
**ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ**

УДК 621.391.2

**КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ НАВИГАЦИОННЫХ GBOC-СИГНАЛОВ
КАК ОБРАТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ
ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СПЕКТРОВ**

© 2019 г. М. С. Ярлыков*

Редакция журнала “Радиотехника и электроника”,
Российская Федерация, 125009 Москва, ул. Моховая, 11, стр. 7

*E-mail: red@cplire.ru

Поступила в редакцию 31.01.2019 г.

После доработки 31.01.2019 г.

Принята к публикации 15.02.2019 г.

Рассмотрены модулирующие функции (МФ) GBOC-сигналов (обобщенных ВОС-сигналов) перспективных спутниковых радионавигационных систем, таких, например, как Galileo (ЕС), GPS (США) и BeiDou (Китай). Предложена методика вычисления корреляционных функций (КФ) одиночных элементов МФ GBOC-сигналов на основе обратного преобразования Фурье (ПФ) их энергетических спектров. В основе методики лежит представление энергетического спектра в виде взвешенной алгебраической суммы косинусов углов, определяемых характерными точками синусного символа МФ GBOC-сигналов (точками излома КФ). Согласно методике, получены аналитические выражения КФ одиночных элементов МФ GBOC-сигналов как обратное ПФ энергетических спектров при коэффициенте кратности импульсов $N_{\Pi} = 2$ и 4 для различных значений коэффициента заполнения ρ , где $\rho \in [0, 1]$. В ряде случаев вычисление КФ GBOC-сигналов на основе обратного ПФ энергетических спектров предпочтительнее (в частности, по трудоемкости) при сравнении со способом получения КФ на основе ее общего определения.

DOI: 10.1134/S0033849419080187

ВВЕДЕНИЕ

Все большую привлекательность для применения в глобальных спутниковых радионавигационных системах (СРНС), таких как GPS (США), Galileo (Европейский союз), ГЛОНАСС (Россия) и BeiDou (Китай), приобретают навигационные ВОС-сигналы (binary offset carrier modulated signals), их разновидности и обобщения [1–4]. В этой связи для перспективных глобальных СРНС заметным событием является разработка GBOC-сигналов (Generalized binary offset carrier modulated signals) – обобщенных ВОС-сигналов [5–9].

Отличительная особенность GBOC-сигналов (по сравнению с ВОС-сигналами) заключается в том, что у них поднесущее колебание (ПК) представляет собой прямоугольный сигнал, т.е. периодическую биполярную последовательность прямоугольных видеоимпульсов, с произвольным значением коэффициента заполнения ρ , где $\rho \in [0, 1]$. Такое ПК навигационных GBOC-сигналов называют прямоугольным ПК (ППК) [7–9].

Если у ППК коэффициент заполнения $\rho = 0.5$, то оно является меандровым ПК (МПК), а сам GBOC-сигнал в этом важном частном случае представляет собой традиционный ВОС-сигнал.

Иными словами, GBOC-сигналы – это шумоподобные сигналы с ППК, а ВОС-сигналы – это шумоподобные сигналы с МПК.

В другом частном случае, когда $\rho = 0$ или $\rho = 1$, GBOC-сигналы вырождаются в двоичные фазоманипулированные сигналы (binary phase shift keying signals – BPSK-сигналы) [10]. Этот случай является вырожденным, так как при этом утрачивается зависимость сигналов от значения коэффициента кратности импульсов N_{Π} .

Поскольку у GBOC-сигналов коэффициент заполнения ρ может иметь то или иное заданное значение в пределах от 0 до 1, то за счет выбора значения ρ предоставляется дополнительная возможность изменять форму и параметры корреляционных функций и энергетических спектров таких сигналов. Это обстоятельство обуславливает определенные преимущества (в частности, по электромагнитной совместимости) при использовании в перспективных СРНС навигационных GBOC-сигналов по сравнению с ВОС-сигналами или BPSK-сигналами.

Так, например, для СРНС BeiDou применительно к третьей фазе ее развития рассматривается возможность использования GBOC-сигналов

с модуляцией типа GBOC(2,2, ρ). При этом обсуждаются следующие значения параметров таких GBOC-сигналов: несущая частота GBOC-сигнала $f_H = 1561.098$ МГц, коэффициент заполнения $\rho = 0.3$, частота следования символов псевдослучайной последовательности (ПСП) дальномерного кода $f_C = 2.046$ МГц, частота ППК $f_{\Pi} = 2.046$ МГц, базовая (опорная) частота (ОП) $f_{OP} = 1.023$ МГц [5, 6].

Навигационные GBOC-сигналы (аналогично ВОС-сигналам) в зависимости от относительного сдвига по времени между ПСП дальномерного кода и ППК делятся на sinGBOC-сигналы (sine Generalized ВОС-signals) – синусные обобщенные ВОС-сигналы, и cosGBOC-сигналы (cosine Generalized ВОС-signals) – косинусные обобщенные ВОС-сигналы [5–9].

Далее ограничимся рассмотрением sinGBOC-сигналов, а приставку sin там, где это не затрудняет понимание, не применяем.

Свойства и возможности GBOC-сигналов во многом определяются их корреляционными характеристиками. Знание аналитических выражений и графиков их корреляционных функций (КФ) позволяет в принципе количественно рассчитать для приемников СРНС потенциальные характеристики точности слежения за ПСП дальномерного кода и оценить разрешающую способность сигналов в условиях многолучевости и при действии помех. Располагая формулами КФ GBOC-сигналов, можем разрабатывать дискриминаторы приемников, близкие к оптимальным, которые обеспечивали бы, по возможности, однозначное слежение за основным пиком КФ и минимизировали бы вероятность захвата ее боковых (ложных) пиков.

Получение явных формул КФ GBOC-сигналов (особенно при больших значениях коэффициента кратности импульсов N_{Π}) представляет собой довольно трудоемкую задачу [8].

В ряде случаев аналитические выражения КФ GBOC-сигналов (аналогично ВОС-сигналам [11, 12]) предпочтительнее получать как обратное преобразование Фурье (ПФ) их энергетических спектров. Помимо этого, вычисление КФ GBOC-сигналов другим методом (на основе энергетических спектров, а не прямым методом, в котором используется общее определение КФ) позволяет дополнительно подтвердить правильность полученных формул КФ.

Цель работы – предложить методику и в соответствии с ней получить аналитические выражения КФ одиночных элементов модулирующей функции (МФ) GBOC-сигналов путем обратного ПФ энергетических спектров при различных значениях коэффициента заполнения ρ , где $\rho \in [0, 1]$, для коэффициента кратности импульсов $N_{\Pi} = 2$ и

4. Предложенная методика является обобщением методики для ВОС-сигналов [4, 11, 12] на случай различных значений коэффициента заполнения ρ .

В основе методики лежит представление энергетического спектра GBOC-сигналов в виде взвешенной алгебраической суммы косинусов углов, определяемых характерными точками синусного символа МФ $\mu_{\sin GBOC}(t)$ GBOC-сигнала (т.е. точками излома КФ $R_{GBOC}(\tau, \rho)$). В частном случае, когда $\rho = 0.5$, т.е. рассматриваются ВОС-сигналы, предложенная методика трансформируется в известную [4, 11, 12].

Рассматриваемые ПСП дальномерного кода и ППК имеют единичные амплитуды, поэтому полученные выражения характеризуют нормированные КФ.

Термин типа “одиночный элемент МФ GBOC-сигнала” означает, что рассматривается математическое выражение, описывающее один элемент МФ GBOC-сигнала.

1. СТРУКТУРА И ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗЛУЧАЕМЫХ GBOC-СИГНАЛОВ

Излучаемый бортовым передатчиком какого-либо одного спутника из состава орбитальной группировки GBOC-сигнал $s(t)$ среднеорбитальных СРНС характеризуется известным выражением [2, 4, 7, 13]

$$s(t - t_0) = Ad(t - t_0) \cos[\omega_H(t - t_0) + \varphi(t)], \quad (1)$$

где $A = \sqrt{2P_{cp}}$ – амплитуда GBOC-сигнала на выходе передатчика; P_{cp} – средняя мощность GBOC-сигнала на выходе передатчика; $d(t)$ – МФ GBOC-сигнала, $\omega_H = 2\pi f_H$ – круговая несущая частота радиосигнала; f_H – несущая частота GBOC-сигнала; $\varphi(t)$ – фаза радиосигнала; t_0 – начало отсчета.

