РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2019, том 64, № 8, с. 741–751

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.396.67

СИНТЕЗ ТРАНСФОРМАТОРОВ СОПРОТИВЛЕНИЙ ДЛЯ ДВУХСЕКЦИОННЫХ СВЕРХДИАПАЗОННЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК

© 2019 г. С. Е. Банков*

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Российская Федерация, 125009 Москва, ул. Моховая, 11, стр. 7

**E-mail: sbankov@yandex.ru*

Поступила в редакцию 14.05.2018 г.
После доработки 14.05.2018 г.
Принята к публикации 21.06.2018 г.

В приближении теории линий передачи СВЧ рассмотрена задача синтеза трансформаторов сопротивлений, используемых для построения сверхдиапазонных двухсекционных антенных решеток. Проанализированы разные варианты представления сложного немонотонного трансформатора сопротивления, которым является двухсекционная решетка: в виде двух монотонных, а также немонотонного и монотонного трансформаторов. В приближении малых коэффициентов отражения от скачков характеристических сопротивлений линий передачи осуществлен синтез параметров ступенчатых трансформаторов. Данный метод синтеза развит на случай плавных трансформаторов. Проведено сравнение разных вариантов построения двухсекционных решеток и дана оценка погрешности приближенного метода синтеза.

DOI: 10.1134/S0033849419070027

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Создание сверхширокополосных (СШП) антенных решеток (АР) является актуальной задачей, которой посвящено большое число публикаций (см., например, [1–3]). Традиционные технические решения в этой области основаны на применении решеток антенн Вивальди и ТЕМ-рупоров. Имеются сообщения о создании АР такого типа с диапазоном рабочих частот D близком к десяти [4, 5]. При этом под диапазоном частот понимают отношение верхней граничной частоты к нижней.

Следует отметить, что задача дальнейшего увеличения рабочего диапазона и перехода от СШП к сверхдиапазонным (СД) АР, имеющим параметр $D > 10$ по-прежнему остается актуальной. При этом установлен ряд факторов, ограничивающих возможности решения этой задачи при помощи традиционных АР, в частности, наличие в конструкции антенны Вивальди принципиально частотно-зависимых узлов, не позволяющих расширить полосу рабочих частот устройства. К этим узлам относится переход с щелевой линии передачи (ЛП) на полосковую или микрополосковую линии, в который входит высокоомная нагрузка, выполненная в виде резонаторов разной формы. Входной импеданс резонатора достаточно велик только в определенном диапазоне частот. В нижней и верхней его части он стремится к нулю, что служит фактором, ограничивающим возможность расширения полосы частот АР данного типа.

В решетке ТЕМ-рупоров резонаторы отсутствуют, так как элементы решетки имеют выходы в виде двухпроводных ЛП, и поэтому нет необходимости в применении специальных переходов. Однако, как показано в работах [6, 7], в подобных структурах возникают другие явления, препятствующие улучшению показателей качества АР, например, эффект аномального обратного излучения, который приводит к недопустимым потерям энергии. Попытка борьбы с ним при помощи металлического экрана, размещенного вблизи входов излучателей, устраняет обратное излучение, но при этом возникают резонансные эффекты, аналогичные наблюдаемым в решетках антенн Вивальди.

Негативные явления отмеченного выше типа отсутствуют или существенно ослаблены в двухсекционной АР, предложенной в работе [8]. Ее отличие от известных технических решений состоит в том, что переход от входа излучателя до его выхода осуществляется в два этапа. На первом участке, который выполняется в виде полосковой ЛП переменной ширины, сопротивление уменьшается до необходимого значения. На втором участке в виде плоского рупора сопротивление возрастает до величины близкой к сопротивлению свободного пространства.

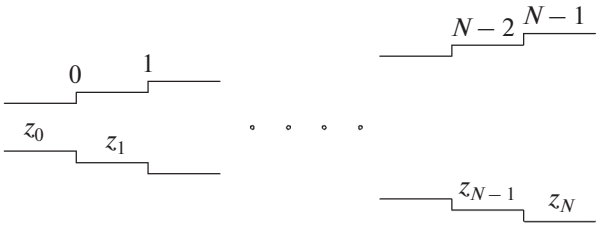

Рис. 1. Монотонный ступенчатый трансформатор.

Понижение сопротивления обеспечивает минимальные потери энергии в месте стыка эквивалентных трехпроводной и двухпроводной ЛП. Эквивалентность бесконечной решетки полосковых ЛП трехпроводной ЛП показана в работах [8, 9]. Плоский рупор при известных ограничениях на его высоту является одноволновой структурой [10], и поэтому в рамках теории ЛП СВЧ может быть представлен двухпроводной линией.

Применение двух секций, в которых сопротивление меняется противоположным образом, приводит к существенному увеличению длины элемента АР по сравнению с указанными выше традиционными решениями. Дополнительной причиной увеличения размера является необходимость работы в диапазоне частот, большем десяти. В таких условиях простые подходы к выбору закона изменения сопротивления ЛП неприемлемы. Далее будет показано, что часто используемый экспоненциальный закон [11] уступает по своим характеристикам специально синтезированному трансформатору с амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ) чебышевского типа. Его применение позволяет или уменьшить длину устройства при том же значении диапазона, или расширить диапазон при фиксированной длине.

Синтез ступенчатого или плавного трансформатора сопротивления относится к классическим задачам техники СВЧ [12]. Несмотря на это, ее точное решение, справедливое при произвольном соотношении трансформируемых импедансов, в произвольном диапазоне частот неизвестно. Поэтому будем использовать известный [13] приближенный подход, основанный на допущении о малом коэффициенте отражения от скачков сопротивлений, формирующих ступенчатый трансформатор. Данный метод мы применим также для синтеза плавного трансформатора, рассматривая его как предельный случай ступенчатого трансформатора с секциями бесконечно малой длины.

Решение в приближении малых парциальных коэффициентов отражения мы используем в качестве первого приближения для численного алгоритма синтеза ступенчатого трансформатора, который позволит уточнить приближенное решение и приблизить АЧХ устройства к требуемому виду.

Отметим, что закон изменения сопротивления ЛП вдоль двухсекционной АР имеет нестандартную для классической теории немонотонную форму. Поэтому ее применение для синтеза АР возможно только при разбиении решетки на две секции, в которых сопротивление меняется монотонным образом. Такой вариант декомпозиции не является единственно возможным. Поэтому мы рассмотрим альтернативную декомпозицию устройства на две части, одна из которых является немонотонным симметричным трансформатором. Для ее синтеза в работе развит метод малых парциальных коэффициентов отражения, позволяющий находить параметры немонотонных структур.

Также в работе проведено сравнение разных способов построения двухсекционных АР по совокупности показателей качества и выбран наиболее перспективный вариант.

