# ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 535.33;621.373;535.4

# ОБРАБОТКА ДВУМЕРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БРЭГГОВСКОЙ ДИФРАКЦИИ

© 2020 г. В. М. Котов\*

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

\**E-mail: vmk277@ire216.msk.su* Поступила в редакцию 30.01.2020 г. После доработки 12.03.2020 г. Принята к публикации 29.03.2020 г.

Исследованы возможности использования акустооптической (AO) брэгговской дифракции для задач обработки двумерных изображений. Показано, что для двумерной обработки применима "обычная" брэгговская дифракция, если наряду с дифракцией в основной порядок существует дифракция в дополнительный, "побочный" порядок. Экспериментально получено выделение двумерного контура оптического изображения, переносимого излучением с длиной волны 0.63 × 10<sup>-4</sup> см, с использованием первого дифракционного порядка. В качестве АО-фильтра пространственных частот использована АО-ячейка из монокристалла TeO<sub>2</sub>, в котором основной и побочный дифракционные порядки формируются в результате АО-взаимодействия с акустической волной частотой 26 МГц.

DOI: 10.31857/S0033849420110108

# введение

Одним из широко используемых на практике методов обработки изображений является фурьеметод, заключающийся в операции преобразования изображения в его фурье-образ, фильтрацию фурье-образа посредством пространственного фильтра и операцию обратного фурье-преобразования [1, 2]. В системах оптической фурье-обработки операции "прямого" и "обратного" преобразования выполняются с помощью линз. Результат фурье-обработки существенно зависит от характеристик фильтра пространственных частот. Метод оптической фурье-обработки, с одной стороны, достаточно просто реализуем на практике, а с другой – обладает предельно высоким быстродействием: по сути, быстродействие метода определяется временем прохождения света через оптическую систему.

В качестве перестраиваемых фильтров пространственных частот в системах фурье-обработки часто применяются акустооптические (AO) ячейки. Достоинствами AO-ячеек являются сравнительно высокое быстродействие, малые управляющие мощности, надежность и простота конструкции [3–5]. Акустооптические элементы достаточно легко "влились" в системы обработки оптических изображений, поскольку акустическая волна существенно влияет на амплитудную и фазовую структуру изображения (см., например, [5, 6]).

"Обычные" брэгговские АО-ячейки пригодны для фильтрации лишь одномерных изображений

(см., например, [7–9]). Для обработки двумерных изображений пригодны только специально разработанные АО-ячейки, в которых используются специальные срезы кристаллов или выбираются особые режимы АО-дифракции [6, 9–15]. При этом передаточные функции "рабочих" дифракционных порядков должны обладать признаками двумерности – либо иметь круговую симметрию [6, 10, 11], либо в их характеристиках должны присутствовать "изломы" или неоднородности [12-15]. Если круговая симметрия в поведении передаточных функций достигается только при реализации тангенциальной геометрии [6], то неоднородности, пригодные для двумерной обработки, можно получить в процессе, например, двух- или трехкратной брэгговской дифракции [12-15].

К настоящему моменту предложено много вариантов АО-взаимодействия, позволяющих получить двумерный контур изображения посредством дифракции света на одной звуковой волне. Появилась возможность сравнивать варианты друг с другом, оценивать их эффективность по тому или иному признаку. Наиболее логичным является сравнение, основанное на следующем принципе, — достижении оптимальных параметров наиболее важных характеристик АО-фильтра, которыми являются полоса пропускания пространственных частот  $\Delta f_p$  и предельное разрешение  $d_{\min}$  АО-элемента. Эти характеристики введены и обоснованы в работе [16]. Приведенные парамет-

