

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.371.01

### РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО РАДИОИМПУЛЬСА С ХАОТИЧЕСКОЙ ФАЗОЙ В ХОЛОДНОЙ ПЛАЗМЕННОЙ СРЕДЕ

© 2020 г. Г. М. Стрелков\*

*Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
пл. Введенского, 1, Фрязино, Московской обл., 141190 Российская Федерация*

\*E-mail: [strelkov@ms.ire.rssi.ru](mailto:strelkov@ms.ire.rssi.ru)

Поступила в редакцию 07.02.2018 г.

После доработки 07.02.2018 г.

Принята к публикации 16.02.2018 г.

Выполнен анализ особенностей дисперсионных искажений прямоугольного микросекундного радиоимпульса с хаотической фазой, моделируемой на основе отображения Чебышева первого рода третьего порядка, при распространении в холодной плазменной среде. Показано, что удаление импульса от излучателя сопровождается его трансформацией к виду шумоподобного сигнала и формированием “хвоста”, протяженность которого может многократно превышать первоначальную длительность импульса. Установлено, что в достаточно широких интервалах значений параметров, описывающих степень хаотичности мгновенной фазы излучаемого импульса, влияние среды не приводит к заметным последующим изменениям вида его авто- и частотной корреляционных функций в процессе распространения.

DOI: 10.31857/S0033849419120167

#### ВВЕДЕНИЕ

Одним из современных направлений развития радиосистем различного назначения является исследование импульсных сигналов, характеристики которых изменяются случайным образом (хаотически) (см., например, [1–4]). Такие сигналы обладают широкими спектрами, позволяют в том числе увеличивать скрытность работы систем и обладают рядом других преимуществ по сравнению с регулярными сверхширокополосными сигналами. В то же время в опубликованных к настоящему времени результатах соответствующих исследований полностью отсутствует анализ важного аспекта проблемы, связанного с влиянием среды распространения на характеристики хаотических сигналов. Такая ситуация обусловлена, в первую очередь, тем, что дисперсионные искажения сигналов всегда рассматриваются на основе интеграла Фурье. Для амплитудных и фазовых спектров хаотических сигналов аналитические описания отсутствуют, а характерные размеры ширины таковы, что препятствуют, по-видимому, получению прямых численных оценок уровня искажений.

В работе [5] приведено решение задачи о распространении радиоимпульса в холодной столкновительной плазме, основанное на временном представлении сигнала и не являющееся, таким образом, результатом вычисления интеграла Фурье. Принципиальная особенность решения –

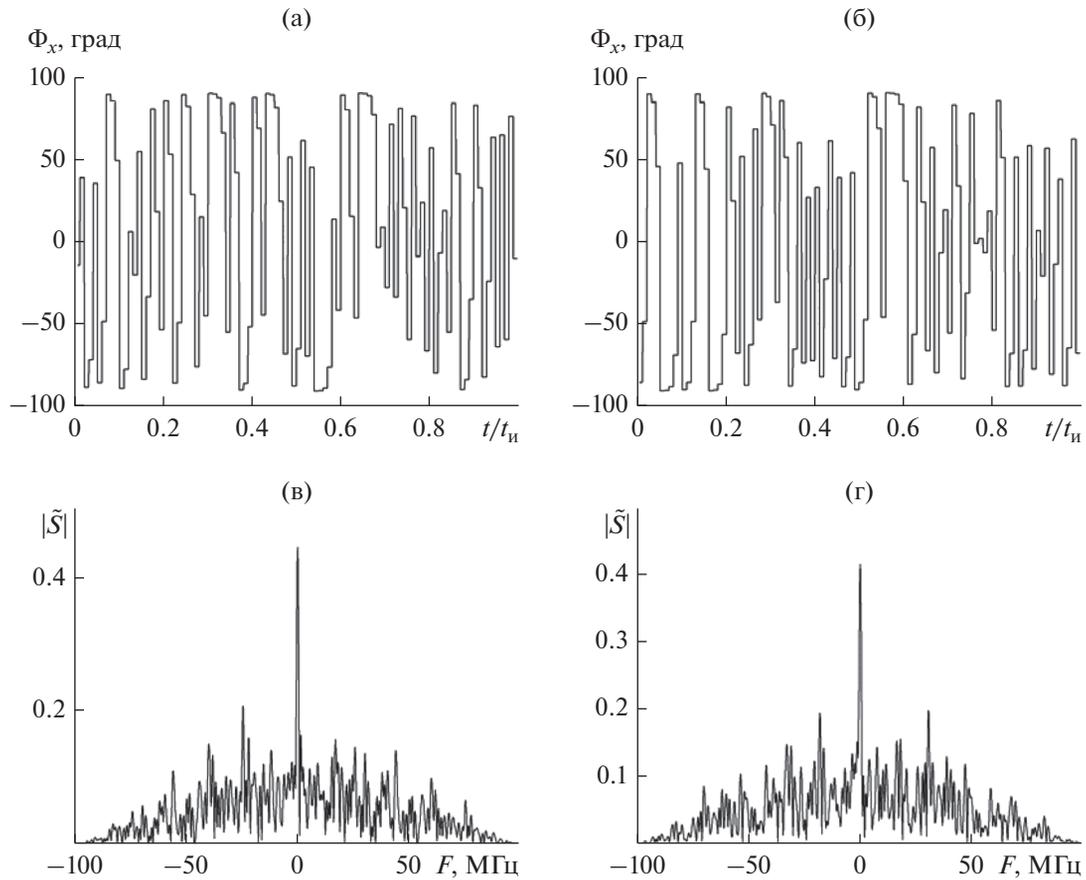
возможность аналитического описания на его основе пространственно-временной эволюции импульса при условии, что его спектр находится вне области непрозрачности плазмы или, точнее, что гармоники спектра с частотами ниже плазменной содержат малую долю его начальной энергии. В [6, 7] указанное решение применено к анализу процесса распространения в холодной плазме прямоугольного импульса микро-секундной длительности с хаотической несущей.

Цель данной работы – изложить результаты начального этапа теоретического анализа аналогичной задачи о дисперсионных искажениях в плазменной среде прямоугольного радиоимпульса с хаотической фазой. Хаотичность фазы, как и хаотичность несущей в [6, 7], моделируется на основе отображения Чебышева первого рода третьего порядка. Аналогичным образом задача может быть рассмотрена с привлечением альтернативных отображений, обсуждаемых в литературе (см., например, [1, 8]).

#### 1. АНАЛИТИЧЕСКИЕ И РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Комплексную напряженность электрического поля излучаемого прямоугольного импульса запишем в виде

$$\tilde{E}(0;t) = \begin{cases} A_0 \exp(i\omega' t + i\Phi_x(t)) = \tilde{A}(0;t) \exp(i\omega' t), & 0 < t \leq t_n; \\ 0; & t > t_n. \end{cases} \quad (1)$$



**Рис. 1.** Хаотическая фаза прямоугольного импульса (а, б) и амплитудный спектр его комплексной огибающей (в, г) при  $A_0 = 1$ ;  $\Phi_0 = 0$ ;  $\Delta\Phi = 180^\circ$ ;  $N = 100$ ;  $t_n = 10^{-6}$  с и  $X_0 = 0.05$  (а, в) и  $0.4$  (б, г).

Здесь  $t$  – время;  $\omega' = 2\pi f'$ ;  $f'$  – несущая;  $A_0$  и  $t_n$  – “высота” и длительность излучаемого импульса;  $\Phi_x(t)$  – хаотически изменяющаяся составляющая его текущей фазы (далее – хаотическая фаза) и  $\tilde{A}(0;t)$  – начальная комплексная огибающая импульса.

Примем далее, что: а) за время излучения импульса  $t_n$  величина  $\Phi_x(t)$  претерпевает  $N$  скачков в моменты времени  $t_k = kt_n/N$  ( $k = 1; 2; 3; \dots; N$ ), оставаясь неизменной в пределах промежутков между скачками, равных  $t_n/N$ ; б) в пределах промежутка с номером  $k$  величина  $\Phi_x(t)$  определяется как

$$\Phi_x(t) = \Phi_0 + (\Delta\Phi/2)X_k, \quad t_{k-1} < t \leq t_k; \quad (2)$$

( $\Phi_0$  – постоянное смещение величины  $\Phi_x$  от нуля;  $\Delta\Phi$  – интервал значений скачков (девиация) хаотической фазы и величина  $X_k$  определяется через отображение Чебышева первого рода третьего порядка:

$$X_k = 4X_{k-1}^3 - 3X_{k-1}. \quad (3)$$

Конкретный вид знакопеременной последовательности величин  $X_k$  задается выбором начального условия  $X_0$ , причем  $|X_0| < 1$ , как и  $|X_k|$ .

На рис. 1а и 1б приведены примеры временно-го хода ступенчатой функции  $\Phi_x(t)$  для двух значений параметра  $X_0 = 0.05$  и  $0.4$  – и совпадающих (одинаковых) значениях других параметров. Визуально кривые  $\Phi_x(t)$ , приведенные на рис. 1а и 1б, заметно различаются, однако их средние  $\bar{\Phi}_x$  и среднеквадратические ширины

$$\Delta(\Phi_x) = \left( \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\Phi_x - \bar{\Phi}_x)^2 \right)^{0.5}$$

для указанных в подписи значениях  $X_0$  почти не изменяются: для  $X_0 = 0.05$  имеем  $\bar{\Phi}_x = 5^\circ$  и  $\Delta(\Phi_x) = 65^\circ$ , а для  $X_0 = 0.4$  имеем  $\bar{\Phi}_x = -6^\circ$  и  $\Delta(\Phi_x) = 67^\circ$ .

Амплитудные спектры начальных огибающих импульса (1), вычисленные для приведенных кривых  $\Phi_x(t)$  в интервале  $-100 \dots 100$  МГц, представлены на рис. 1в и 1г. Вид спектров практически совпадает, как и их интегральные характеристики, найденные

для указанного частотного интервала. В частности, энергии приведенных спектров составляют 0.915 (рис. 1в) и 0.918 (рис. 1г) от энергии излучаемого импульса, а их среднеквадратические ширины равны 30.6 и 31.1 МГц соответственно. Обратим также внимание, что при принятых значениях параметров введение хаотической фазы приводит к расширению его спектра по сравнению с случаем квазимонохроматического импульса равной длительности более чем на два порядка.