Как следует из (1), вся сложность и специфика GBOC-сигналов $s(t)$ полностью определяется структурой и характеристиками МФ $d(t)$. Формирование, структура и свойства МФ $d(t)$, а также ее статистические характеристики в случаях sinGBOC- и cosGBOC-сигналов достаточно детально рассмотрены в [7–9].

Далее, когда это не влияет на суть изложения, при выкладках для краткости полагаем, что МФ $d(t)$ GBOC-сигнала $s(t)$ обусловлена собственно ПСП дальномерного кода и ППК. В таком случае МФ $d(t)$ GBOC-сигнала $s(t)$ описывается следующим выражением [7–9]:

$$d(t - t_0) = g(t - t_0)r(t - t_0), \quad (2)$$

где $g(t)$ – собственно ПСП дальномерного кода; $r(t)$ – синусное ППК, отражающее специфику ГВОС-сигналов $s(t)$.

Как видно из формулы (2), МФ $d(t)$ формируется путем перемножения взаимно синхронизированных последовательностей $g(t)$ и $r(t)$, каждая из которых состоит из чередующихся единичных видеоимпульсов соответствующей длительности, меняющих свою полярность по определенным законам согласно кодовым коэффициентам, значения которых на каждом такте равны +1 или –1.

Выражение, определяющее ПСП дальномерного кода $g(t)$ на одном ее периоде, имеет традиционный вид [4, 7, 10, 13]

$$g(t - t_0) = \sum_{k=0}^{L-1} v_k \text{rect}_{\tau_c}[t - k\tau_c - t_0], \quad (3)$$

где τ_c – длительность элемента ПСП $g(t)$; L – коэффициент расширения спектра, т.е. число элементов на периоде ПСП $g(t)$; $k = 0, 1, 2, \dots, (L - 1)$ – номер элемента ПСП на периоде.

Функция $\text{rect}_{\tau_c}[\cdot]$ в (3) представляет собой импульс единичной амплитуды длительностью τ_c :

$$\text{rect}_{\tau_c}[t - k\tau_c] = \begin{cases} 1 & \text{при } k\tau_c \leq t < (k+1)\tau_c, \\ 0 & \text{при } k\tau_c > t \geq (k+1)\tau_c, \end{cases} \quad (4)$$

где $k = 0, 1, 2, \dots, (L - 1)$.

Длительность периода ПСП $g(t)$ (3) равна

$$T_L = L\tau_c. \quad (5)$$

Кодовые коэффициенты $v_k = v(t_k)$, где $t_k = k\tau_c$ – дискретное время, формируют ПСП дальномерного кода $g(t)$ (3). Они принимают на каждом элементе ПСП длительностью τ_c значения +1 или –1 согласно закону чередования элементов на периоде.

Так, например, в СРНС типа ГЛОНАСС дальномерный код стандартной точности представляет собой периодическую последовательность максимальной длины (М – последовательность, или последовательность Хаффмена) с периодом $T_L = 1$ мс и частотой следования символов $f_C = 511$ кГц. В СРНС типа GPS дальномерный С/А код является периодической последовательностью Голда с периодом $T_L = 1$ мс и частотой следования символов $f_C = 1.023$ МГц [13, 14].

Графики, входящих в соотношение (2) синусного ППК $r(t)$, МФ $d(t)$ и ПСП $g(t)$ (при произвольно заданной в примере реализации), представлены на рис. 1.

График МФ $d(t)$ на рис. 1 характеризует ГВОС-сигналы с коэффициентом кратности импульсов $N_{\Pi} = 4$. На рис. 1 принято, что начало отсчета $t_0 = 0$.

Как следует из рис. 1, для синусного ППК $r(t)$ имеют место соотношения

$$T_{\Pi} = \tau_1 + \tau_2, \quad (6)$$

$$f_{\Pi} = \frac{1}{T_{\Pi}} = \frac{1}{\tau_1 + \tau_2}, \quad (7)$$

где f_{Π} – частота ППК $r(t)$.

Применительно к ГВОС-сигналам важным параметром является коэффициент заполнения прямоугольного сигнала ρ , который определяется как [6–9]

$$\rho \triangleq \tau_1/T_{\Pi}, \quad (8)$$

где $\rho \in [0, 1]$.

Согласно (6) и (8) для коэффициента заполнения ρ можно записать (см. рис. 1):

$$\tau_1 = \rho T_{\Pi}, \quad \tau_2 = (1 - \rho)T_{\Pi}. \quad (9)$$

В качестве примера на рис. 1 коэффициент заполнения синусного ППК $r(t)$ принят равным $\rho = 0.25$.

Частным случаем синусного ППК $r(t)$, когда коэффициент заполнения $\rho = 0.5$, является меандровый сигнал, у которого длительности положительного и отрицательного импульсов одинаковы, т.е.

$$\tau_1 = \tau_2 \triangleq \tau_M, \quad (10)$$

где τ_M – длительность меандрового импульса. При этом длительность периода ПК равна

$$T_{\Pi} \triangleq T_M = 2\tau_M,$$

где T_M – период МПК [1, 2, 4].

Таким образом, если коэффициент заполнения $\rho = 0.5$, то ППК $r(t)$ представляет собой МПК, а ГВОС-сигнал (1) является традиционным ВОС-сигналом.

При сопоставлении различных типов модуляции ГВОС-сигналов (по аналогии с ВОС-сигналами) используется следующее обозначение: ГВОС (f_{Π}, f_C, ρ) [5–9]. Поскольку у СРНС частоты f_{Π} и f_C обычно кратны ОП частоте $f_{\text{ОП}}$ (в частности, для систем GPS и Galileo $f_{\text{ОП}} = 1.023$ МГц), то часто применяется и иная форма записи для обозначения типа модуляции ГВОС-сигналов: ГВОС(α, β, ρ), где $\alpha = f_{\Pi}/f_{\text{ОП}}$ и $\beta = f_C/f_{\text{ОП}}$.

В качестве еще одного показателя ГВОС-сигналов используется либо коэффициент кратности импульсов N_{Π} ППК $r(t)$, либо эквивалентный ему параметр Q_{Π} – коэффициент кратности периодов ППК $r(t)$ [7–9].

Коэффициент кратности импульсов N_{Π} представляет собой число прямоугольных импульсов (положительных длительностью τ_1 и отрицательных длительностью τ_2) ППК $r(t)$, которые укла-

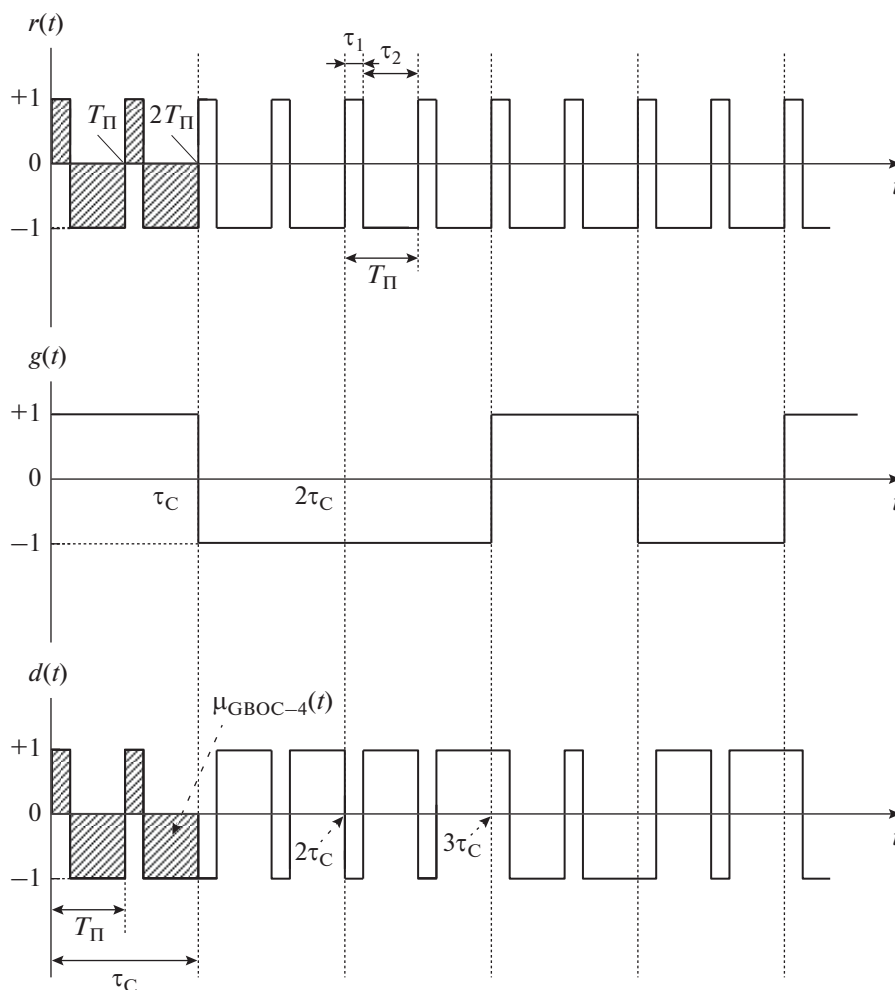


Рис. 1. Формирование модулирующей функции GBOC-сигнала: T_{Π} – длительность периода синусного ППК $r(t)$, τ_1 и τ_2 – длительности положительного и отрицательного импульсов синусного ППК $r(t)$, τ_C – длительность элемента ПСП $g(t)$.

