная линия) и $\rho = 0.6$ (пунктирная), на рис. 3г – при $\rho = 2/3$ (сплошная линия) и $\rho = 0.75$ (пунктирная линия).

Все КФ на рис. 3а–3г являются нормированными.

Из формул (30)–(32) и графиков на рис. 3а–3г следует, что применительно к $\cos\text{GBOC}$ -сигналам возможность изменения значения коэффициента заполнения ρ позволяет трансформировать форму и параметры КФ $R_{\cos\text{GBOC}-2}(\tau, \rho)$ в весьма широких пределах, начиная от КФ ВРСК-сигналов и завершая КФ $\cos\text{BOC}$ -сигналов.

В то же время видно, что основной пик КФ $R_{\cos\text{GBOC}-2}(\tau, \rho) \cos\text{GBOC}$ -сигналов для различных значений ρ остается весьма острым (при сравнении с КФ $R_{\sin\text{GBOC}-2}(\tau, \rho) \sin\text{GBOC}$ -сигналов и КФ $R_{\text{BPSK}}(\tau)$ ВРСК-сигнала) и совпадает с основным пиком КФ $R_{\cos\text{BOC}-2}(\tau) \cos\text{BOC}$ -сигналов.

Отмеченные особенности КФ $R_{\cos\text{GBOC}-2}(\tau, \rho)$ являются достоинствами $\cos\text{GBOC}$ -сигналов.

5. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР ОДИНОЧНОГО ЭЛЕМЕНТА МОДУЛИРУЮЩЕЙ ФУНКЦИИ $\cos\text{GBOC}$ -СИГНАЛА ПРИ $N_{\Pi} = 2$ КАК ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ

Получим энергетический спектр (спектральную плотность мощности) $S_{\cos\text{GBOC}-2}(\omega, \rho)$ одиночного элемента МФ $d_{\tau_c-\cos\text{GBOC}-2}(t) \cos\text{GBOC}$ -сигнала при $N_{\Pi} = 2$ как прямое ПФ КФ $R_{\cos\text{GBOC}-2}(\tau, \rho)$ [3, 7, 14]:

$$S_{\cos\text{GBOC}-2}(\omega, \rho) = \text{FT}\{R_{\cos\text{GBOC}-2}(\tau, \rho)\} = \int_{-\infty}^{\infty} R_{\cos\text{GBOC}-2}(\tau, \rho) \exp\{-i\omega\tau\} d\tau, \tag{36}$$

где $\text{FT}\{\cdot\}$ – символ прямого ПФ.

Для определенности рассуждений полагаем, что используется 1-й вариант формирования косинусного ППК $r_{\cos}(t) \cos\text{GBOC}$ -сигналов при $N_{\Pi} = 2$, т.е. $\rho \in [0, 2/3]$. Тогда, учитывая четность КФ $R_{\cos\text{GBOC}-2}(\tau, \rho)$ согласно (31) и (36) имеем

$$S_{\cos\text{GBOC}-2-1}(\omega, \rho) = \text{FT}\{R_{\cos\text{GBOC}-2-1}(\tau, \rho)\} = 2 \int_0^{\infty} R_{\cos\text{GBOC}-2-1}(\tau, \rho) \cos\omega\tau d\tau = 2 \int_0^{0.5\rho\tau_c} \left(1 - \frac{5\tau}{\tau_c}\right) \cos\omega\tau d\tau + 2 \int_{0.5\rho\tau_c}^{(1-\rho)\tau_c} \left(1 - 2\rho - \frac{\tau}{\tau_c}\right) \cos\omega\tau d\tau + 2 \int_{(1-\rho)\tau_c}^{(1-0.5\rho)\tau_c} \left(-3 + 2\rho + \frac{3\tau}{\tau_c}\right) \cos\omega\tau d\tau + 2 \int_{(1-0.5\rho)\tau_c}^{\tau_c} \left(1 - \frac{\tau}{\tau_c}\right) \cos\omega\tau d\tau, \tag{37}$$

где $\rho \in [0, 2/3]$, $N_{\Pi} = 2$, $\tau_c = T_{\Pi}$.

Вычислив в выражении (37) определенные интегралы, получим, что энергетический спектр $S_{\cos\text{GBOC}-2-1}(\omega, \rho)$ одиночного элемента МФ $d_{\tau_c-\cos\text{GBOC}-2}(t) \cos\text{GBOC}$ -сигнала при $N_{\Pi} = 2$ равен:

$$S_{\cos\text{GBOC}-2-1}(\omega, \rho) = \frac{2}{\omega^2\tau_c} [5 - \cos\omega\tau_c - 4 \cos 0.5\rho\omega\tau_c - 4 \cos(1-\rho)\omega\tau_c + 4 \cos(1-0.5\rho)\omega\tau_c], \tag{38}$$

где $\rho \in [0, 2/3]$, $N_{\Pi} = 2$, $\tau_c = T_{\Pi}$.

Учитывая, что

$$f_c = \frac{1}{\tau_c}, \quad \frac{\pi f}{f_c} = \frac{1}{2} \omega\tau_c \text{ и } \omega = 2\pi f, \tag{39}$$

формулу (38) можем записать в виде

$$S_{\cos\text{GBOC}-2-1}(f, \rho) = \frac{f_c}{\pi^2 f^2} \left(2.5 - 0.5 \cos \frac{2\pi f}{f_c} - 2 \cos \rho \frac{\pi f}{f_c} - 2 \cos \frac{2\pi f}{f_c} \cos \rho \frac{2\pi f}{f_c} - 2 \sin \frac{2\pi f}{f_c} \times \sin \rho \frac{2\pi f}{f_c} + 2 \cos \frac{2\pi f}{f_c} \cos \rho \frac{\pi f}{f_c} + 2 \sin \frac{2\pi f}{f_c} \sin \rho \frac{\pi f}{f_c} \right), \tag{40}$$

где $\rho \in [0, 2/3]$, $N_{\Pi} = 2$, $\tau_c = T_{\Pi}$.