2. СИНТЕЗ МОНОТОННОГО СТУПЕНЧАТОГО ТРАНСФОРМАТОРА В ПРИБЛИЖЕНИИ МАЛЫХ ПАРЦИАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОТРАЖЕНИЯ

Анализируемая структура представлена на рис. 1. Она состоит из отрезков ЛП, длина которых L_s одинакова и равна четверти длины волны в ЛП на центральной частоте f_0 рабочего диапазона частот трансформатора D. Для простоты считаем, что постоянная распространения ЛП линейно зависит от частоты и равна волновому числу свободного пространства k, что верно для ЛП с T-волной и воздушным заполнением.

Отрезки ЛП имеют характеристические сопротивления Z_n, $n = 0,\ldots,N$, где $Z_{0,N}$ – фиксированные значения сопротивлений входной и выходной ЛП. Введем по аналогии с [12] параметр R:

$$R = Z_N / Z_0, \qquad (1)$$

имеющий смысл перепада сопротивления, которое преобразует трансформатор. Нетрудно увидеть, что общая длина устройства L определяется соотношением:

$$L = (N-1)L_s. \qquad (2)$$

Парциальные коэффициенты отражения от скачков сопротивлений ЛП ρ_n при их возбуждении слева связаны с сопротивлениями известной [14] формулой:

$$\rho_n = \frac{r_n - 1}{r_n + 1}, \quad n = 0,\ldots,N-1, \qquad (3)$$

где $r_n = Z_{n+1}/Z_n$.

В рамках выбранного приближения коэффициент отражения S_{11} трансформатора по входу 1,

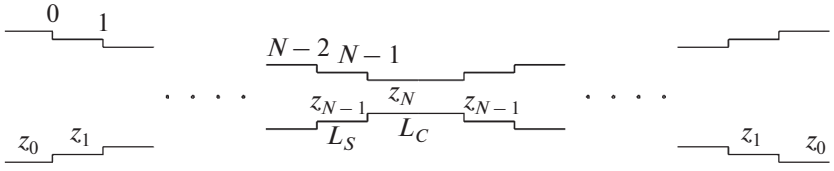

Рис. 2. Немонотонный ступенчатый трансформатор.

который расположен на левом краю устройства, записывается следующим образом:

$$S_{11} = \sum_{n=0}^{N-1} \rho_n \exp(-2in\theta), \tag{4}$$

где $\theta = kL_s$.

В классической теории рассматриваются симметричные трансформаторы:

$$\rho_n = \rho_{N-1-n}, \quad n = 0,\ldots,M,$$
$$M = \begin{cases} \dfrac{N}{2} - 1, & N - \text{четное}, \\ \dfrac{N-1}{2}, & N - \text{нечетное}. \end{cases} \tag{5}$$

С учетом соотношения (5) запишем новое выражение для коэффициента отражения:

$$S_{11} = \sum_{n=0}^{M} \rho_{M-n} \begin{cases} 2\cos((2n+1)\theta), & N - \text{четное}, \\ \varepsilon_n \cos(2n\theta), & N - \text{нечетное}, \end{cases}$$
$$\varepsilon_n = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ 2, & n \neq 0. \end{cases} \tag{6}$$

При записи формулы (6) мы опустили несущественный фазовый множитель.

Полоса пропускания трансформатора ограничена частотами $f_{1,2}$, $f_1 < f_2$. При этом центральная частота f_0 равна среднему арифметическому частот $f_{1,2}$, а $D = f_2/f_1$. Переменная θ в полосе пропускания изменяется от θ_1 до θ_2:

$$\theta_{1,2} = \arccos\left(\pm\sin\left(\frac{\pi}{2}\frac{D-1}{D+1}\right)\right). \tag{7}$$

Равнопульсирующая АЧХ описывается полиномом Чебышева:

$$S_{11} = gT_{N-1}\left(\frac{\cos\theta}{S}\right), \tag{8}$$

$$S = \cos\theta_1, \tag{9}$$

где g – неизвестный множитель, который мы определим из условия равенства параметра R заданному значению.

Нетрудно увидеть, что выражение (8), так же как и (6), является конечным рядом Фурье. Тригонометрические функции ортогональны на интервале $[0, \pi]$, что дает нам возможность найти неизвестные коэффициенты ρ_n:

$$\rho_{M-n} = \frac{g}{2\pi}\int_0^{\pi} T_{N-1}\left(\frac{\cos\theta}{S}\right)\begin{Bmatrix}\cos((2n+1)\theta)\\ \cos(2n\theta)\end{Bmatrix} d\theta. \tag{10}$$

Верхняя строка в (10) соответствует четным N, а нижняя – нечетным.

Параметр g находим из условия

$$\prod_{n=0}^{N-1} r_n = R. \tag{11}$$

Соотношение (11) является трансцендентным уравнением относительно переменной g и должно решаться численно. Физический смысл данного параметра состоит в том, что он задает амплитуду пульсаций АЧХ в полосе пропускания. Решение уравнения (11) полностью определяет парциальные коэффициенты отражения ρ_n и сопротивления отрезков ЛП.

3. СИНТЕЗ НЕМОНОТОННОГО ТРАНСФОРМАТОРА В ПРИБЛИЖЕНИИ МАЛЫХ ПАРЦИАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОТРАЖЕНИЯ

Схема немонотонного трансформатора показана на рис. 2. Он представляет собой симметричную структуру, которую можно рассматривать как два одинаковых монотонных трансформатора. Важное отличие немонотонного трансформатора в том, что он синтезируется как единая схема, таким образом, что ее АЧХ соответствует определенным требованиям, о которых будет сказано ниже.

Все секции, формирующие немонотонный трансформатор, имеют одинаковую длину L_s за исключением секции длиной L_c, соединяющей две части устройства. Рассмотрим два варианта: $L_c = L_s$ и $L_c = 2L_s$.

В выбранном приближении коэффициент отражения трансформатора записывается следующим образом:

$$S_{11}^1 = 2i\sum_{n=0}^{N-1} \rho_{N-1-n} \sin((2n+1)\theta), \tag{12}$$

$$S_{11}^2 = 2i\sum_{n=0}^{N-1} \rho_{N-1-n} \sin(2(n+1)\theta). \tag{13}$$

Верхний индекс 1 соответствует $L_c = L_s$, а индекс 2 – $L_c = 2L_s$. Как и ранее, несущественный фазовый множитель в выражениях (12), (13) не приводится.

К сожалению, в отличие от ряда по косинусам (6) ряды типа (12) и (13) невозможно представить в виде искомого полинома. Проблема в том, что попытка перейти к степенным разложениям порождает в выражениях (12), (13) одновременно синусоидальные и косинусоидальные функции, связанные трансцендентным соотношением.