дываются на длительности τ_C одного элемента ПСП $g(t)$ (см. рис. 1):

$$N_{\Pi} = \frac{2\tau_C}{T_{\Pi}} = \frac{2f_{\Pi}}{f_C} = \frac{2\alpha}{\beta}, \quad (11)$$

где N_{Π} – положительное четное число ($N_{\Pi} = 2, 4, 6, \dots$).

Коэффициент кратности периодов Q_{Π} представляет собой число периодов длительностью T_{Π} ППК $r(t)$, которые укладываются на длительности τ_C одного элемента ПСП $g(t)$ (см. рис. 1):

$$Q_{\Pi} = \frac{1}{2} N_{\Pi} = \frac{\tau_C}{T_{\Pi}} = \frac{f_{\Pi}}{f_C} = \frac{\alpha}{\beta},$$

где $Q_{\Pi} = 1, 2, 3, \dots$

В частном случае GBOC-сигналов при $\rho = 0.5$, т.е. в случае ВОС-сигналов, коэффициент кратности импульсов N_{Π} представляет собой применяе-

мый при рассмотрении ВОС-сигналов параметр N_M – коэффициент кратности меандровых импульсов:

$$N_M = \frac{\tau_C}{\tau_M} = \frac{2f_M}{f_C} = \frac{2\alpha}{\beta}, \quad (12)$$

где τ_M – длительность меандрового импульса МПК, определяемая (10).

2. ОДИНОЧНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ МОДУЛИРУЮЩЕЙ ФУНКЦИИ ГВОС-СИГНАЛОВ

По аналогии с ВОС-сигналами, согласно (2) и (3), произвольный k -й элемент МФ $d(t)$ GBOC-сигналов определяется следующим выражением [7–9]:

$$d_{\tau_C\text{-GBOC}}(t) = v_k \mu_{\text{GBOC}}(t), \quad (13)$$

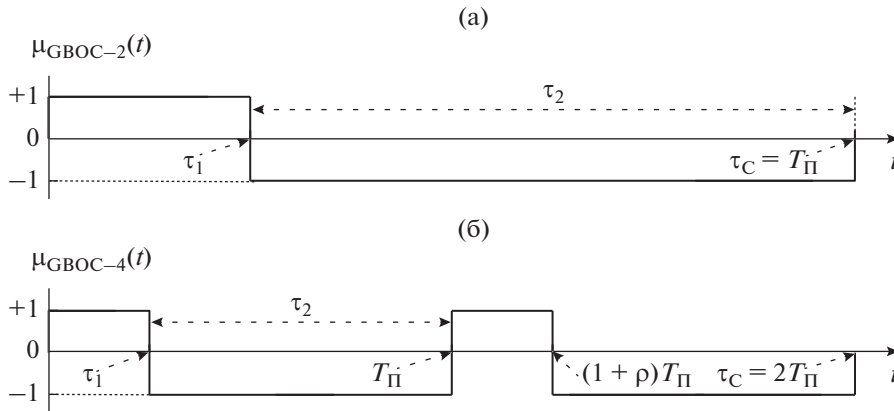


Рис. 2. Синусные символы модулирующей функции ГВОС-сигналов.

где $v_k = v(t_k)$ – кодовый коэффициент k -го элемента ПСП дальномерного кода $g(t)$, характеризующей (3); $\mu_{\text{ГВОС}}(t)$ – одиночный синусный символ МФ $d(t)$ (2) ГВОС-сигналов; $t_k = k\tau_C$ – дискретное время, где $k = 0, 1, 2, \dots$

В (13) и далее принято, что начало отсчета $t_0 = 0$. Индекс τ_C у обозначения $d_{\tau_C\text{-ГВОС}}(t)$ указывает, что рассматривается одиночный элемент МФ $d(t)$ длительностью τ_C . (Далее, когда это не вызывает сомнений, слово “одиночный” в выражениях типа “одиночный символ” или “одиночный элемент” для краткости не пишем.)

В соответствии с (13) элемент МФ $d_{\tau_C\text{-ГВОС}}(t)$ ГВОС-сигнала $s(t)$ (1) представляет собой синусный символ МФ $\mu_{\text{ГВОС}}(t)$, взятый со знаком “+” или “-” в зависимости от значения кодового коэффициента v_k k -го элемента ПСП $g(t)$.

Рассмотрим синусный символ МФ $\mu_{\text{ГВОС}}(t)$ ГВОС-сигналов $s(t)$ [7–9].

Синусный символ МФ $\mu_{\text{ГВОС}}(t)$ ГВОС-сигналов $s(t)$ для различных значений коэффициента кратности импульсов N_{Π} с учетом (3), (4) и (11) характеризуется следующим выражением (см. рис. 1) [7]:

$$\mu_{\text{ГВОС-}N_{\Pi}}(t) = \sum_{m=0}^{0.5N_{\Pi}-1} \{ \text{rect}_{\tau_1}[t - mT_{\Pi}] - \text{rect}_{\tau_2}[t - (mT_{\Pi} + \tau_1)] \}, \quad (14)$$

где $N_{\Pi} = 2, 4, 6, \dots$

В формуле (14) и далее индекс N_{Π} в обозначениях типа $\mu_{\text{ГВОС-}N_{\Pi}}(t)$ указывает значение коэффициента кратности импульсов N_{Π} . Как видно из (14) и рис. 1, синусный символ МФ $\mu_{\text{ГВОС-}N_{\Pi}}(t)$ представляет собой отрезок длительностью τ_C си-

нусного ППК $r(t)$ при определенном значении коэффициента заполнения ρ . Длительность τ_C синусного символа $\mu_{\text{ГВОС-}N_{\Pi}}(t)$ в соответствии с (11) равна

$$\tau_C = 0.5N_{\Pi}T_{\Pi}. \quad (15)$$

Синусный символ МФ $\mu_{\text{ГВОС-}N_{\Pi}}(t)$ на рис. 1 заштрихован.

Согласно (14) на рис. 2 представлены графики синусных символов МФ $\mu_{\text{ГВОС-}N_{\Pi}}(t)$ при $\rho = 0.25$ и одной и той же длительности τ_C элемента ПСП $g(t)$ применительно к двум типам ГВОС-сигналов в случаях, когда $N_{\Pi} = 2$ и $N_{\Pi} = 4$.

График на рис. 2а представляет синусный символ $\mu_{\text{ГВОС-}2}(t)$, который, согласно (14), характеризуется формулой

$$\mu_{\text{ГВОС-}2}(t) = \text{rect}_{\tau_1}[t] - \text{rect}_{\tau_2}[t - \tau_1]. \quad (16)$$

Синусный символ МФ $\mu_{\text{ГВОС-}2}(t)$ определяет ГВОС-сигналы при $N_{\Pi} = 2$ с модуляцией, например, типа ГВОС(1, 1, 0.2) или ГВОС(2, 2, 0.3).

На рис. 2б представлен график синусного символа МФ

$$\mu_{\text{ГВОС-}4}(t) = \text{rect}_{\tau_1}[t] - \text{rect}_{\tau_2}[t - \tau_1] + \text{rect}_{\tau_1}[t - T_{\Pi}] - \text{rect}_{\tau_2}[t - (T_{\Pi} + \tau_1)], \quad (17)$$

который определяет ГВОС-сигналы при $N_{\Pi} = 4$ с модуляцией, например, типа ГВОС(10, 5, 0.3).

В частном случае, когда коэффициент заполнения $\rho = 0.5$ (т.е. $\tau_1 = \tau_2 = \tau_m$), синусные символы МФ $\mu_{\text{ГВОС-}N_{\Pi}}(t)$ ГВОС-сигналов, характеризующиеся (14), представляют собой синусные символы МФ $\mu_{\text{ВОС}}(t)$ ВОС-сигналов [4].

