

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.396.67

### ВОЛНОВЕДУЩИЕ СТРУКТУРЫ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ КРИСТАЛЛЕ С ТРЕУГОЛЬНОЙ СЕТКОЙ

© 2020 г. С. Е. Банков<sup>а</sup>, \*, В. И. Калиничев<sup>а</sup>, Е. В. Фролова<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

\*E-mail: sbankov@yandex.ru

Поступила в редакцию 20.12.2019 г.

После доработки 20.12.2019 г.

Принята к публикации 25.01.2020 г.

Исследованы EBG-волноводы в электромагнитном кристалле в виде двумерно-периодической решетки металлических цилиндров с треугольной сеткой. Получены дисперсионные характеристики волноводов, образованных удалением одного, двух и трех рядов цилиндров вдоль ортогональных осей кристалла. Проведен параметрический анализ критических частот волноводных мод и собственных волн однородного кристалла. Электродинамическое моделирование выполнено в системе ANSYS HFSS с использованием режима собственных волн. Получены оптимальные параметры электромагнитного кристалла, обеспечивающие максимальные полосы рабочих частот волноводов с различной ориентацией в решетке. Проведено сравнение характеристик волноводов в кристаллах с треугольной и квадратной сеткой.

DOI: 10.31857/S0033849420110042

#### ВВЕДЕНИЕ

Фотонные (PBG – photonic bandgap) и электромагнитные (EBG – electromagnetic bandgap) кристаллы [1–4] в настоящее время активно используются при создании различных оптических и СВЧ-устройств с широким спектром функциональных возможностей: волноводов, волноводных сочленений, делителей мощности, антенн, фильтров и т.д.

При формировании кристаллических решеток применяются различные элементы: отверстия в диэлектрических подложках [6–9], диэлектрические стержни [10], металлические цилиндры [11, 12] и т.д. Кроме того, используются различные типы сеток: квадратные [5, 9–12], треугольные [6–10], а также сочетание различных сеток в одном устройстве [8].

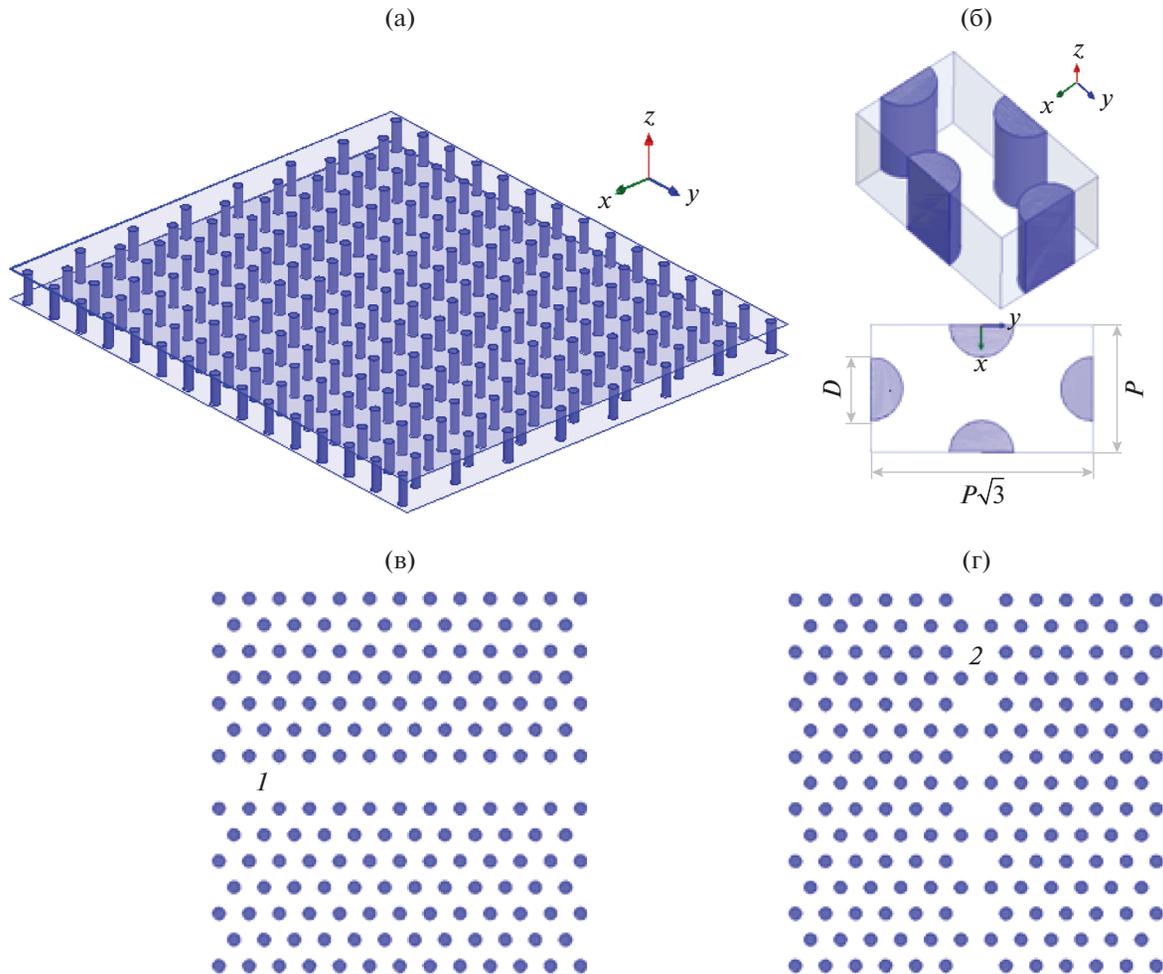
В СВЧ-диапазоне можно выделить электромагнитные кристаллы (ЭМК) в виде двумерно-периодических решеток металлических цилиндров в планарных волноводах (ПВ) [4, 11, 12]. Формирование в ЭМК волноведущих каналов – EBG-волноводов осуществляется внесением дефектов в кристаллическую решетку путем удаления одного или нескольких рядов элементов вдоль выделенного направления в кристалле.