Согласно [5], искажения комплексной огибающей импульсного сигнала в холодной столкновительной плазме применительно к изложенной выше постановке задачи описываются следующими выражениями:

при  $0 < t \leq t_{и}$  –

$$\tilde{A}(\delta; t') = A_0 \left[ \exp(i\Phi_x(t')) - \int_0^{t'} \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\theta}} J_1(2\sqrt{\delta\theta}) \times \right. \quad (4)$$

$$\left. \times \exp(-((v_{эф} + i\omega')\theta)) \exp(i\Phi_x(t' - \theta)) d\theta \right]$$

и при  $t > t_{и}$  –

$$\tilde{A}(\delta; t') = - \int_{t-t_{и}}^{t'} \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\theta}} J_1(2\sqrt{\delta\theta}) \times \quad (5)$$

$$\times \exp(-((v_{эф} + i\omega')\theta)) \exp(i\Phi_x(t' - \theta)) d\theta.$$

Здесь  $z$  – длина трассы;  $t' = t - z/c$  ( $c$  – скорость света); функция  $\Phi_x(t')$  определена формулой (2);

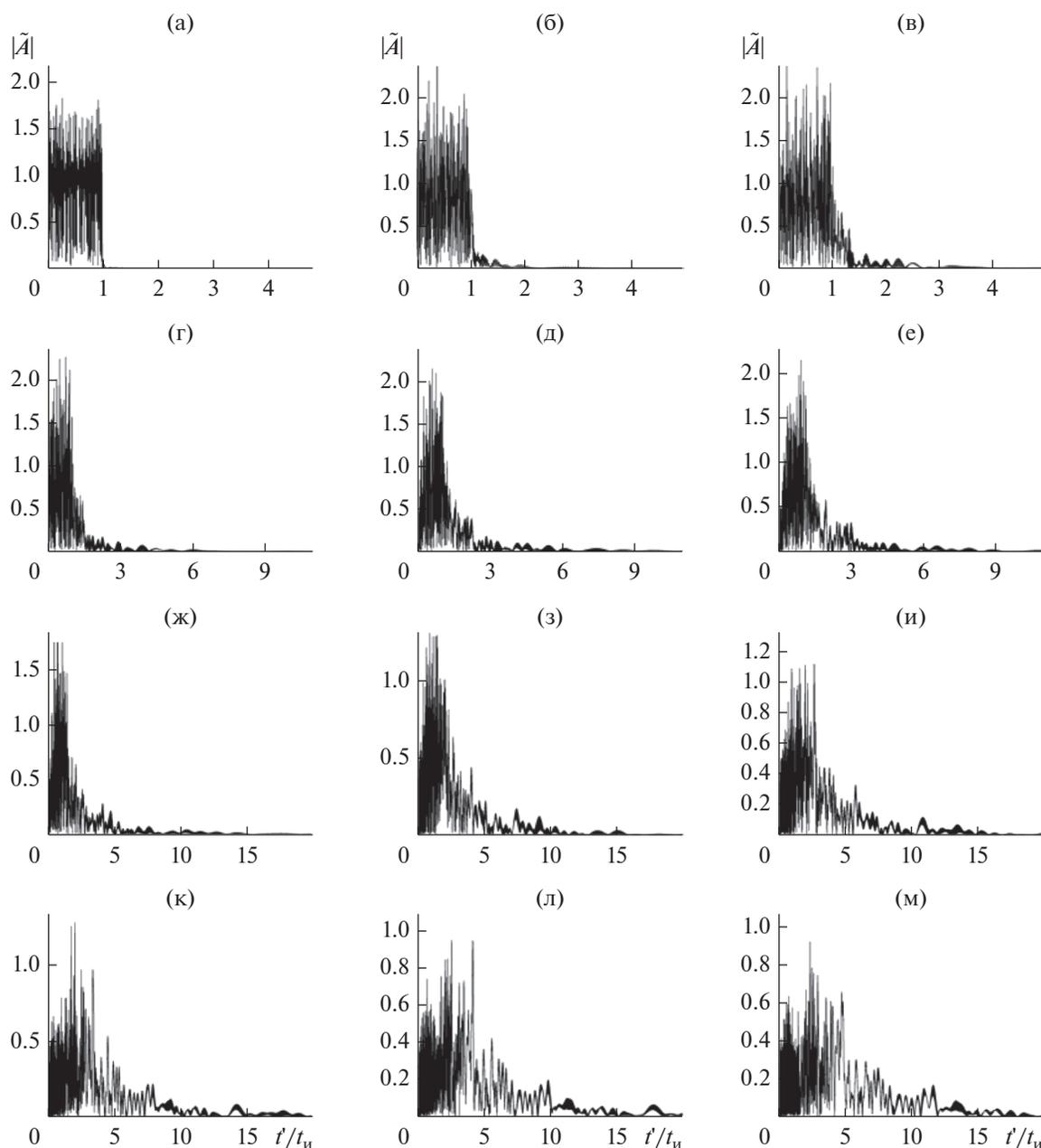
$\delta = \int_0^z \omega_0^2 \frac{dz}{2c}$ ;  $\omega_0 = \sqrt{31.81 \times 10^2 N_e}$  – плазменная частота;  $N_e$  – электронная концентрация ( $m^{-3}$ );  $v_{эф}$  – эффективная частота соударений ( $c^{-1}$ );  $J_1(x)$  – функция Бесселя. Таким образом, величина  $\delta$  прямо пропорциональна интегральной электронной концентрации трассы  $TEC = \int_0^z N_e(z) dz$  или  $\delta = \delta(TEC) = 31.81 \times 10^2 TEC / (2c)$ . Единицей измерения  $TEC$  является TECU,  $1 \text{ TECU} = 10^{16} \text{ см}^{-2}$ . При  $X_0 = 0$  соотношения (4) и (5) описывают искажения прямоугольного квазимонохроматического импульса, а приводимые ниже результаты иллюстрируют характер этих искажений.

## 2. ОГИБАЮЩАЯ И КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ РАСПРОСТРАНЯЮЩЕГОСЯ ИМПУЛЬСА С ХАОТИЧЕСКОЙ ФАЗОЙ

Общее представление о характере эволюции огибающей  $|\tilde{A}(\delta; t')|$  импульса с хаотической фазой при увеличении интегрального электронного содержания ионосферной трассы дает рис. 2. При

$N_e = 10^5 \text{ см}^{-3}$  длина трассы изменяется от 1 км (рис. 2а) до 3000 км (рис. 2м), а начальные параметры импульса те же, что и на рис. 1а, 1в. Широкий спектр излучаемого импульса (см. рис. 1в) обуславливает значительную разность скоростей распространения гармоник, формирующих его высоко- и низкочастотное крылья. Поэтому уже при малых величинах  $TEC$  трассы изначально прямоугольная огибающая импульса принимает шумоподобный вид (см. рис. 2а, 2б). В отдельные моменты времени амплитуда поля в пределах текущей длительности импульса может двукратно превышать начальную величину  $A_0 = 1$  (рис. 2в). Последующее увеличение  $TEC$  сопровождается формированием у импульса также шумоподобного “хвоста”, протяженность которого и величины поля в котором постепенно возрастают при одновременном уменьшении максимальных значений  $|\tilde{A}|$  в импульсе в целом (ср. рис. 2е и 2м). Из других характерных особенностей деформаций огибающей укажем на быстрое “размывание” обоих фронтов импульса (рис. 2е), отсутствие запаздывания его передней части, вплоть до значительных величин  $TEC$  (рис. 2м) и нарастание осцилляций поля с приближением к началу импульса (рис. 2з–2м). Перечисленные особенности естественно интерпретируются в рамках спектральных представлений, в соответствии с которыми переднюю часть распространяющегося импульса формируют относительно высокочастотные и относительно мало поглощающиеся гармоники.

Результаты визуального анализа характера деформации текущей огибающей радиоимпульса с удалением от излучателя дополним количественными оценками. Обратимся к текущим интегральным характеристикам распространяющегося импульса. При описании импульсных сигналов обычно рассматриваются характеристики: энергия  $E_{и}$ , центр тяжести  $t_{цт}$ , среднеквадратическая ширина  $\Delta t_{и}$ , асимметрия  $\gamma_1$  и эксцесс  $\gamma_2$ . Описывающие их выражения общеизвестны (см., например, [9]) и в принятых выше обозначениях приведены нами ранее [10]. Асимметрия определяет степень различия между частями импульса с координатами  $t' < t_{цт}$  и  $t' > t_{цт}$  соответственно. Эксцесс определяет степень “островершинности” огибающей по сравнению с гауссоидой, имеющей среднеквадратическую ширину  $\Delta t_{и}$ . По вычислении поля импульса по формулам (4) и (5) любые его интегральные характеристики находятся далее без введения каких-либо упрощений. Если же искажения описывать на основе спектральных представлений, то их определение, во-первых, представляет самостоятельную задачу и, во-вторых, обусловлено необходимостью последующих оценок влияния на получаемые результаты вводимых при вычислении интеграла Фурье допущений.



**Рис. 2.** Деформация прямоугольного радиоимпульса с хаотической фазой в холодной столкновительной плазме при  $A_0 = 1$ ;  $f' = 100$  МГц;  $t_{и} = 10^{-6}$  с;  $X_0 = 0.05$ ;  $\Phi_0 = 0$ ;  $\Delta\Phi = 180^\circ$ ;  $N = 100$ ;  $N_e = 10^5$  см $^{-3}$ ;  $v_s = 5 \times 10^4$  с $^{-1}$  и  $TEC = 0.01$  (а); 0.15 (б); 0.5 (в); 1.0 (г); 2.0 (д); 3.0 (е); 5.0 (ж); 10 (з); 15 (и); 20 (к); 25 (л) и 30 TECU (м).

На рис. 3 приведены зависимости от  $TEC$  интегральных характеристик импульса, огибающие которого изображены на рис. 2. Здесь и далее величина  $E_{и}$  нормирована на начальную энергию импульса, величины  $t_{цт}$  и  $\Delta t_{и}$  – на начальную длительность импульса, так что  $\bar{E}_{и} = E_{и}/E_{и}(0)$ ;  $\bar{t}_{цт} = t_{цт}/t_{и}$  и  $\Delta \bar{t}_{и} = \Delta t_{и}/t_{и}$ . Видно, что в поведении интегральных характеристик импульса шумоподобность его текущей огибающей не проявляется.

С увеличением  $TEC$  трассы энергия импульса монотонно убывает (кривая 1, рис. 3а), как и должно быть, поскольку в пределах частотного интервала, занимаемого его спектром, оптическая глубина трассы возрастает также монотонно. Кривая 2 на рис. 3а соответствует величине  $X_0 = 0$ , т.е. описывает текущую энергию прямоугольного квази-монохроматического импульса. Как видим, при прочих равных условиях переход к хаотической фазе сопровождается увеличением (на ~8%) по-

глошения импульса в плазменной среде. Этот эффект является непосредственным следствием уширения спектра импульса при указанном переходе и нелинейного роста коэффициента поглощения среды с уменьшением частоты. С незначительной погрешностью кривая 2 на рис. 3в описывается выражением  $\exp(-\tau(f'; TEC))$ , где

$$\tau(f'; TEC) = 31.81 \times 10^2 \frac{V_3}{(\omega')^2 c} TEC$$

глубина трассы (по мощности) на несущей частоте. Последнее обеспечивает возможность дополнительного контроля получаемых результатов.