После тригонометрических преобразований в выражении (40) окончательно находим:

$$S_{\cos\text{GBOC}-2-1}(f, \rho) = \frac{f_c}{\pi^2 f^2} \times \left[2 \sin \rho \frac{\pi f}{2f_c} \cos(2-\rho) \frac{\pi f}{2f_c} - \sin(1-\rho) \frac{\pi f}{f_c} \right]^2, \tag{41}$$

где $\rho \in [0, 2/3]$, $N_{\Pi} = 2$, $\tau_c = T_{\Pi}$.

Видно, что (41) совпадает с соответствующим выражением для $S_{\cos\text{GBOC}-2}(f, \rho)$ при $N_{\Pi} = 2$, полученным в [8] (см. (37)) иным путем (на основе спектральной плотности без использования КФ).

Отметим, что энергетический спектр $S_{\text{GВOC}-2-2}(f, \rho)$ в случае 2-го варианта формирования косинусного ППК $r_{\text{cos}}(t)$ cosGВOC-сигналов при $N_{\Pi} = 2$, т.е. $\rho \in [2/3, 1]$, вычисляется аналогичным образом и приводит к тому же результату (41).

Совпадение формулы (41) с известным ранее результатом дополнительно подтверждает правильность выведенных аналитических выражений (30)–(32) для КФ $R_{\text{cosGВOC}-2}(\tau, \rho)$ при $N_{\Pi} = 2$.

6. КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ ОДИНОЧНОГО ЭЛЕМЕНТА МОДУЛИРУЮЩЕЙ ФУНКЦИИ cosGВOC-СИГНАЛА С КОЭФФИЦИЕНТОМ КРАТНОСТИ ИМПУЛЬСОВ $N_{\Pi} = 4$

Методика, используемая при получении аналитических выражений для КФ $R_{\text{cosGВOC}-4}(\tau, \rho)$

одиночного элемента МФ $d_{\tau\text{-cosGВOC}-4}(t)$ cosGВOC-сигнала при $N_{\Pi} = 4$, остается той же, что была применена при выводе соотношений для КФ $R_{\text{cosGВOC}-2}(\tau, \rho)$ при $N_{\Pi} = 2$.

Одиночный косинусный символ $\mu_{\text{cosGВOC}-4}(t)$, используемый при таком подходе, при вычислении КФ $R_{\text{cosGВOC}-4}(\tau, \rho)$ в случае, когда $N_{\Pi} = 4$, характеризуется формулой (18) (см. рис. 2б). Косинусный символ $\mu_{\text{cosGВOC}-4}(t)$ (18) может быть применен для формирования МФ навигационных cosGВOC-сигналов с модуляцией, например, типа cosGВOC(10, 5, ρ) при различных значениях ρ .

На основании (18), (24) и (25) выражение для КФ $R_{\text{cosGВOC}-4}(\tau, \rho)$ одиночного элемента МФ $d_{\tau\text{-cosGВOC}-4}(t)$ cosGВOC-сигнала в случае, когда коэффициент кратности импульсов $N_{\Pi} = 4$, может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} R_{\text{cosGВOC}-4}(\tau, \rho) &= \frac{1}{\tau_C} \int_0^{\tau_C} d_{\tau\text{-cosGВOC}-4}(t) d_{\tau\text{-cosGВOC}-4}(t - \tau) dt = \\ &= \frac{1}{\tau_C} \int_0^{\tau_C} \mu_{\text{cosGВOC}-4}(t) \mu_{\text{cosGВOC}-4}(t - \tau) dt = \frac{1}{\tau_C} \int_0^{\tau_C} \{ \text{rect}_{0.5\tau_1}[t] - \text{rect}_{\tau_2}[t - 0.5\tau_1] + \\ &+ \text{rect}_{\tau_1}[t - 0.5\tau_1 - \tau_2] - \text{rect}_{\tau_2}[t - T_{\Pi} - 0.5\tau_1] + \text{rect}_{0.5\tau_1}[t - T_{\Pi} - 0.5\tau_1 - \tau_2] \} \times \\ &\times \{ \text{rect}_{0.5\tau_1}[t - \tau] - \text{rect}_{\tau_2}[t - 0.5\tau_1 - \tau] + \text{rect}_{\tau_1}[t - 0.5\tau_1 - \tau_2 - \tau] - \\ &- \text{rect}_{\tau_2}[t - T_{\Pi} - 0.5\tau_1 - \tau] + \text{rect}_{0.5\tau_1}[t - T_{\Pi} - 0.5\tau_1 - \tau_2 - \tau] \} dt. \end{aligned} \quad (42)$$

При значении $N_{\Pi} = 4$ в соответствии с (8), (9) и (11) имеем

$$\tau_C = 2T_{\Pi}, \quad \tau_1 = \rho T_{\Pi} \quad \text{и} \quad \tau_2 = (1 - \rho)T_{\Pi}. \quad (43)$$