Исследованию частотной дисперсии волноводов в ЭМК из металлических цилиндров посвящены работы [11, 12]. В этих работах рассмотрены

волноводы, образованные удалением одного, двух и трех рядов цилиндров, ориентированных вдоль главных осей [11] и вдоль диагоналей [12] ЭМК с квадратной сеткой.

В продолжение исследований [11, 12] в данной работе рассмотрены ЭМК из металлических цилиндров с треугольной сеткой и исследуются EBG-волноводы, ориентированные вдоль двух ортогональных осей решетки ЭМК. Для анализа частотных свойств волноводов применяется подход, описанный в [4, 11, 12] и основанный на параметрическом анализе критических частот волноводных мод и собственных волн однородного ЭМК. При вычислении дисперсионных характеристик кристалла и волноводов использовался режим eigenmode ANSYS HFSS (<https://www.ansys.com/products/electronics/ansys-hfss>).

Цель работы – на основе анализа частотной дисперсии определить факторы, влияющие на предельные рабочие частоты исследуемых волноводов (однорядных, двухрядных, трехрядных) в зависимости от ориентации в ЭМК с треугольной сеткой, найти оптимальные параметры решетки, обеспечивающие максимальные полосы одномодового режима работы волноводов, и сравнить полученные данные с результатами исследования волноводов в ЭМК с квадратной сеткой [11, 12].



**Рис. 1.** Общий вид ЭМК с треугольной сеткой (а), элементарная ячейка ЭМК (б) и однорядные ЕВГ-волноводы, ориентированные вдоль двух ортогональных осей кристалла (в, г) с периодом  $P_w = P$  (волноводный канал 1) и  $P_w = P\sqrt{3}$  (волноводный канал 2).

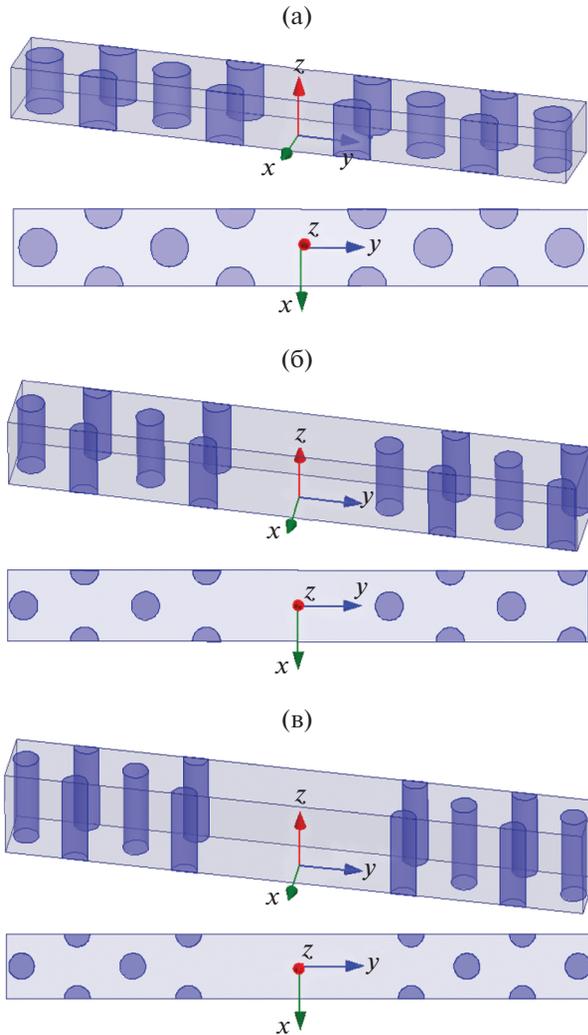
## 1. СТРУКТУРА ЭМК И ЕВГ-ВОЛНОВОДОВ

Рассмотрим изображенный на рис. 1а ЭМК в виде двумерно-периодической решетки металлических цилиндров с треугольной сеткой. Решетка цилиндров расположена между двумя идеально проводящими экранами. Цилиндры размещаются в узлах сетки, образующих равносторонние треугольники. Период решетки (расстояние между узлами сетки)  $P$ , диаметр цилиндров  $D$ , расстояние между экранами и высота цилиндров  $h$ . Модель элементарной ячейки ЭМК изображена на рис. 1б. Ячейка состоит из четырех половинок цилиндров, размеры ячейки вдоль осей решетки ЭМК –  $P$  и  $P\sqrt{3}$ .

Выделим в ЭМК два ортогональных направления – вдоль  $0x$  и  $0y$ . Создадим линейные дефекты в кристалле путем удаления вдоль выделенных направлений одного, двух или трех рядов цилиндров.

В результате получим однорядный ( $M = 1$ ), двухрядный ( $M = 2$ ) и трехрядный ( $M = 3$ ) волноводы. Примеры однорядных волноводов с различной ориентацией в ЭМК (1, 2) приведены на рис. 1в–1г. Периоды волноводов  $P_w$  равны соответствующим размерам элементарной ячейки ЭМК в зависимости от направления волновода: 1 –  $P_w = P$  (волноводный канал 1) и  $P_w = P\sqrt{3}$  (волноводный канал 2).

