ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.396.67

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ КРИСТАЛЛ С ЕМКОСТНЫМИ ЦИЛИНДРАМИ

© 2019 г. С. Е. Банков^{1, *}, В. И. Калиничев¹, Е. В. Фролова¹

¹Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Российская Федерация, 125009 Москва, ул. Моховая, 11, стр. 7 *E-mail: sbankov@yandex.ru Поступила в редакцию 18.03.2019 г.

После доработки 18.03.2019 г. Принята к публикации 27.03.2019 г.

Исследован электромагнитный кристалл в виде металлических цилиндров с емкостными зазорами, расположенными в узлах прямоугольной двумерно-периодической сетки между металлическими экранами, образующими плоский волновод. При помощи стандартной системы электродинамического моделирования изучена дифракция плоской волны на границе бесконечного по одной и конечного по другой координате слоя, определена зонная структура электромагнитного кристалла. Изучено поведение полос пропускания и запирания в зависимости от параметров кристалла. Обнаружена дополнительная полоса прозрачности, появление которой связано с возбуждением высшего типа волны плоского волновода. Рассмотрено влияние последовательного резонанса в емкостном цилиндре на затухание волны в полосе запирания. Исследована возможность приближенного описания электромагнитного кристалла в полосе запирания. Предложен ряд моделей, полученных на основе численного решения задачи о наклонном падении плоской волны на границу кристалла.

DOI: 10.1134/S0033849419080023

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Фотонные и электромагнитные кристаллы (Φ K и ЭМК) были предложены и начали изучаться достаточно давно [1–3]. Интерес во многом был обусловлен возможностью создания в них волноведущих каналов за счет формирования дефектов кристаллической решетки [4–6]. Таким образом, дефекты специальным образом внедренные в Φ K и ЭМК стали инструментом для создания нового класса волноводных устройств в оптическом и СВЧ-диапазонах. Опыт исследований и разработок показал, что функциональные возможности устройств на основе искусственных кристаллических сред весьма велики и их дальнейшее развитие является актуальной задачей.

Одним из направлений развития схемотехники ЭМК послужила идея, изложенная в работах [7—9] и обобщенная в книге [10]. В них была предложена концепция управляемого ЭМК. Отметим, что управляемые искусственные среды были известны (см., например, [11, 12]) до указанных работ. Однако управляющий фактор в них воздействовал одновременно на все частицы, образующие кристаллическую среду. При этом достигаемый положительный эффект состоит в изменении усредненных материальных параметров всего образца ЭМК. Отличие концепции, представленной в работах [7–9] состоит в том, что управление осуществляется для каждой частицы ЭМК независимым образом.

Таким образом, появляется возможность формирования в ЭМК за счет управляющих воздействий специально организованных дефектов, которые могут выполнять функции различных устройств, образующих в совокупности функционально законченную схему. Мы видим, что применение ЭМК с данным типом управления открывает возможность для создания нового типа СВЧ-устройств – устройств с управляемой структурой. Сам управляемый ЭМК становится при этом универсальной волноведущей средой, которая в зависимости от комбинации управляющих воздействий может выполнять разные функции, типичные для СВЧ-схем: распределение энергии, частотная фильтрация, формирование заданного распределения поля и т.д. Для того чтобы отличать ЭМК с одинаковым для всех частиц управлением от ЭМК с индивидуальным управлением частицами, будем использовать термин ЭМКтрансформер, имея в виду отмеченную выше возможность изменения структурных характеристик среды, а не только ее усредненных параметров.

Принцип индивидуального управления параметрами частиц ЭМК был реализован в одномерных структурах [13–17]. В качестве управляющих



Рис. 1. ЭМК из частично погруженных металлических цилиндров.

факторов и структур в указанных работах использовались магнитное поле, полупроводниковые p-i-n-диоды, жидкие кристаллы и т.д. Благодаря такому подходу на основе ЭМК были созданы управляемые фильтры и переключатели.