Рисунок 3б показывает, что в пределах рассмотренного на рис. 2 интервала значений  $TEC$  величины  $t_{цт}$  (кривая 1) и  $\Delta t_{и}$  (кривая 2) непрерывно возрастают (обе в  $\sim 9$  раз), что означает, прежде всего, монотонное расширение импульса по временной оси в процессе распространения и согласуется с отмеченной выше тенденцией формирования у него “хвоста”. Квазимонохроматический импульс с увеличением  $TEC$  при прочих равных условиях расширяется значительно медленнее импульса с хаотической фазой. Так, при  $X_0 = 0$  и  $TEC = 30$  TECU вычисления дают  $\Delta t_{и} = \sim 0.4 t_{и}$ , т.е. по сравнению со своим начальным значением среднеквадратическая ширина квазимонохроматического импульса изменилась лишь в  $\sim 1.35$  раза (ср. кривую 2 на рис. 3б).

На рис. 3в сопоставлены зависимости  $\gamma_1(TEC)$  (кривые 1) и  $\gamma_2(TEC)$  (кривые 2), найденные для импульса с хаотической фазой (сплошные кривые) и квазимонохроматического импульса (пунктирные кривые). Хотя энергии импульсов различаются незначительно, введение хаотической фазы не только многократно изменяет численные значения  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ , но и заметно смещает границы интервалов значений  $TEC$ , в пределах которых асимметрия и эксцесс возрастают либо убывают.

К интегральным характеристикам импульсных сигналов относятся и их корреляционные функции (КФ). Из них наиболее обсуждаемыми являются, по-видимому, автокорреляционная функция (АКФ)

$$\Psi_A(\delta; \mu) = \left| \frac{1}{E_{и}(\delta)} \int_{\mu}^{\infty} \tilde{A}^*(\delta; t' - \mu) \tilde{A}(\delta; t') dt' \right| \quad (6)$$

и частотная корреляционная функция (ЧКФ)

$$\Psi_F(\delta; F) = \left| \frac{1}{E_{и}(\delta)} \int_0^{\infty} \tilde{A}^*(\delta; t') \tilde{A}(\delta; t') \exp(2\pi i F t') dt' \right| \quad (7)$$

В формулах (6) и (7):  $\mu$  – временной сдвиг;  $F = f - f'$  – разностная частота; \* – знак комплексного сопряжения.

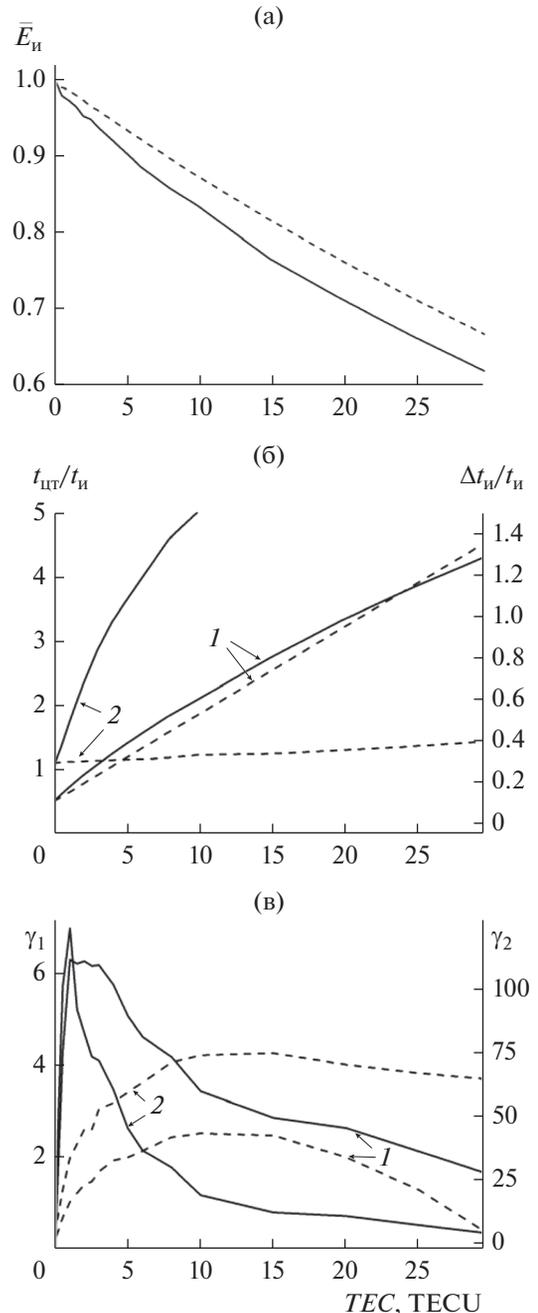
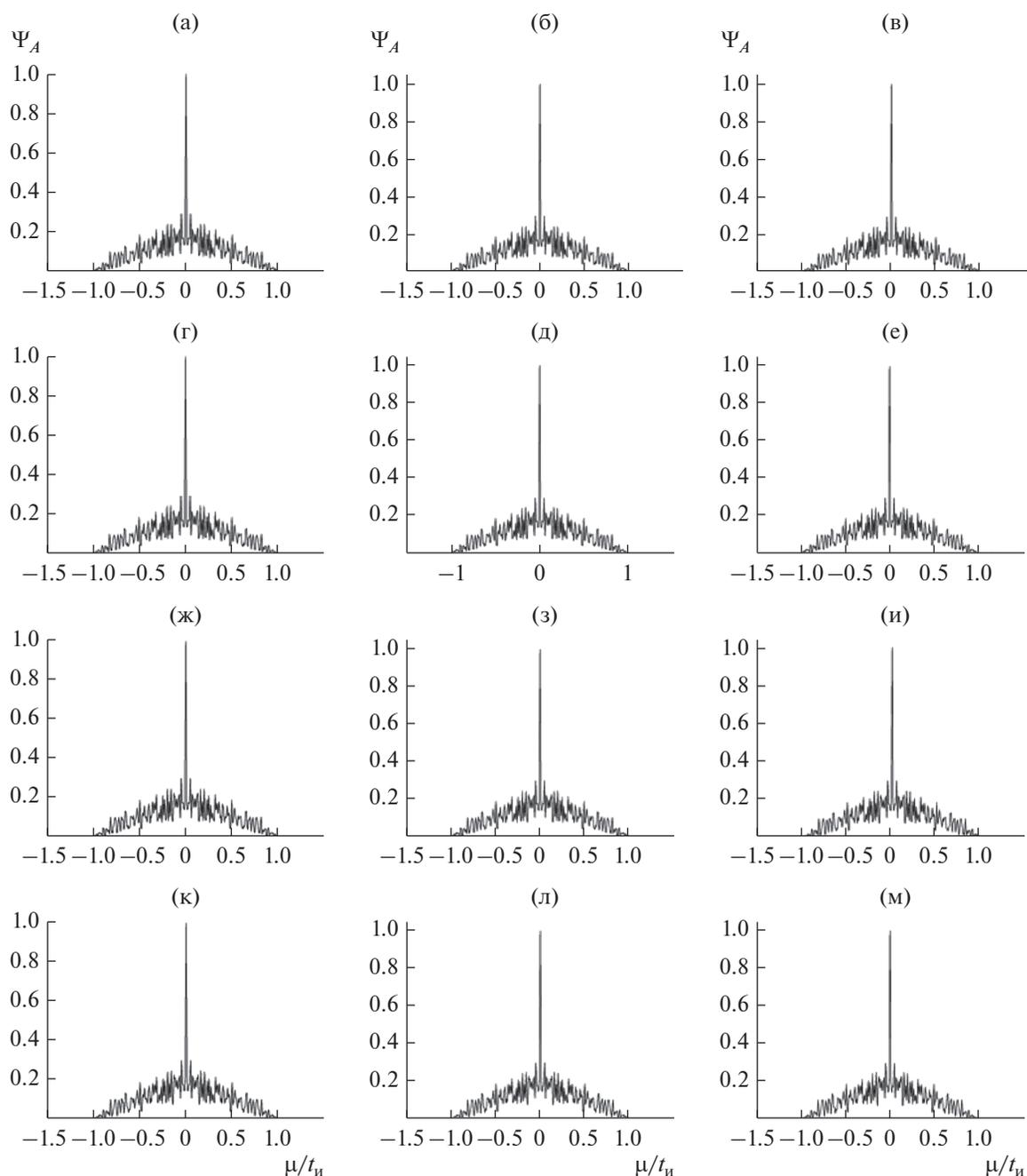


Рис. 3. Интегральные характеристики прямоугольного импульса с хаотической фазой (сплошные кривые) и прямоугольного квазимонохроматического импульса (пунктирные кривые) в холодной столкновительной плазме (значения параметров те же, что и на рис. 2): а – энергия; б – центр тяжести (кривые 1) и среднеквадратическая ширина (кривые 2); в – асимметрия (кривые 1) и эксцесс (кривые 2).