С учетом (43) соотношение для КФ $R_{\text{cosGВOC}-4}(\tau, \rho)$ (42) принимает вид

$$\begin{aligned} R_{\text{cosGВOC}-4}(\tau, \rho) &= \frac{1}{\tau_C} \int_0^{\tau_C} \{ \text{rect}_{0.5\rho T_{\Pi}}[t] - \text{rect}_{(1-\rho)T_{\Pi}}[t - 0.5\rho T_{\Pi}] + \text{rect}_{\rho T_{\Pi}}[t - 0.5\rho T_{\Pi} - (1 - \rho)T_{\Pi}] - \\ &- \text{rect}_{(1-\rho)T_{\Pi}}[t - T_{\Pi} - 0.5\rho T_{\Pi}] + \text{rect}_{0.5\rho T_{\Pi}}[t - T_{\Pi} - 0.5\rho T_{\Pi} - (1 - \rho)T_{\Pi}] \} \times \\ &\times \{ \text{rect}_{0.5\rho T_{\Pi}}[t - \tau] - \text{rect}_{(1-\rho)T_{\Pi}}[t - 0.5\rho T_{\Pi} - \tau] + \text{rect}_{\rho T_{\Pi}}[t - 0.5\rho T_{\Pi} - (1 - \rho)T_{\Pi} - \tau] - \\ &- \text{rect}_{(1-\rho)T_{\Pi}}[t - T_{\Pi} - 0.5\rho T_{\Pi} - \tau] + \text{rect}_{0.5\rho T_{\Pi}}[t - T_{\Pi} - 0.5\rho T_{\Pi} - (1 - \rho)T_{\Pi} - \tau] \} dt. \end{aligned} \quad (44)$$

Вычислив определенные интегралы в формуле (44) для 1-го (19), 2-го (20) и 3-го (21) вариантов формирования косинусного ППК $r_{\text{cos}}(t)$, согласно данной методике находим, что КФ

$R_{\text{cosGВOC}-4}(\tau, \rho)$ одиночного элемента МФ $d_{\tau\text{-cosGВOC}-4}(t)$ cosGВOC-сигнала при $N_{\Pi} = 4$ определяется следующим соотношением:

$$R_{\text{cosGВOC}-4}(\tau, \rho) = \begin{cases} R_{\text{cosGВOC}-4-1}(\tau, \rho) & \text{при } 0 \leq \rho \leq \frac{1}{2}, \\ R_{\text{cosGВOC}-4-2}(\tau, \rho) & \text{при } \frac{1}{2} \leq \rho \leq \frac{2}{3}, \\ R_{\text{cosGВOC}-4-3}(\tau, \rho) & \text{при } \frac{2}{3} \leq \rho \leq 1. \end{cases} \quad (45)$$

Входящие в соотношение (45) КФ $R_{\cos\text{ГВOC-4-1}}(\tau, \rho)$, $R_{\cos\text{ГВOC-4-2}}(\tau, \rho)$ и $R_{\cos\text{ГВOC-4-3}}(\tau, \rho)$ имеют вид

$$R_{\cos\text{ГВOC-4-1}}(\tau, \rho) = \begin{cases} 1 - 4.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } 0 \leq |\tau| \leq 0.5\rho T_{\Pi}, \\ 1 - \rho - 2.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } 0.5\rho T_{\Pi} \leq |\tau| \leq \rho T_{\Pi}, \\ 1 - 3\rho - 0.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } \rho T_{\Pi} \leq |\tau| \leq (1 - \rho)T_{\Pi}, \\ -3 + \rho + 3.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } (1 - \rho)T_{\Pi} \leq |\tau| \leq (1 - 0.5\rho)T_{\Pi}, \\ -1 + 1.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } (1 - 0.5\rho)T_{\Pi} \leq |\tau| \leq T_{\Pi}, \\ 3 - 2.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } T_{\Pi} \leq |\tau| \leq (1 + 0.5\rho)T_{\Pi}, \\ 1 - \rho - 0.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } (1 + 0.5\rho)T_{\Pi} \leq |\tau| \leq (2 - \rho)T_{\Pi}, \\ -3 + \rho + 1.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } (2 - \rho)T_{\Pi} \leq |\tau| \leq (2 - 0.5\rho)T_{\Pi}, \\ 1 - 0.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } (2 - 0.5\rho)T_{\Pi} \leq |\tau| \leq 2T_{\Pi} = \tau_{\text{C}}, \\ 0 & \text{при } |\tau| \geq 2T_{\Pi} = \tau_{\text{C}}, \end{cases} \quad (46)$$

где $\rho \in [0, 1/2]$ (1-й вариант), $N_{\Pi} = 4$, $\tau_{\text{C}} = 2T_{\Pi}$;

$$R_{\cos\text{ГВOC-4-2}}(\tau, \rho) = \begin{cases} 1 - 4.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } 0 \leq |\tau| \leq 0.5\rho T_{\Pi}, \\ 1 - \rho - 2.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } 0.5\rho T_{\Pi} \leq |\tau| \leq \rho T_{\Pi}, \\ -3 + 3\rho + 1.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } (1 - \rho)T_{\Pi} \leq |\tau| \leq \rho T_{\Pi}, \\ -3 + \rho + 3.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } \rho T_{\Pi} \leq |\tau| \leq (1 - 0.5\rho)T_{\Pi}, \\ -1 + 1.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } (1 - 0.5\rho)T_{\Pi} \leq |\tau| \leq T_{\Pi}, \\ 3 - 2.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } T_{\Pi} \leq |\tau| \leq (1 + 0.5\rho)T_{\Pi}, \\ 1 - \rho - 0.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } (1 + 0.5\rho)T_{\Pi} \leq |\tau| \leq (2 - \rho)T_{\Pi}, \\ -3 + \rho + 1.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } (2 - \rho)T_{\Pi} \leq |\tau| \leq (2 - 0.5\rho)T_{\Pi}, \\ 1 - 0.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } (2 - 0.5\rho)T_{\Pi} \leq |\tau| \leq 2T_{\Pi} = \tau_{\text{C}}, \\ 0 & \text{при } |\tau| \geq 2T_{\Pi} = \tau_{\text{C}}, \end{cases} \quad (47)$$