Значительно более широкие перспективы открывает применение двумерных ЭМК-трансформеров, на базе которых могут создаваться разветвленные волноводные схемы. Хорошие перспективы имеют ЭМК на основе плоского волновода (ПВ), который образуют два идеально проводящих металлических экрана. Возможность достижения достаточно высоких характеристик в подобных структурах показана в работах [18–20], в которых представлены результаты численного моделирования и экспериментального исследования различных элементов на основе ЭМК в виде двумерно-периодической решетки металлических цилиндров, расположенных внутри ПВ (далее – устройства EBG (electromagnetic bandgap)).

В качестве фактора, формирующего дефекты в ЭМК, в указанных работах был использован радиус цилиндра. Однако как фактор управления этот параметр неудобен, так как ни механически, ни тем более электрически изменить радиус цилиндра невозможно.

Лучшие перспективы имеют так называемые емкостные цилиндры, к числу которых относятся цилиндры с зазором, коаксиальные цилиндры и цилиндры с сосредоточенными емкостями. Такие цилиндры имеют электрический контакт только с одним из экранов ПВ. От другого экрана их отделяет зазор, который играет роль емкости. Конструктивно емкость может быть разных видов. Наиболее простым является емкость, образующаяся между торцом цилиндра и экраном. Нетрудно увидеть, что механическое изменение глубины погружения цилиндра в ПВ или электрическое изменение управляемой емкости сосредоточенного конденсатора может осуществляться без разрушения ЭМК только за счет изменения управляющих факторов.

Как отмечалось выше, первые результаты были представлены в работах [7–9]. В [7] рассмотрен EBG-волновод в ЭМК из коаксиальных цилиндров, исследовалась возможность эффективной направленной передачи энергии по волноведущему каналу, выполненному изменением параметров коаксиальных цилиндров. В работах [8, 9] исследован волновод в ЭМК из цилиндров с зазорами. Однако величина зазора как управляющий фактор не рассматривалась. Появление зазоров исследовалось только с точки зрения проблемы обеспечения электрического контакта между металлическим цилиндром и экранами ПВ.

Отметим, что типовыми этапами исследования волноводных EBG-устройств являются изучение однородного ЭМК, одиночного EBG-волновода, связанных волноводов, элементов волноводного тракта: нерегулярностей в волноводе, поворотов, волноводных сочленений разного вида: *Т, Y*, линейных тройников, волноводных резонаторов и т.д.

Цель данной работы — исследовать характеристики ЭМК из цилиндров с зазорами, что является первым этапом изучения и разработки EBG-устройств с перестраиваемой структурой на их основе.

Основным методом исследования, принятым в данной работе, является электродинамическое моделирование, которое мы проводили в системе High Frequency System Simulator (HFSS) [21] методом конечных элементов.

2. МОДЕЛЬ ЭМК

Исследуемая структура представлена на рис. 1. Рассмотрим бесконечный по одной и конечный по другой координате слой ЭМК (см. рис. 2), возбуждаемый основной *T*-волной ПВ, которая в общем случае может падать на границу ЭМК под произвольным углом θ .

Периодичность структуры по оси 0*у* позволяет нам свести электродинамическую задачу к анализу одного периода, который принято называть каналом Флоке [21]. Этот канал с воздушным заполнением образует регулярный волновод Флоке, на боковых поверхностях которого устанавливаются так называемые условия периодичности. В нашем случае они устанавливаются на вертикальных стенках при $x = \pm P/2$ (рис. 3). На горизонтальных стенках при z = 0, h граничные условия



Рис. 2. Падение *Т*-волны на решетку металлических цилиндров из рядов с номерами 1, 2, ..., *N*.

определяются наличием в этих плоскостях металлических экранов ПВ.