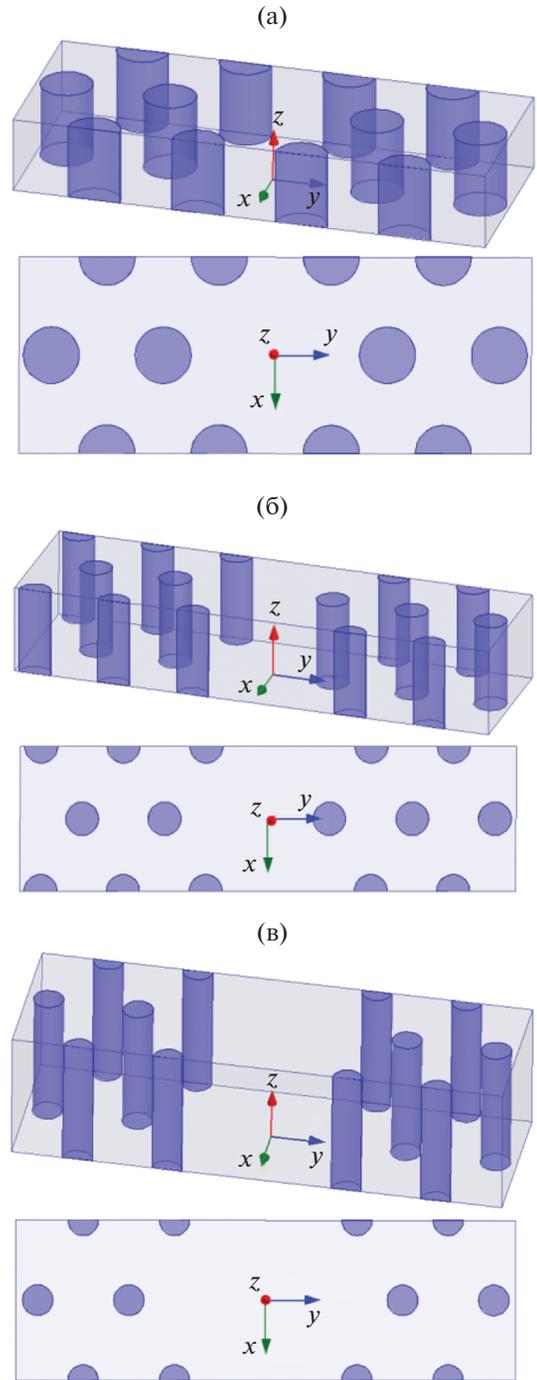
Одним из методов исследования частотных свойств периодических структур является численное электродинамическое моделирование с использованием системы ANSYS HFSS. В соответствии с алгоритмом поиска собственных значений и собственных функций (в режиме HFSS eigenmode) в исследуемой структуре выделяется элементарная ячейка с периодом  $\bar{P}$  и на противоположных гранях ячейки используются периодические граничные условия. Задавая при моделировании раз-



**Рис. 2.** Единичные ячейки однорядного (а), двухрядного (б) и трехрядного (в) EBG-волноводов с периодом  $P_w = P$ .

личные сдвиги фаз  $\Delta\phi$  между гранями на длине периода и определяя соответствующие им частоты  $\bar{f}$ , можно получить дисперсионные характеристики собственных волн структуры в виде зависимости постоянных распространения  $\beta = -\Delta\phi/\bar{P}$  от частоты  $\bar{f}$ .

С целью получения дисперсионных характеристик в каждом из шести типов исследуемых волноводов, различающихся ориентацией в ЭМК и числом рядов удаленных цилиндров, были выделены элементарные ячейки, соответствующие одному периоду в направлении распространения волны. Модели ячеек волноводов в локальных системах координат с периодами  $P_w = P$  и  $P_w = P\sqrt{3}$  изображены на рис. 2 и 3 соответственно для  $M = 1$  (а), 2 (б) и 3 (в). Ячейки ограничены по ширине конечным числом цилиндров и идеально-проводящими стенками, направление распространения волны во всех ячейках – вдоль  $Ox$ . Для



**Рис. 3.** Единичные ячейки однорядного (а), двухрядного (б) и трехрядного (в) EBG-волноводов с периодом  $P_w = P\sqrt{3}$ .

получения дисперсионных характеристик однородного кристалла использовалась ячейка ЭМК, изображенная на рис. 1б, при моделировании распространения волны вдоль двух ортогональных направлений в кристалле последовательно задавались сдвиги фаз на гранях ячейки, соответствующих периодам  $P$  и  $P\sqrt{3}$ .

## 2. ДИСПЕРСИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СОБСТВЕННЫХ ВОЛН EVG-ВОЛНОВОДОВ

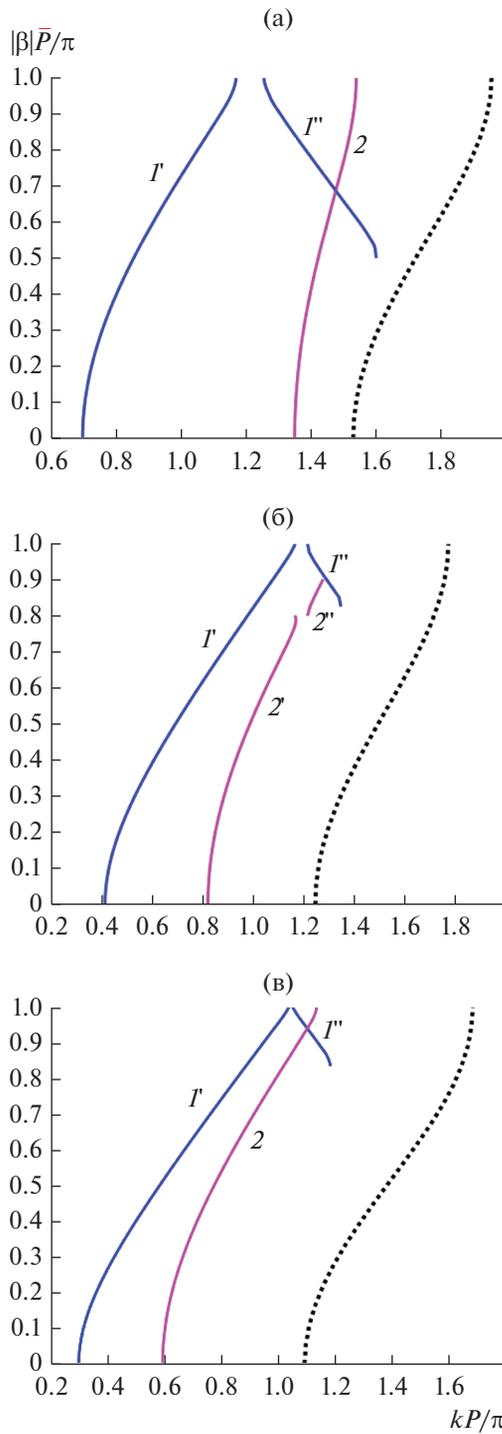
На начальном этапе моделирования, ориентируясь на частотный диапазон 7...13 ГГц, мы выбрали такие значения параметров ЭМК, при которых поперечные размеры исследуемых волноводов с периодом  $P_w = P$  наиболее близки к размерам сечения стандартного волновода  $23 \times 10$ : высота цилиндров  $h = 10$ , период решетки для однорядных волноводов –  $P = 13.8$ , для двухрядных –  $P = 9.2$ , для трехрядных –  $P = 6.9$ . При этом диаметры цилиндров –  $D = 6.9$  ( $M = 1$ ),  $D = 3.68$  ( $M = 2$ ),  $D = 2.3$  ( $M = 3$ ) были выбраны произвольно. Здесь и далее все размеры даны в миллиметрах. Выбор значений периода в данных примерах не имеет принципиального значения, так как в дальнейшем все характеристики волноводов будут приведены в универсальном виде с использованием безразмерных параметров и нормировкой на период ЭМК.

