

АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ
СИСТЕМЫ

УДК 621.396.67.01

СИНТЕЗ ТРЕХЗЕРКАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ
С ЗАДАННОЙ ФОРМОЙ ГЛАВНОГО ЗЕРКАЛА
ПО ФАЗОВОМУ ФРОНТУ И ЗАКОНУ ОТОБРАЖЕНИЯ© 2019 г. В. А. Калошин¹, *, Е. В. Фролова¹¹Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
Российская Федерация, 125009 Москва, Моховая, 11, стр. 7

*E-mail: vak@cplire.ru

Поступила в редакцию 13.07.2018 г.

После доработки 13.07.2018 г.

Принята к публикации 23.07.2018 г.

В приближении геометрической оптики получено аналитическое решение задачи синтеза образующих зеркал осесимметричной трехзеркальной системы с заданным главным зеркалом, которая преобразует сферический фронт источника в произвольный выходной фронт с заданным законом отображения, при этом образующая одного из вспомогательных зеркал выражена в виде полинома по четным степеням угла. Полученное решение обеспечивает точную реализацию выходного фронта и заданную ошибку закона отображения. Рассмотрены задачи синтеза апланатического трехзеркального телескопа, в котором в качестве главного зеркала используется либо параболическое, либо сферическое зеркало.

DOI: 10.1134/S0033849419080072

В различных приложениях возникает задача построения трехзеркальных систем [1–4]. В данной работе рассматривается задача синтеза трехзеркальной системы с заданной формой главного зеркала. Синтез двухзеркальной системы с заданным главным зеркалом позволяет реализовать заданную форму выходного фронта и, соответственно, диаграммы направленности [5]. Однако этого часто оказывается недостаточно, и необходимо дополнительно реализовать заданный закон отображения фронтов. Этот закон определяет многие важные характеристики системы: КИП, уровень боковых лепестков, сканирующие свойства. Реализация заданной формы выходного фронта и закона отображения в системе с заданным главным зеркалом возможна, если число зеркал системы не менее трех.

Рассмотрим геометрию формирования лучей в трехзеркальной системе с цилиндрической или осевой симметрией и произвольным выходным фронтом $Y_0(Z_0)$ (рис. 1).

Ось трехзеркальной системы совпадает с осью Oz декартовой системы координат, начало координат находится в вершине второго вспомогательного зеркала, образующая которого описывается функцией $r_2(\alpha_2)$, где r_2 – расстояние вдоль луча между вторым вспомогательным зеркалом и фронтом $Y(Z)$, α_2 – угол, отсчитываемый от оси,

параллельной оси Oz . Источник сферической волны расположен в фокусе системы на расстоянии f от начала координат, осевое расстояние между вспомогательными зеркалами системы равно d .

Образующая первого вспомогательного зеркала описывается зависимостью $r_1(\alpha_1)$, где r_1 – радиус в полярной системе координат с центром в фокусе f , α_1 – угол, отсчитываемый от оси Oz , l – расстояние между точками на вспомогательных зеркалах вдоль луча. Образующая главного зеркала характеризуется декартовыми координатами $y(z)$.

Необходимо, чтобы все лучи, выходящие из первого фокуса и отраженные зеркалами, формировали выходной фронт $Y_0(Z_0)$, при этом должен выполняться заданный закон отображения $\alpha_2 = \alpha_2(\alpha_1)$.

Требую, чтобы система зеркал удовлетворяла условию равенства проекций лучей на оси координат и оптических путей при прохождении лучей между двумя фронтами, нетрудно получить линейное дифференциальное уравнение для образующей первого вспомогательного зеркала:

$$(1/r)' = -Q(\alpha)(1/r) - P(\alpha), \quad (1)$$

где $r = r_1$,

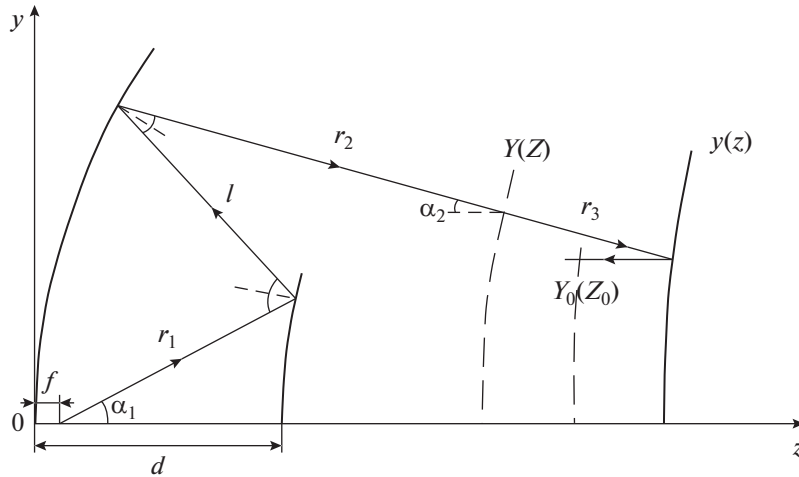


Рис. 1. Геометрия задачи.