Как следует из формулы (14) и рис. 2, применительно к ГВОС-сигналам в зависимости от значения коэффициента заполнения ρ , где $\rho \in [0, 1]$, при $N_{\Pi} = 2, 4, 6, \dots$ возможен один из двух вари-

антов формирования синусного ППК $r(t)$, что обусловлено взаимным соотношением длительностей τ_1 и τ_2 [8].

Так, *первый* вариант формирования синусного ППК $r(t)$ ГВОС-сигналов соответствует условию $\tau_1 \leq \tau_2$, а *второй* вариант – $\tau_1 \geq \tau_2$, т.е. соответственно

$$\rho \in [0, 0.5], \quad (18)$$

$$\rho \in [0.5, 1]. \quad (19)$$

Каждому варианту формирования синусного ППК $r(t)$ соответствует свое аналитическое выражение КФ $R_{\text{ГВОС}}(\tau, \rho)$ одиночного элемента МФ $d_{\tau_c\text{-ГВОС}}(t)$ ГВОС-сигналов [8].

3. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ПО РАСЧЕТУ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОДИНОЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ МОДУЛИРУЮЩЕЙ ФУНКЦИИ ГВОС-СИГНАЛОВ

Под статистическими характеристиками одиночного элемента МФ $d_{\tau_c\text{-ГВОС}}(t)$ ГВОС-сигналов понимаем, как обычно, его спектральные и корреляционные характеристики. Спектральная плотность (спектральная функция) $G_{\text{ГВОС}}(\omega, \rho)$ одиночного элемента МФ $d_{\tau_c\text{-ГВОС}}(t)$ ГВОС-сигнала представляет собой прямое ПФ от этого элемента МФ [7, 9, 15–17]:

$$\begin{aligned} G_{\text{ГВОС}}(\omega, \rho) &\triangleq \text{FT} \{d_{\tau_c\text{-ГВОС}}(t)\} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} d_{\tau_c\text{-ГВОС}}(t) \exp\{-i\omega t\} dt, \quad t_0 = 0, \end{aligned} \quad (20)$$

где $\text{FT}\{\cdot\}$ – символ прямого ПФ.

Энергетический спектр (спектральная плотность мощности) $S_{\text{ГВОС}}(\omega, \rho)$ одиночного элемента МФ $d_{\tau_c\text{-ГВОС}}(t)$ ГВОС-сигнала характеризуется соотношением [7, 9, 15–17]

$$S_{\text{ГВОС}}(\omega, \rho) \triangleq \frac{1}{\tau_c} \left[G_{\text{ГВОС}}(\omega, \rho) G_{\text{ГВОС}}^*(\omega, \rho) \right], \quad (21)$$

где $G_{\text{ГВОС}}^*(\omega, \rho)$ – комплексно-сопряженная спектральная плотность от $G_{\text{ГВОС}}(\omega, \rho)$.

Для одиночного элемента МФ $d_{\tau_c\text{-ГВОС}}(t)$ ГВОС-сигнала, характеризуемого (13) и (14), в соответствии с определением КФ можно записать [15–17]

$$R_{\text{ГВОС}}(\tau, \rho) \triangleq \frac{1}{\tau_c} \int_0^{\tau_c} d_{\tau_c\text{-ГВОС}}(t) d_{\tau_c\text{-ГВОС}}(t - \tau) dt, \quad (22)$$

где $R_{\text{ГВОС}}(\tau, \rho)$ – КФ одиночного элемента МФ $d_{\tau_c\text{-ГВОС}}(t)$ ГВОС-сигнала; $\tau_c = 1/f_c$ – длительность элемента ПСП $g(t); |t| \leq \tau_c$.

Согласно общему положению статистической радиотехники, КФ $R_{\text{ГВОС}}(\tau, \rho)$ и соответствующий энергетический спектр $S_{\text{ГВОС}}(\omega, \rho)$ одиночного элемента МФ $d_{\tau_c\text{-ГВОС}}(t)$ ГВОС-сигнала представляют собой пару ПФ (оригиналы и изображения) [15–17].

В соответствии с этим выполняются следующие соотношения:

$$\begin{aligned} R_{\text{ГВОС}}(\tau, \rho) &= \text{FT}^{-1} \{S_{\text{ГВОС}}(\omega, \rho)\} = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\text{ГВОС}}(\omega, \rho) \exp\{i\omega\tau\} d\omega, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} S_{\text{ГВОС}}(\omega, \rho) &= \text{FT} \{R_{\text{ГВОС}}(\tau, \rho)\} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} R_{\text{ГВОС}}(\tau, \rho) \exp\{-i\omega\tau\} d\tau, \end{aligned} \quad (24)$$

где $\text{FT}^{-1}\{\cdot\}$ – символ обратного ПФ.

Учитывая, что КФ $R_{\text{ГВОС}}(\tau, \rho)$ и энергетический спектр $S_{\text{ГВОС}}(\omega, \rho)$ представляют собой четные функции своих аргументов, формулы (23) и (24) принимают вид

$$\begin{aligned} R_{\text{ГВОС}}(\tau, \rho) &= \text{FT}^{-1} \{S_{\text{ГВОС}}(\omega, \rho)\} = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S_{\text{ГВОС}}(\omega, \rho) \cos\omega\tau d\omega, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} S_{\text{ГВОС}}(\omega, \rho) &= \text{FT} \{R_{\text{ГВОС}}(\tau, \rho)\} = \\ &= 2 \int_0^{\infty} R_{\text{ГВОС}}(\tau, \rho) \cos\omega\tau d\tau. \end{aligned} \quad (26)$$

Суть методики, позволяющей получить аналитические выражения КФ $R_{\text{ГВОС}}(\tau, \rho)$ одиночного элемента МФ $d_{\tau_c\text{-ГВОС}}(t)$ ГВОС-сигналов на основе обратного преобразования Фурье энергетического спектра $S_{\text{ГВОС}}(\omega, \rho)$, состоит в том, что энергетический спектр представляется в виде взвешенной алгебраической суммы косинусов углов, определяемых характерными точками (точками излома КФ) синусного символа МФ $\mu_{\text{ГВОС-}N_{\Pi}}(t)$. При таком представлении энергетического спектра $S_{\text{ГВОС}}(\omega, \rho)$ последующее вычисление оригиналов по изображениям затруднений не вызывает.

Пары ПФ (оригиналы и изображения), которые необходимы для получения аналитических выражений КФ $R_{\text{ГВОС}}(\tau, \rho)$, представлены в табл. 1 [4, 11, 16, 17].

Таблица 1. Пары преобразований Фурье

Оригинал	Изображение
$R(\tau) = FT^{-1}\{S(\omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)\exp\{i\omega\tau\}d\omega$	$S(\omega) = FT\{R(\tau)\} = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau)\exp\{-i\omega\tau\}d\tau$
$\frac{1}{2}[\delta(\tau + T) + \delta(\tau - T)]$	$\cos \omega T$
$\text{sign}(\tau)$	$\frac{2}{i\omega}$
τ^n	$i^n 2\pi \delta^{(n)}(\omega)$
τ	$i 2\pi \delta^{(1)}(\omega)$
$\tau \text{sign}(\tau)$	$-\frac{2}{\omega^2}$
$-\frac{1}{2}\tau \text{sign}(\tau)$	$\frac{1}{\omega^2}$
$-\frac{1}{4}(\tau + bT)\text{sign}(\tau + bT) - \frac{1}{4}(\tau - bT)\text{sign}(\tau - bT)$	$\frac{1}{\omega^2} \cos b\omega T$

Примечание: $\delta^{(n)}(\omega)$ – n -я производная дельта-функции Дирака $\delta(\omega)$, $\delta^{(1)}(\omega)$ – 1-я производная дельта-функции Дирака $\delta(\omega)$.

Далее на основе формулы (25) получим аналитические выражения КФ $R_{\text{ГВОС}}(\tau, \rho)$ одиночных элементов МФ $d_{\tau_c\text{-ГВОС}}(t)$ ГВОС-сигналов как обратное ПФ энергетических спектров $S_{\text{ГВОС}}(\omega, \rho)$ при коэффициенте кратности импульсов $N_{\Pi} = 2$ и 4 для различных значений коэффициента заполнения ρ , где $\rho \in [0, 1]$.

4. КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ ОДИНОЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ МОДУЛИРУЮЩЕЙ ФУНКЦИИ ГВОС-СИГНАЛОВ

Энергетический спектр $S_{\text{ГВОС}}(f, \rho)$ одиночного элемента МФ $d_{\tau_c\text{-ГВОС}}(t)$ ГВОС-сигналов при произвольном значении коэффициента кратности импульсов N_{Π} определяется следующей формулой [7]:

$$S_{\text{ГВОС}}(f, \rho) = \frac{1}{f_c} \frac{\sin^2(\pi f / f_c)}{(\pi f / f_c)^2 \sin^2(2\pi f / N_{\Pi} f_c)} \times \left[\sin^2(2\pi f / N_{\Pi} f_c) + 4 \cos^2(2\pi f / N_{\Pi} f_c) \times \right. \\ \left. \times \sin^2(2\pi f \rho / N_{\Pi} f_c) - \sin(4\pi f / N_{\Pi} f_c) \sin(4\pi f \rho / N_{\Pi} f_c) \right], \quad (27)$$

где f_c – частота следования символов ПСП $g(t)$; $N_{\Pi} = 2, 4, 6, \dots$ – коэффициент кратности импульсов, характеризуемый (11); $\rho \in [0, 1]$ – коэффициент заполнения (8).

Заметим, что применительно к (27) относительно коэффициента заполнения ρ выполняется соотношение [7]

$$S_{\text{ГВОС}}(f, \rho) = S_{\text{ГВОС}}(f, 1 - \rho). \quad (28)$$

Согласно формуле (25) получим аналитические выражения КФ $R_{\text{ГВОС}}(\tau, \rho)$ одиночных элементов МФ $d_{\tau_c\text{-ГВОС}}(t)$ ГВОС-сигналов как обратное ПФ энергетического спектра $S_{\text{ГВОС}}(\omega, \rho)$ (42) при $N_{\Pi} = 2$ и 4 для различных значений коэффициента заполнения ρ , где $\rho \in [0, 1]$.

А. Корреляционная функция $R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, \rho)$ одиночного элемента модулирующей функции ГВОС-сигнала с коэффициентом кратности импульсов $N_{\Pi} = 2$

Энергетический спектр $S_{\text{ГВОС-2}}(f, \rho)$ одиночного элемента МФ $d_{\tau_c\text{-ГВОС-2}}(t)$ ГВОС-сигнала при коэффициенте кратности импульсов $N_{\Pi} = 2$ описывается, согласно (27), следующим выражением:

$$S_{\text{ГВОС-2}}(f, \rho) = \frac{1}{f_c} \frac{1}{(\pi f / f_c)^2} \times \left[\sin^2\left(\frac{\pi f}{f_c}\right) + 4 \cos^2\left(\frac{\pi f}{f_c}\right) \times \right. \\ \left. \times \sin^2\left(\rho \frac{\pi f}{f_c}\right) - \sin\left(\frac{2\pi f}{f_c}\right) \sin\left(\rho \frac{2\pi f}{f_c}\right) \right], \quad (29)$$

где $\rho \in [0, 1]$, $N_{\Pi} = 2$, $\tau_c = T_{\Pi}$.

Чтобы получить аналитическое выражение КФ $R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, \rho)$ (22) одиночного элемента МФ $d_{\tau_c\text{-ГВОС-2}}(t)$ ГВОС-сигналов при $N_{\Pi} = 2$, представим, согласно методике, энергетический спектр $S_{\text{ГВОС-2}}(f, \rho)$ (29) в виде взвешенной алгебраической суммы косинусов углов, определяемых характерными точками синусного символа МФ $\mu_{\text{ГВОС-2}}(t)$ (16) ГВОС-сигнала. В этом случае формула (29) принимает вид

$$S_{\text{ГВОС-2}}(\omega, \rho) = \frac{2}{\omega^2 \tau_c} \times [3 + \cos \omega \tau_c - 2 \cos \rho \omega \tau_c - 2 \cos(1-\rho) \omega \tau_c], \quad (30)$$

где $\rho \in [0, 1]$, $N_{\Pi} = 2$, $\tau_c = T_{\Pi}$, $\tau_c = \frac{1}{f_c}$, $\omega = 2\pi f$.

Найдем КФ $R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, \rho)$ (22) при $N_{\Pi} = 2$ как обратное ПФ энергетического спектра $S_{\text{ГВОС-2}}(\omega, \rho)$ (30). Подставив (30) в (25), получим

$$R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, \rho) = \text{FT}^{-1} \{S_{\text{ГВОС-2}}(\omega, \rho)\} = \frac{1}{\pi_0} \int_0^{\infty} S_{\text{ГВОС-2}}(\omega, \rho) \cos \omega \tau d\omega = \frac{1}{\pi_0} \int_0^{\infty} \frac{2}{\omega^2 \tau_c} \times [3 + \cos \omega \tau_c - 2 \cos \rho \omega \tau_c - 2 \cos(1-\rho) \omega \tau_c] \times \cos \omega \tau d\omega. \quad (31)$$

В соответствии с (25) выражение (31) можем записать в виде

$$R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, \rho) = \frac{6}{\tau_c} \text{FT}^{-1} \left\{ \frac{1}{\omega^2} \right\} + \frac{2}{\tau_c} \text{FT}^{-1} \left\{ \frac{1}{\omega^2} \cos \omega \tau_c \right\} - \frac{4}{\tau_c} \text{FT}^{-1} \times \left\{ \frac{1}{\omega^2} \cos \rho \omega \tau_c \right\} - \frac{4}{\tau_c} \text{FT}^{-1} \left\{ \frac{1}{\omega^2} \cos(1-\rho) \omega \tau_c \right\}. \quad (32)$$

Оригиналы, входящие в формулу (32), представлены в табл. 1. Подставив их в (32), находим, что КФ $R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, \rho)$ описывается следующим выражением:

$$R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, \rho) = -3 \frac{\tau}{\tau_c} \text{sign}(\tau) - \frac{1}{2} \frac{\tau}{\tau_c} \times [\text{sign}(\tau + \tau_c) + \text{sign}(\tau - \tau_c)] - \frac{1}{2} [\text{sign}(\tau + \tau_c) - \text{sign}(\tau - \tau_c)] + \frac{\tau}{\tau_c} [\text{sign}(\tau + \rho \tau_c) + \text{sign}(\tau - \rho \tau_c)] + \rho [\text{sign}(\tau + \rho \tau_c) - \text{sign}(\tau - \rho \tau_c)] + \frac{\tau}{\tau_c} [\text{sign}(\tau + (1-\rho) \tau_c) + \text{sign}(\tau - (1-\rho) \tau_c)] + (1-\rho) [\text{sign}(\tau + (1-\rho) \tau_c) - \text{sign}(\tau - (1-\rho) \tau_c)], \quad (33)$$

где $\rho \in [0, 1]$, $N_{\Pi} = 2$, $\tau_c = T_{\Pi}$.

Входящая в формулу (33) функция “сигнум” z имеет вид [4, 17, 18]

$$\text{sign} z = \begin{cases} 1 & \text{при } z > 0; \\ 0 & \text{при } z = 0; \\ -1 & \text{при } z < 0. \end{cases} \quad (34)$$

Видно, что для формулы (33) выполняется условие

$$R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, \rho) = R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, 1-\rho).$$

Как отмечали (см. (18) и (19)), для ГВОС-сигналов в зависимости от значения коэффициента заполнения ρ , где $\rho \in [0, 1]$, при $N_{\Pi} = 2, 4, 6, \dots$ возможен один из двух вариантов формирования синусного ППК $r(t)$, что обусловлено взаимным соотношением длительностей τ_1 и τ_2 .

Так, *первый* вариант формирования синусного ППК $r(t)$ ГВОС-сигналов характерен тем, что $\tau_1 \leq \tau_2$, т.е. $\rho \in [0, 0.5]$, и *второй* вариант — тем, что $\tau_1 \geq \tau_2$, т.е. $\rho \in [0.5, 1]$.

Каждому варианту формирования синусного ППК $r(t)$ соответствует своя последовательность чередования характерных точек КФ $R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, \rho)$ на оси времени смещения τ (т.е. точек излома КФ $R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, \rho)$).

Произведем вычисления в (33) с учетом значений функции “сигнум” (34) отдельно для каждого варианта формирования синусного ППК $r(t)$. Как обычно, для каждого варианта используем следующую методику: сначала находим КФ $R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, \rho)$ при $\tau \geq 0$, т.е. все преобразования и вычисления выполняем в пределах $0 \leq \tau \leq \tau_c$. Затем, используя свойства четности КФ ($R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, \rho) = R_{\text{ГВОС-2}}(-\tau, \rho)$), распространяем результат на область, где $\tau \leq 0$.