Такая структура канала Флоке не позволяет нам использовать стандартную модель бесконечной решетки, имеющуюся в HFSS. Ее применение предполагает наличие периодичности по двум координатам и соответствующие граничные условия на горизонтальных стенках. При нормальном падении волны $\theta = 0$ указанная сложность оказывается несущественной в силу того, что период структуры имеет симметрию относительно плоскости YOZ. Известно [22], что в этом случае на границах периодической структуры с учетом характера поля падающей волны автоматически выполняются условия, соответствующие идеальной магнитной стенке $H_{\tau} = 0$ (H_{τ} – тангенциальное к поверхности магнитное поле). Поэтому при $\theta = 0$ вместо граничных условий периодичности на вертикальных стенках можем использовать более простые условия $H_{\tau} = 0$. При этом получаем волновод с двумя электрическими и двумя магнитными стенками, который часто называют ТЕМ-волноволом.

При наклонном падении для применения модели в виде канала Флоке воспользуемся следующим приемом. В соответствии с принципом зеркального изображения структуру на рис. За можем заменить структурой, показанной на рис. Зб. На поверхностях z = 0, 2h в ней выполняются условия, соответствующие идеальной электрической стенке: $E_{\tau} = 0$. Отличительной чертой модифицированного периода ЭМК является то, что в отличие от периода, изображенного на рис. За, он имеет уже две плоскости симметрии. Интересующая нас плоскость расположена при z = h.

Благодаря указанной симметрии мы можем снова воспользоваться результатом из [22] и утверждать, что канал Флоке на рис. Зб эквивалентен каналу Флоке двумерной решетки при сканирова-



Рис. 3. Модель канала Флоке (а) и модифицированного канала Флоке (б).

нии в плоскости XOY, т.е. когда элементы по оси 0z возбуждаются синфазно. Таким образом, можем заменить на стенках z = 0, 2h условия идеальной проводимости условиями периодичности, если фазовый сдвиг между каналами с разным положением по оси 0z равен нулю. Такую структуру мы уже можем моделировать при помощи стандартной модели из системы HFSS. Отметим, что большинство численных результатов были получены нами при нормальном падении *T*-волны.

Канал Флоке, содержащий *N* емкостных цилиндров, представляет собой СВЧ-многополюсник и имеет два физических порта. При условии $h < \lambda/2$ (λ – длина волны в свободном пространстве) в ПВ распространяется только одна основная Т-волна. При нарушении данного неравенства на относительно высоких частотах ПВ становится многомодовым и в нем начинает распространяться E_1 -волна, у которой компонента $H_z = 0$, а компонента $E_z = \cos(\pi z/h)$. Наличие нескольких распространяющихся волн приводит к необходимости использовать при моделировании многомодовые порты. Отметим, что при $h > \lambda/2$ в ПВ может распространяться также и Н₁-волна с нулевой компонентой E_z и компонентой $H_z = \sin(\pi z/h)$, однако она слабо возбуждается внешним источником



Рис. 4. Модель ЭМК из 10 рядов цилиндров для расчета элементов матрицы рассеяния при нормальном падении *T*-волны.



Рис. 5. Частотные зависимости модуля коэффициента прохождения *T*-волны S_{21} при d = 5 (*I*), 4 (*2*), 3 (*3*), 2 (*4*), 1 (*5*), 0 (*6*).



Рис. 6. Частотные зависимости затухания волны на период ЭМК при d = 5(1), 4(2), 3(3), 2(4), 1(5), 0(6).

в виде падающей *Т*-волны и играет вспомогательную роль в формировании рассеянного поля.

3. ЗОННАЯ СТРУКТУРА ЭМК

Модель для численного исследования включает 10 рядов цилиндров (рис. 4). Частотная зависимость модуля коэффициента прохождения *T*-волны S_{21} , выраженного в децибелах в режиме нормального падения $\varphi = 0$, при P = 12.5, 2R = D = 5, h = 10, d == 5, 4, 3, 2, 1, 0 представлена на рис. 5. Здесь и далее все размеры приводятся в миллиметрах. Кривая *6*, рассчитанная при d = 0 соответствует ЭМК из сплошных цилиндров без зазоров.