С использованием ячеек волноводов, изображенных на рис. 2 и 3, с приведенными выше параметрами при моделировании в режиме HFSS eigenmode для получения дисперсионных характеристик основной (четной) и высшей (нечетной) волноводных мод на интервале изменения сдвига фаз  $\Delta\phi(-\pi, \pi)$  был задан поиск не менее четырех наименьших резонансных частот. Определение типа волны, соответствующего каждой резонансной частоте, осуществлялось на основе анализа структуры поля в ячейке волновода и направления вектора Пойнтинга. Фазовые постоянные волноводных мод определялись из соотношения  $\beta = -\Delta\phi/\bar{P}$ , где  $\bar{P}$  – обобщенный период соответствующей волноводной структуры. Для однорядных и трехрядных волноводов этот период совпадает с периодом вдоль оси волновода  $\bar{P} = P_w$  ( $P_w = P$  или  $P_w = P\sqrt{3}$  в зависимости от ориентации). В исследуемых двухрядных волноводах в ЭМК с треугольной сеткой, как и в диагонально-ориентированных волноводах в ЭМК с квадратной сеткой [12], обобщенный период  $\bar{P}$  связан с периодом  $P_w$  соотношением  $\bar{P} = UP_w$ , где  $U$  – коэффициент замедления волны. Возникновение дополнительного замедления обусловлено отсутствием зеркальной симметрии боковых стенок волноводных каналов, образованных удалением четного числа рядов цилиндров вдоль направления распространения волны. При моделировании в режиме eigenmode коэффициент замедления определяется соотношением  $U = \Delta\phi_{\max}/\pi$ , где  $\Delta\phi_{\max}$  – разность фаз на границах первой полосы прозрачности основной волноводной моды. Для однорядных и трехрядных волноводов, независимо от типа сетки ЭМК,  $\Delta\phi_{\max} = \pi$ , для двухрядных волноводов в ЭМК с треугольной сеткой (как и для диагонально-ориентированных волноводов в ЭМК с квадратной сеткой) –  $\Delta\phi_{\max} > \pi$ .

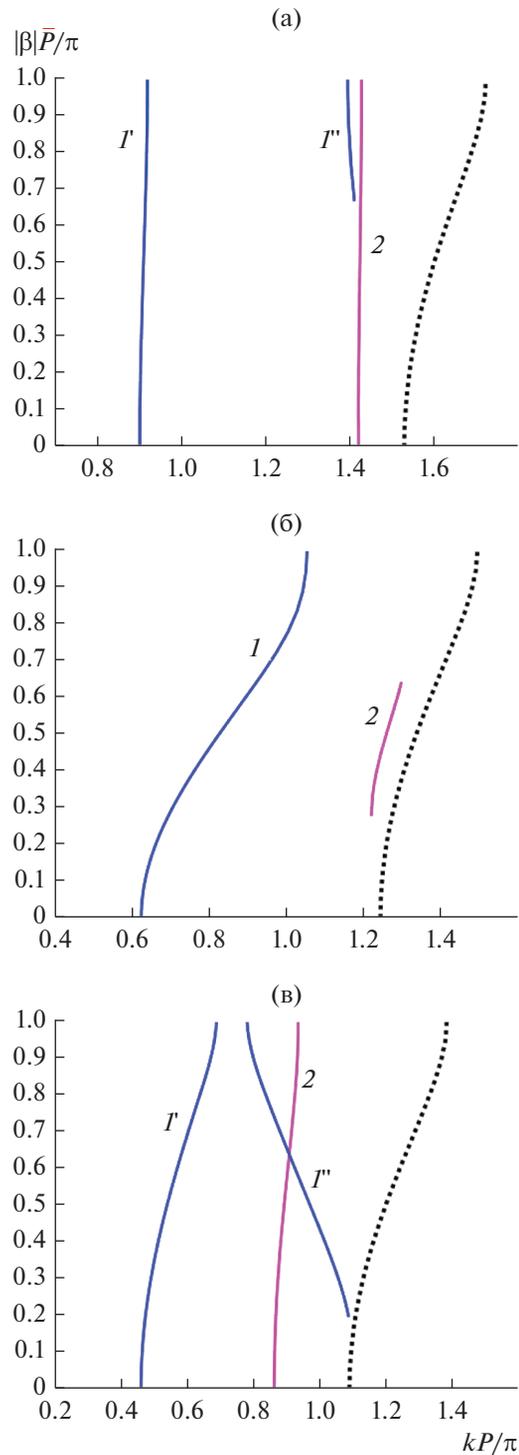
В результате моделирования были получены дисперсионные характеристики собственных волн исследуемых волноводов с периодом  $P_w = P$  и  $P_w = P\sqrt{3}$ , представленные соответственно на рис. 4 и 5 (а –  $M = 1$ , б – 2, в – 3) в виде нормированных зависимостей модуля фазовых постоянных  $|\beta| \bar{P}/\pi$  от безразмерного параметра  $kP/\pi$ , пропорционального частоте ( $k$  – волновое число свободного пространства). На всех рисунках кривые 1 ( $I'$ ,  $I''$ ) – дисперсионные характеристики основной волноводной моды, 2 ( $2'$ ,  $2''$ ) – высшей (нечетной) моды. Из рисунков видно, что для дисперсионных характеристик основной волноводной моды характерно наличие запрещенных зон (расположенных в интервалах между ветвями  $I'$ ,  $I''$ ), на границах которых значение модуля нормированной фазовой постоянной  $|\beta| \bar{P}/\pi = 1$ , а групповая скорость волны равна нулю. Коэффициенты  $U$ , используемые при нормировке дисперсионных характеристик двухрядных волноводов с различной ориентацией в ЭМК с параметрами  $P = 9.2$ ,  $D = 3.68$  равны соответственно величинам 1.12 и 2. На рис. 4 и 5 также приведены дисперсионные характеристики однородного кристалла (пунктирные кривые). Как следует из рисунков, для всех рассмотренных случаев полосы прозрачности основной волноводной моды лежат в полосе запираания однородного ЭМК, образующего стенки волноводов. Со стороны низких частот эти полосы ограничены нижней критической частотой основной моды волноводов. Верхняя граница полосы прозрачности определяется либо нижней границей запрещенной зоны основной моды (см. рис. 4а, 5а–5в), либо критической частотой высшей (нечетной) моды волновода (см. рис. 4б, 4в).