где $\rho \in [1/2, 2/3]$ (2-й вариант), $N_{\Pi} = 4$, $\tau_{\text{C}} = 2T_{\Pi}$;

$$R_{\cos\text{GBOC-4-3}}(\tau, \rho) = \begin{cases} 1 - 4.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } 0 \leq |\tau| \leq (1 - \rho)T_{\Pi}, \\ -3 + 4\rho - 0.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } (1 - \rho)T_{\Pi} \leq |\tau| \leq 0.5\rho T_{\Pi}, \\ -3 + 3\rho + 1.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } 0.5\rho T_{\Pi} \leq |\tau| \leq (1 - 0.5\rho)T_{\Pi}, \\ -1 + 2\rho - 0.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } (1 - 0.5\rho)T_{\Pi} \leq |\tau| \leq \rho T_{\Pi}, \\ -1 + 1.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } \rho T_{\Pi} \leq |\tau| \leq T_{\Pi}, \\ 3 - 2.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } T_{\Pi} \leq |\tau| \leq (2 - \rho)T_{\Pi}, \\ -1 + 2\rho - 0.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } (2 - \rho)T_{\Pi} \leq |\tau| \leq (1 + 0.5\rho)T_{\Pi}, \\ -3 + \rho + 1.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } (1 + 0.5\rho)T_{\Pi} \leq |\tau| \leq (2 - 0.5\rho)T_{\Pi}, \\ 1 - 0.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } (2 - 0.5\rho)T_{\Pi} \leq |\tau| \leq 2T_{\Pi} = \tau_{\text{C}}, \\ 0 & \text{при } |\tau| \geq 2T_{\Pi} = \tau_{\text{C}}, \end{cases} \quad (48)$$

где $\rho \in [2/3, 1]$ (3-й вариант), $N_{\Pi} = 4$, $\tau_{\text{C}} = 2T_{\Pi}$.

Далее покажем справедливость полученных аналитических соотношений (45)–(48) для КФ $R_{\cos\text{GBOC-4}}(\tau, \rho)$ $\cos\text{GBOC}$ -сигналов в важных частных случаях $\cos\text{BOC}$ - и BPSK -сигналов.

А. Первый частный случай – $\cos\text{BOC}$ -сигналы

Пусть коэффициент заполнения $\rho = 0.5$, т.е. рассматриваем $\cos\text{BOC}$ -сигналы.

Тогда формулы (46) и (47), определяющие КФ $R_{\cos\text{GBOC-4}}(\tau, 0.5)$, принимают следующий вид:

$$R_{\cos\text{BOC-4}}(\tau) = \begin{cases} 1 - 9 \frac{|\tau|}{\tau_{\text{C}}} & \text{при } 0 \leq |\tau| \leq 0.5\tau_{\text{M}}, \\ 0.5 - 5 \frac{|\tau|}{\tau_{\text{C}}} & \text{при } 0.5\tau_{\text{M}} \leq |\tau| \leq \tau_{\text{M}}, \\ -2.5 + 7 \frac{|\tau|}{\tau_{\text{C}}} & \text{при } \tau_{\text{M}} \leq |\tau| \leq 1.5\tau_{\text{M}}, \\ -1 + 3 \frac{|\tau|}{\tau_{\text{C}}} & \text{при } 1.5\tau_{\text{M}} \leq |\tau| \leq 2\tau_{\text{M}}, \\ 3 - 5 \frac{|\tau|}{\tau_{\text{C}}} & \text{при } 2\tau_{\text{M}} \leq |\tau| \leq 2.5\tau_{\text{M}}, \\ 0.5 - \frac{|\tau|}{\tau_{\text{C}}} & \text{при } 2.5\tau_{\text{M}} \leq |\tau| \leq 3\tau_{\text{M}}, \\ -2.5 + 3 \frac{|\tau|}{\tau_{\text{C}}} & \text{при } 3\tau_{\text{M}} \leq |\tau| \leq 3.5\tau_{\text{M}}, \\ 1 - \frac{|\tau|}{\tau_{\text{C}}} & \text{при } 3.5\tau_{\text{M}} \leq |\tau| \leq \tau_{\text{C}}, \\ 0 & \text{при } |\tau| \geq \tau_{\text{C}}, \end{cases} \quad (49)$$

где $\tau_M = \tau_1 = \tau_2 = \frac{1}{2}T_{\Pi} = \frac{1}{2}T_M$ – длительность меандрового импульса; $\tau_C = 2T_{\Pi} = 2T_M = 4\tau_M$ – длительность элемента ПСП $g(t)$; $N_M = N_{\Pi} = 4$ – коэффициент кратности меандровых импульсов cosBOC-сигналов.

Видно, что формула (49) совпадает с соответствующим выражением для КФ $R_{\cos\text{BOC}-4}(\tau)$ cosBOC-сигналов, например, (2.49) из [3].

Б. Второй частный случай (вырожденный случай) – BPSK-сигналы

Пусть коэффициент заполнения $\rho = 0$ (или $\rho = 1$), т.е. рассматриваем BPSK-сигналы, тогда соотношения (46) (при $\rho = 0$) и (48) (при $\rho = 1$), характеризующие КФ $R_{\cos\text{GBOC}-4}(\tau, \rho)$, записываются в виде

$$R_{\text{BPSK}}(\tau) = R_{\cos\text{GBOC}-4-1}(\tau, 0) = R_{\cos\text{GBOC}-4-3}(\tau, 1) = \begin{cases} 1 - \frac{|\tau|}{\tau_C} & \text{при } 0 \leq |\tau| \leq \tau_C, \\ 0 & \text{при } |\tau| \geq \tau_C. \end{cases} \quad (50)$$

Видно, что формула (50) совпадает с выражением для КФ $R_{\text{BPSK}}(\tau)$ (34).