Частотная зависимость затухания на период структуры αP (рис. 6) получена при тех же параметрах, что и рис. 5. Затухание определялось по соотношению

$$\alpha P = -\frac{1}{N} \ln \left| S_{21} \right|,\tag{1}$$

полученному в предположении, что в полосе запирания поле в ЭМК описывается экспоненциальной функцией, которая соответствует полю нераспространяющейся волны.

Обращает на себя внимание наличие достаточно широкой запрещенной зоны или полосы запирания, в которой затухание в кристалле достигает весьма значительных величин. Для количественной оценки границ полосы запирания $f_{1,2}$ будем использовать два минимальных значения $S_{21} - 50$ и 100 дБ, что соответствует затуханию на период структуры в 5 и 10 дБ. Отметим, что существование нижней границы полосы запирания f_1 является отличительной чертой ЭМК с емкостными цилиндрами. Структура с полностью погруженными цилиндрами не имеет такой границы и является непрозрачной для электромагнитных волн, вплоть до нулевой частоты.

Наличие емкостного зазора приводит к тому, что на низких частотах проводимость цилиндра стремится к нулю и он перестает влиять на прохождение волн, что, в конечном счете, приводит к появлению полосы прозрачности в данном частотном диапазоне.

На верхних частотах в диапазоне 13...15 ГГц наблюдается относительно узкая полоса прозрачности. Важно отметить, что ее положение сравнительно слабо зависит от величины зазора *d*. Она располагается в указанном выше диапазоне.

Интересно отметить необычную зависимость затухания в полосе запирания: в нижней ее части оно увеличивается монотонно, а после достижения максимума увеличение уже немонотонно. Явно выделяется серия локальных максимумов затухания резонансного характера.



Рис. 7. Зависимости нижней и верхней граничных частот полосы запирания f_1 (кривые 1, I') и f_2 (кривые 2, 2') от глубины погружения цилиндра для предельного уровня -50 дБ (1, 2) и для -100 дБ (1', 2').

На рис. 7 показана зависимость нижней и верхней граничных частот полосы запирания $f_{1,2}$ от глубины погружения цилиндра в ПВ: a = h - d для 50 и 100 дБ. Из рис. 7 видим, что при некотором значении параметра *a* кривые сходятся. Ширина полосы запирания $\Delta f = f_2 - f_1$ обращается в нуль, что не означает, что она исчезает. При этом лишь отсутствуют значения затухания, большие минимально допустимого уровня.

На рис. 8 представлена частотная зависимость модуля коэффициента прохождения S_{21} , полученная для P = 2.5, D = 1, h = 10, a = 5, 4, 3, 2, 1, 0. Видно, что пропорциональное в пять раз уменьшение периода ЭМК и диаметра цилиндров приблизительно сохранило диапазон, в котором наблюдается полоса запирания. Однако величина затухания и ширина полосы значительно изменились (рис. 9).

Обращает на себя внимание изменение формы частотной зависимости параметра S_{21} . При большом диаметре цилиндров полоса запирания имела резкую верхнюю границу, в то время как при сравнительно малом радиусе, наоборот, резкой оказывается нижняя граница диапазона.

4. ФОРМИРОВАНИЕ ВТОРОЙ ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ, ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ РЕЗОНАНС ЕМКОСТНОГО ЦИЛИНДРА

Анализируя зонную структуру ЭМК с емкостными цилиндрами, мы отметили его необычное поведение в области второй полосы прозрачности, которая при выбранных параметрах возника-



Рис. 8. Частотные зависимости модуля коэффициента прохождения S_{21} для структуры на рис. 4 при a = 5(1), 4(2), 3(3), 2(4), 1(5), 0(6).

ет в окрестности частоты 15 ГГц. Первая полоса пропускания занимает интервал частот от нулевой до f_1 .