Выполнив преобразования и произведя вычисления в (33), находим, что КФ $R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, \rho)$ одиночного элемента МФ $d_{\tau_c\text{-ГВОС-2}}(t)$ ГВОС-сигналов с коэффициентом кратности импульсов $N_{\Pi} = 2$ имеет вид

$$R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, \rho) = \begin{cases} R_{\text{ГВОС-2-1}}(\tau, \rho) & \text{при } 0 \leq \rho \leq 0.5, \\ R_{\text{ГВОС-2-2}}(\tau, \rho) & \text{при } 0.5 \leq \rho \leq 1. \end{cases} \quad (35)$$

Входящие в формулу (35) КФ $R_{\text{ГВОС-2-1}}(\tau, \rho)$ и $R_{\text{ГВОС-2-2}}(\tau, \rho)$ описываются следующими выражениями:

$$R_{\text{ГВОС-2-1}}(\tau, \rho) = \begin{cases} 1 - \frac{3|\tau|}{\tau_c} & \text{при } 0 \leq |\tau| \leq \rho\tau_c, \\ 1 - 2\rho - \frac{|\tau|}{\tau_c} & \text{при } \rho\tau_c \leq |\tau| \leq (1-\rho)\tau_c, \\ -1 + \frac{|\tau|}{\tau_c} & \text{при } (1-\rho)\tau_c \leq |\tau| \leq \tau_c, \\ 0 & \text{при } |\tau| \geq \tau_c, \end{cases} \quad (36)$$

где $\rho \in [0, 0.5]$, $N_{\Pi} = 2, \tau_c = T_{\Pi}$;

$$R_{\text{ГВОС-2-2}}(\tau, \rho) = \begin{cases} 1 - \frac{3|\tau|}{\tau_c} & \text{при } 0 \leq |\tau| \leq (1-\rho)\tau_c, \\ 2\rho - 1 - \frac{|\tau|}{\tau_c} & \text{при } (1-\rho)\tau_c \leq |\tau| \leq \rho\tau_c, \\ -1 + \frac{|\tau|}{\tau_c} & \text{при } \rho\tau_c \leq |\tau| \leq \tau_c, \\ 0 & \text{при } |\tau| \geq \tau_c, \end{cases} \quad (37)$$

где $\rho \in [0.5, 1]$, $N_{\Pi} = 2, \tau_c = T_{\Pi}$.

Вторые индексы 1 или 2 в формулах (35)–(37) и далее, характеризующих КФ $R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, \rho)$ и $R_{\text{ГВОС-4}}(\tau, \rho)$, означают, что рассматривается первый или второй варианты формирования синусного ППК $r(t)$ ГВОС-сигналов.

Из рассмотрения (36) и (37) следует, что применительно к КФ $R_{\text{ГВОС-2-1}}(\tau, \rho)$ и $R_{\text{ГВОС-2-2}}(\tau, \rho)$ выполняются соотношения

$$\begin{aligned} R_{\text{ГВОС-2-1}}(\tau, \rho) &= R_{\text{ГВОС-2-2}}(\tau, 1-\rho), \\ R_{\text{ГВОС-2-2}}(\tau, \rho) &= R_{\text{ГВОС-2-1}}(\tau, 1-\rho). \end{aligned} \quad (38)$$

В соответствии с (38) имеем, что для КФ $R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, \rho)$ справедливы равенства, например, в случаях

$$\begin{aligned} R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, 0.1) &= R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, 0.9) \text{ и} \\ R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, 0.2) &= R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, 0.8). \end{aligned}$$

Видно, что формулы (35)–(37) совпадают с соответствующими выражениями для КФ $R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, \rho)$ из [8, ф-лы (23)–(25)], которые получены другим методом (на основе общего определения КФ и без использования энергетического спектра).

На рис. 3 представлены графики КФ $R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, \rho)$, построенные согласно (35)–(37), для одиночного элемента МФ $d_{\tau_c\text{-ГВОС-2}}(t)$ ГВОС-сигналов с коэффициентом кратности импульсов $N_{\Pi} = 2$ при $\rho = 0.3$ и 0.2 . На этом же рисунке изображены графики КФ $R_{\text{ВОС-2}}(\tau)$ и $R_{\text{ВПСК}}(\tau)$ соответствующих ВОС- и ВПСК-сигналов. Все КФ на рис. 3 являются нормированными. Особенности КФ $R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, \rho)$ обсуждаются в [8].

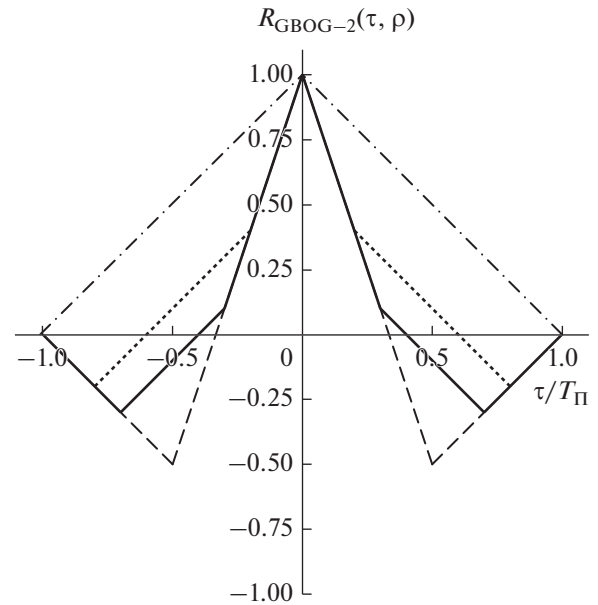


Рис. 3. Корреляционные функции $R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, \rho)$ одиночного элемента модулирующей функции ГВОС-сигнала с коэффициентом кратности импульсов $N_{\Pi} = 2$ при $\rho = 0.3$ (сплошная линия), $\rho = 0.2$ (пунктирная линия); также изображены графики КФ $R_{\text{ВОС-2}}(\tau)$ (штриховая линия) и $R_{\text{ВПСК}}(\tau)$ (штрихпунктирная линия) соответствующих ВОС- и ВПСК-сигналов.

Б. Корреляционная функция $R_{\text{ГВОС-4}}(\tau, \rho)$ одиночного элемента модулирующей функции ГВОС-сигнала с коэффициентом кратности импульсов $N_{\Pi} = 4$

Согласно (27) энергетический спектр $S_{\text{ГВОС-4}}(f, \rho)$ (21) одиночного элемента МФ $d_{\tau_c\text{-ГВОС-4}}(t)$ (13) и (17) ГВОС-сигналов с коэффициентом кратности импульсов $N_{\Pi} = 4$ описывается следующим выражением:

$$\begin{aligned} S_{\text{ГВОС-4}}(f, \rho) &= \frac{4}{f_c} \frac{\cos^2\left(\frac{\pi f}{2f_c}\right)}{\left(\frac{\pi f}{f_c}\right)^2} \left[\sin^2\left(\frac{\pi f}{2f_c}\right) + \right. \\ &+ 4 \cos^2\left(\frac{\pi f}{2f_c}\right) \sin^2\left(\rho \frac{\pi f}{2f_c}\right) - \sin\left(\frac{\pi f}{f_c}\right) \sin\left(\rho \frac{\pi f}{f_c}\right) \left. \right], \end{aligned} \quad (39)$$

где $\rho \in [0, 1]$, $N_{\Pi} = 4, \tau_c = 2T_{\Pi}$.

В соответствии с предложенной методикой (по аналогии с ГВОС-сигналами при $N_{\Pi} = 2$) представим энергетический спектр $S_{\text{ГВОС-4}}(f, \rho)$ (39) при $N_{\Pi} = 4$ в виде взвешенной алгебраической суммы косинусов углов, определяемых характерными точками синусного символа МФ $\mu_{\text{ГВОС-4}}(f)$ (т.е. точками излома КФ $R_{\text{sin ГВОС-4}}(\tau, \rho)$).