Представление дисперсионных характеристик в нормированных координатах (см. рис. 4, 5) позволяет применить полученные результаты к анализу дисперсионных характеристик волноводов в ЭМК с произвольным значением периода  $P$  (при фиксированном отношении диаметра цилиндров к периоду решетки  $D/P$ ). Следует добавить, что коэффициенты замедления  $U$  в двухрядных волноводах зависят от отношения  $D/P$ . Эти зависимости, рассчитанные для  $D/P 0.1...0.8$ , приведены на рис. 6 для волноводов с периодами  $P_w = P$  (кривая 1) и  $P_w = P\sqrt{3}$  (кривая 2).

Для анализа частотных свойств исследуемых волноводов в зависимости от относительного диаметра цилиндров  $D/P$  были выполнены расчеты критических частот основной и высшей волноводной моды, а также собственных волн однородного кристалла при изменении  $D/P$  в интервале значений  $0.1 \leq D/P \leq 0.8$ . Результаты вычислений для однорядных, двухрядных и трехрядных волноводов с периодами  $P_w = P$  и  $P_w = P\sqrt{3}$  пред-



**Рис. 4.** Дисперсионные характеристики однорядного (а), двухрядного (б) и трехрядного (в) волноводов с периодом  $P_w = P$ : 1 – основной моды, 2 – высшей моды (ветви  $\Gamma$ ,  $\Gamma'$ ,  $2'$ ,  $2''$  разделены запрещенными зонами), пунктир – собственной волны однородного кристалла.



**Рис. 5.** Дисперсионные характеристики однорядного (а), двухрядного (б) и трехрядного (в) волноводов с периодом  $P_w = P\sqrt{3}$ : 1 – основной моды (ветви  $\Gamma$ ,  $\Gamma'$  разделены запрещенной зоной), 2 – высшей моды, пунктир – собственной волны однородного кристалла.

ставлены на рис. 7 и 8 соответственно. Кривые 1, 2 на данных рисунках относятся к нижним критическим частотам основной и высшей волновод-

ным модам  $f_1, f_2$ , кривая 3 соответствует нижней границе запрещенной зоны основной моды  $f_{1bg}$ , пунктирная кривая – нижней границе полосы

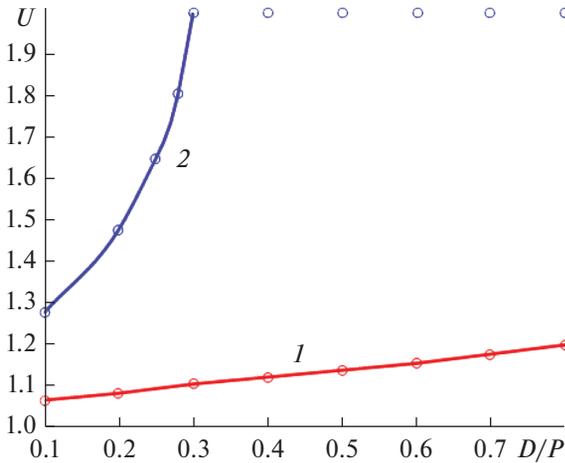


Рис. 6. Зависимость коэффициента замедления волны в двухрядных волноводах от относительного диаметра цилиндров.

прозрачности однородного кристалла  $f_j$ , образующего стенки волноводов.

На основе анализа зависимостей на рис. 7 и 8 можно установить факторы, определяющие верхнюю границу полосы рабочих частот исследуемых волноводов. Лишь в двух из рассмотренных случаев — в двухрядном и трехрядном волноводах с периодом  $P_w = P$  (см. рис. 7б, 7в) для всех значений относительного диаметра цилиндров  $D/P$  верхней границей полосы рабочих частот является критическая частота высшей (нечетной) волноводной моды. Во всех остальных случаях внутри полосы прозрачности основной моды полосу волновода ограничивает либо запрещенная зона, в пределах которой волна перестает распространяться (при  $D/P > 0.35$ ,  $D/P > 0.15$  — соответственно для однорядных волноводов с периодами  $P_w = P$ ,  $P_w = P\sqrt{3}$ , при  $D/P > 0.25$ ,  $D/P > 0.1$  для двухрядного и трехрядного волноводов с периодом  $P_w = P\sqrt{3}$ ), либо критическая частота собственной волны однородного ЭМК, выше которой стенки волновода становятся прозрачными (см. рис. 7а при  $D/P < 0.35$ , рис. 8а при  $D/P < 0.15$ , рис. 8б при  $D/P < 0.25$ ).