Для исключения указанной сложности преобразуем формулы (12), (13):

$$S_{11}^1 = \tilde{S}_{11}^1 \sin\theta, \quad S_{11}^2 = \tilde{S}_{11}^2 \sin\theta, \quad S_{11}^2 = \tilde{S}_{11}^3 \sin 2\theta, \tag{14}$$

$$\tilde{S}_{11}^1 = 2i\sum_{n=0}^{N-1} \rho_{N-1-n} \frac{\sin((2n+1)\theta)}{\sin\theta}, \tag{15а}$$

$$\tilde{S}_{11}^2 = 2i\sum_{n=0}^{N-1} \rho_{N-1-n} \frac{\sin(2(n+1)\theta)}{\sin\theta}, \tag{15б}$$

$$\tilde{S}_{11}^3 = 2i\sum_{n=0}^{N-1} \rho_{N-1-n} \frac{\sin(2(n+1)\theta)}{\sin 2\theta}. \tag{15в}$$

Функции, входящие в выражения (15а)–(15в) уже являются полиномами по степеням переменной $\cos\theta$. Выбирая их коэффициенты, можем сформировать полиномы Чебышева. При этом, однако, исходные коэффициенты отражения S_{11}^i, $i = 1,2$ не имеют равнопульсирующую АЧХ, в отличие от новых модифицированных коэффициентов $\tilde{S}_{11}^i$. Тем не менее, формируя чебышевскую АЧХ с заданной амплитудой пульсаций для параметров $\tilde{S}_{11}^i$, мы одновременно обеспечиваем такое же максимальное значение пульсаций в полосе пропускания исходных коэффициентов отражения S_{11}^i, так как исходные и модифицированные коэффициенты (14) связаны множителями в виде тригонометрических функций, которые по модулю не превосходят единицы.

Члены сумм в формулах (15а)–(15в) представляются конечными разложениями по функциям $\cos n\theta$. Поэтому мы можем потребовать выполнения следующих равенств:

$$\tilde{S}_{11}^i = ig\begin{cases} T_{2(N-1)}\left(\dfrac{\cos\theta}{S}\right), & i = 1,3, \\ T_{2N-1}\left(\dfrac{\cos\theta}{S}\right), & i = 2. \end{cases} \tag{16}$$

Используя ортогональность функций $\cos n\theta$, получаем для коэффициентов ρ_{N-1-n} системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$2\sum_{n=0}^{N-1} \rho_{N-1-n} \int_0^{\pi} \frac{\sin((2n+1)\theta)}{\sin\theta} \cos 2m\theta d\theta = \int_0^{\pi} T_{2(N-1)}\left(\frac{\cos\theta}{S}\right) \cos 2m\theta d\theta,$$

$$2\sum_{n=0}^{N-1} \rho_{N-1-n} \int_0^{\pi} \frac{\sin(2(n+1)\theta)}{\sin 2\theta} \cos 2m\theta d\theta = \int_0^{\pi} T_{2(N-1)}\left(\frac{\cos\theta}{S}\right) \cos 2m\theta d\theta, \tag{17}$$

$$2\sum_{n=0}^{N-1} \rho_{N-1-n} \int_0^{\pi} \frac{\sin(2(n+1)\theta)}{\sin\theta} \cos(2m+1)\theta d\theta = \int_0^{\pi} T_{2N-1}\left(\frac{\cos\theta}{S}\right) \cos(2m+1)\theta d\theta,$$

$$m = 0, \ldots, N-1.$$

Первая и вторая СЛАУ в (17) получены для $i = 1,3$, а третья для $i = 2$.

Решая системы (17), находим искомые парциальные коэффициенты отражения и сопротивления отрезков ЛП.

4. СИНТЕЗ ПЛАВНЫХ МОНОТОННЫХ ТРАНСФОРМАТОРОВ В ПРИБЛИЖЕНИИ МАЛЫХ ПАРЦИАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОТРАЖЕНИЯ

В этом разделе мы получим приближенное решение задачи синтеза плавного монотонного трансформатора с чебышевской АЧХ. В качестве основы используем полученное в разд. 2 решение для ступенчатого трансформатора. Пусть число ступенек $N-1 \to \infty$, при фиксированной длине трансформатора L получаем

$$L_s = L/(N-1). \tag{18}$$

Отсюда следует, что центральная и верхняя частоты полосы пропускания и диапазон рабочих частот стремятся к бесконечности пропорционально $N-1$:

$$f_0 = \frac{c(N-1)}{4L}, \quad f_2 = \frac{c(N-1)}{2L} - f_1, \quad D = \frac{c(N-1)}{2Lf_1} - 1, \tag{19}$$

где c – скорость света в свободном пространстве.

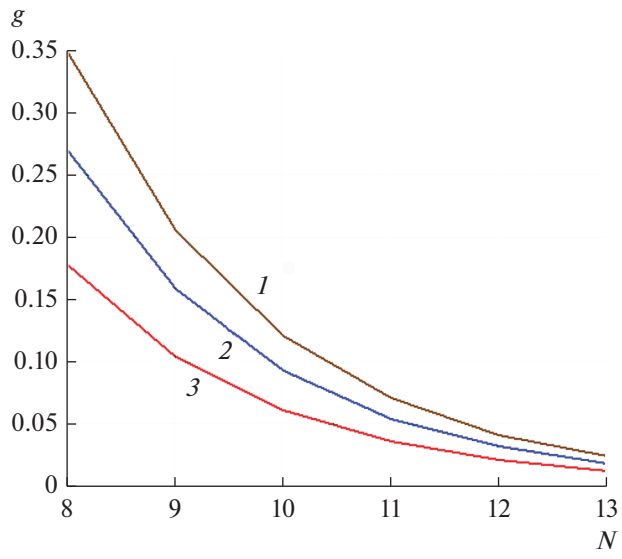

Рис. 3. Зависимость максимальной амплитуды пульсаций АЧХ коэффициента отражения немонотонных трансформаторов в полосе пропускания g от числа секций N.

Рассмотрим поведение параметра θ_1, для чего воспользуемся формулой (7):

$$\cos\theta_1 = \sin\left(\frac{\pi}{2}\frac{D-1}{D+1}\right) \approx \cos\frac{\pi}{D}. \quad (20)$$

Из соотношения (20) следует

$$\theta_1 = \pi/D. \quad (21)$$

Преобразуем выражение для синтезируемой АЧХ. Учтем соотношение [15]:

$$T_{N-1}\left(\frac{\cos\theta}{S}\right) = \cos\left((N-1)\arccos\left(\frac{\cos\theta}{S}\right)\right). \quad (22)$$

Введем обозначение:

$$x = \arccos\frac{\cos\theta}{S}. \quad (23)$$

При $N \to \infty$ имеют место следующие предельные соотношения:

$$S = \cos\frac{\pi}{D} \to 1, \quad x, \theta \to 0. \quad (24)$$

Разложим соответствующие тригонометрические функции в ряд Тейлора по степеням малых параметров (24) и найдем переменную x:

$$x = \sqrt{\theta^2 - \frac{\pi^2}{D^2}}. \quad (25)$$

Учтем выражение $\theta = kL/(N-1)$ и в результате получим

$$T_{N-1}\left(\frac{\cos\theta}{S}\right) = \cos\left(L\sqrt{k^2 - k_1^2}\right), \quad (26)$$

где k_1 – волновое число свободного пространства на нижней границе полосы пропускания.