Рассмотрим структуру, состоящую из одного ряда цилиндров, N = 1 (рис. 10). Она имеет следующие параметры: P = 12, D = 6, d = 1, 3, 5, h = 10. На рис. 11а представлена частотная зависимость коэффициента передачи в основную *T*-волну ПВ. Обращает на себя внимание, что в некоторой частотной точке, которая близка, но незначительно меньше 15 ГГц, наблюдается полное прохожде-



Рис. 9. Зависимости частот f_1 (кривые *1*, *1*') и f_2 (кривые *2*, *2*') от параметра *а*.



Рис. 10. Модель структуры ЭМК, содержащей один ряд цилиндров (N = 1).

ние волны, которое затем сменяется резким провалом, расположенным на частоте выше 15 ГГц.

Описанные эффекты имеют явный резонансный характер. Если рассматривать исследуемую структуру как волноводную неоднородность, то можно предложить ее эквивалентную схему замещения в виде проводимости, параллельно включенной в линию передачи. Когда проводимость равна нулю и неоднородность не оказывает влияния на распространение волны, можно говорить, что на частоте прозрачности возникает параллельный резонанс. Наоборот, на частоте провала коэффициента передачи мы имеем последовательный резонанс, при котором проводимость имеет большое значение.

Причину появления параллельного резонанса поясняет рис. 116, на котором показана частотная зависимость коэффициента передачи S_{31} в E_1 -волну. Для его расчета мы использовали модель с многомодовыми портами. В этом случае каждая мода отображается портом со своим номером. Пусть прошедшей E_1 -волне соответствует порт с номером 3, *T*-волне по-прежнему соответствуют порты 1,2.

Видно, что на частоте параллельного резонанса имеет место интенсивное возбуждение волны высшего типа. Интересно, что при этом волна близка к распространению, но, строго говоря, еще не распространяется. Ее постоянная распространения имеет мнимый характер, но достаточно мала по модулю. Такое сочетание параметров создает условия для накопления E_1 -волной реактивной энергии и формирования резонанса.

На рис. 12а, 12б представлены частотные зависимости элементов матрицы рассеяния S_{21}, S_{31} для структуры из двух рядов цилиндров (N = 2) с теми же геометрическими параметрами, что и на рис. 11: P = 12, D = 6, d = 1, 3, 5, h = 10. Видно формирование полосы пропускания, параллельные



Рис. 11. Частотные зависимости модулей коэффициентов передачи S_{21} в основную *Т*-волну ПВ (а), S_{31} в E_1 -волну (б) при d = 1 (*I*), 3 (*2*), 5 (*3*).

резонансы расщепились, и за счет этого полоса прозрачности расширилась. Таким образом, исследуемая структура ведет себя как система двух связанных резонаторов. Связь между ними возникает за счет взаимодействия полей достаточно близко расположенных резонаторов, роль которых играют емкостные цилиндры.

Отметим, что расщепление имеет место не только для параллельного, но и для последовательного резонанса. На характеристике коэффициента передачи S_{21} появился глубокий провал.

На рис. 13а, 13б показаны частотные зависимости параметров S_{21}, S_{31} при N = 3. Кривые рисунка полностью подтверждают описанную выше динамику: видим дальнейшее расщепление частот как параллельного, так и последовательного резонансов, число глубоких провалов равно трем, т.е. числу резонаторов.

В подтверждение выдвинутого выше предположения о связи полосы прозрачности с критиче-



Рис. 12. Частотные зависимости модулей элементов матрицы рассеяния S_{21} (а) и S_{31} (б) для структуры из двух рядов цилиндров (N = 2) при d = 1 (I), 3 (2), 5 (3).

ской частотой высшего типа волны ПВ рассмотрим поведение коэффициента передачи со входа 2 на вход 1 при другой высоте ПВ, например, при h = 9. На рис. 14 показана частотная зависимость модуля S_{21} , полученная для D = 6, P = 12, N = 1, d = 1, 3, 5. Уменьшение высоты ПВ привело к смещению точки параллельного резонанса с 15 на 16.5 ГГц (частота 16.5 ГГц соответствует критической частоте E_1 -волны при h = 9).