ры определяются как  $\Delta f_p = \Delta \Theta_p / \lambda$  и  $d_{\min} = 1 / \Delta f_p$ . По уровню 3 дБ и малой эффективности дифракции величины  $\Delta \Theta_p$  и  $d_{\min}$  равны соответственно:  $\Delta \Theta_p = 0.89 V/Lf$ ,  $d_{\min} = 1.12 \lambda Lf/V$ . Здесь  $\lambda - дли-$ на волны света; L - длина АО взаимодействия; fи V — частота и скорость звука. Откуда следует, что для увеличения  $\Delta \Theta_p$  (и, соответственно, уменьшения предельного разрешения  $d_{\min}$ ) необходимо понижать частоту f. Например, частота звука, используемая в тангенциальной геометрии АО-дифракции в TeO<sub>2</sub>, равна ~68 МГц для длины волны оптического излучения  $\lambda = 0.63 \times 10^{-4}$  см [6]. С использованием двукратных режимов дифракции удалось понизить частоту звука до ~35 МГц [12], с использованием трехкратных – до 27 МГц [13-15, 17]. Полученные частоты близки к предельным частотам брэгговского режима дифракции, описываемого достаточно простыми уравнениями. Более низкие частоты соответствуют промежуточной области дифракции [5], здесь для получения характеристик дифракционных полей применимы только численные методы [5].

Существенный недостаток режимов многократной брэгговской дифракции — высокое потребление акустической мощности (необходимая мощность звука увеличивается в два-три раза по сравнению с "обычной" брэгговской дифракцией).

Цель данной работы — найти условия АО-взаимодействия, приводящего к двумерному распределению поля, но с минимальным потреблением акустической мощности. За основу взята "обычная" брэгговская дифракция в один дифракционный порядок с возможностью дифракции в дополнительный порядок для достижения "необходимого" распределения поля передаточной функции, пригодного для обработки двумерных изображений. Предполагается, что дифракция происходит на предельно низкой частоте звука, при которой, тем не менее, реализуется брэгговский режим.

### 1. ТЕОРИЯ

На рис. 1 показана векторная диаграмма АОдифракции в одноосном гиротропном кристалле, приведенная для одной из пространственноспектральных компонент исходного оптического изображения, которая распространяется под углом  $\alpha$  к оптической оси *OZ* кристалла. Полагаем, что происходит анизотропная дифракция света на звуке. Пространственно-спектральная компонента излучения с волновым вектором  $\vec{K}_0$ , распространяющаяся под углом  $\alpha$  к оси *OZ*, дифрагирует в направлении компоненты с волновым вектором  $\vec{K}_{+1}$  в результате АО-взаимодействия с акустической волной, волновой вектор которой —  $\vec{q}$ . Передаточные функции АО-дифракции, когда



Рис. 1. Векторная диаграмма АО-взаимодействия.

дифракция происходит в один брэгговский порядок, представляют собой чередование изогнутых интерференционных полос. Как показано в [6], такие функции непригодны для обработки двумерных изображений. Однако если наряду с основным процессом дифракции существует еще один (например, дифракция в минус первый порядок), то на передаточных функциях появляются "изломы". На рис. 1 побочная компонента представлена пунктирным волновым вектором  $\vec{K}_{-1}$ , дифракция в эту компоненту происходит с брэгговским рассинхронизмом. Вектор рассинхронизма обозначен η
\_1. Строго говоря, такую задачу надо рассматривать как дифракцию в плюс первый и минус первый дифракционные порядки. Мы будем исследовать наиболее общий случай, когда учитывается брэгговский рассинхронизм процесса дифракции как в плюс первый, так и в минус первый порядки дифракции. Без потери общности будем полагать, что волновой вектор акустической волны направлен ортогонально оси OZ, а оптические лучи распространяются вблизи оси ОΖ. Тогда дифракция описывается следующей системой дифференциальных уравнений [5]:

$$\frac{dC_0}{dz} = -\frac{A_1}{2}C_{+1}\exp(-i\eta_{+1}z) - \frac{A_2}{2}C_{-1}\exp(-i\eta_{-1}z);$$

$$\frac{dC_{+1}}{dz} = \frac{A_1}{2}C_0\exp(i\eta_{+1}z); \quad \frac{dC_{-1}}{dz} = \frac{A_2}{2}C_0\exp(i\eta_{-1}z).$$
(1)