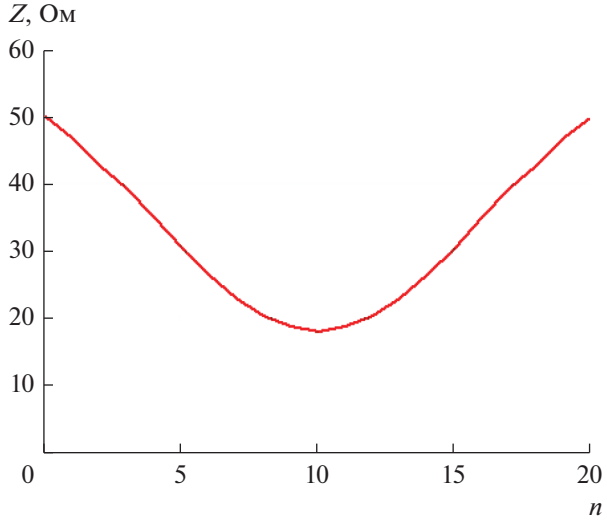

Рис. 4. Распределение сопротивления линии передачи вдоль немонотонного трансформатора.

Таким образом, мы приходим к выражению для коэффициента отражения плавного трансформатора:

$$S_{11} = g\cos\left(L\sqrt{k^2 - k_1^2}\right). \quad (27)$$

Для определения парциальных коэффициентов отражения плавного трансформатора мы использовали методику, описанную в разд. 2 с изменениями приведенными выше. В частности, мы полагали параметр N достаточно большим числом. При этом критерием для его выбора была стабилизация решения, которая происходит при $N \to \infty$.

5. СРАВНЕНИЕ НЕМОНОТОННЫХ СТУПЕНЧАТЫХ ТРАНСФОРМАТОРОВ

На рис. 3 представлена рассчитанная численно зависимость амплитуды пульсаций АЧХ в полосе пропускания g от числа секций трансформатора N. Кривые *1*–*3* получены в соответствии с формулами (15а)–(15в) при $D = 10$, $R = 2.6$. Видно, что наилучшим является третий вариант решения (кривая *3*), которое имеет минимальные пульсации в полосе пропускания. Остальные показатели качества, такие как длина, диапазон рабочих частот и отношение трансформируемых сопротивлений, у разных устройств совпадают. Преимущество третьего варианта сохраняется при всех значениях N, D, R, поэтому для дальнейшего исследования выберем немонотонный трансформатор, у которого $L_c = 2L_s$.

На рис. 4 показана зависимость сопротивления секций трансформатора от номера секции, полученная при $N = 10$, $D = 10$, $R = 2.6$.

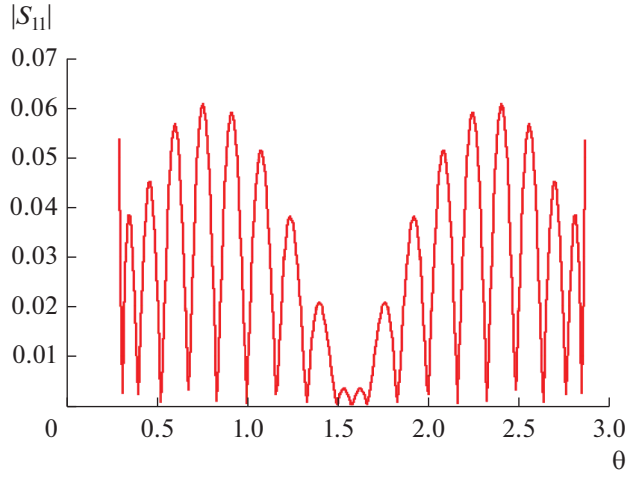

Рис. 5. АЧХ коэффициента отражения немонотонного трансформатора.

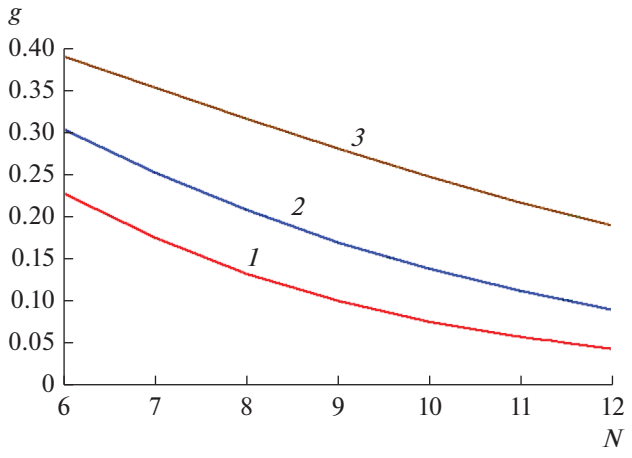

Рис. 6. Зависимость максимальной амплитуды пульсаций коэффициента отражения монотонного трансформатора в полосе пропускания от числа секций при $D = 10$ (*1*), 13.3 (*2*) и 20 (*3*).

На рис. 5 представлена зависимость модуля коэффициента отражения немонотонного трансформатора от аргумента θ, рассчитанная для тех же значений параметров, что и рис. 4. Видно, что коэффициент отражения не имеет равнопульсирующую АЧХ. Благодаря наличию множителя $\sin 2\theta$ он обращается в нуль при $\theta = 0, \pi/2, \pi$. Тем не менее максимальная амплитуда пульсаций, которая наблюдается при $\theta = \pi/4, 3\pi/4$. благодаря указанному множителю не может быть уменьшена. Она определяется кривой *3* на рис. 3.

6. ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ СИНТЕЗА МОНОТОННЫХ СТУПЕНЧАТЫХ ТРАНСФОРМАТОРОВ

Прежде чем перейти к решению задачи сравнения разных вариантов двухсекционных АР, проанализируем характеристики монотонных ступенчатых трансформаторов, синтезированных по приближенной методике, и рассмотрим возможность ее коррекции при помощи численного алгоритма, который будет описан ниже.

На рис. 6 показана зависимость амплитуды пульсаций ступенчатого трансформатора от числа секций, рассчитанная для $R = 2.6$. Кривые *1–3* получены при $D = 10, 13.3, 20$. Видно, что увеличение рабочего диапазона сильно влияет на величину коэффициента отражения в полосе пропускания или на длину трансформатора при постоянном значении параметра g.