5. ФОРМИРОВАНИЕ ПОЛОСЫ ЗАПИРАНИЯ, ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ РЕЗОНАНС ЕМКОСТНОГО ЦИЛИНДРА

Рассмотрим причины необычной частотной зависимости затухания волны ЭМК в полосе запирания. Частично причины гребенчатой структуры кривых на рис. 5 и 6 поясняются рис. 11–13, на которых видна динамика формирования полосы запирания при увеличении числа слоев ЭМК. Можем допустить, что причина обсуждаемого эффекта заключается в расщеплении последова-



Рис. 13. Частотные зависимости модулей элементов матрицы рассеяния S_{21} (а) и S_{31} (б) для структуры из трех рядов цилиндров (N = 3) при d = 1 (I), 3 (2), 5 (3).



Рис. 14. Частотные зависимости модуля S_{21} для D = 6, P = 12, N = 1 при высоте ПВ h = 9 и d = 1 (1), 3 (2), 5 (3).



Рис. 15. Частотные зависимости модуля коэффициента передачи S_{21} при параметрах: P = 12, h = 10; (a) d = 1, D = 0.5 (1), 1 (2), 2 (3), 3 (4), 4 (5), 5 (6), (6) D = 1, d = 1 (1), 3 (2), 5 (3).

тельного резонанса и образовании многозвенной колебательной системы, имеющей N собственных частот.

Рассмотрим на примере однослойной структуры поведение последовательного резонанса при изменении параметров структуры. На рис. 15а показана частотная зависимость коэффициента передачи *T*-волны S_{21} при P = 12, h = 10, d = 1, D = 0.5, 1, 2, 3, 4, 5. Наличие последовательного резонанса отчетливо видно на всех кривых. При увеличении диаметра он смещается в область высоких частот. Данное обстоятельство объясняет нам, почему ранее при D = 6 мы наблюдали последовательный резонанс вблизи частоты 15 ГГц. Можно сказать, что такое расположение резонансной частоты является следствием определенного сочетания параметров.

Можно отметить также появление при больших диаметрах цилиндров параллельного резонанса на частотах около 15 ГГц. При малых диаметрах он выражен весьма слабо. На рис. 15б показана частотная



Рис. 16. Частотные зависимости модуля коэффициента передачи S_{21} для N = 1 (а) и 3 (б) при P = 12, h = 10, D = 2, d = 1 (I), 3 (2), 5 (3).

зависимость коэффициента передачи *T*-волны S_{21} при изменении величины зазора d = 1, 3, 5 для сравнительно тонкого цилиндра D = 1 также при P = 12, h = 10.

На рис. 16а, 16б показаны частотные зависимости коэффициента передачи *T*-волны S_{21} , рассчитанные при N=1, 3 соответственно при P=12, d=1, 3, 5, h=10, D=2. Из рисунков хорошо видно, что формирование полосы запирания связано с возникновением последовательного резонанса. Особенно это проявляется при d=1, когда связь между цилиндрами относительно мала и резонансы в системе из трех слоев расходятся не слишком далеко. Увеличение зазора приводит к увеличению связи и, вследствие этого, эффект несколько размывается.

Отметим, что в случае ЭМК с относительно тонкими цилиндрами полоса прозрачности смещена в область низких частот значительно сильнее, чем при использовании цилиндров с большим диаметром, однако и в этом случае при определен-



Рис. 17. Зависимости фазы коэффициента отражения φ_r от угла падения θ при P = 12, D = 5, h = 10, d = 3, $N \ge 1, f = 7.5$ (1), 9 (2), 10.5 ГГц (3).

ном сочетании параметров ее форма напоминает частотную характеристику цепочки связанных резонаторов с параллельным резонансом.