Совпадение формул (49) и (50) для КФ $R_{\cos\text{BOC}-4}(\tau)$ и $R_{\text{BPSK}}(\tau)$ в случаях cosBOC- и BPSK-сигналов с ранее известными результатами, например [3], дополнительно подтверждает справедливость полученных общих формул (45)–(48), определяющих КФ $R_{\cos\text{GBOC}-4}(\tau, \rho)$ cosGBOC-сигналов при $\rho \in [0, 1]$, $N_{\Pi} = 4$, $\tau_C = 2T_{\Pi}$.

На рис. 4а–4г в соответствии с формулами (45)–(48) представлены графики КФ $R_{\cos\text{GBOC}-4}(\tau, \rho)$ для одиночного элемента МФ $d_{\tau_C-\cos\text{GBOC}-4}(t)$ cosGBOC-сигналов с $N_{\Pi} = 4$ при различных значениях ρ , где $\rho \in [0, 1]$. Там же изображены графики КФ $R_{\text{BPSK}}(\tau)$ BPSK-сигналов (штрихпунктирные линии).

На рис. 4а показаны графики КФ $R_{\cos\text{GBOC}-4}(\tau, \rho)$ cosGBOC-сигналов при $\rho = 0.25$ (сплошная линия) и $\rho = 0.5$ (штриховая линия) (случай соответствующих cosBOC-сигналов), для сравнения изображен график КФ $R_{\sin\text{GBOC}-4}(\tau, 0.25)$ sinGBOC-сигнала (пунктирная линия), рассчитанный по следующей формуле [7, ф-ла (37)]:

$$R_{\sin\text{GBOC}-4-1}(\tau, \rho) = \begin{cases} 1 - 3.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } 0 \leq |\tau| \leq \rho T_{\Pi}, \\ 1 - 3\rho - 0.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } \rho T_{\Pi} \leq |\tau| \leq (1 - \rho)T_{\Pi}, \\ -2 + 2.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } (1 - \rho)T_{\Pi} \leq |\tau| \leq T_{\Pi}, \\ 2 - 1.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } T_{\Pi} \leq |\tau| \leq (1 + \rho)T_{\Pi}, \\ 1 - \rho - 0.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } (1 + \rho)T_{\Pi} \leq |\tau| \leq (2 - \rho)T_{\Pi}, \\ -1 + 0.5 \frac{|\tau|}{T_{\Pi}} & \text{при } (2 - \rho)T_{\Pi} \leq |\tau| \leq 2T_{\Pi} = \tau_C, \\ 0 & \text{при } |\tau| \geq 2T_{\Pi} = \tau_C, \end{cases} \quad (51)$$

где $\rho \in [0, 0.5]$, $N_{\Pi} = 4$, $\tau_C = 2T_{\Pi}$.

Графики на рис. 4б характеризуют КФ $R_{\cos\text{GBOC}-4}(\tau, \rho)$ cosGBOC-сигналов при $\rho = 0.45$ (сплошная линия) и $\rho = 0.3$ (штриховая линия); на рис. 4в – при $\rho = 2/3$ (сплошная линия) и $\rho = 0.6$ (пунктирная линия), на рис. 4г – при $\rho = 0.75$ (сплошная линия) и $\rho = 2/3$ (пунктирная линия). Все КФ на рис. 4а–4г являются нормированными.

Из формул (45)–(48) и рис. 4а–4г следует, что применительно к cosGBOC-сигналам возможность изменения значения коэффициента заполнения ρ позволяет трансформировать форму и параметры КФ $R_{\cos\text{GBOC}-4}(\tau, \rho)$ в весьма широких пределах, начиная от КФ BPSK-сигналов и завершая КФ cosBOC-сигналов. В то же время видно, что основной пик КФ $R_{\cos\text{GBOC}-4}(\tau, \rho)$ cosGBOC-сигналов для различных значений ρ остается весьма острым и совпадает с основным пиком КФ $R_{\cos\text{BOC}-4}(\tau)$ cosBOC-сигналов.

Отмеченные особенности КФ $R_{\cos\text{GBOC}-4}(\tau, \rho)$ являются достоинствами cosGBOC-сигналов.

7. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР ОДИНОЧНОГО ЭЛЕМЕНТА МОДУЛИРУЮЩЕЙ ФУНКЦИИ cosGBOC-СИГНАЛА ПРИ $N_{\Pi} = 4$ КАК ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ

Аналогично случаю, когда $N_{\Pi} = 2$, получим формулу энергетического спектра $S_{\cos\text{GBOC}-4}(\omega, \rho)$ одиночного элемента МФ $d_{\tau_C-\cos\text{GBOC}-4}(t)$ cosGBOC-сигнала при коэффициенте кратности