Интересно сравнить кривые на рис. 3 и 6. Видно, что значение $g = 0.1$ при $D = 10$ достигается в обоих случаях при $N = 9$. Однако необходимо иметь в виду, что число секций немонотонного трансформатора равно $2N$. Отсюда следует, что он обеспечивает заданное значение пульсаций коэффициента отражения при длине вдвое большей, чем у монотонного трансформатора. Проведенное сравнение не позволяет сделать однозначное заключение о преимуществах двухсекционной АР с монотонным трансформатором, так как немонотонный трансформатор не только понижает входное сопротивление до заданного значения, но и затем увеличивает его. За счет этого параметр R у второй секции АР существенно уменьшается, а следовательно, может быть уменьшена ее длина. Поэтому окончательный вывод о преимуществах разных АР может быть сделан только в ходе расчета характеристик всей АР, состоящей из двух секций.

Качество использованной нами методики синтеза можно оценить, анализируя кривые, представленные на рис. 7. Следует отметить, что погрешности синтеза становятся существенными при больших значениях параметров R, D. На рис. 7 показана идеальная равнопульсирующая и реальная АЧХ коэффициента отражения в части полосы пропускания, расположенной вблизи ее нижней границы.

Видно, что вблизи границы полосы пропускания синтезированная АЧХ (кривая *2*) заметно отличается от идеальной (*1*). При этом она обеспечивает диапазон рабочих частот, примерно на 12% меньший заданного. Следует отметить, что компенсация такого, казалось бы, не очень значительного уменьшения диапазона может потребовать заметного увеличения числа секций трансформатора. Поэтому представляет интерес коррекция методики синтеза, обеспечивающая приближение синтезированной АЧХ к идеальной за счет правильного выбора сопротивлений секций трансформатора.

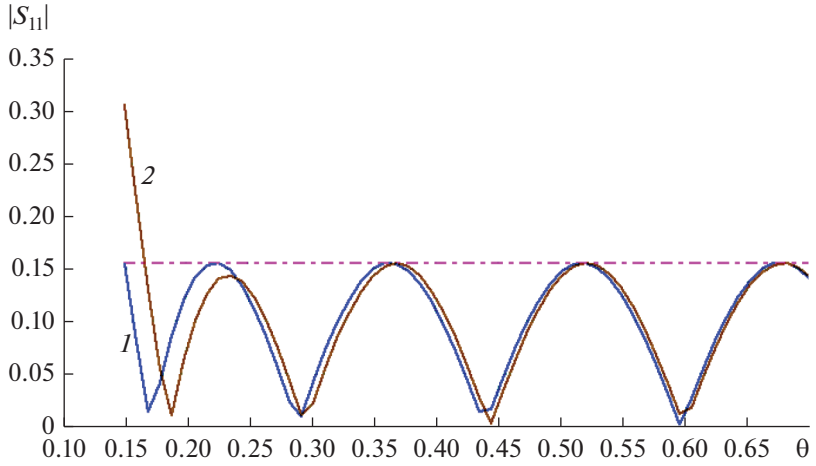

Рис. 7. Идеальная (*1*) и реальная, полученная в результате приближенного синтеза (*2*) АЧХ ступенчатого монотонного трансформатора при $R = 21$, $D = 20$.

Алгоритм численного синтеза ступенчатого трансформатора основан на расчете его матрицы рассеяния **S**. Поскольку трансформатор представляет собой последовательное соединение четырехполюсников, то для определения матрицы **S** целесообразно воспользоваться методом, основанным на применении матриц передачи **T**. Матрица передачи n-го скачка сопротивления $\mathbf{T}_n$ имеет следующий вид:

$$\mathbf{T}_n = \begin{bmatrix} \sqrt{r_n} + \dfrac{1}{\sqrt{r_n}} & \sqrt{r_n} - \dfrac{1}{\sqrt{r_n}} \\ \sqrt{r_n} - \dfrac{1}{\sqrt{r_n}} & \sqrt{r_n} + \dfrac{1}{\sqrt{r_n}} \end{bmatrix}, \qquad (28)$$

где величины r_n определены выражением (3).

Запишем выражение для матрицы передачи отрезка ЛП $\mathbf{T}_i$:

$$\mathbf{T}_l = \begin{bmatrix} \exp(-i\theta) & 0 \\ 0 & \exp(i\theta) \end{bmatrix}. \qquad (29)$$

Матрица передачи трансформатора выражается через произведение матриц $\mathbf{T}_n$ и $\mathbf{T}_i$:

$$\mathbf{T} = \left(\prod_{n=0}^{N-2} \mathbf{T}_n \mathbf{T}_l \right) \mathbf{T}_{N-1}. \qquad (30)$$

Переход к матрице рассеяния проводим по известным соотношениям:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \dfrac{T_{12}}{T_{22}} & T_{11} - \dfrac{T_{12}T_{21}}{T_{22}} \\ \dfrac{1}{T_{22}} & -\dfrac{T_{21}}{T_{22}} \end{bmatrix}. \qquad (31)$$

Допустим, что параметры r_n получили малые приращения dr_n, которые привели к приращению матрицы передачи $\mathbf{dT}$:

$$\mathbf{dT} = \sum_{n=0}^{N-1} \mathbf{d\tau}_n dr_n,$$

$$\mathbf{d\tau}_n = \begin{cases} \mathbf{dT}_0 \left(\prod\limits_{n=1}^{N-2} \mathbf{T}_n \mathbf{T}_l \right) \mathbf{T}_{N-1}, & n = 0, \\ \left(\prod\limits_{m=0}^{n-1} \mathbf{T}_n \mathbf{T}_l \right) \mathbf{dT}_n \left(\prod\limits_{m=n+1}^{N-2} \mathbf{T}_n \mathbf{T}_l \right) \mathbf{T}_{N-1}, & n \neq 0,\ N-1, \\ \left(\prod\limits_{n=1}^{N-2} \mathbf{T}_n \mathbf{T}_l \right) \mathbf{dT}_{N-1}, & n = N-1. \end{cases} \qquad (32)$$

Матрицы $\mathbf{dT}_n$ находим дифференцированием (28):

$$\mathbf{dT}_n = \begin{bmatrix} \sqrt{r_n} - \dfrac{1}{\sqrt{r_n}} & \sqrt{r_n} + \dfrac{1}{\sqrt{r_n}} \\ \sqrt{r_n} + \dfrac{1}{\sqrt{r_n}} & \sqrt{r_n} - \dfrac{1}{\sqrt{r_n}} \end{bmatrix} \frac{1}{2r_n}. \qquad (33)$$

Теперь можем найти коэффициент отражения модифицированного трансформатора, который является функцией малых приращений dr_n. Для их определения наложим на АЧХ трансформатора дополнительное требование: чтобы нули АЧХ совпадали с нулями функции (8) – θ_{0n}, и тогда получим СЛАУ относительно неизвестных dr_n.