### 3. ЧАСТОТНЫЕ ДИАПАЗОНЫ ВОЛНОВОДОВ

Определим максимальную  $F_{\max}$  и минимальную  $F_{\min}$  частоты рабочего диапазона волноводов:  $F_{\min}$  соответствует нижней критической частоте основного типа волны  $f_1$ , а  $F_{\max}$  равна минимальной из частот  $f_2$ ,  $f_{1bg}$  и  $f_j$ . Диапазонные свойства волноводов, как и ранее в [11, 12], будем характеризовать относительной полосой рабочих частот  $F_{\max}/F_{\min}$ , а также центральной частотой диапазона  $f_0 = (F_{\max} + F_{\min})/2$  в виде безразмерного пара-

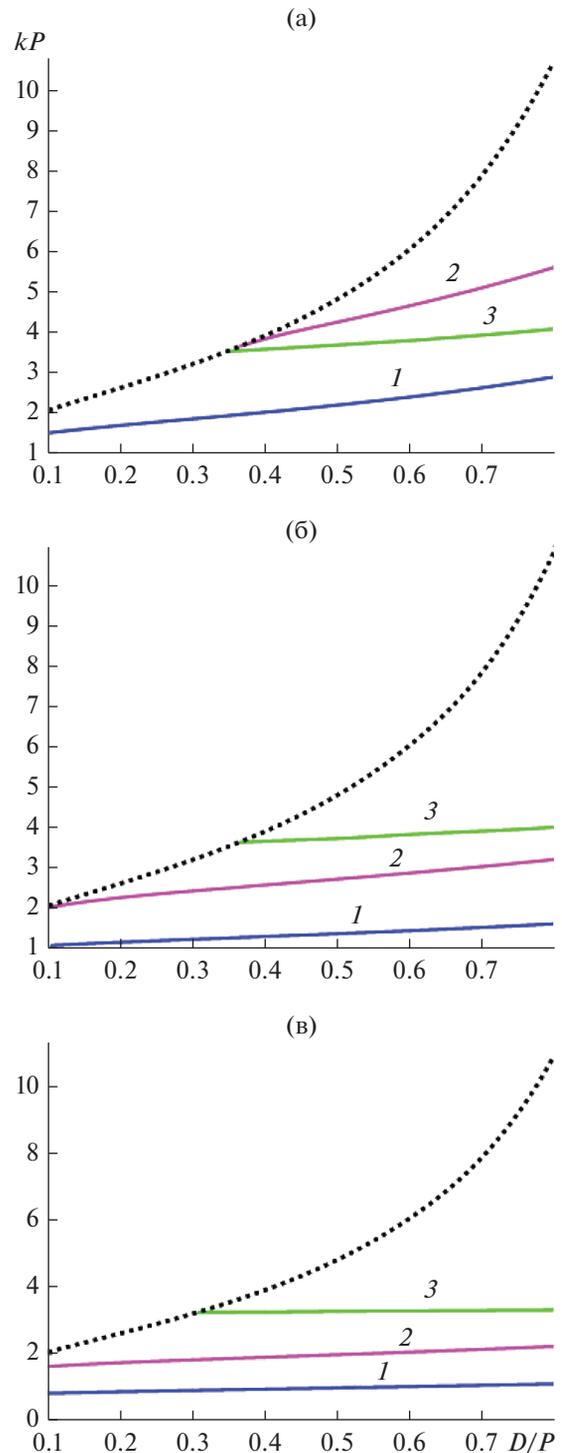
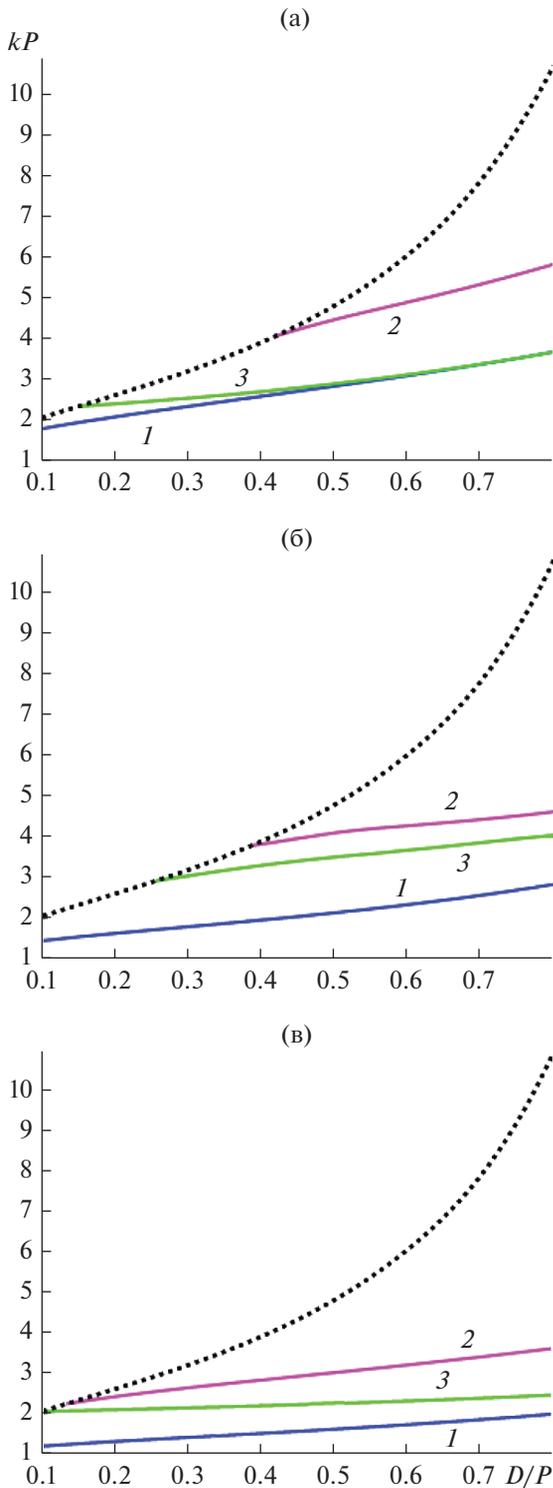
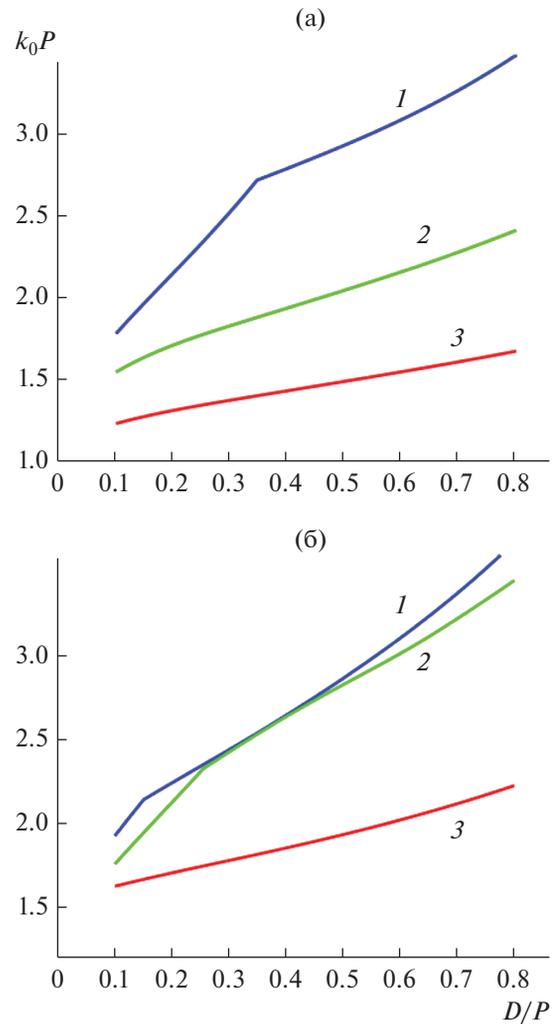