6. НАКЛОННОЕ ПАДЕНИЕ Т-ВОЛНЫ

Рассмотрим наклонное падение *Т*-волны ПВ на границу ЭМК, который находится в полосе запирания. Данный режим является основным для построения функциональных устройств на базе ЭМК, и поэтому он представляет особый интерес. В этом режиме в кристалле отсутствуют распространяющиеся типы волн, поэтому коэффициент отражения по модулю равен единице и от угла падения зависит только его фаза. Таким образом, ЭМК в полосе запирания представляет собой некоторую искусственную среду, напоминающую по своим свойствам плазму.

Мы рассмотрим возможность построения приближенной модели границы ЭМК. Поскольку волноводные устройства формируются границами ЭМК, то понимание и простое описание дифракционных эффектов, возникающих вблизи указанных границ, является актуальной задачей. Пример зависимости фазы коэффициента отражения φ_r от угла падения θ представлен на рис. 17 при P = 12, D = 5, h = 10, d = 3, f = 7.5, 9, 10.5 ГГц. Отсчетная плоскость, относительно которой определялся коэффициент отражения, проходит через центры первого слоя цилиндров вдоль линии x = 0 (см. рис. 2).

Поставим границе ЭМК в соответствие металлическую стенку, как показано на рис. 18. Она смещена относительно отсчетной плоскости на



Рис. 18. Граница ЭМК и металлическая стенка.

расстояние dL. Смещение внутрь ЭМК полагаем положительным. Фаза коэффициента отражения φ_a от идеально проводящей поверхности может быть записана следующим образом:

$$\varphi_a = -\pi - 2\kappa dL,\tag{2}$$

где $\kappa = k \cos \theta$ (*k* – волновое число свободного пространства).

Выберем параметр dL из условия минимизации среднеквадратичного отклонения δ функции $\phi_a(\theta)$ от функции $\phi_r(\theta)$:

$$\delta = \int_{0}^{\pi/2} \left(\varphi_r \left(\theta \right) - \varphi_a \left(\theta \right) \right)^2 d\theta.$$
 (3)

Дифференцируя равенство (3) по параметру *dL* и приравнивая производную нулю, находим

$$dL = -\frac{\int_{0}^{\pi/2} \kappa(\pi + \varphi_r(\theta)) d\theta}{2\int_{0}^{\pi/2} \kappa^2 d\theta}.$$
 (4)



Рис. 19. Зависимость фазы коэффициента отражения от угла падения для P = 12, D = 5, h = 10, d = 3, $N \gg 1$, f = 7.5, полученная в результате точного электродинамического моделирования (сплошная кривая) и по приближенной модели (точки).



Рис. 20. Частотная зависимость параметра dL.

На рис. 19 показана зависимость фазы коэффициента отражения от угла падения, полученная для приведенных выше параметров и частоты 7.5 ГГц в результате электродинамического моделирования и по приближенной модели (2), (4). Видно, что выбор смещения металлической стенки по соотношению (4) обеспечивает достаточно высокую точность аппроксимации численных результатов при помощи соотношения (2). В соответствии с (4) параметр dL оказывается функцией частоты. На рис. 20 показана его частотная зави-



Рис. 21. Частотная зависимость усредненной по углу падения погрешности аппроксимации фазы коэффициента отражения для параметров ЭМК: h = 10, d = 3, $N \gg 1$ и P = 12, D = 5 (a), P = 6, D = 2 (б).

симость. Смещение имеет отрицательный знак, т.е. эквивалентная металлическая стенка сдвинута относительно ЭМК во внешнюю область.

На рис. 21а показана частотная зависимость усредненной по углу падения погрешности аппроксимации фазы коэффициента отражения $\delta \varphi$. Видно, что в диапазоне частот 7.5...11 ГГц она не превышает значения 2.3°, что можно считать вполне приемлемым результатом. На низких частотах погрешность резко увеличивается. Такого ее поведения можно было ожидать, так как в этом диапазоне мы приближаемся к границе полосы запирания, вблизи которой все параметры структуры ведут себя аномальным образом.