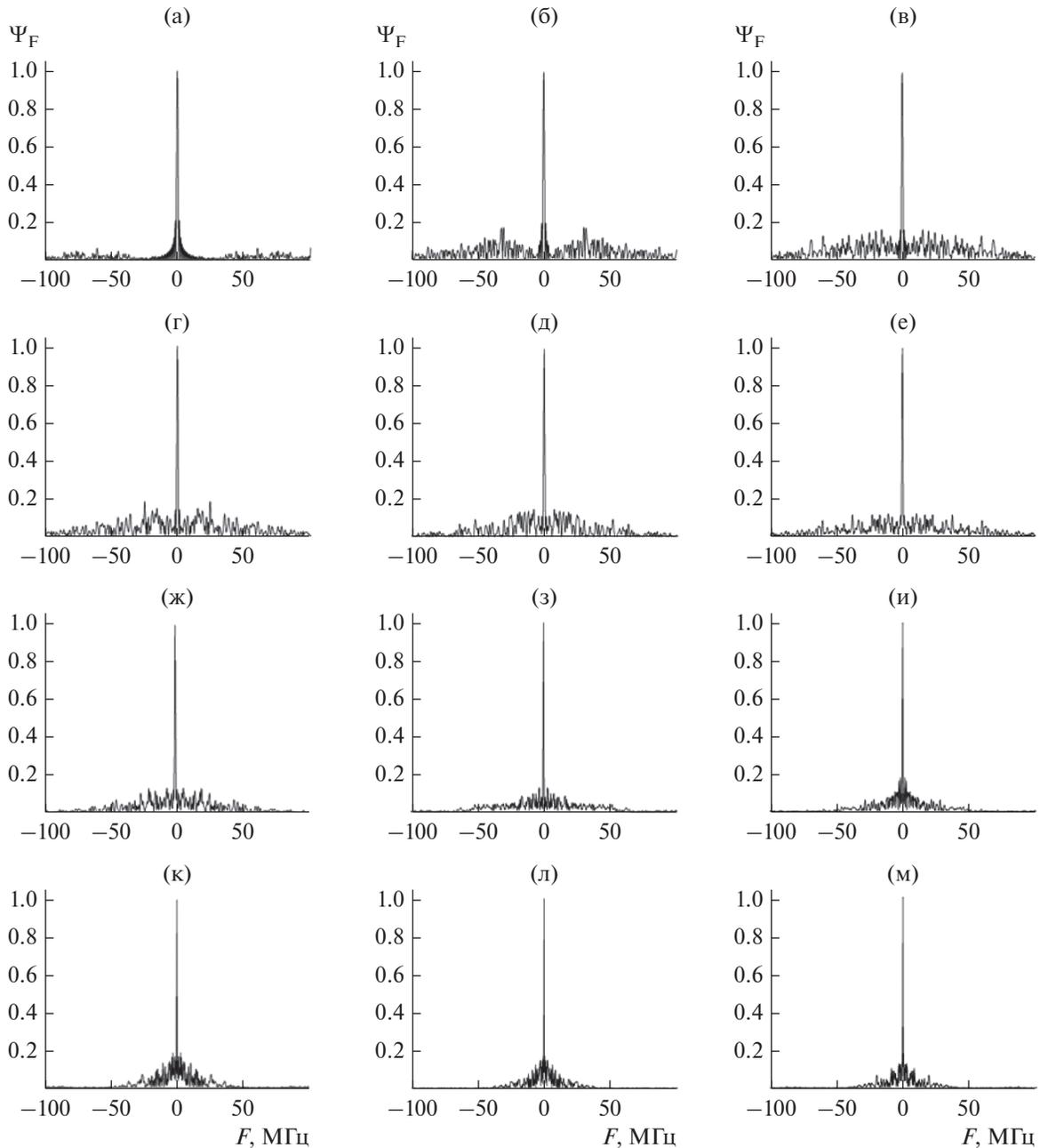
Вид КФ определяет возможности радиосистем по точности измерений дальности и скорости целей [11]. Как и интегральные характеристики, рассмотренные выше, КФ можно найти непосредственно по результатам вычислений поля по



**Рис. 4.** Автокорреляционная функция прямоугольного радиоимпульса с хаотической фазой в холодной столкновительной плазме (значения параметров те же, что и на рис. 2).

формулам (4) и (5). В прямоугольной системе координат  $(\mu; F; \Psi)$  кривые  $\Psi_A(\delta; \mu)$  и  $\Psi_F(\delta; F)$  представляют собой сечения поверхности неопределенности импульса  $\Psi(\delta; \mu; F)$  плоскостями  $F = 0$  и  $\mu = 0$  соответственно [11]. На начальном этапе их изучения представляет интерес, по-видимому, установить возможный характер деформации КФ, обуславливаемый изменениями  $TEC$ .

На рис. 4 приведена совокупность АКФ импульса с хаотической фазой, соответствующих огибающим на рис. 2. Хотя вид текущих огибающих с увеличением  $TEC$  заметно варьирует, их АКФ различаются лишь в незначительных деталях. При этом во всех случаях АКФ имеет узкий и высокий по сравнению с пьедесталом максимум или, т.е. близка к идеальной. В отсутствии боковых максимумов единственной характеристикой

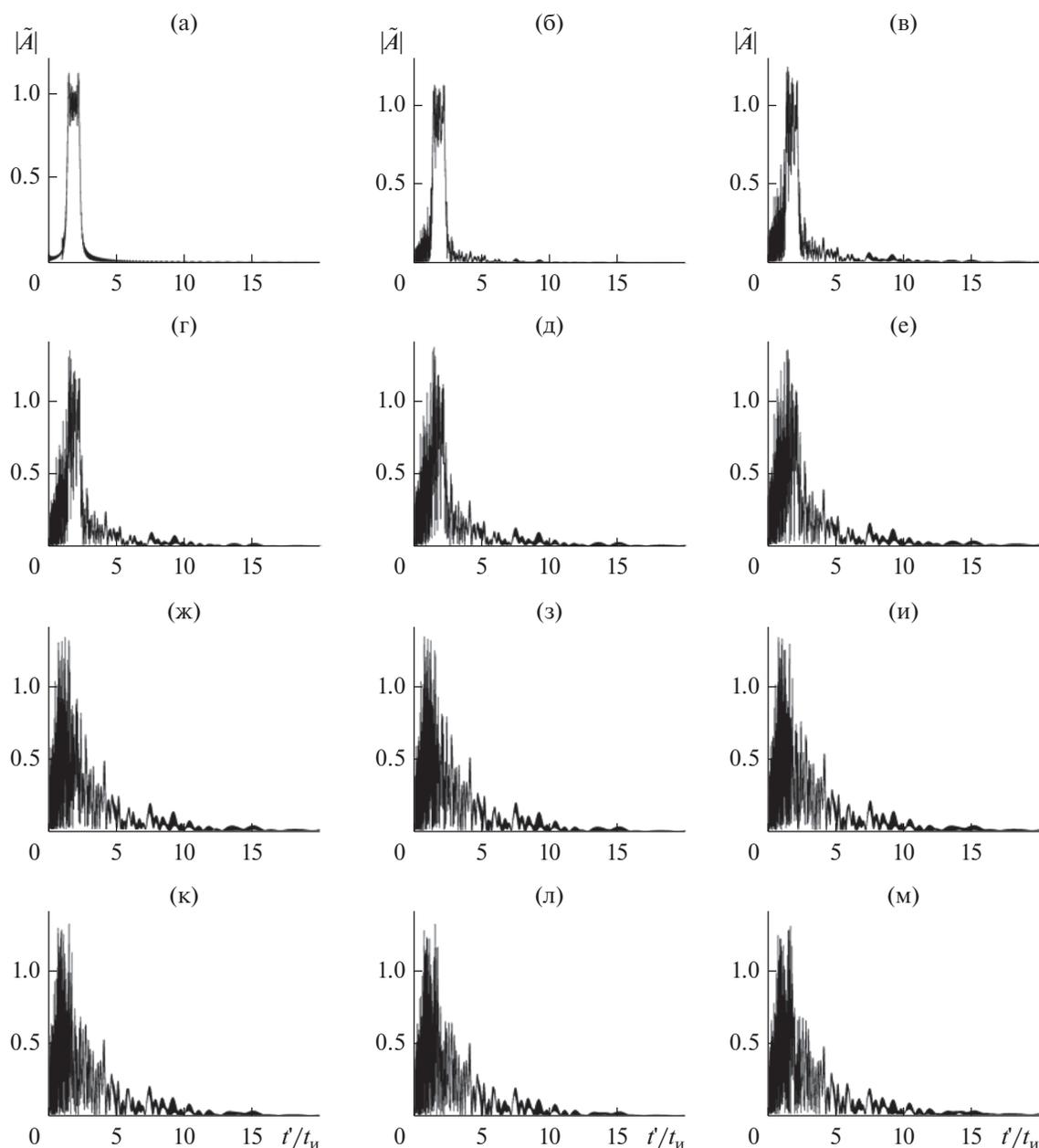


**Рис. 5.** Частотная корреляционная функция прямоугольного радиоимпульса с хаотической фазой в холодной столкновительной плазме (значения параметров те же, что и на рис. 2).

АКФ является величина  $\Delta\mu_{0.5}(\delta)$ , равная ширине ее центрального пика по уровню 0.5. На рис. 4 ширины АКФ с увеличением  $TEC$  изменяются от  $\sim 0.012t_{и}$  (рис. 4а) до  $\sim 0.013t_{и}$  (рис. 4м), т.е. весьма незначительно.

Совокупность ЧКФ импульса с хаотической фазой, соответствующих кривым  $|\tilde{A}|$  на рис. 2 и кривым АКФ на рис. 4, представлена на рис. 5. Кривые ЧКФ также имеют единственный максимум, пьедестал которого по сравнению с кривыми на

рис. 4 еще менее выражен, а их единственной характеристикой является теперь величина  $\Delta F_{0.5}(\delta)$ , определяемая по аналогии с величиной  $\Delta\mu_{0.5}(\delta)$ . Ширина ЧКФ возрастает с  $\Delta F_{0.5}(\delta) = \sim 1.2$  МГц (рис. 5а) до  $\sim 2.0$  МГц (рис. 5м). Это означает, что при рассмотренных значениях параметров задачи величина  $TEC$  трассы практически не влияет на вид и ширину АКФ и ЧКФ импульса с хаотической фазой.



**Рис. 6.** Примеры влияния девиации хаотической фазы на искажения огибающей прямоугольного импульса при  $A_0 = 1$ ;  $f' = 100$  МГц;  $t_n = 10^{-6}$  с;  $X_0 = 0.05$ ;  $\Phi_0 = 0$ ;  $N = 100$ ;  $N_e = 10^5$  см $^{-3}$ ;  $v_z = 5 \times 10^4$  с $^{-1}$ ;  $TEC = 10$  TECU и  $\Delta\Phi$ , град = 0 (а), 30 (б), 60 (в), 90 (г), 120 (д), 150 (е), 210 (ж), 240 (з), 270 (и), 300 (к), 330 (л), 360 (м).