Таблица 2. Коэффициенты h_i и g_i формулы энергетического спектра $S_{\text{ГВОС-4}}(\omega, \rho)$ при различных значениях i

i	h_i	g_i
0	7	0
1	8	1
2	-6	ρ
3	-6	$1 - \rho$
4	-2	$1 + \rho$
5	-2	$2 - \rho$
6	1	2

В таком случае формула (39) принимает следующий вид:

$$S_{\text{ГВОС-4}}(\omega, \rho) = \frac{1}{\omega^2 T_{\Pi}^2} \sum_{i=0}^6 h_i \cos g_i \omega T_{\Pi}, \quad (40)$$

где $\omega = 2\pi f$, $\rho \in [0, 1]$, $N_{\Pi} = 4$, $\tau_c = 2T_{\Pi}$, коэффициенты h_i и g_i ($i = \overline{0,6}$) приведены в табл. 2.

Видно, что (40) совпадает с соответствующим выражением для энергетического спектра $S_{\text{ГВОС-4}}(\omega, \rho)$ из [8, ф-ла (44)].

Согласно (25) найдем КФ $R_{\text{ГВОС-4}}(\tau, \rho)$ (22) при $N_{\Pi} = 4$ как обратное ПФ энергетического спектра $S_{\text{ГВОС-4}}(\omega, \rho)$ (40).

Подставив (40) в (25), получим

$$\begin{aligned} R_{\text{ГВОС-4}}(\tau, \rho) &= \text{FT}^{-1} \{ S_{\text{ГВОС-4}}(\omega, \rho) \} = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S_{\text{ГВОС-4}}(\omega, \rho) \cos \omega \tau d\omega = \\ &= \text{FT}^{-1} \left\{ \frac{1}{\omega^2 T_{\Pi}^2} \sum_{i=0}^6 h_i \cos g_i \omega T_{\Pi} \right\} = \\ &= \frac{1}{T_{\Pi}^2} \sum_{i=0}^6 h_i \text{FT}^{-1} \left\{ \frac{1}{\omega^2} \cos g_i \omega T_{\Pi} \right\}. \end{aligned} \quad (41)$$

Оригиналы $\text{FT}^{-1} \left\{ \frac{1}{\omega^2} \cos g_i \omega T_{\Pi} \right\}$, где $i = \overline{0,6}$, приведены в табл. 1 и имеют вид

$$\begin{aligned} \text{FT}^{-1} \left\{ \frac{1}{\omega^2} \cos g_i \omega T_{\Pi} \right\} &= -\frac{1}{4} (\tau + g_i T_{\Pi}) \times \\ &\times \text{sign}(\tau + g_i T_{\Pi}) - \frac{1}{4} (\tau - g_i T_{\Pi}) \text{sign}(\tau - g_i T_{\Pi}), \end{aligned} \quad (42)$$

коэффициенты g_i ($i = \overline{0,6}$) приведены в табл. 2.

Подставив (42) в (41), находим, что КФ $R_{\text{ГВОС-4}}(\tau, \rho)$ описывается следующим выражением:

$$\begin{aligned} R_{\text{ГВОС-4}}(\tau, \rho) &= \\ &= -\frac{1}{4} \sum_{i=0}^6 h_i \left\{ \frac{\tau}{T_{\Pi}} [\text{sign}(\tau + g_i T_{\Pi}) + \text{sign}(\tau - g_i T_{\Pi})] + \right. \\ &\quad \left. + g_i [\text{sign}(\tau + g_i T_{\Pi}) - \text{sign}(\tau - g_i T_{\Pi})] \right\}, \end{aligned} \quad (43)$$

где $\rho \in [0, 1]$, $N_{\Pi} = 4$, $\tau_c = 2T_{\Pi}$, коэффициенты h_i и g_i ($i = \overline{0,6}$) приведены в табл. 2.

Как следует из (43), для КФ $R_{\text{ГВОС-4}}(\tau, \rho)$ выполняется соотношение $R_{\text{ГВОС-4}}(\tau, \rho) = R_{\text{ГВОС-4}}(\tau, 1 - \rho)$.

Применительно к ГВОС-сигналам с коэффициентом кратности импульсов $N_{\Pi} = 4$ (аналогично ГВОС-сигналам при $N_{\Pi} = 2$) в зависимости от значения коэффициента заполнения ρ возможен один из двух вариантов формирования синусного ППК $r(t)$. Так, *первый* вариант формирования синусного ППК $r(t)$ ГВОС-сигналов характерен тем, что $\tau_1 \leq \tau_2$, т.е. $\rho \in [0, 0.5]$, *второй* вариант характерен тем, что $\tau_1 \geq \tau_2$, т.е. $\rho \in [0.5, 1]$. Каждому варианту формирования синусного ППК $r_{\text{sin}}(t)$ соответствует свое аналитическое выражение КФ $R_{\text{ГВОС-4}}(\tau, \rho)$.

Согласно предложенной методике (по аналогии с ГВОС-сигналами при $N_{\Pi} = 2$) произведем вычисления в формуле (43) с учетом значений функции “сигнум” (34) отдельно для каждого варианта формирования синусного ППК $r(t)$.

В результате находим, что КФ $R_{\text{ГВОС-4}}(\tau, \rho)$ одиночного элемента МФ $d_{\tau_c-\text{ГВОС-4}}(t)$ ГВОС-сигналов с коэффициентом кратности импульсов $N_{\Pi} = 4$ определяется следующим соотношением:

$$R_{\text{ГВОС-4}}(\tau, \rho) = \begin{cases} R_{\text{ГВОС-4-1}}(\tau, \rho) & \text{при } 0 \leq \rho \leq 0.5, \\ R_{\text{ГВОС-4-2}}(\tau, \rho) & \text{при } 0.5 \leq \rho \leq 1. \end{cases} \quad (44)$$

Входящие в (44) КФ $R_{\text{ГВОС-4-1}}(\tau, \rho)$ и $R_{\text{ГВОС-4-2}}(\tau, \rho)$ соответственно равны

$$R_{\text{ГВОС-4-1}}(\tau, \rho) = \begin{cases} 1 - \frac{7|\tau|}{2T_{\Pi}} & \text{при } 0 \leq |\tau| \leq \rho T_{\Pi}, \\ 1 - 3\rho - \frac{1|\tau|}{2T_{\Pi}} & \text{при } \rho T_{\Pi} \leq |\tau| \leq (1 - \rho)T_{\Pi}, \\ -2 + \frac{5|\tau|}{2T_{\Pi}} & \text{при } (1 - \rho)T_{\Pi} \leq |\tau| \leq T_{\Pi}, \\ 2 - \frac{3|\tau|}{2T_{\Pi}} & \text{при } T_{\Pi} \leq |\tau| \leq (1 + \rho)T_{\Pi}, \\ 1 - \rho - \frac{1|\tau|}{2T_{\Pi}} & \text{при } (1 + \rho)T_{\Pi} \leq |\tau| \leq (2 - \rho)T_{\Pi}, \\ -1 + \frac{1|\tau|}{2T_{\Pi}} & \text{при } (2 - \rho)T_{\Pi} \leq |\tau| \leq 2T_{\Pi} = \tau_c, \\ 0 & \text{при } |\tau| \geq 2T_{\Pi} = \tau_c, \end{cases} \quad (45)$$

где $\rho \in [0, 0.5]$, $N_{\Pi} = 4$, $\tau_c = 2T_{\Pi}$;

$$R_{\text{ГВОС-4-2}}(\tau, \rho) = \begin{cases} 1 - \frac{7|\tau|}{2T_{\Pi}} & \text{при } 0 \leq |\tau| \leq (1 - \rho)T_{\Pi}, \\ -2 + 3\rho - \frac{1|\tau|}{2T_{\Pi}} & \text{при } (1 - \rho)T_{\Pi} \leq |\tau| \leq \rho T_{\Pi}, \\ -2 + \frac{5|\tau|}{2T_{\Pi}} & \text{при } \rho T_{\Pi} \leq |\tau| \leq T_{\Pi}, \\ 2 - \frac{3|\tau|}{2T_{\Pi}} & \text{при } T_{\Pi} \leq |\tau| \leq (2 - \rho)T_{\Pi}, \\ \rho - \frac{1|\tau|}{2T_{\Pi}} & \text{при } (2 - \rho)T_{\Pi} \leq |\tau| \leq (1 + \rho)T_{\Pi}, \\ -1 + \frac{1|\tau|}{2T_{\Pi}} & \text{при } (1 + \rho)T_{\Pi} \leq |\tau| \leq 2T_{\Pi} = \tau_c, \\ 0 & \text{при } |\tau| \geq 2T_{\Pi} = \tau_c, \end{cases} \quad (46)$$

где $\rho \in [0.5, 1]$, $N_{\Pi} = 4$, $\tau_c = 2T_{\Pi}$.