Рис. 7. Зависимости нормированных критических частот собственных волн однорядного (а), двухрядного (б) и трехрядного (в) волноводов с периодом  $P_w = P$  (кривая 1 —  $f_1$ , 2 —  $f_2$ , 3 —  $f_{1bg}$ ) и однородного кристалла (пунктир) от относительного диаметра цилиндров.



**Рис. 8.** Зависимости нормированных критических частот собственных волн однорядного (а), двухрядного (б) и трехрядного (в) волноводов с периодом  $P_w = P\sqrt{3}$  (кривая 1 –  $f_1$ , 2 –  $f_2$ , 3 –  $f_{1bg}$ ) и однородного кристалла (пунктир) от относительного диаметра цилиндров.

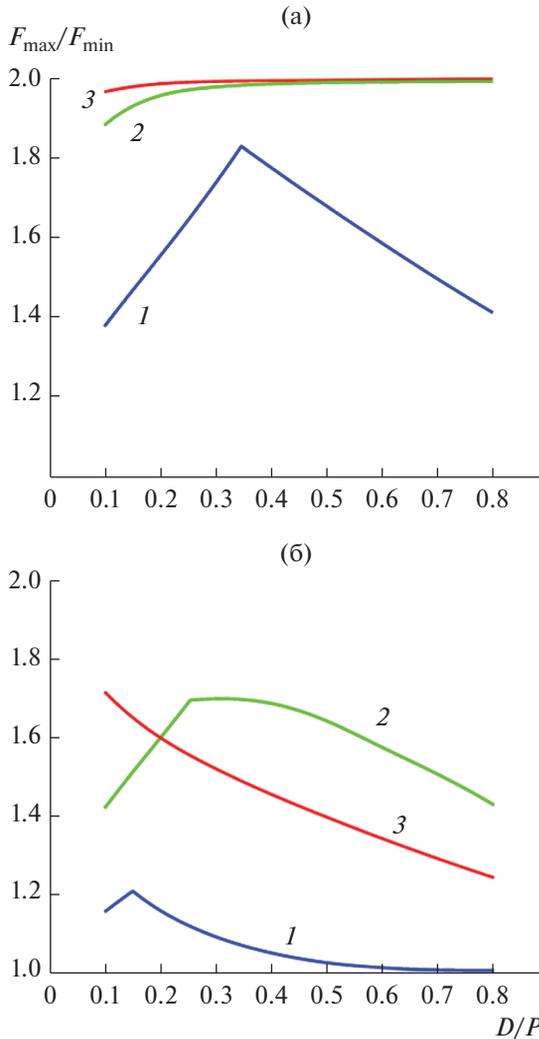


**Рис. 9.** Зависимости нормированных центральных частот рабочих диапазонов однорядного (1), двухрядного (2) и трехрядного (3) волноводов с периодом  $P_w = P$  (а) и  $P_w = P\sqrt{3}$  (б) от относительного диаметра цилиндров.

метра  $k_0P$  (где  $k_0$  – соответствующее волновое число).

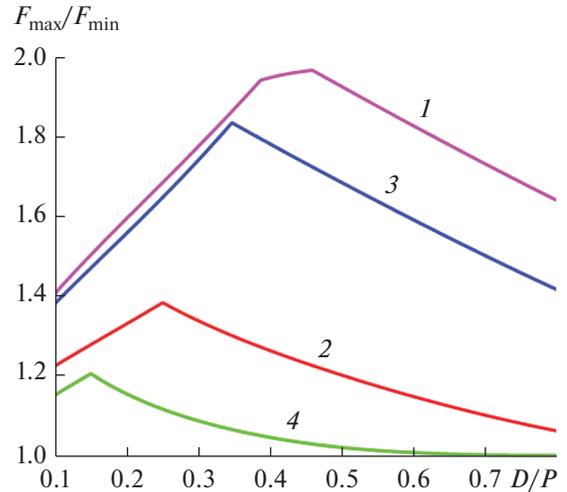
Зависимости нормированной центральной частоты  $k_0P$  и относительной полосы частот  $F_{\max}/F_{\min}$  от относительного диаметра цилиндров получены на основе данных о критических частотах на рис. 7 и 8 и соответственно изображены на рис. 9, 10 для волноводов с периодом  $P_w = P$  (а) и  $P_w = P\sqrt{3}$  (б).