Решая СЛАУ находим новые значения параметров r_n:

$$r_n^1 = r_n^0 + dr_n. \qquad (34)$$

Здесь под r_n^0 понимаем решение нулевого приближения, полученное по методике, представленной

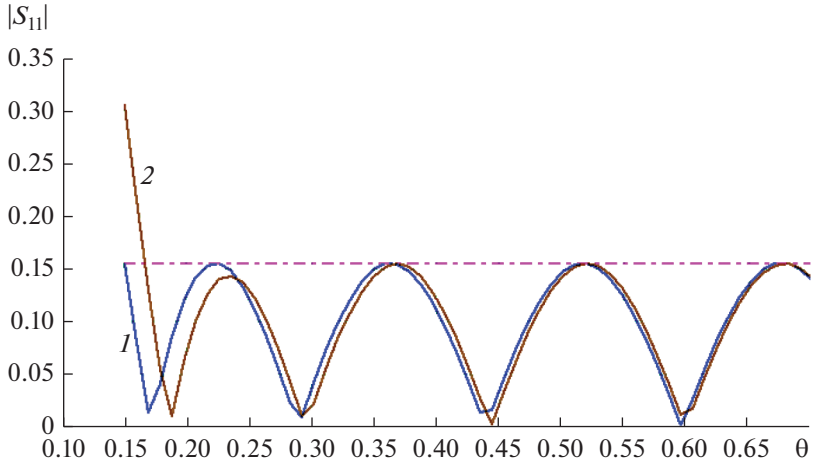

Рис. 8. АЧХ ступенчатого монотонного трансформатора после коррекции (*1*) и до нее (*2*) при $R = 21$, $D = 20$.

выше. Мы можем получить приближения более высоких порядков, беря в качестве нулевого приближения величины r_n^1 и применяя к ним алгоритм поиска параметров dr_n.

На рис. 8 показаны АЧХ трансформатора для $R = 21$, $D = 20$ до коррекции (кривая *2*) и после нее (кривая *1*). Видно, что кривая *1* ближе к равнопульсирующей АЧХ. Ее полоса пропускания расширилась. Однако нельзя не отметить, что амплитуда пульсаций у скорректированной АЧХ увеличивается.

7. ХАРАКТЕРИСТИКИ МОНОТОННЫХ ПЛАВНЫХ ТРАНСФОРМАТОРОВ

Плавные трансформаторы отличаются от ступенчатых аналогов тем, что к ним неприменимо понятие рабочего диапазона частот, так как частоты $f_{0,2}$ стремятся к бесконечности. Поэтому единственным параметром, описывающим поведение устройства в полосе частот, остается f_1, то есть нижняя граница рабочего диапазона. Другие параметры, которые мы использовали ранее: g, R, L по-прежнему могут применяться для оценки качества работы плавного трансформатора.

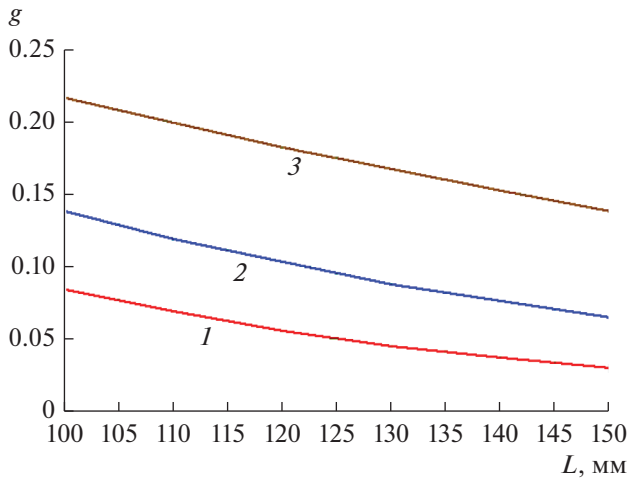

Рис. 9. Зависимость максимальной амплитуды пульсаций коэффициента отражения монотонного плавного трансформатора в полосе пропускания от его длины для $f_1 = 1$ (*1*), 0.75 (*2*), 0.5 ГГц (*3*), $R = 2$.

На рис. 9 представлена зависимость амплитуды пульсаций АЧХ коэффициента отражения g от длины устройства L для $f_1 = 1, 0.75, 0.5$ ГГц, $R = 2$. (Здесь и далее все геометрические размеры даны в миллиметрах.)

На рис. 10 показана частотная зависимость модуля коэффициента отражения плавного трансформатора, полученная при $f_1 = 0.5$ ГГц, $R = 15.1$, $L = 300$. Видно, что вблизи границы полосы пропускания АЧХ плавного трансформатора имеет искажения, аналогичные АЧХ ступенчатого аналога. Допустимо предположить, что методика синтеза плавного трансформатора может быть скорректирована по аналогии с разд. 6.

8. СРАВНЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ДВУХСЕКЦИОННЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК

Представим результаты сравнения трех вариантов построения двухсекционных АР: АР с немонотонным ступенчатым трансформатором, АР с монотонными ступенчатыми и плавными трансформаторами.

Проведем сравнение для частных значений диапазона и перепада сопротивлений: $D = 20$, $R_1 = 2$, $R_2 = 15.1$. Параметр R_1 соответствует понижающей части трансформатора, преобразующей стандартное сопротивление 50 Ом на входе устройства в сопротивление 25 Ом, при котором

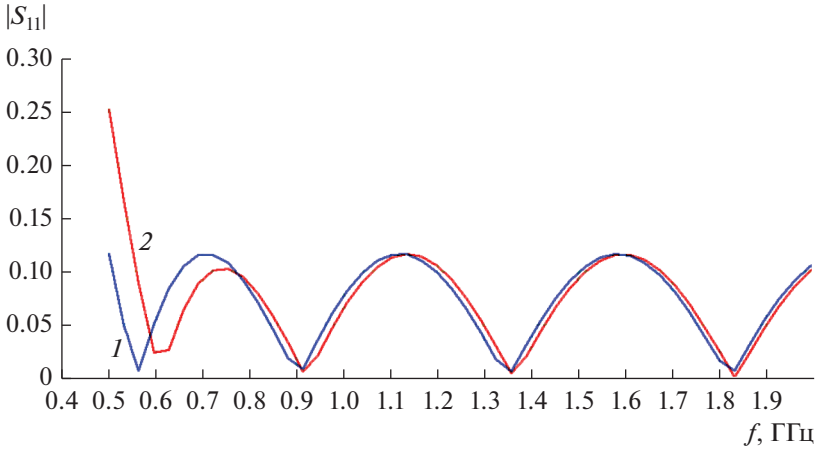

Рис. 10. Идеальная (*1*) и реальная (*2*) АЧХ плавного монотонного трансформатора при $f_1 = 0.5$ ГГц, $R = 15.1$, $L = 300$.

происходит переход от трехпроводной к двухпроводной ЛП. Параметр R_2 описывает вторую повышающую часть трансформатора, которая преобразует сопротивление 25 Ом в сопротивление свободного пространства, равное 120π. Также мы фиксируем не только значение рабочего диапазона, но и частоты $f_{1,2}$: $f_1 = 0.5$, $f_2 = 10$ ГГц. При этом мы считаем, что в структуре АР существуют факторы, ограничивающие ее работоспособность со стороны высоких частот независимо от свойств формирующих ее трансформаторов. Таким фактором может быть, например, период АР.