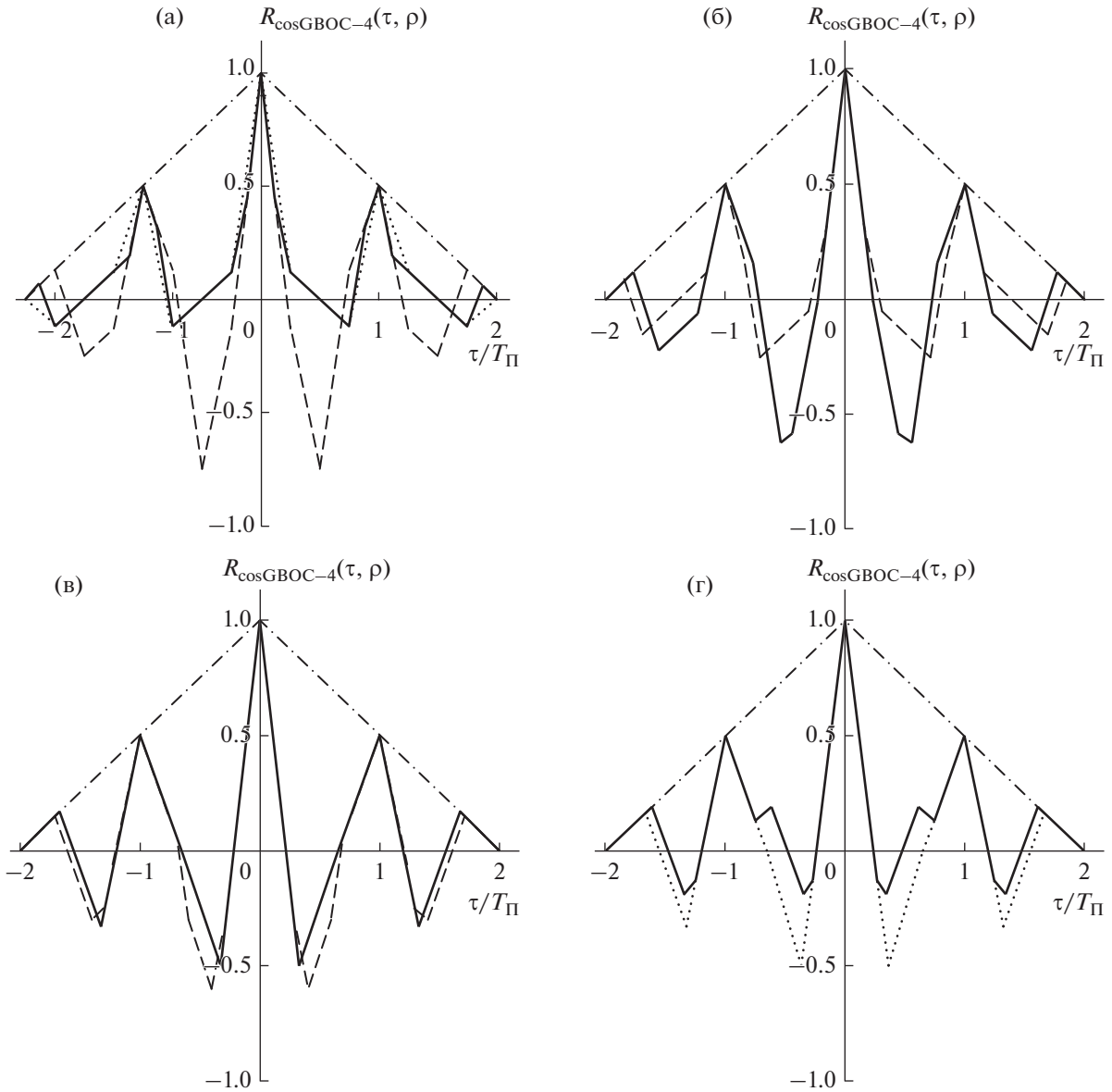


Рис. 4.

импульсов $N_{\Pi} = 4$ как прямое ПФ КФ $R_{\cos GBOC-4}(\tau, \rho)$ [3, 9, 12]:

$$S_{\cos GBOC-4}(\omega, \rho) = FT\{R_{\cos GBOC-4}(\tau, \rho)\} = \int_{-\infty}^{\infty} R_{\cos GBOC-4}(\tau, \rho) \exp\{-i\omega\tau\} d\tau. \quad (52)$$

Методика вычисления энергетического спектра $S_{\cos GBOC-4}(\omega, \rho)$ при $N_{\Pi} = 4$ остается той же, что и в случае, когда $N_{\Pi} = 2$.

Пусть коэффициент заполнения $\rho \in [0, 1/2]$, т.е. рассматриваем 1-й вариант (19) формирования косинусного ППК $r_{\cos}(t)$ cosGBOC-сигналов.

Тогда, учитывая четность КФ $R_{\cos GBOC-4}(\tau, \rho)$, согласно (46) и (52) имеем

$$S_{\cos GBOC-4-1}(\omega, \rho) = FT\{R_{\cos GBOC-4-1}(\tau, \rho)\} = 2 \int_0^{\infty} R_{\cos GBOC-4-1}(\tau, \rho) \cos\omega\tau d\tau = 2 \int_0^{0.5\rho T_{\Pi}} \left(1 - 4.5 \frac{\tau}{T_{\Pi}}\right) \cos\omega\tau d\tau + 2 \int_{0.5\rho T_{\Pi}}^{\rho T_{\Pi}} \left(1 - \rho - 2.5 \frac{\tau}{T_{\Pi}}\right) \cos\omega\tau d\tau +$$

$$\begin{aligned}
 &+ 2 \int_{\rho T_{\Pi}}^{(1-\rho)T_{\Pi}} \left(1 - 3\rho - 0.5 \frac{\tau}{T_{\Pi}}\right) \cos \omega \tau d\tau + \\
 &+ 2 \int_{(1-\rho)T_{\Pi}}^{(1-0.5\rho)T_{\Pi}} \left(-3 + \rho + 3.5 \frac{\tau}{T_{\Pi}}\right) \cos \omega \tau d\tau + \\
 &+ 2 \int_{(1-0.5\rho)T_{\Pi}}^{T_{\Pi}} \left(-1 + 1.5 \frac{\tau}{T_{\Pi}}\right) \cos \omega \tau d\tau + \\
 &+ 2 \int_{T_{\Pi}}^{(1+0.5\rho)T_{\Pi}} \left(3 - 2.5 \frac{\tau}{T_{\Pi}}\right) \cos \omega \tau d\tau + \\
 &+ 2 \int_{(1+0.5\rho)T_{\Pi}}^{(2-\rho)T_{\Pi}} \left(1 - \rho - 0.5 \frac{\tau}{T_{\Pi}}\right) \cos \omega \tau d\tau + \\
 &+ 2 \int_{(2-\rho)T_{\Pi}}^{(2-0.5\rho)T_{\Pi}} \left(-3 + \rho + 1.5 \frac{\tau}{T_{\Pi}}\right) \cos \omega \tau d\tau + \\
 &+ 2 \int_{(2-0.5\rho)T_{\Pi}}^{2T_{\Pi}} \left(1 - 0.5 \frac{\tau}{T_{\Pi}}\right) \cos \omega \tau d\tau,
 \end{aligned} \tag{53}$$