Как видно из рис. 10а, относительные полосы двухрядных и трехрядных волноводов с периодом  $P_w = P$  (кривые 2, 3) растут с увеличением относительного диаметра цилиндров на всем интервале  $0.1 < D/P < 0.8$ , и их значения превышают величину 1.9. Относительная полоса однорядного волновода



**Рис. 10.** Зависимости относительной полосы частот однорядного (1), двухрядного (2) и трехрядного (3) волноводов с периодом  $P_w = P$  (а) и  $P_w = P\sqrt{3}$  (б) от относительного диаметра цилиндров.

(кривая 1) достигает максимального значения, равного величине 1.82, при  $D/P = 0.35$ , в то время как для однорядного волновода с периодом  $P_w = P\sqrt{3}$  (кривая 1 на рис. 10б) величина максимума относительной полосы составляет лишь 1.2 ( $D/P = 0.15$ ). В двухрядном волноводе с периодом  $P_w = P\sqrt{3}$  (кривая 2 на рис. 10б) максимум относительной полосы, равный 1.7, наблюдается при  $D/P = 0.3$ . Следует отметить, что для всех типов волноводов с периодом  $P_w = P\sqrt{3}$ , а также для однорядного волновода с периодом  $P_w = P$  характерно падение величин  $F_{\max}/F_{\min}$  с ростом  $D/P$  после достижения максимальных значений. В этих случаях полосу частот волновода ограничивает сверху запрещенная зона, а величина  $F_{\max}/F_{\min}$  уменьшается с ро-



**Рис. 11.** Относительные полосы частот однорядных волноводов в ЭМК с квадратной сеткой с осевой (1) и диагональной (2) ориентацией и треугольной сеткой с периодами  $P_w = P$  (3) и  $P_w = P\sqrt{3}$  (4).

стом  $D/P$  в след за уменьшением отношения  $f_{1bg}/f_1$  — относительной полосы прозрачности основной волноводной моды. В тех случаях, когда полоса частот волновода ограничивается сверху критической частотой высшей моды, величина  $F_{\max}/F_{\min}$ , равная отношению критических частот  $f_2/f_1$ , с увеличением  $D/P$  растет и стремится к значению 2.0, характерному для волновода со сплошными стенками.

Представляет интерес сравнение характеристик волноводов в ЭМК из металлических цилиндров с квадратной и треугольной сетками. На рис. 11 приведены зависимости от величины  $D/P$  относительных полос рабочих диапазонов однорядных волноводов с двумя типами сетки: с квадратной (кривые 1, 2 соответствуют осевым [11] и диагонально-ориентированным [12] волноводам) и треугольной (кривые 3, 4 соответствуют волноводам с различной ориентации в ЭМК). Из рисунка видно, что среди однорядных волноводов лучшими характеристиками обладают волноводы с наименьшим периодом вдоль направления распространения  $P_w = P$  (кривая 1 соответствует волноводу, ориентированному вдоль главной оси ЭМК с квадратной сеткой, кривая 2 — вдоль одной из осей ЭМК с треугольной сеткой). Далее относительные полосы волноводов уменьшаются с увеличением периода  $P_w$ : кривая 2 характеризует полосу диагонально-ориентированного волновода с периодом  $P_w = P\sqrt{2}$  в ЭМК с квадратной сеткой, кривая 3 — волновода с периодом  $P_w = P\sqrt{3}$  в ЭМК с треугольной сеткой. Таким образом, среди исследованных однорядных волноводов наименьшая полоса частот принадлежит волноводу,

образованному в ЭМК с треугольной сеткой, с периодом  $P_w = P\sqrt{3}$ .

Результаты данного исследования в совокупности с данными [11, 12] могут быть использованы при проектировании различных функциональных элементов и устройств СВЧ: изгибов волноводов, волноводных сочленений, делителей мощности и т.д., как на основе однородных ЭМК, так и с использованием сочетания различных видов сеток.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-0014.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Joannopoulos J.D., Johnson S.G., Winn J.N., Meade R.D.* Photonic Crystals: Molding the Flow of Light. Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 2008.
2. *Sakoda K.* Optical Properties of Photonic Crystals. Berlin: Springer-Verlag, 2005.
3. *Rahmat-Samii Y., Mosallaei H.* 11th Intern. Conf. on Antennas and Propagation, Manchester, April 2001. P. 560.
4. *Банков С.Е.* Электромагнитные кристаллы. М.: Физматлит, 2010.
5. *Gonzalo R., Ederra I., Martínez B., De Maagt P.* // Electron. Lett. 2005. V. 41. № 7. P. 421.
6. *Abdo Y.S.E., Chaharmir M.R., Shaker J., Antar Y.M.M.* // IEEE Antennas and Wireless Propagation Lett. 2010. V. 9. P. 167.
7. *Abdo Y.S.E., Chaharmir M.R., Shaker J., Antar Y.M.M.* // IEEE Antennas and Wireless Propagation Lett. 2010. V. 9. P. 1002.
8. *Abdo Y.S.E., Chaharmir M.R., Shaker J., Antar Y.M.M.* 2010 14th Int. Symp. on Antenna Technology and Applied Electromagnetics and the American Electromagnetics Conf., ANTEM/AMEREM 2010, 5–8 Jul, 2010. Ottawa, ON, Canada. P. 1.
9. *Grine F., Djerafi T., Benhabiles M.T., Riabi M.L.* 2019 IEEE Radio and Wireless Symposium (RWS). Orlando (FL) USA. 20–23 Jan. 2019. P. 214.
10. *Ceccuzzi S., Pajewski L., Ponti C., Schettini G.* 2013 IEEE MTT-S Intern. Microwave Symp. Digest (MTT). Seattle (WA) USA. 2–7 June. 2013. P. 1.
11. *Банков С.Е., Калиничев В.И. Фролова Е.В.* // РЭ. 2020. Т. 65. № 9. С. 852.
12. *Банков С.Е., Калиничев В.И. Фролова Е.В.* // РЭ. 2020. Т. 65. № 10. С. 951.