Наличие ограничений на верхнюю частоту рабочего диапазона позволяет нам использовать параметр D, в том числе для описания АР с плавными трансформаторами.

В ходе численных экспериментов рассчитывалась АЧХ двухсекционной АР. На рис. 11 показан фрагмент типичной АЧХ, который поясняет метод определения граничной частоты полосы пропускания. В данном случае это нижняя граничная частота f_1. Также определяется максимальное значение коэффициента отражения в полосе пропускания g. После определения параметров $f_{1,2}$ находится реализованный диапазон D, который, как правило, меньше требуемого диапазона, использованного при синтезе трансформаторов.

В качестве параметров структуры рассматривались длины первого и второго трансформаторов $L_{1,2}$, сумма которых равна показателю качества АР – ее длине L.

На рис. 12 показана зависимость диапазона D от длины АР L, полученная для АР из двух плавных монотонных трансформаторов при $L_1 = 100$, 120, 140, 160. Для оценки потенциально достижимых характеристик устройства можем из четырех кривых взять ту, которая при фиксированном

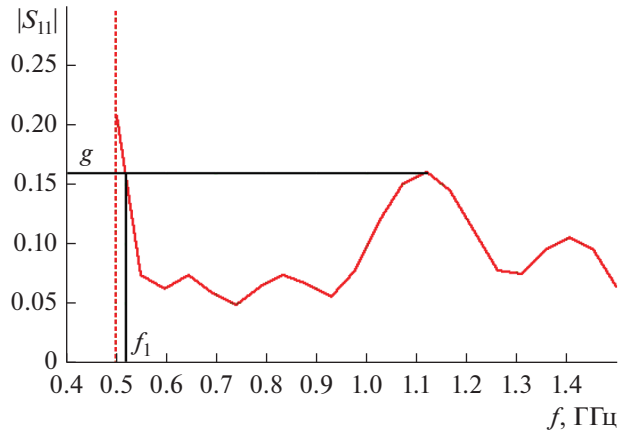

Рис. 11. Определение параметров АР.

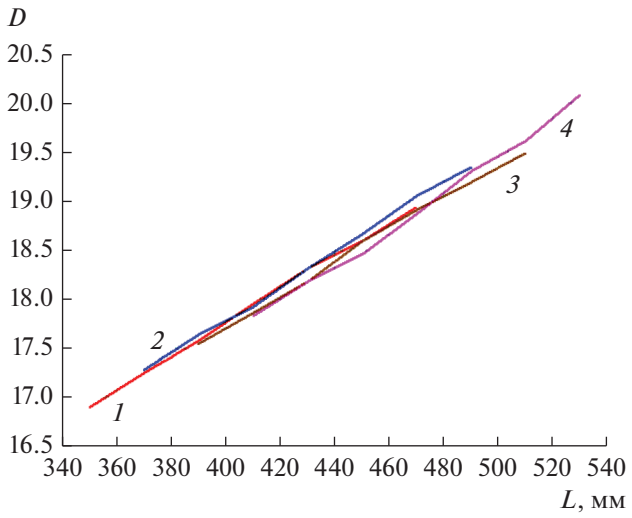

Рис. 12. Зависимость диапазона АР с плавными трансформаторами от ее длины при $L_1 = 100$ (*1*), 120 (*2*), 140 (*3*), 160 (*4*).

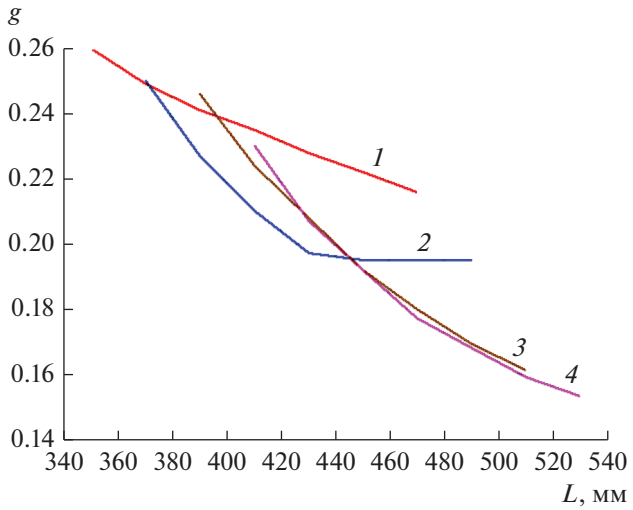

Рис. 13. Зависимость максимального коэффициента отражения АР с плавными трансформаторами от ее длины при $L_1 = 100$ (*1*), 120 (*2*), 140 (*3*), 160 (*4*).

значении длины дает максимальное значение диапазона.

С хорошей точностью кривые *1*–*4* на рис. 12 можно заменить прямой:

$$D_{\text{п}} = 0.017L + 11, \quad 360 < L < 540. \qquad (35)$$

Прямая (35) описывает множество оптимальных точек в пространстве показателей качества D, L, индекс "п" означает, что речь идет о диапазоне АР с плавными трансформаторами.

На рис. 13 показана зависимость параметра g АР с плавными трансформаторами от длины L также при $L_1 = 100, 120, 140, 160$. Аппроксимация множества оптимальных точек в пространстве показателей качества q, L дает

$$g_{\text{п}} = 0.476 - 0.000635L, \quad 360 < L < 540. \qquad (36)$$

На рис. 14, 15 представлены зависимости, аналогичные зависимостям, на рис. 12, 13, но рассчитанным для АР со ступенчатыми монотонными трансформаторами для $L_1 = 114, 128, 142, 156$.

Приведем соотношения, аналогичные (35) и (36), описывающие множества оптимальных точек для АР со ступенчатыми трансформаторами в двух разных пространствах показателей качества:

$$D_{\text{с}} = 0.018L + 10.57, \quad g_{\text{с}} = 0.454 - 0.000607L, \quad 340 < L < 510. \qquad (37)$$

Как видно из приближенных соотношений (35)–(37), оптимальные значения показателей качества АР с плавными и ступенчатыми монотонными трансформаторами весьма близки друг к другу. Потенциальные преимущества имеют плавные трансформаторы, у которых отсутствуют ограничения на верхнюю границу полосы пропускания.

К сожалению, АР с немонотонными трансформаторами оказались неконкурентоспособными в сравнении с рассмотренными выше структурами, поэтому результаты расчетов для них не приводим. Отметим только, что для получения значений коэффициента отражения, сравнимых с представленными выше, длина АР с немонотонными трансформаторами должна быть примерно в 1.5–2 раза больше длины решетки с монотонными структурами.