где $\rho \in [0, 1/2]$, $N_{\Pi} = 4$, $\tau_c = 2T_{\Pi}$.

После вычисления определенных интегралов в (53) находим, что энергетический спектр $S_{\cos\text{GBOC-4-1}}(\omega, \rho)$ одиночного элемента МФ $d_{\tau_c-\cos\text{GBOC-4}}(t)\cos\text{GBOC-сигнала}$ при $N_{\Pi} = 4$ равен

$$\begin{aligned}
 S_{\cos\text{GBOC-4-1}}(\omega, \rho) = &\frac{1}{\omega^2 T_{\Pi}} [9 - 4 \cos 0.5\rho\omega T_{\Pi} - \\
 &- 4 \cos \rho\omega T_{\Pi} - 8 \cos(1-\rho)\omega T_{\Pi} + 8 \cos \omega T_{\Pi} + \\
 &+ 4 \cos(1-0.5\rho)\omega T_{\Pi} - 4 \cos(1+0.5\rho)\omega T_{\Pi} - \\
 &- 4 \cos(2-\rho)\omega T_{\Pi} + 4 \cos(2-0.5\rho)\omega T_{\Pi} - \cos 2\omega T_{\Pi}],
 \end{aligned} \tag{54}$$

где $\rho \in [0, \frac{1}{2}]$, $N_{\Pi} = 4$, $\tau_c = 2T_{\Pi}$.

Формулу (54) с учетом (39) запишем в виде

$$\begin{aligned}
 S_{\cos\text{GBOC-4-1}}(f, \rho) = &\frac{f_c}{2\pi^2 f^2} \left[9 - 4 \cos \rho \frac{\pi f}{2f_c} - \right. \\
 &- 4 \cos \rho \frac{\pi f}{f_c} + 8 \cos \frac{\pi f}{f_c} - \cos \frac{2\pi f}{f_c} - 8 \cos \frac{\pi f}{f_c} \times \\
 &\times \cos \rho \frac{\pi f}{f_c} - 8 \sin \frac{\pi f}{f_c} \sin \rho \frac{\pi f}{f_c} + 8 \sin \frac{\pi f}{f_c} \sin \rho \frac{\pi f}{2f_c} - \\
 &- 4 \cos \frac{2\pi f}{f_c} \cos \rho \frac{\pi f}{f_c} - 4 \sin \frac{2\pi f}{f_c} \sin \rho \frac{\pi f}{f_c} + \\
 &\left. + 4 \cos \frac{2\pi f}{f_c} \cos \rho \frac{\pi f}{2f_c} + 4 \sin \frac{2\pi f}{f_c} \sin \rho \frac{\pi f}{2f_c} \right],
 \end{aligned} \tag{55}$$

где $\rho \in [0, 1/2]$, $N_{\Pi} = 4$, $\tau_c = 2T_{\Pi}$.

Выполнив тригонометрические преобразования в (55), окончательно находим:

$$S_{\cos\text{GBOC-4-1}}(f, \rho) = \frac{1}{f_c} \frac{\cos^2 \frac{\pi f}{2f_c}}{\left(\frac{\pi f}{2f_c}\right)^2} \times \tag{56}$$

$$\times \left[2 \sin \rho \frac{\pi f}{4f_c} \cos(2-\rho) \frac{\pi f}{4f_c} - \sin(1-\rho) \frac{\pi f}{2f_c} \right]^2,$$

где $\rho \in [0, 1/2]$, $N_{\Pi} = 4$, $\tau_c = 2T_{\Pi}$.

Видно, что выражение (56) совпадает с соответствующей формулой для $S_{\cos\text{GBOC-4}}(f, \rho)$, полученной иным путем (на основе спектральной плотности без использования КФ) (см. (37) в [8] при $N_{\Pi} = 4$).

Энергетический спектр $S_{\cos\text{GBOC-4-2}}(f, \rho)$ при $N_{\Pi} = 4$ в случае 2-го (20) и 3-го (21) вариантов формирования косинусного ППК $r_{\cos}(t)$ $\cos\text{GBOC-сигналов}$, т.е. соответственно при $\rho \in [1/2, 2/3]$ и при $\rho \in [2/3, 1]$, вычисляется аналогичным образом и приводит к тому же результату (56).

Такое совпадение формулы (56) с известным результатом дополнительно подтверждает правильность полученных аналитических выражений (45)–(48) для КФ $R_{\cos\text{GBOC-4}}(\tau, \rho)$ при $N_{\Pi} = 4$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Навигационные $\cos\text{GBOC-сигналы}$ (косинусные обобщенные ВОС-сигналы) являются расширением класса (обобщением) традиционных $\cos\text{ВОС-сигналов}$ за счет того, что у $\cos\text{GBOC-сигналов}$ ПК представляет собой ППК, т.е. периодическую биполярную последовательность прямоугольных видеоимпульсов $r_{\cos}(t)$ с тем или иным значением коэффициента заполнения ρ , где $\rho \in [0, 1]$.