Здесь  $C_0$ ,  $C_{+1}$  и  $C_{-1}$  – амплитуды нулевого, плюс первого и минус первого дифракционных порядков;  $A_1 = f_{0(+1)}W_0$ ,  $A_2 = f_{0(-1)}W_0$ , где

$$W_0 = \frac{\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{M_2 P_{ac}}{LH}}$$

 $(\lambda - длина волны света; M_2 - величина АО-качества материала; L - длина АО-взаимодействия; H - высота акустического столба; <math>P_{ac}$  - акустическая мощность); коэффициенты  $f_{0(+1)}$  и  $f_{0(-1)}$  учитыва-

ют эллиптичность собственных волн кристалла, они равны [17, 18]

$$f_{0(+1)} = \frac{1 + \rho_0 \rho_{+1}}{\sqrt{1 + \rho_0^2} \sqrt{1 + \rho_{+1}^2}}, \quad f_{0(-1)} = \frac{1 + \rho_0 \rho_{-1}}{\sqrt{1 + \rho_0^2} \sqrt{1 + \rho_{-1}^2}},$$

где  $\rho_0$ ,  $\rho_{+1}$  и  $\rho_{-1}$  — эллиптичности волн нулевого, плюс первого и минус первого дифракционных порядков; *z* — координата, вдоль которой развивается АО-взаимодействие;  $\eta_{+1}$ ,  $\eta_{-1}$  — величины векторов расстроек фазового синхронизма плюс первого и минус первого порядков соответственно:

$$\eta_{+1} = k_z - k_{z(+1)}, \quad \eta_{-1} = k_z - k_{z(-1)}.$$

Здесь  $k_z$ ,  $k_{z(+1)}$ ,  $k_{z(-1)}$  — проекции волновых векторов нулевого  $\vec{K}_0$ , плюс первого  $\vec{K}_{+1}$  и минус первого  $\vec{K}_{-1}$  дифракционных порядков на направление *OZ*. Для граничных условий  $C_0 = 1$ ;  $C_{+1} = C_{-1} = 0$  при z = 0 решение системы (1) имеет вид

$$C_{0} = a_{1} \exp(i\beta_{1}z) + a_{2} \exp(i\beta_{2}z) + a_{3} \exp(i\beta_{3}z);$$

$$C_{+1} = \frac{A_{1}}{2i} \left\{ \frac{a_{1}}{\beta_{1} + \eta_{+1}} \exp[i(\beta_{1} + \eta_{+1})z] + \frac{a_{2}}{\beta_{2} + \eta_{+1}} \exp[i(\beta_{2} + \eta_{+1})z] + \frac{a_{3}}{\beta_{3} + \eta_{+1}} \exp[i(\beta_{3} + \eta_{+1})z] \right\};$$

$$C_{-1} = \frac{A_{2}}{2i} \left\{ \frac{a_{1}}{\beta_{1} + \eta_{-1}} \exp[i(\beta_{1} + \eta_{-1})z] + \frac{a_{2}}{\beta_{2} + \eta_{-1}} \exp[i(\beta_{2} + \eta_{-1})z] + \frac{a_{3}}{\beta_{3} + \eta_{-1}} \exp[i(\beta_{3} + \eta_{-1})z] \right\}.$$
(2)

Здесь

$$a_{1} = \frac{T_{1}}{T_{1} + T_{2} + T_{3}}; \quad a_{2} = \frac{T_{2}}{T_{1} + T_{2} + T_{3}}; \quad T_{1} = (\beta_{3} - \beta_{2})(\beta_{1} + \eta_{+1})(\beta_{1} + \eta_{-1}); \\ T_{2} = (\beta_{1} - \beta_{3})(\beta_{2} + \eta_{+1})(\beta_{2} + \eta_{-1}); \\ T_{3} = (\beta_{2} - \beta_{1})(\beta_{3} + \eta_{+1})(\beta_{3} + \eta_{-1}); \\ \beta_{1}, \beta_{2}, \beta_{3} - \text{корни кубического уравнения}$$