$$P(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{2 \sin \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}}{\Delta Z \cos \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} + \Delta Y \sin \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} - L_0 \cos \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}}, \tag{2}$$

$$Q(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{\Delta Z \sin \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} - \Delta Y \cos \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} - L_0 \sin \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}}{\Delta Z \cos \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} + \Delta Y \sin \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} - L_0 \cos \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}}, \tag{3}$$

$L_0 = r_{01} + d + r_{02}$, $\Delta Z = r_{01} + r_{02} - d - S$, S и ΔY определяются формой главного зеркала, $r_{01} = r_1(0)$, $r_{02} = r_2(0)$.

Ранее дифференциальное уравнение для синтеза двухзеркальной системы по заданному волновому фронту было получено в работе [6].

Уравнение (2) является уравнением Бернулли, а его решение выражается через двукратный интеграл

$$r(\alpha) = - \frac{\exp\left(-\int Q(\alpha) d\alpha\right)}{\int (P(\alpha) \exp\left(-\int Q(\alpha) d\alpha\right) d\alpha)}. \tag{4}$$

Для телескопической трехзеркальной системы с параболической формой главного зеркала решение (4) сводится к однократному интегралу [6]. При этом решение в явном виде удастся получить только для нескольких частных случаев. Например, для апланатической системы, характеризующейся законом отображения $y = f_1 \sin(\alpha_1)$, с параболическим главным зеркалом решение имеет вид [6]

$$\frac{1}{r} = \left[\frac{1}{2(r_{01} - \rho_{02})} + \frac{1}{2d} \right] + \left[\frac{1}{2(r_{01} - \rho_{02})} - \frac{1}{2d} \right] \cos \alpha - \frac{\rho_{02}}{r_{01}(r_{01} - \rho_{02})} \left[\frac{1 + \cos \alpha}{2} \right]^{\eta/(2+\eta)} \left[\frac{\eta + 1 - \cos \alpha}{\eta} \right]^{2/(2+\eta)}, \tag{5}$$

где $\eta = 2df_p/(r_{01} - \rho_{02})f_1$, $\rho_{02} = f_p - r_{02}$ (f_p – фокусное расстояние параболы, f_1 – фокальный радиус).

Для нахождения решения в общем случае воспользуемся методикой, предложенной в работе [4]. Будем искать решение уравнения (1) в виде полинома степени $2n$:

$$1/r = b_0 + b_2\alpha^2 + b_4\alpha^4 + b_6\alpha^6 + \dots + b_{2n}\alpha^{2n}. \tag{6}$$

При этом производная $(1/r)'$ также выражается в виде полинома:

$$(1/r)' = 2b_2\alpha + 4b_4\alpha^3 + 6b_6\alpha^5 + \dots + 2nb_n\alpha^{2n-1}, \tag{7}$$

где

$$b_0 = \frac{1}{r_01}, \quad b_2 = -\frac{1}{4r_01d}(d - r_01 + 2m\rho_{02}). \tag{8}$$

Используя разложение функции отображения в ряд Тэйлора по степеням α , нетрудно получить явные выражения для величины m . После подстановки (6), (7) в (1), считая b_0 и b_2 известными, получим следующее равенство:

$$\sum_{n=2}^{2N} b_{2n} [\alpha^{2n-1} [Q(\alpha)\alpha + 2n]] = -b_0 Q(\alpha) - [2\alpha + Q(\alpha)\alpha^2] b_2 - P(\alpha), \quad (9)$$

которое должно выполняться для любого α , т.е. для любой точки образующей зеркала. Выбирая число таких точек (узлов), равное количеству неизвестных коэффициентов полинома ($n - 1$), получим систему линейных уравнений для определения b_4, b_6, \dots, b_{2n} .