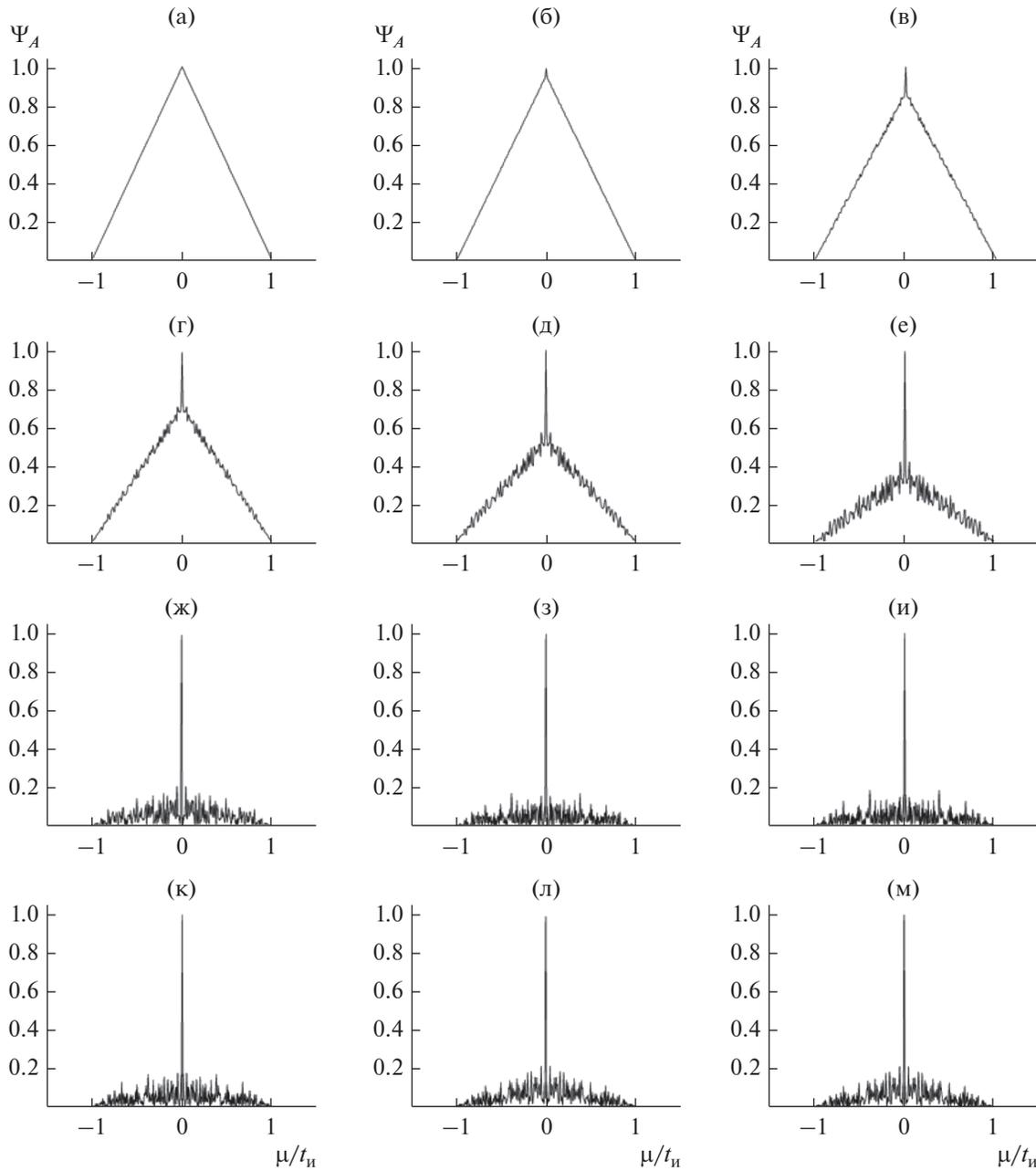
### 3. О ВЛИЯНИИ ПАРАМЕТРОВ ХАОТИЧЕСКОЙ ФАЗЫ НА ИСКАЖЕНИЯ ОГИБАЮЩЕЙ И КФ ДЕФОРМИРОВАННОГО ИМПУЛЬСА

Приведенные на рис. 2–5 результаты и основанные на них выводы получены при неизменном временном ходе величины  $\Phi_x$ , изображаемой кривой  $I$  на рис. 1а. Вместе с тем указанный временной ход совместно формируют несколько параметров задачи, величины которых могут зна-

чительно отличаться от их значений, принятых для рис. 1: девиация хаотической фазы  $\Delta\Phi$ ; число ее скачков  $N$  в пределах длительности излучаемого импульса и начальное условие  $X_0$ .

#### 3.1. Девиация хаотической фазы

На рис. 6–8 представлены изменения тех же характеристик импульса с хаотической фазой, что и рис. 2, 4 и 5, но в зависимости от девиации

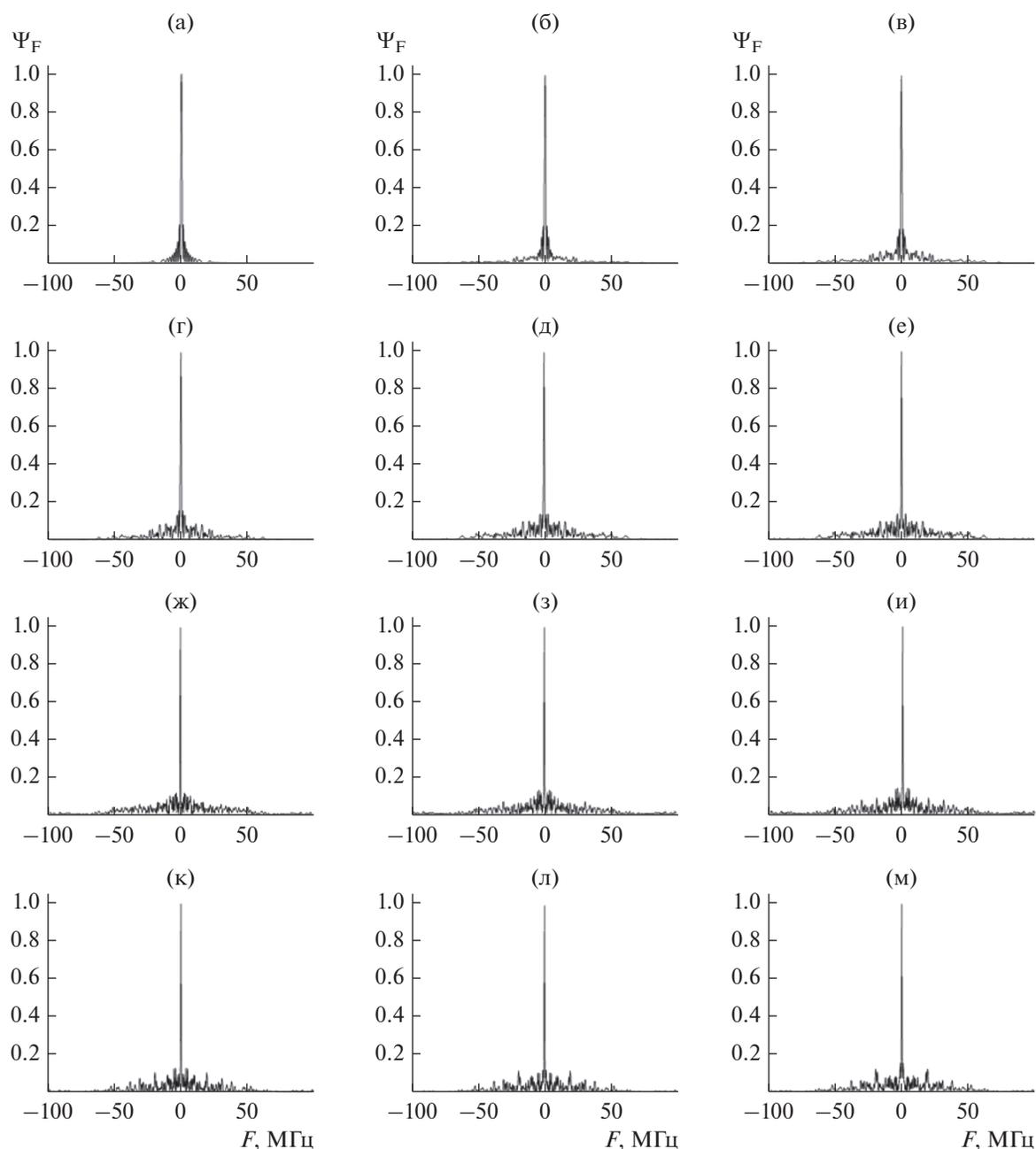


**Рис. 7.** Примеры влияния девиации хаотической фазы на искажения АКФ прямоугольного импульса (значения параметров те же, что и на рис. 6).

$\Delta\Phi$ . Величина  $TEC$  здесь постоянна и равна 10 TECU, что при  $N_e = 10^5 \text{ см}^{-3}$  отвечает длине трассы 1000 км, девиация  $\Delta\Phi$  изменяется с шагом  $30^\circ$  от  $0^\circ$  до  $150^\circ$  (см. рис. 6а–6е) и от  $210^\circ$  до  $360^\circ$  (см. рис. 6ж–6м), остальные параметры те же, что и на рис. 2, для  $\Delta\Phi = 180^\circ$  деформированная огибающая приведена на рис. 2з.

Огибающая на рис. 6а сохраняет характерные признаки излучаемого квазимонохроматического импульса ( $\Delta\Phi = 0^\circ$ ). Она компактна в целом, и

ее фронты занимают временные интервалы, весьма малые по сравнению с начальной длительностью импульса. При нарастании параметра  $\Delta\Phi$  фронты одновременно и достаточно быстро “размываются” (см. рис. 6б–6г) с последующей постепенной трансформацией заднего фронта в протяженный “хвост” (см. рис. 6д–6м). При этом поле в пределах текущей длительности импульса по-прежнему можно определить как шумоподобное. Визуальный анализ кривых на рис. 6 позволяет также сделать вывод, что когда девиация фа-