гле

$$\beta^{3} + \beta^{2} (\eta_{+1} + \eta_{-1}) + \beta \left[ \eta_{+1} \eta_{-1} - 0.25 \left( A_{1}^{2} + A_{2}^{2} \right) \right] - 0.25 \left( A_{2}^{2} \eta_{+1} + A_{1}^{2} \eta_{-1} \right) = 0.$$
<sup>(4)</sup>

В рамках используемой нами модели предполагается, что показатели преломления одноосного гиротропного кристалла определяются как [18]

$$n_{1,2}^{2} = \frac{1 + \mathrm{tg}^{2}\varphi}{\frac{1}{n_{o}^{2}} + \frac{\mathrm{tg}^{2}\varphi}{2} \left(\frac{1}{n_{o}^{2}} + \frac{1}{n_{e}^{2}}\right) \pm \frac{1}{2} \sqrt{\mathrm{tg}^{4}\varphi \left(\frac{1}{n_{o}^{2}} - \frac{1}{n_{e}^{2}}\right) + 4\left(G_{11}\mathrm{tg}^{2}\varphi + G_{33}\right)^{2}},$$
(5)

а эллиптичность оптических волн равна

$$\rho = \frac{1}{2(G_{11}tg^{2}\varphi + G_{33})} \times \left[ \sqrt{tg^{4}\varphi \left(\frac{1}{n_{o}^{2}} - \frac{1}{n_{e}^{2}}\right)^{2} + 4(G_{11}tg^{2}\varphi + G_{33})^{2}} - (6) - tg^{2}\varphi \left(\frac{1}{n_{o}^{2}} - \frac{1}{n_{e}^{2}}\right) \right],$$

где  $n_o$  и  $n_e$  — главные показатели преломления кристалла;  $\phi$  — угол между оптической осью *OZ* и волновым вектором света;  $G_{11}$  и  $G_{33}$  — компоненты псевдотензора гирации. Двумерность передавае-

мого изображения описывается углами  $\alpha$  и  $\beta$  наклона вектора  $\vec{K}_0$ :  $\alpha$  – угол между  $\vec{K}_0$  и осью *OZ* в плоскости дифракции,  $\beta$  – угол между вектором  $\vec{K}_0$  и плоскостью дифракции.

В качестве "рабочего" порядка для обработки двумерных изображений нами рассматривается плюс первый брэгговский порядок  $C_{+1}$ . На рис. 2 в качестве примера приведено распределение  $C_{+1} \times C_{+1}^*$ , полученное при следующих параметрах, входящих в выражения (1)–(6) [19, 20]:  $\lambda = 0.63$  мкм,  $n_o = 2.26$ ,  $n_e = 2.41$ ,  $G_{11} = 1.1 \times 10^{-4}$ ,  $G_{33} = 2.62 \times 10^{-5}$ , L = H = 0.2 см,  $M_2 = 1200 \times 10^{-18}$  с<sup>3</sup>/г,  $V = 0.617 \times 10^5$  см/с. Величина  $P_{ac}$  взята равной



**Рис. 2.** Передаточная функция плюс первого дифракционного порядка.

0.025 Вт, частота звука f = 26 МГц. Угловой размер распределения  $25 \times 25$  град. Неоднородные участки (выделены квадратами) позволяют обрабатывать двумерные изображения, в частности, выделять двумерный контур.