Из рассмотрения (45) и (46) следует, что применительно к КФ $R_{\text{ГВОС-4-1}}(\tau, \rho)$ и $R_{\text{ГВОС-4-2}}(\tau, \rho)$ выполняются следующие соотношения:

$$\begin{aligned} R_{\text{ГВОС-4-1}}(\tau, \rho) &= R_{\text{ГВОС-4-2}}(\tau, 1 - \rho) \quad \text{и} \\ R_{\text{ГВОС-4-2}}(\tau, \rho) &= R_{\text{ГВОС-4-1}}(\tau, 1 - \rho). \end{aligned} \quad (47)$$

Согласно (47) для КФ $R_{\text{ГВОС-4}}(\tau, \rho)$ (аналогично КФ $R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, \rho)$) выполняются такие равенства, как, например, $R_{\text{ГВОС-4}}(\tau, 0.1) = R_{\text{ГВОС-4}}(\tau, 0.9)$ и $R_{\text{ГВОС-4}}(\tau, 0.2) = R_{\text{ГВОС-4}}(\tau, 0.8)$.

Как и следовало ожидать, формулы (44)–(46) совпадают с соответствующими выражениями для КФ $R_{\text{ГВОС-4}}(\tau, \rho)$ из [8, ф-лы (36)–(38)], которые получены другим способом (на основе общего определения КФ и без использования энергетического спектра).

На рис. 4 изображены графики КФ $R_{\text{ГВОС-4}}(\tau, \rho)$, построенные согласно (44)–(46), для одиночного элемента МФ $d_{\tau_c\text{-ГВОС-4}}(t)$ ГВОС-сигналов с коэффициентом кратности импульсов $N_{\Pi} = 4$ и при различных значениях коэффициента заполнения $\rho = 0.3$ и 0.2 . На этом же рисунке показаны графики КФ $R_{\text{ВОС-4}}(\tau)$ (штриховая линия) и $R_{\text{ВПСК}}(\tau)$ (штрихпунктирная линия) соответствующих ВОС- и ВПСК-сигналов. Все КФ на рис. 4 являются нормированными. Особенности КФ $R_{\text{ГВОС-4}}(\tau, \rho)$ рассматриваются в [8].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены ГВОС-сигналы, предназначенные для применения в перспективных глобальных СРНС), таких как, например, GPS (США), Galileo (ЕС), ГЛОНАСС (Россия) и BeiDou (Китай).

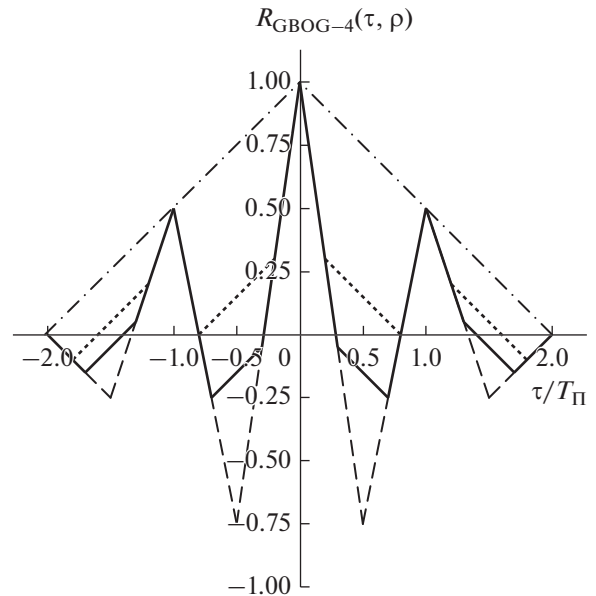


Рис. 4. Корреляционные функции $R_{\text{ГВОС-4}}(\tau, \rho)$ одиночного элемента модулирующей функции ГВОС-сигнала с коэффициентом кратности импульсов $N_{\Pi} = 4$ при различных значениях коэффициента заполнения: $\rho = 0.3$ (сплошная линия) и $\rho = 0.2$ (пунктирная линия); также показаны графики КФ $R_{\text{ВОС-4}}(\tau)$ (штриховая линия) и $R_{\text{ВПСК}}(\tau)$ (штрихпунктирная линия) соответствующих ВОС- и ВПСК-сигналов.

Предложена методика вычисления КФ одиночных элементов МФ таких ГВОС-сигналов на основе обратного ПФ энергетических спектров, и этим способом получены аналитические выражения КФ $R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, \rho)$ и $R_{\text{ГВОС-4}}(\tau, \rho)$ при коэффициенте кратности импульсов $N_{\Pi} = 2$ и 4 для различных значений коэффициента заполнения ρ , где $\rho \in [0, 1]$. В основе методики лежит представление энергетического спектра ГВОС-сигналов в виде взвешенной алгебраической суммы косинусов углов, определяемых характерными точками синусного символа МФ $\mu_{\text{ГВОС}}(t)$ (т.е. точками излома КФ).

В ряде случаев вычисление КФ $R_{\text{ГВОС-}N_{\Pi}}(\tau, \rho)$ путем обратного ПФ энергетических спектров оказывается более предпочтительным при сравнении со способом получения КФ на основе их общего определения.

Как и следовало ожидать, полученные аналитические выражения КФ $R_{\text{ГВОС-2}}(\tau, \rho)$ и $R_{\text{ГВОС-4}}(\tau, \rho)$ совпадают с соответствующими формулами из [8], найденными другим методом (на основе общего определения КФ и без использования энергетических спектров).

По изложенной методике аналогичным образом можно получить аналитические выражения КФ $R_{\text{ГВОС-}N_{\text{П}}}(\tau, \rho)$ одиночных элементов МФ ГВОС-сигналов при любом другом значении коэффициента кратности импульсов $N_{\text{П}}$, где $N_{\text{П}} = 2, 4, 6, \dots$

Знание аналитических выражений КФ одиночных элементов МФ ГВОС-сигналов позволяет осознанно преодолевать трудности при разработке навигационной аппаратуры потребителей (в частности, дискриминаторов) с целью обеспечения, по возможности, однозначного слежения за основным пиком КФ и минимизации вероятности захвата ее боковых (ложных) пиков. На этой же основе для СРНС грядущего поколения можно количественно рассчитать потенциальные характеристики точности слежения за ПСП дальномерного кода и оценить разрешающую способность сигналов при действии помех и в условиях многолучевости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Betz J.W.* // Proc. National Technical Meeting of the Institute of Navigation (ION – NTM'99), January 1999, P. 639.
2. *Betz J.W.* // Binary Offset Carrier Modulations for Radionavigation. – Navigation, J. ION. 2001. V. 48. № 4. P. 227.
3. *Hein G.W., Godet J., Issler J.-L. et al.* // Status of Galileo Frequency and Signal Design. – Proc. Institute of Navigation Global Positioning System Meeting (ION GPS 2002). Portland. USA. 24–27 Sep. 2002. Fairfax: ION, 2002. P. 266.
4. *Ярлыков М.С.* Меандровые шумоподобные сигналы (ВОС-сигналы) и их разновидности в спутниковых радионавигационных системах. М.: Радиотехника, 2017.
5. *Liu W., Hu Y., Zhan X.Q.* // Electron. Lett. 2012. V. 48. № 5. P. 284.
6. *Liu W., Hu Y.* // J. Comm. Technology and Electronics. 2014. V. 59. № 11. P. 1206.
7. *Ярлыков М.С.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 10. С. 964.
8. *Ярлыков М.С., Ярлыкова С.М.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 2. С. 157.
9. *Ярлыков М.С.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 8. С. 808.
10. *Варакин Л.Е.* Системы связи с шумоподобными сигналами. М.: Радио и связь, 1985.
11. *Ярлыков М.С.* // РЭ. 2016. Т. 61. № 8. С. 725.
12. *Ярлыков М.С., Ярлыкова С.М.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 2. С. 126.
13. *Шебшаевич В.С., Дмитриев П.П., Иванцевич Н.В. и др.* Сетевые спутниковые радионавигационные системы. 2-е изд. М.: Радио и связь, 1993.
14. *Interface Specification IS – GPS – 200.* Navstar GPS Space Segment/Navigation User Interface. Los Angeles: Global Positioning Systems Directorate, 2012. 226 p. <https://www.gps.gov/technical/icwg/IS-GPS-200H.pdf>
15. *Тихонов В.И.* Статистическая радиотехника. 2-е изд. М.: Сов. радио, 1982.
16. *Баскаков С.И.* Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Высш. школа, 2005.
17. *Стеценко О.А.* Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Высш. школа, 2007.