Ограничимся случаем $N = 3$ и, выбрав две узловых точки, получим систему двух уравнений с двумя неизвестными коэффициентами полинома 6-го порядка. Решение этой системы имеет вид

$$b_4 = \frac{C_1 D_{22} - C_2 D_{12}}{D_{11} D_{22} - D_{21} D_{12}}, \quad b_6 = \frac{C_1 D_{11} - C_2 D_{21}}{D_{11} D_{12} - D_{22} D_{21}}, \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} D_{11} &= \alpha_{01}^3 [\alpha_{01} Q(\alpha_{01}) + 4], \\ D_{21} &= \alpha_{02}^3 [\alpha_{02} Q(\alpha_{02}) + 4], \\ D_{22} &= \alpha_{02}^5 [\alpha_{02} Q(\alpha_{02}) + 6], \\ D_{12} &= \alpha_{01}^5 [\alpha_{01} Q(\alpha_{01}) + 6], \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} C_1 &= -b_0 Q(\alpha_{01}) - \alpha_{01} [\alpha_{01} Q(\alpha_{01}) + 2] - P(\alpha_{01}), \\ C_2 &= -b_0 Q(\alpha_{02}) - \alpha_{02} [\alpha_{02} Q(\alpha_{02}) + 2] - P(\alpha_{02}), \end{aligned}$$

α_{01} и α_{02} – узловые точки.

Анализ точности аппроксимации решения дифференциального уравнения (2) для образующей малого вспомогательного зеркала полиномом 6-го порядка с коэффициентами, определяемыми соотношениями (7), (8) и (10), (11), был проведен для трехзеркального апланатического телескопа, в котором использовали два вида главного зеркала: параболическое или сферическое.

Нетрудно показать, что для параболического зеркала:

$$\begin{aligned} \Delta Y &= -f_p \sin(\alpha_2), \quad S = 2f_p \sin^2 \frac{\alpha_2}{2}, \\ \alpha_2 &= 2 \operatorname{arctg}(m \sin \alpha_1), \quad m = \frac{f_1}{2f_p}, \end{aligned} \quad (12)$$

а для сферического зеркала:

$$\begin{aligned} \Delta Y &= -R \sin \frac{\alpha_2}{2} \left(1 - 4 \cos \frac{\alpha_2}{2} \sin^2 \frac{\alpha_2}{4} \right), \\ S &= 4R \sin^2 \frac{\alpha_2}{4} \cos^2 \frac{\alpha_2}{2}, \end{aligned} \quad (13)$$

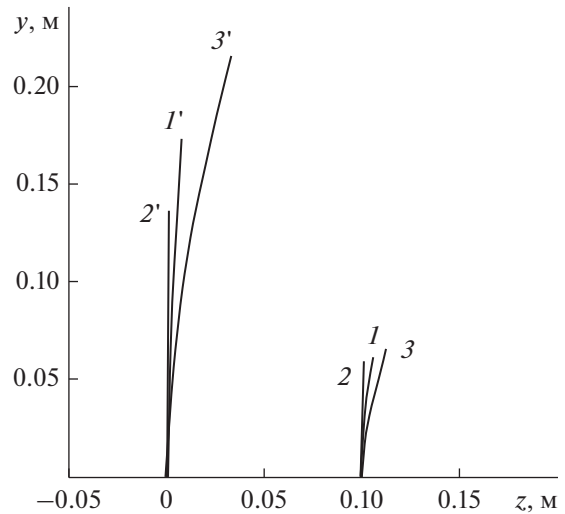


Рис. 2. Образующие первого (кривые 1–3) и второго (1'–3') вспомогательных зеркал трехзеркального апланатического телескопа с главным зеркалом: параболическим, $f_p = 0.7$ (кривые 1, 1') и сферическим, $R = 1.4$ (2, 2') и 1.6 м (3, 3').

где $\alpha_2 = 2 \arcsin(m \sin \alpha_1)$, $m = f_1/R$, R – радиус сферы.

Для примера были выбраны следующие значения параметров системы: фокальный радиус $f_1 = 1$ м, расстояние между вспомогательными зеркалами $d = 0.1$ м, положение источника сферического фронта $f = 0$, угловой размер первого вспомогательного зеркала $2\alpha_m = 60^\circ$.

Точность аппроксимации решения для образующей вспомогательного зеркала полиномом и реализации закона отображения зависит от выбора узлов при заданной целевой функции. При минимизации ошибки закона отображения δ_m были получены значения $\alpha_{01} = 0.69\alpha_m$ и $\alpha_{02} = 0.97\alpha_m$. Образующие вспомогательных зеркал, рассчитанные для этих случаев с помощью разложения (6), приведены на рис. 2. Фокальное расстояние параболического зеркала равно $f_p = 0.7$ м, радиусы сферического зеркала $R = 1.4$ и 1.6 м. Образующая второго вспомогательного зеркала при этом определялась из условия точного формирования заданного выходного фронта.