Интересно сравнить АЧХ, полученные в результате синтеза, с АЧХ АР на основе традиционных экспоненциальных трансформаторов. На

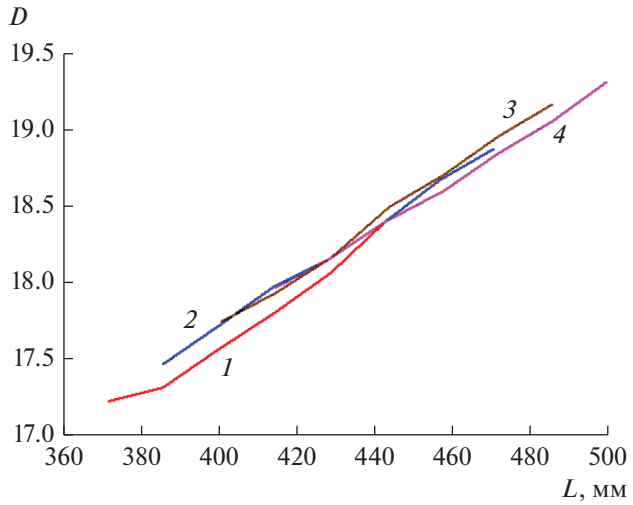

Рис. 14. Зависимость диапазона АР со ступенчатыми трансформаторами от ее длины при $L_1 = 114$ (*1*), 128 (*2*), 142 (*3*), 156 (*4*).

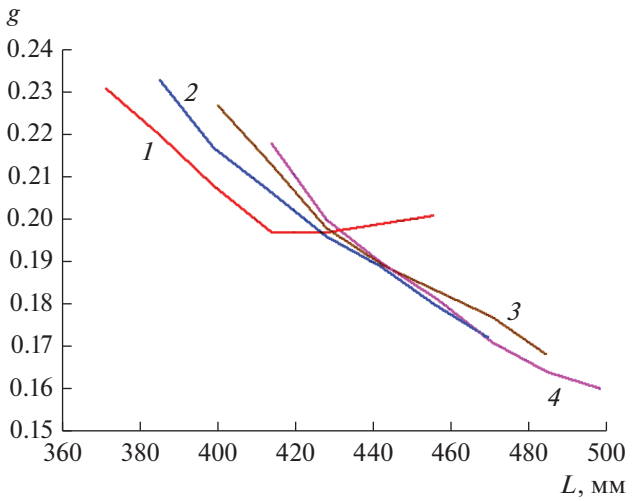

Рис. 15. Зависимость максимального коэффициента отражения АР со ступенчатыми трансформаторами от ее длины при $L_1 = 114$ (*1*), 128 (*2*), 142 (*3*), 156 (*4*).

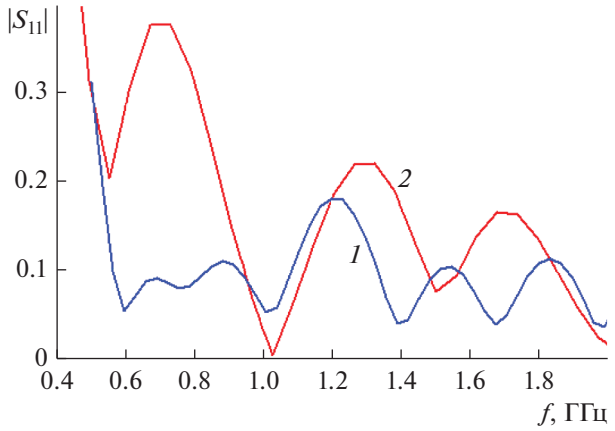

Рис. 16. АЧХ АР с синтезированными (*1*) и экспоненциальными (*2*) трансформаторами.

рис. 16 представлены АЧХ двух АР: с двумя монотонными ступенчатыми трансформаторами ($L = 457$) и с двумя экспоненциальными трансформаторами ($L = 450$). Параметры $R_{1,2}$ у рассмотренных решеток одинаковы и равны 2 и 15.1 соответственно. Видно, что в области низких частот традиционная структура сильно уступает синтезированной АР как по величине g, так и по нижней границе полосы пропускания f_1. При этом следует отметить, что при увеличении частоты экспоненциальные трансформаторы обеспечивают меньший коэффициент отражения, чем трансформаторы с чебышевской АЧХ, однако их характеристики на границе полосы пропускания заметно уступают синтезированным АЧХ. При этом обе решетки имеют практически одинаковые длины.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе развита методика синтеза ступенчатых и плавных трансформаторов для применения в двухсекционных СШП АР. Проведено сравнение разных вариантов построения АР и показано, что наилучшими показателями качества обладают структуры с монотонными трансформаторами. При этом плавные и ступенчатые трансформаторы имеют близкие характеристики. Также показано, что чебышевские трансформаторы имеют на границе полосы пропускания существенно лучшие характеристики по сравнению с широко распространенными экспоненциальными трансформаторами. При их использовании удается добиться уменьшения амплитуды пульсаций коэффициента отражения в пределах рабочего диапазона и заметно его расширить.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-0014 и при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-07-00655 а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Schaubert D., Kasturi S., Elsallal M.W., Van Cappellen W.* // Proc. EuCAP 2006. Nice. France. Nov. 2006. P. 1.
2. *Калошин В.А., Нгуен К.З.* // Антенны. 2016. № 2. С. 34.
3. *Воскресенский Д.И., Котов Ю.В., Овчинникова Е.В.* // Антенны. 2005. № 11. С. 7.
4. *Song Y., Jiao Y.-C., Wang N.-B. et al.* // Proc. of PIERS Symp. 2010, Xi'an, China, March 22–26. P. 891.
5. *Бирюков В.Л., Дупленкова М.Д., Калиничев В.И., Калошин В.А.* // Журн. радиоэлектроники. 2014. № 1. http://jre.cplire.ru/jre/jan14/21/text.pdf
6. *Банков С.Е., Калошин В.А., Нгуен К.З.* // Труды 4-й Всерос. микроволн. конф. Москва. Ноябрь 2016. С. 410.
7. *Банков С.Е.* // Труды 4-й Всерос. микроволн. конф. Москва. Ноябрь 2016. С. 265.
8. *Банков С.Е.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 6. С. 524.
9. *Банков С.Е.* // Журн. радиоэлектроники. 2017. № 11. http://jre.cplire.ru/jre/nov17/12/text.pdf
10. *Банков С.Е.* Антенные решетки с последовательным питанием. М.: Физматлит, 2013.
11. *Сазонов Д.М., Гридин А.М., Мишустин Б.А.* Устройства СВЧ. М.: Высш. школа, 1981.
12. *Маттей Г.Л., Янг Л., Джонс М.Т.* Фильтры, согласующие цепи и цепи связи. М.: Связь, 1971. Ч. 1.
13. *Фельдштейн А.Л., Явич Л.Р.* Синтез четырехполюсников и восьмиполюсников на СВЧ. М.: Связь, 1971.
14. *Сазонов Д.М.* Антенны и устройства СВЧ. М.: Высш. шк., 1988.
15. *Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф.* Специальные функции. М.: Наука, 1964.