На рис. 3 представлены изображения до обработки и после обработки в виде "квадрата" (верхний и нижний рисунки 3а соответственно), цифры "2" (рис. 36) и цифры "3" (рис. 3в) с помощью выделенного участка передаточной функции рис. 2. Экспериментально результат проверялся только с использованием изображения в виде квадрата. Остальные изображения приведены для демонстрации возможностей передаточной функции, полученной на рис. 2. Видно, что изображения нижнего ряда являются достаточно хорошо выраженными двумерными контурами изображений верхнего ряда. Другими словами, полученная передаточная функция ведет себя как двумерный фильтр пространственных частот.

Анализ показывает, что эффективность дифракции побочного порядка должна быть не менее 20% от эффективности основного дифракционного порядка. В этом случае на передаточной функции появляются участки с изгибами, пригодными для обработки двумерных изображений. Такое условие реализуемо в широкой полосе звуковых волн. Например, в представленной на рис. 1 геометрии дифракции полоса частот простирается от ~20 до ~40 МГц. Мы сознательно выбрали частоту звука, близкую к минимальной, поскольку на низких частотах достигается наилучшее "разрешение" изображений [16]. Это приводит, например, к тому, что "толщина" контуров на низких частотах меньше, чем на высоких.

# 2. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА И ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для проверки полученного результата был выполнен эксперимент.

Оптическая схема экспериментальной установки аналогична описанной в [9]. Схема основа-



Рис. 3. Фурье-обработка изображений в виде квадрата (а) и цифр "2" (б) и "3" (в): до обработки (верхний ряд) и после обработки (нижний ряд).



**Рис. 4.** Оптическая фурье-обработка изображения: исходное изображение в нулевом дифракционном порядке (а) и изображение в первом дифракционном порядке (б).

на на использовании двух идентичных линз с фокусным расстоянием F = 18 см. Линейно поляризованное оптическое излучение с длиной волны  $0.63 \times 10^{-4}$  см. генерируемое He–Ne-лазером. расширялось расширителем оптического пучка и направлялось на отверстие в виде квадрата размером  $0.1 \times 0.1 \text{ см}^2$ . Излучение проходило через отверстие и формировало исходное изображение. На фокусном расстоянии F от отверстия по ходу распространения излучения была расположена входная линза. Между линзой и отверстием находилась четвертьволновая пластинка для получения циркулярно-поляризованного излучения. Этим формировалась собственная оптическая волна кристалла TeO<sub>2</sub>, что обеспечивало возможность достижения 100%-ной эффективности дифракции. Вторая, выходная линза располагалась на расстоянии 2F от входной.

Посередине между линзами находилась АОячейка, служащая фильтром пространственных частот. АО-ячейка была изготовлена из монокристалла TeO<sub>2</sub> с размерами  $0.8 \times 0.8 \times 0.8$  см<sup>3</sup> вдоль направлений [110], [1 10] и [001] соответственно. К грани {110} кристалла приклеен преобразователь из LiNbO<sub>3</sub>, генерировавший поперечную акустическую волну с направлением сдвига вдоль [1 10]. Размер преобразователя 0.2 × 0.2 см, полоса частот 24...32 МГц по уровню 3 дБ. Преобразователь возбуждал в кристалле бегущую акустическую волну. Скорость звука в кристалле 617 м/с. Оптическое излучение распространялось вблизи оптической оси кристалла, проходило выходную линзу и направлялось на экран, расположенный на расстоянии *F* по другую сторону выходной линзы. На экране наблюдались три пятна, соответствующие нулевому, плюс первому и минус первому дифракционным порядкам.

В эксперименте использовалась частота звука 26 МГц, достаточно далеко отстоящая от частоты двухфононного резонанса, равной ~37 МГц. Это было сделано для того, чтобы эффективная дифракция происходила только в один дифракционный порядок.