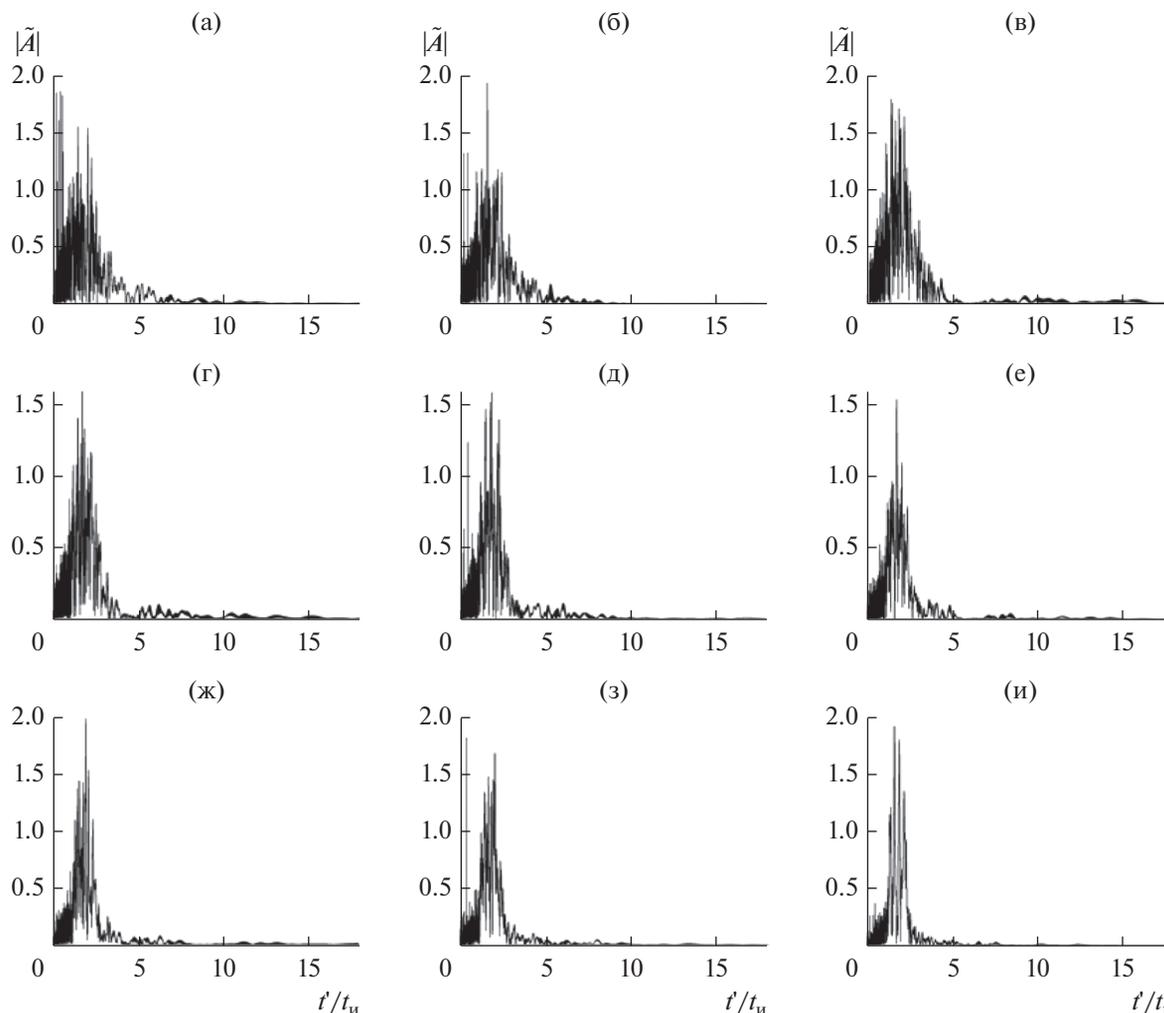


**Рис. 8.** Примеры влияния девиации хаотической фазы на искажения ЧКФ прямоугольного импульса (значения параметров те же, что и на рис. 6).

зы достигнет величины  $\sim 200^\circ$ , ее последующее увеличение практически не приводит к сколько-нибудь выраженным изменениям вида огибающей (ср. рис. 6ж–6м). Этот вывод подтверждается и оценками интегральных характеристик кривых (ср. рис 6ж и 6м): величина  $\Delta t_{\text{и}}$  изменяется от  $\sim 1.64 t_{\text{и}}$  до  $\sim 1.68 t_{\text{и}}$ , а величина  $\gamma_{\text{л}}$  от  $\sim 3.06$  до  $\sim 2.84$ .

Совокупности КФ, соответствующие огибающим на рис. 6, приведены на рис. 7 и рис. 8, их следует рассматривать совместно с КФ, найденными

для  $\Delta\Phi = 180^\circ$  и приведенными на рис. 4з и 5з. При  $\Delta\Phi = 0^\circ$  и рассматриваемых параметрах задачи АКФ прямоугольного квазимонохроматического импульса практически сохраняет начальную форму (см. рис. 7а). Далее увеличение девиации фазы приводит к выделению центрального пика АКФ из опускающегося пьедестала (см. рис. 7в–7е) и последующей стабилизации вида АКФ (рис. 7ж–7м). С погрешностью, не превышающей 2%, ширина АКФ на рис. 7ж–7м равна  $10^{-2} t_{\text{и}}$ .



**Рис. 9.** Примеры влияния числа скачков фазы в излучаемом прямоугольном импульсе с хаотической фазой на искажения его огибающей при  $A_0 = 1$ ;  $f' = 100$  МГц;  $t_n = 10^{-6}$  с;  $X_0 = 0.05$ ;  $\Phi_0 = 0$ ;  $\Delta\Phi = 180^\circ$ ;  $N_e = 10^5 \text{ см}^{-3}$ ;  $\nu_3 = 5 \times 10^4 \text{ с}^{-1}$ ;  $TEC = 10 \text{ TECU}$  и  $N = 80$  (а); 64 (б); 50 (в); 40 (г); 32 (д); 25 (е); 20 (ж); 16 (з); 10 (и).

При рассмотренных значениях параметров задачи с увеличением девиации фазы не происходит также и разрушения центрального пика ЧКФ (см. рис. 8). Напротив, если ширина ЧКФ квазимонохроматического импульса на рис. 8а составляет  $\Delta F_{0,5}(\delta) = \sim 1.2$  МГц и близка к соответствующей величине для излучаемого импульса, то с увеличением  $\Delta\Phi$  пик ЧКФ сужается и на рис. 8ж–8м отклонение ее ширины от  $\sim 0.4$  МГц не превышает  $\sim 2\%$ . Таким образом, анализ результатов, представленных на рис. 6–8, позволяет допустить возможность проявления эффекта “насыщения” уровня искажений импульса с хаотической фазой, когда дальнейшее увеличение параметра  $\Delta\Phi$  при прочих равных условиях уже не приводит к выраженным дополнительным вариациям его текущих характеристик.

### 3.2. Число скачков хаотической фазы

Отдельные огибающие на рис. 9 различаются только значениями параметра  $N \leq 80$ ,  $TEC = 10$  (см. рис. 2з). Уменьшение числа скачков при прочих равных условиях приводит к сужению спектра излучаемого импульса и, значит, к уменьшению его искажений. Так, при  $N = 10$  среднеквадратическая ширина спектра равна  $\sim 9$  МГц, что в  $\sim 3.4$  раза меньше аналогичной величины для импульса, искажения которого показаны на рис. 2. Соответственно, на рис. 9а ( $N = 80$ ) огибающая уже заметно отличается от огибающей на рис. 2з ( $N = 100$ ). При дальнейшем уменьшении  $N$  импульс смещается влево по временной оси, а его “хвост” укорачивается (см. рис. 9и). Эти тенденции более определенно проявляются в поведении интегральных характеристик, значения которых

**Таблица 1.** Интегральные характеристики прямоугольного импульса с хаотической фазой в холодной плазменной среде в зависимости от числа скачков фазы  $N$

$N$	Интегральная характеристика				
	$E_{и}$	$\bar{t}_{цт}$	$\Delta\bar{t}_{и}$	$\gamma_1$	$\gamma_2$
100	0.836	2.083	1.501	3.433	19.1
80	0.849	1.985	1.151	3.798	31.1
64	0.849	1.923	0.861	2.739	26.6
50	0.852	1.923	0.987	6.955	83.6
40	0.859	1.908	0.899	6.770	82.1
32	0.863	1.880	0.739	6.497	101.8
25	0.866	1.872	0.719	7.090	96.50
20	0.867	1.865	0.643	8.771	168.5
16	0.870	1.856	0.574	7.870	156.2
10	0.871	1.851	0.483	7.980	185.0

Примечание:  $A_0 = 1$ ;  $f' = 100$  МГц;  $t_{и} = 10^{-6}$  с;  $X_0 = 0.05$ ;  $\Phi_0 = 0$ ;  $\Delta\Phi = 180^\circ$ ;  $N_e = 10^5$  см $^{-3}$ ;  $v_э = 5 \times 10^4$  с $^{-1}$ ;  $TEC = 10$  TECU.

**Таблица 2.** Интегральные характеристики прямоугольного импульса с хаотической фазой в холодной плазменной среде в зависимости от параметра  $X_0$

$X_0$	Интегральная характеристика				
	$E_{и}$	$\bar{t}_{цт}$	$\Delta\bar{t}_{и}$	$\gamma_1$	$\gamma_2$
0.05	0.836	2.083	1.501	3.433	19.1
0.1	0.836	2.118	1.673	3.25	15.6
0.15	0.839	2.077	1.53	4.026	24.6
0.20	0.836	2.078	1.534	3.516	19.8
0.25	0.835	2.095	1.6	4.02	27.0
0.3	0.837	2.072	1.589	3.615	20.8
0.4	0.835	2.075	1.643	4.056	24.1

Примечание:  $A_0 = 1$ ;  $f' = 100$  МГц;  $t_{и} = 10^{-6}$  с;  $\Phi_0 = 0$ ;  $\Delta\Phi = 180^\circ$ ;  $N = 100$ ;  $N_e = 10^5$  см $^{-3}$ ;  $v_э = 5 \times 10^4$  с $^{-1}$ ;  $TEC = 10$  TECU.

для огибающих на рис. 2з и рис. 9 приведены в табл. 1. При уменьшении  $N$  энергия импульса возрастает, что находится в соответствии с результатом, полученным при других значениях параметров задачи (см. рис. 3а). Центр тяжести импульса смещается влево по временной оси, а его среднеквадратическая ширина уменьшается, как и должно быть при смещении к началу координат импульса в целом (см. рис. 9). Выше аналогичное поведение характеристик  $t_{цт}$  и  $\Delta t_{и}$  отмечено на рис. 3б при уменьшении  $TEC$ . Наконец, относительно малым значениям параметра  $N$  в табл. 1,