Аналогичная модель в виде смещенной металлической стенки была построена для ЭМК с измененными параметрами: P = 6, D = 2. На рис. 216 показана полученная для него частотная зависимость усредненной по углу падения погрешности аппроксимации фазы коэффициента отражения, которая больше погрешности, показанной на рис. 21а. Причем ее рост наблюдается как на низких, так и на высоких частотах. Такое поведение погрешности можно объяснить тем, что полоса запирания ЭМК с относительно тонкими цилиндрами сузилась так, что мы наблюдаем влияние верхней границы на поведение фазы, которое приводит к ухудшению точности приближенной модели.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, следует отметить, что ЭМК с емкостными цилиндрами позволяет в широких пределах изменять положение и глубину полосы запирания за счет перестройки частоты последовательного резонанса. Данное свойство является весьма полезным с точки зрения построения волноводных СВЧ-устройств с изменяемой структурой и параметрами. Следующий этап исследования ЭМК-трансформеров связан с изучением волноводов на основе ЭМК с емкостными цилиндрами и возможностей перестройки их параметров за счет изменения управляющего фактора – емкости зазора.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-0014.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Yablonovitch E. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. № 20. P. 2059.
- 2. Joannopopulus J.D., Meade R.D., Winn J.N. Photonic Crystals: Molding the Flow of Light. Princeton (NJ): Princeton Univ. Press, 1995.

- 3. *Sakoda K.* Optical Properties of Photonic Crystals. Berlin: Springer-Verlag, 2005.
- 4. *Mosallaei H., Rahmat-Samii Y. //* IEEE Trans. 2003. V. AP-51. № 3. P. 549.
- Painter O., Lee R.K., Scherer A. et al. // Science. 1999.
 V. 284. № 6. P. 1819.
- 6. *Mekis A., Chen J.C., Kurland I. et al.* // Phys. Rev. Lett. V. 77. № 18. P. 3787.
- 7. Банков С.Е. // РЭ. 2011. Т. 56. № 2. С. 133.
- 8. Банков С.Е. // РЭ. 2009. Т. 54. № 6. С. 671.
- 9. Банков С.Е., Калошин В.А. // РЭ. 2010. Т. 55. № 4. С. 415.
- 10. Банков С.Е. Электромагнитные кристаллы. М.: Физматлит, 2010.
- Kraftmakher G.A., Butylkin V.S., Kazantsev Yu.N. et al. // Appl. Phys. A. 2017. V. 123. P. 56.
- 12. Kraftmakher G., Butylkin V., Kazantsev Y., Mal'tsev V. // Electron. Lett. 2017. V. 53. Iss. 18. P. 1264.
- 13. Усанов Д.А., Скрипаль А.В., Абрамов А.В. и др. // Изв. вузов Электроника. 2010. № 1. С. 24.
- 14. Гуняков В.А., Герасимов В.П., Мысливец С.А. и др. // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32. Вып. 21. С. 76.
- 15. Гуняков В.А., Мысливец С.А., Паршин А.М. и др. // ЖТФ. Т. 80. Вып. 10. С. 95.
- 16. *Kuriazidou C.A., Contopanagos H.F., Alexopolos N.G. //* IEEE Trans. 2001. V. MTT-49. № 2. P. 297.
- 17. *Бритун Н.В., Данилов В.В. //* Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. Вып. 7. С. 27.
- 18. Банков С.Е., Пангонис Л.И. // РЭ. 2008. Т. 53. № 3. С. 295.
- Bankov S.E., Duplenkova M.D. // First Intern. Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics. 21–26 October 2007. Rome. Italy. P. 288.
- 20. Bankov S.E., Duplenkova M.D. // Журн. радиоэлектроники. 2006. № 6. http://jre.cplire.ru/jre/dec06/2/ text.html
- 21. Банков С.Е., Курушин А.А., Гутцайт Э.М. Решение оптических и СВЧ задач с помощью HFSS. М.: Оркада, 2012.
- 22. Амитей Н., Галиндо В., Ву Ч. Теория и анализ фазированных антенных решеток. М.: Мир, 1974.