В частном случае, когда у ППК $r_{\cos}(t)$ коэффициент заполнения равен $\rho = 0.5$, оно представляет собой МПК, а сами $\cos\text{GBOC-сигналы}$ при этом являются $\cos\text{ВОС-сигналами}$. В другом частном случае, когда у ППК $r_{\cos}(t)$ коэффициент заполнения $\rho = 0$ или $\rho = 1$, $\cos\text{GBOC-сигналы}$ вырождаются в двоичные фазоманипулированные сигналы (BPSK-сигналы).

У $\cos\text{GBOC-сигналов}$ (аналогично $\cos\text{ВОС-сигналам}$) относительный временной сдвиг ПСП дальномерного кода $g(t)$ и косинусного ППК $r_{\cos}(t)$ таков, что одиночный элемент МФ $d_{\tau_c-\cos\text{GBOC}}(t)$ (14) представляет собой косинусный символ $\mu_{\cos\text{GBOC}}(t)$ (15), взятый со знаком “+” или “-” в зависимости от значения кодового коэффициента $v_k = v(t_k)$ k -го элемента ПСП $g(t)$.

Основной научный результат работы – вывод формул (30)–(32) и (45)–(48) КФ $R_{\cos\text{GBOC}-2}(\tau, \rho)$ и $R_{\cos\text{GBOC}-4}(\tau, \rho)$ одиночных элементов МФ $d_{\tau-\cos\text{GBOC}-2}(t)$ и $d_{\tau-\cos\text{GBOC}-4}(t)$ cosGBOC-сигналов при $N_{\Pi} = 2$ и 4 для $\rho \in [0, 1]$.

Возможность изменения формы и параметров КФ $R_{\cos\text{GBOC}}(\tau, \rho)$ за счет варьирования значения коэффициента заполнения ρ предопределяет дополнительные преимущества cosGBOC-сигналов по сравнению с cosBOC-сигналами.

На основе аналитических выражений КФ $R_{\cos\text{GBOC}-2}(\tau, \rho)$ и $R_{\cos\text{GBOC}-4}(\tau, \rho)$ были получены формулы энергетических спектров $S_{\cos\text{GBOC}-2}(\omega, \rho)$ и $S_{\cos\text{GBOC}-4}(\omega, \rho)$ как соответствующие прямые ПФ. Соотношения найденных таким образом энергетических спектров $S_{\cos\text{GBOC}-2}(\omega, \rho)$ и $S_{\cos\text{GBOC}-4}(\omega, \rho)$ совпадают с выражениями, полученными в [8] иным способом (через спектральные функции без привлечения КФ), что дополнительно подтверждает правильность выведенных формул для КФ $R_{\cos\text{GBOC}-2}(\tau, \rho)$ и $R_{\cos\text{GBOC}-4}(\tau, \rho)$.

По изложенной методике можно рассчитать КФ $R_{\cos\text{GBOC}-N_{\Pi}}(\tau, \rho)$ cosGBOC-сигналов для значений коэффициента кратности импульсов $N_{\Pi} > 4$, где N_{Π} – четное положительное число, но при этом трудоемкость вычислений возрастет.

Аналитические выражения и графики КФ $R_{\cos\text{GBOC}-N_{\Pi}}(\tau, \rho)$ элементов МФ cosGBOC-сигналов в принципе позволяют для СРНС грядущего поколения количественно рассчитать потенциальные характеристики точности слежения за ПСП дальномерного кода $g(t)$ и оценить разрешающую способность сигналов при работе систем в условиях многолучевости.

На основе КФ $R_{\cos\text{GBOC}-N_{\Pi}}(\tau, \rho)$ удастся применительно к cosGBOC-сигналам осознанно пре-

одолевать трудности при разработке навигационной аппаратуры потребителей, которая обеспечит бы по возможности однозначное слежение за основным пиком КФ и минимизировала бы вероятность захвата ее боковых (ложных) пиков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Betz J.W.* // Proc. Nat. Technical Meeting of the Institute of Navigation (ION – NTM'99). San Diego 25–27 Jan. 1999. Fairfax: ION, 1999. P. 639.
2. *Betz J.W.* // Navigation, J. ION. 2001. V. 48. № 4. P. 227.
3. *Ярлыков М.С.* Меандровые шумоподобные сигналы (BOC-сигналы) и их разновидности в спутниковых радионавигационных системах. М.: Радиотехника, 2017.
4. *Liu W., Hu Y., Zhan X.Q.* // Electron. Lett. 2012. V. 48. № 5. P. 284.
5. *Liu W., Hu Y.* // J. Communications Technology and Electronics. 2014. Т. 59. № 11. P. 1206.
6. *Ярлыков М.С.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 10. С. 964.
7. *Ярлыков М.С., Ярлыкова С.М.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 2. С. 157.
8. *Ярлыков М.С.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 8. С. 808.
9. *Варакин Л.Е.* Системы связи с шумоподобными сигналами. М.: Радио и связь, 1985.
10. *Шебшаевич В.С., Дмитриев П.П., Иванцевич Н.В. и др.* Сетевые спутниковые радионавигационные системы. 2-е изд. М.: Радио и связь, 1993.
11. Global Positioning Systems Directorate. Systems Engineering and Integration. Interface Specification IS – GPS – 200. Navstar GPS Space Segment/Navigation User Interfaces, IS – GPS – 200G, 05 September 2012.
12. *Тихонов В.И.* Статистическая радиотехника. 2-е изд. М.: Сов. радио, 1982.
13. *Баскаков С.И.* Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Высш. школа, 2005.
14. *Стеценко О.А.* Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Высш. школа, 2007.