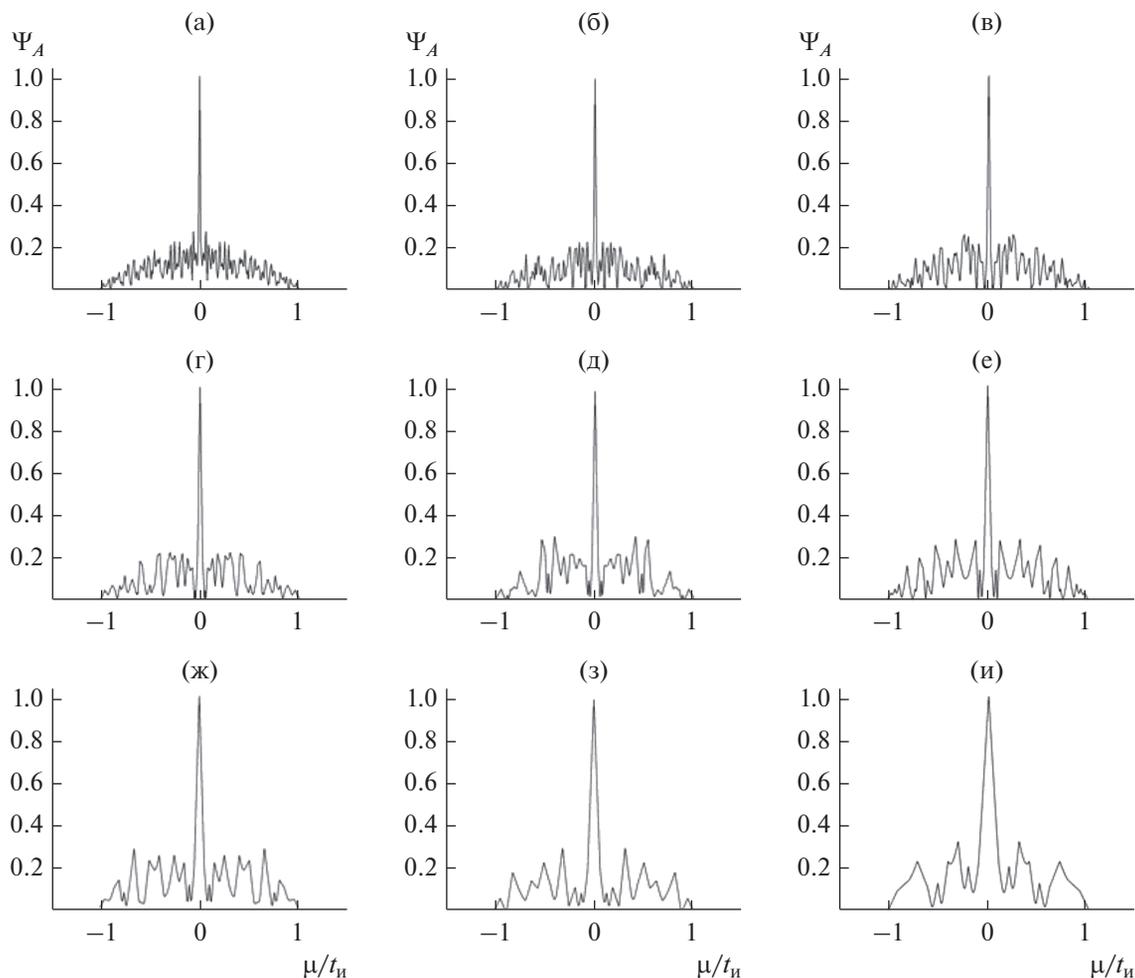
т.е. относительно малому уровню искажений, соответствуют наибольшие значения асимметрии и эксцесса. Аналогичная особенность в поведении величин  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  отмечена выше при анализе их зависимости от  $TEC$  (см. рис. 3в). В целом можно полагать, что интегральные характеристики импульса при уменьшении числа скачков фазы изменяются таким же образом, как и при увеличении  $TEC$ .

На рис. 10 и 11 представлены совокупности КФ, отвечающих огибающим на рис. 9. Их элементами являются также АКФ и ЧКФ, найденные при  $N = 100$  (см. рис. 4з и 5з). Все кривые имеют центральный пик, заметно выделяющийся из пьедестала. Исключение составляет лишь кривая на рис. 11и, у которой дополнительно сформировались два боковых максимума высоты  $\sim 0.5$ . Сопоставление кривых показывает, что вариации параметра  $N$  могут заметно влиять как на ширины пиков, так и на форму пьедестала КФ:  $\Delta\mu_{0.5}(\delta) = 0.016t_{и}$  и  $0.127t_{и}$  (ср. рис. 10а и 10и);  $\Delta F_{0.5}(\delta) = 0.25$  МГц и  $1.02$  МГц (рис. 11а и 11и).

Таким образом, при уменьшении  $N$  в указанных пределах ширина обеих КФ изменилась в несколько раз, а влияние формы пьедестала легко прослеживается при непосредственном сопоставлении, например, кривых АКФ на рис. 10а и 10и и кривых ЧКФ на рис. 11а и 11и. При этом при изменении формы пьедестала кривых его характерная высота относительного центрального пика практически сохраняется (за исключением рис. 11и).

### 3.3. Параметр $X_0$

При прочих равных условиях изменения величины  $X_0$  не приводят к заметным изменениям спектра импульса (см. рис. 1в, 1г) и, как можно предположить, не будут сопровождаться заметными дополнительными изменениями текущей огибающей импульса. Приведенные ниже данные подтверждают это. Так, огибающие на рис. 12 отвечают различающимся значениям  $X_0 \in [0.1 - 0.4]$ . К их совокупности относится и огибающая на рис. 2з, для которой  $X_0 = 0.05$ . Видно, что различия между отдельными огибающими весьма незначительны. Количественно на их близость друг к другу указывают и интегральные характеристики кривых, которые приведены в табл. 2. (Следует отметить, что значения первых строк табл. 1 и 2 совпадают.) Относительные отклонения величин  $\bar{t}_{цт}$  и  $\Delta\bar{t}_{и}$  в табл. 2 от их средних значений 2.085 и 1.581 не превышают  $\sim 1.1\%$  и  $5.8\%$  соответственно. Для величин  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  относительные отклонения от средних значений 3.701 и 21.5 возрастают, но не превышают  $\sim 12\%$  и  $\sim 27\%$ . Во всех случаях максимальные относительные отклонения для инте-



**Рис. 10.** Примеры влияния числа скачков фазы в излучаемом прямоугольном импульсе на искажения его АКФ (значения параметров те же, что и на рис. 9).

гральных характеристик в табл. 2 достигаются при  $X_0 = 0.1$ . Что касается большего разброса величин  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ , то он полностью обусловлен структурой определяющих их выражений [9].

Корреляционные функции для огибающих, представленных на рис. 12, приведены на рис. 13 и 14 (см. также рис. 4з и 5з). Визуально в каждой из совокупностей кривые весьма близки. Это замечание относится прежде всего к центральным пикам кривых. На рис. 13 максимальное относительное отклонение ширины максимумов  $\Delta\mu_{0.5}(\delta)$  от среднего значения  $\sim 0.012t_n$  не превышает 3%; аналогично на рис. 14 ширина кривых  $\Delta F_{0.5}(\delta)$  отличается от среднего значения  $\sim 0.5$  МГц не более чем на 2%. Таким образом, следует ожидать, что возможные вариации величины  $X_0$  при прочих равных условиях заметным образом не будут сказываться на виде и характеристиках КФ импульса с хаотической фазой.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе приведены результаты начального анализа дисперсионных искажений характера и особенностей процесса распространения прямоугольного радиоимпульса с хаотической фазой в холодной плазменной среде. Хаотичность фазы моделируется на основе отображения Чебышева первого рода третьего порядка. Удаление импульса от излучателя уже при малых величинах интегральной электронной концентрации трассы сопровождается трансформацией его огибающей к виду шумоподобного сигнала и формированием “хвоста”, протяженность которого может многократно превышать первоначальную длительность огибающей. На поведение интегральных характеристик импульса шумоподобность огибающей не влияет, их текущие значения при увеличении интегральной электронной концентрации трассы изменяются непрерывно и могут варьировать в широких пределах, значительно отклоняясь от

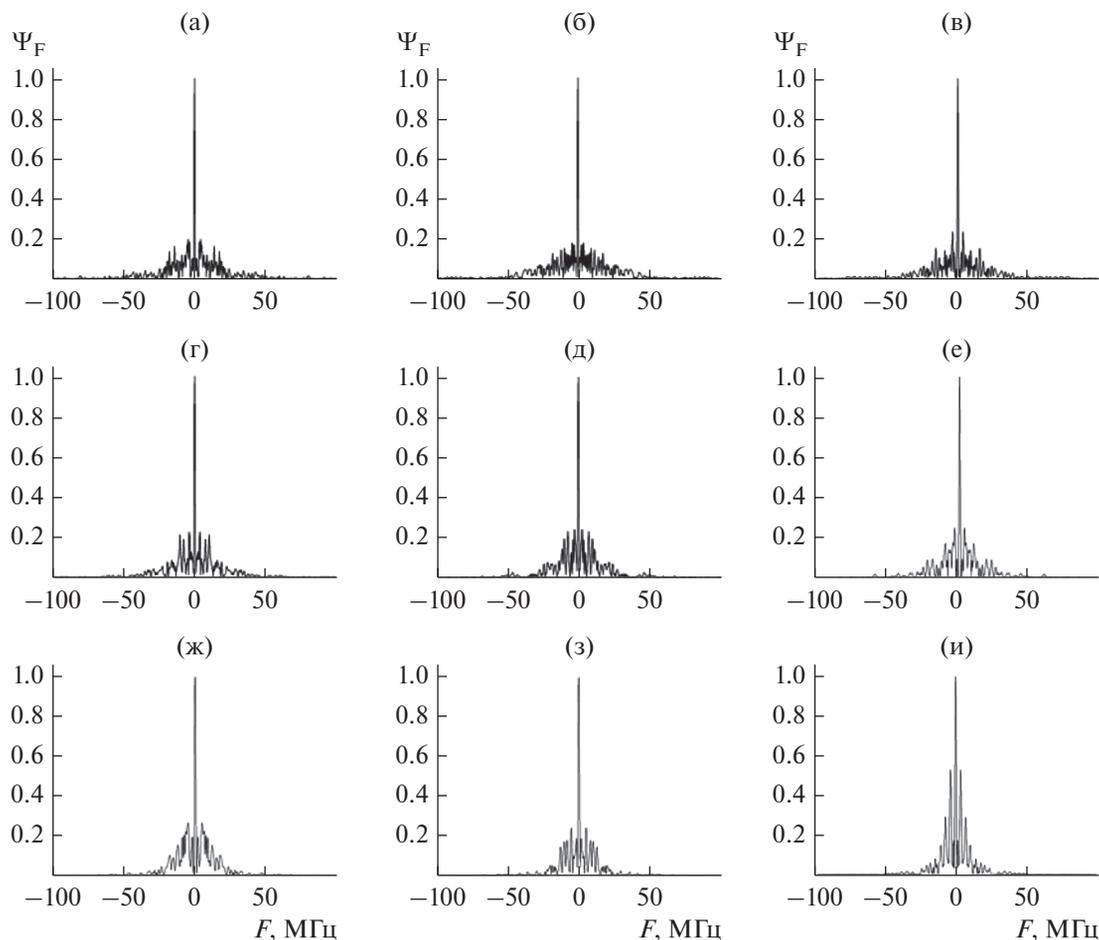


Рис. 11. Примеры влияния числа скачков фазы в излучаемом прямоугольном импульсе на искажения его ЧКФ (значения параметров те же, что и на рис. 9).