На рис. 3 изображены зависимости ошибки аппроксимации образующей вспомогательного зеркала полиномом шестого порядка с выбранными узловыми точками от нормированного угла. На рис. 4 приведены соответствующие зависимости ошибки реализации закона отображения $\delta_m = [(\operatorname{tg}(\alpha_2/2))/\sin(\alpha_1) - m]$ – для параболического главного зеркала, $\delta_m = [(\sin(\alpha_2/2))/\sin(\alpha_1) - m]$ – для сферического.

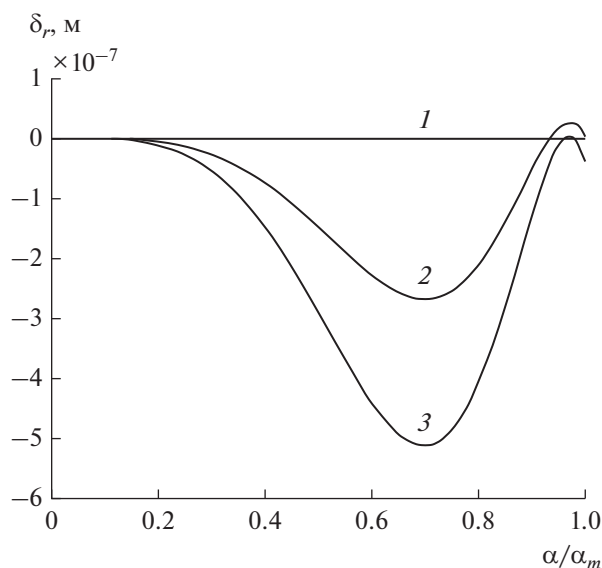


Рис. 3. Зависимости ошибки образующей первого вспомогательного зеркала от нормированного угла для параболического (1) и сферического главного зеркала с разными диаметрами (2, 3).

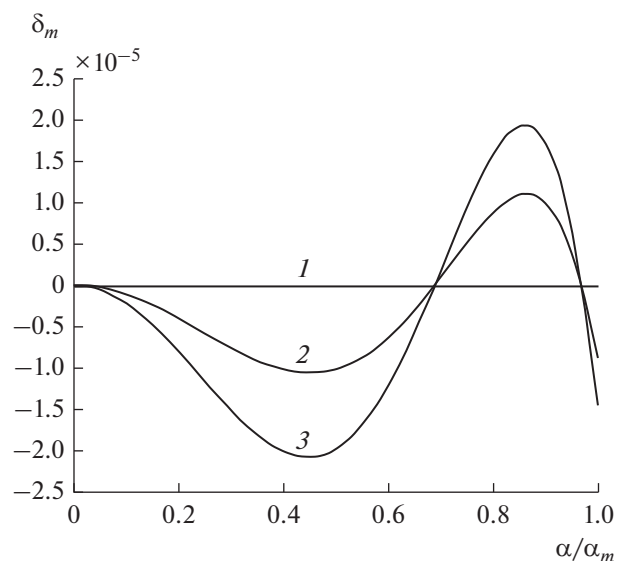


Рис. 4. Зависимости ошибки закона отображения от нормированного угла для параболического (1) и сферического главного зеркала с разными диаметрами (2, 3).

Как видно на рис. 3, 4, использование четырехчленного полинома позволяет обеспечить точность аппроксимации образующей малого вспомогательного зеркала не хуже 5×10^{-7} м и точность реализации закона отображения порядка 2×10^{-5} .

Таким образом, полученные в работе формулы описывают решение задачи синтеза образующих трехзеркальной системы с произвольной формой образующей главного зеркала, реализующей заданный выходной фронт и, с заданной точностью, закон отображения. Форму образующей главного зеркала при этом можно выбирать из технологических соображений либо использовать как степень свободы для оптимизации трехзеркальной системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Михельсон Н.Н.* Оптика астрономических телескопов и методы ее расчета. М.: Физматлит, 1995.
2. *Бодров С.В., Батшев В.И.* // Труды РНТОРЭС им. А.С. Попова. Сер: Акустооптические и радиолокационные методы измерений и обработки информации. Москва; Суздаль. 2015. Вып. 8. С. 252.
3. *Венецкий А.С., Калошин В.А., Нгуен К.Т., Фролова Е.В.* // Журн. радиоэлектроники. 2018. № 1. <http://jre.cplire.ru/jre/jan18/4/text.pdf>
4. *Венецкий А.С.* // Журн. радиоэлектроники. 2018. № 3. <http://jre.cplire.ru/jre/mar18/13/text.pdf>
5. *Калошин В.А., Попов А.П.* // РЭ. 1982. Т. 27. № 6. С. 1110.
6. *Head A.* // Proc. Phys. Soc. 1958. V. 71. № 4. P. 546.
7. *Калошин В.А., Фролова Е.В.* // РЭ. 2012. Т. 57. № 2. С. 52.