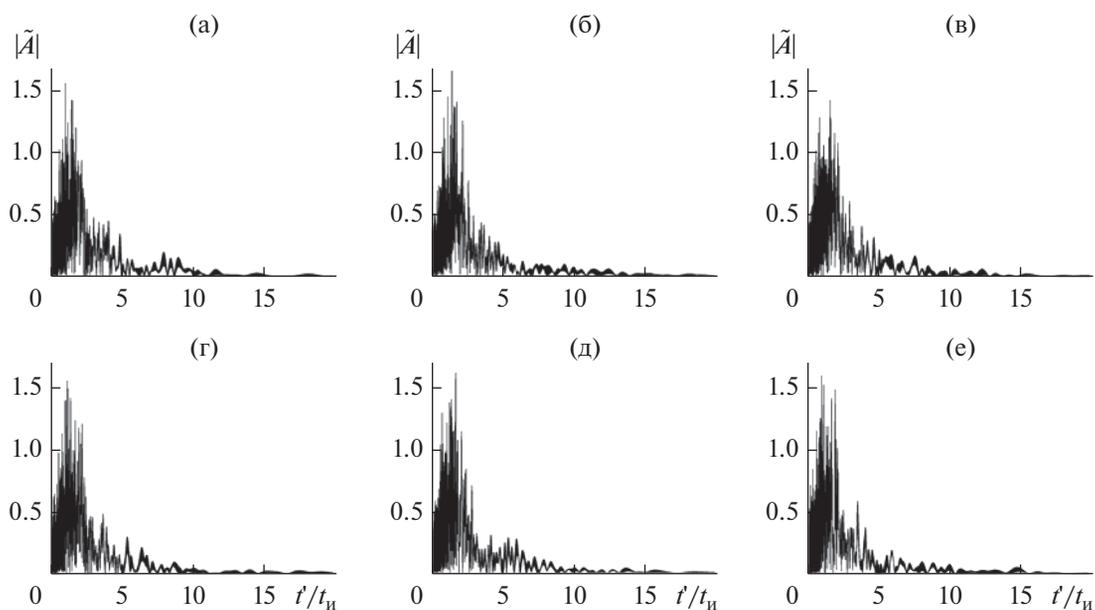
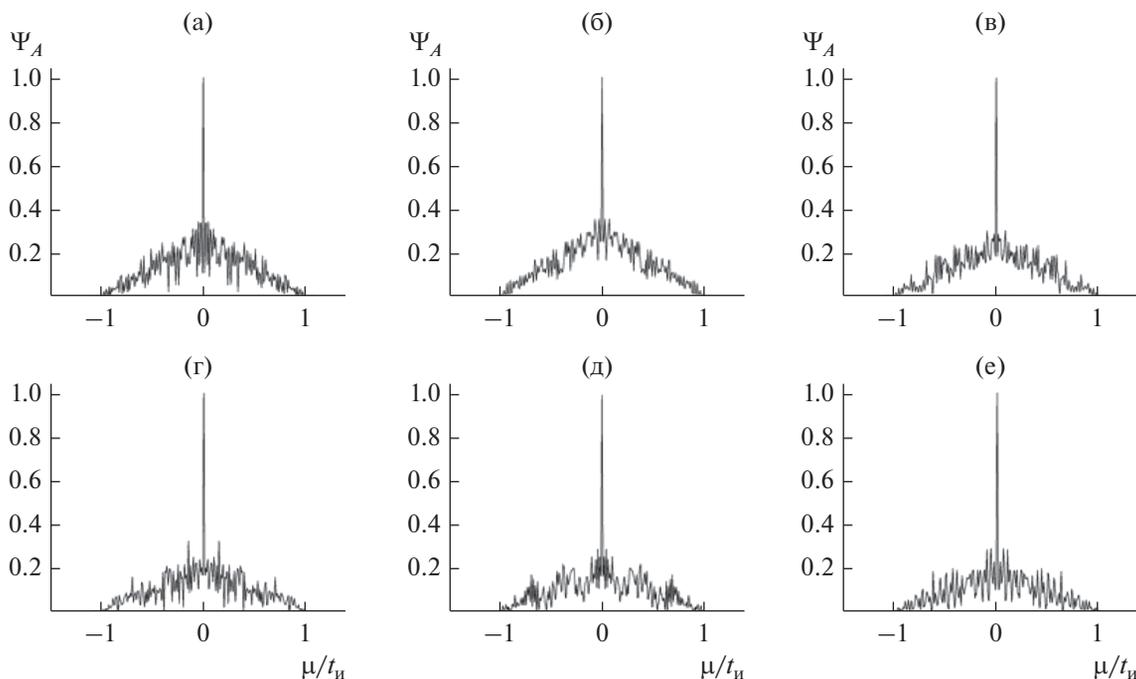
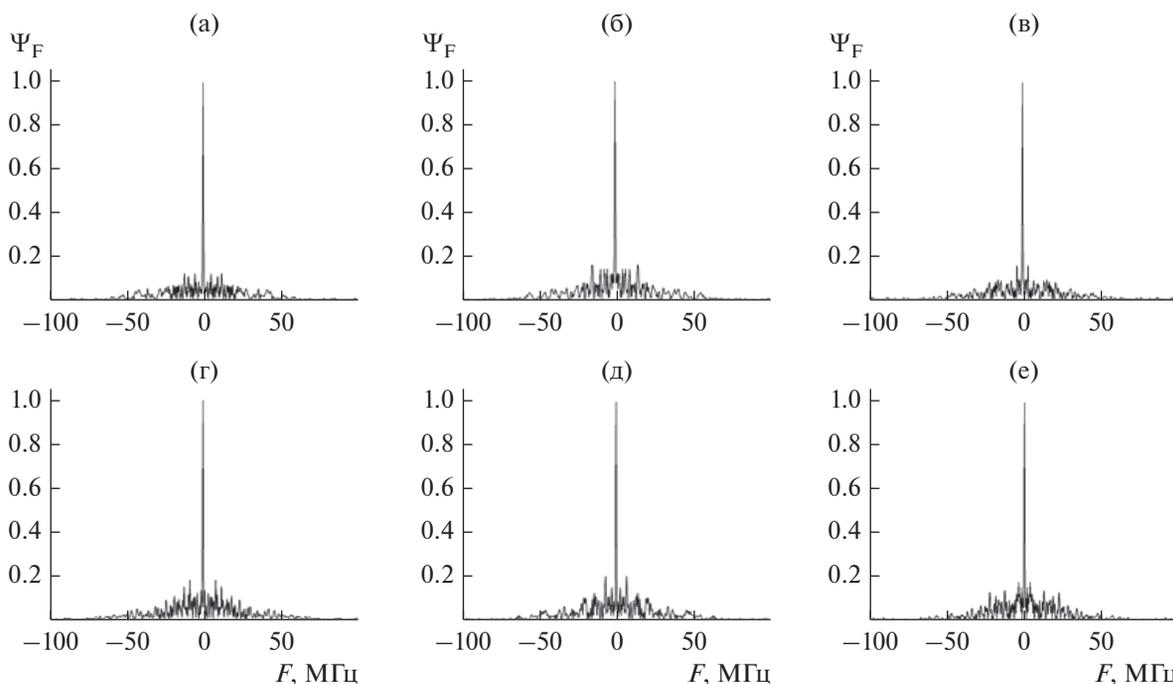


Рис. 12. Примеры влияния параметра  $X_0$  на искажения огибающей прямоугольного импульса с хаотической фазой при  $A_0 = 1$ ;  $f' = 100$  МГц;  $t_n = 10^{-6}$  с;  $\Phi_0 = 0$ ;  $\Delta\Phi = 180^\circ$ ;  $N = 100$ ;  $N_e = 10^5$  см $^{-3}$ ;  $v_\varepsilon = 5 \times 10^4$  с $^{-1}$ ;  $TEC = 10$  ТЕСУ и  $X_0 = 0.1$  (а); 0.15 (б); 0.2 (в); 0.25 (г); 0.3 (д); 0.4 (е).



**Рис. 13.** Примеры влияния параметра  $X_0$  на искажения АКФ прямоугольного импульса (значения параметров те же, что и на рис. 12).



**Рис. 14.** Примеры влияния параметра  $X_0$  на искажения ЧКФ прямоугольного импульса (значения параметров те же, что и на рис. 12).

соответствующих величин, характеризующих излучаемый импульс.

В рассмотренных интервалах значений параметров, описывающих степень хаотичности мгновен-

ной фазы излучаемого импульса, влияние среды не приводит к последующим заметным изменениям вида его авто- и частотной корреляционных функций в процессе распространения. Во всех рассмот-

ренных ситуациях текущие КФ деформирующегося импульса имеют вид узкого пика на фоне широкого пьедестала, и характерная высота последнего значительно меньше единицы. При этом ширина АКФ и ЧКФ по уровню 0.5 удовлетворяет неравенствам  $\Delta\mu_{0.5} \ll t_n$  и  $\Delta F_{0.5} \ll f'$ . Таким образом, введение хаотической фазы обеспечивает не только по виду близкую к “игольчатой” поверхность неопределенности излучаемого прямоугольного импульса [1], но сохранение ее характерного вида в условиях последующей значительной деформации огибающей из-за частотной дисперсии.

Представленные данные указывают на принципиальную необходимость учета влияния среды распространения при выполнении оценок преимуществ применения в радиосистемах хаотических сигналов, в том числе импульсов с хаотической фазой. Представят также интерес изучение влияния несущей частоты и длительности хаотического импульса на его характеристики и поиск оптимальных отображений, которые обеспечат наибольшее уширение спектра излучаемого импульса при относительно малом числе скачков фазы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Васюта К.С., Мальшев А.А., Зоц Ф.Ф.* // Системи обробки інформації. 2012. Т. 2. № 3. С. 22.
2. *Костенко П.Ю., Васюта К.С., Барсуков А.Н.* // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2010. Т. 53. № 5. С. 41.
3. *Костенко П.Ю., Васюта К.С., Симоненко С.Н.* // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2011. Т. 54. № 3. С. 47.
4. *Зудилин А.С., Назаров Л.Е.* // Труды VI Всерос. Науч.-техн. конф. “Радиолокация и радиосвязь”. М.: ИРЭ РАН, 2012. Т. 2. С. 3.
5. *Стрелков Г.М.* // РЭ. 2008. Т. 58. № 10. С. 989.
6. *Деркач Д.А., Вознесенская Т.В., Стрелков Г.М.* // Докл. IV Всерос. микроволновой конф. (Москва, 2016). М.: ИРЭ РАН, 2016. С. 251.
7. *Деркач Д.А., Вознесенская Т.В., Стрелков Г.М.* // Докл. V Всерос. микроволновой конф. (Москва, 2017). М.: ИРЭ РАН, 2017. С. 279.
8. *Seventline J.B., Rani D.E., Rajeswari K.R.* // Radioengineering. 2010. V. 19. № 3. P. 415.
9. *Вадзинский Р.Н.* Справочник по вероятностным распределениям. СПб.: Наука, 2001.
10. *Стрелков Г.М., Деркач О.Г.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 2. С. 99.
11. *Варакин Л.Е.* Теория сложных сигналов. М.: Сов. радио, 1970.