Нами исследовалось формирование контура в плюс первом порядке. Для этого угловой подстройкой АО-ячейки, перемещением ячейки вдоль вертикальной оси, а также изменением мощности звука добивалась ситуация, когда излучение дифрагировало преимущественно в первый порядок, в котором при этом формировался двумерный контур. Изображение, получаемое на экране, фотографировалось фотокамерой. На рис. 4 приведены фотографии изображения, полученные в нулевом брэгговской порядке в отсутствие напряжения, подаваемого на преобразователь (рис. 4а), и в первом порядке при наличии напряжения на преобразователе, равном ~4 В (рис. 4б). На последнем рисунке виден хорошо выраженный двумерный контур.

Отметим, что для выделения двумерного контура с использованием двухфононной дифракции необходимо было прикладывать напряжения, равные 6...7 В.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы.

1. Исследован процесс брэгговской АО-дифракции с точки зрения формирования передаточных функций, пригодных для обработки двумерных изображений. Показано, что если в процессе АО-взаимодействия наряду с дифракцией в основной брэгговский порядок существует обмен энергией с дополнительным, "побочным" порядком, передаточные функции всегда имеют "изломы", вызванные неравномерным распределением амплитудных и фазовых полей.

2. Для расчета передаточных функций АО-дифракции, происходящей в основной и побочный дифракционные порядки, предложено использовать систему дифференциальных уравнений, описывающую дифракцию излучения в два брэгговских порядка с учетом боэгговского рассинхронизма.

3. Получены передаточные функции, определены участки функции с сильно неоднородным распределением поля. Путем фурье-обработки показано, что выделенные участки могут быть использованы для выделения двумерного контура изображения.

4. Экспериментально получено выделение двумерного контура оптического изображения, переносимого излучением с длиной волны 0.63 × 10<sup>-4</sup> см, с использованием дифракции в первый дифракционный порядок. Фильтром пространственных частот служила АО-ячейка из парателлурита, в

том 65

№ 11

2020

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

которой оптическое излучение дифрагировало в основной и побочный брэгговские порядки на акустической волне с частотой 26 МГц.

### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме № 0030-2019-0014, а также при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 18-07-00259 и 19-07-00071).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Ghadak A.K., Thyagarajan K.* Contemporary Optics. N.-Y.: Plenum Press, 1978.
- Stark H. Applications of Optical Fourier Transforms. N.-Y.: Acad. Press, 1982.
- 3. *Магдич Л.Н., Молчанов В.Я.* Акустооптические устройства и их применение. М.: Сов. радио, 1978.
- 4. *Xu J., Stroud R.* Acousto-Optic Devices: Principles, Design and Applications. N.-Y.: John Wiley and Sons, Inc., 1992.
- 5. Балакший В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. Физические основы акустооптики. М.: Радио и связь, 1985.
- 6. Балакший В.И., Волошинов В.Б. // Квант. электроника. 2005. Т. 35. № 1. С. 90

- 7. *Athale R.A., van der Gracht J., Prather D.W., Mait J.N. //* Appl. Opt. 1995. V. 34. № 2. P. 276.
- Cao D., Banerjee P.P., Poon T.-Ch. // Appl. Opt. 1998. V. 37. № 14. P. 3007.
- 9. Котов В.М., Шкердин Г.Н., Шкердин Д.Г., Котов Е.В. // РЭ. 2011. V. 56. № 1. С. 66.
- 10. Balakshy V.I., Voloshinov V.B., Babkina T.M., Kostyuk D.E. // J. Modern Opt. 2005. V. 52. № 1. P. 1.
- 11. *Balakshy V.I., Kostyuk D.E.* // Appl. Opt. 2009. V. 48. Nº 7. P. C24.
- 12. Котов В.М., Шкердин Г.Н., Булюк А.Н. // Квант. электроника. 2011. Т. 41. № 12. С. 1113.
- 13. *Котов В.М., Шкердин Г.Н., Аверин С.В.* // Радиотехника. 2012. № 12. С. 57.
- 14. Котов В.М., Шкердин Г.Н. // РЭ. 2013. Т. 58. № 10. С. 1040.
- 15. *Котов В.М., Шкердин Г.Н., Аверин С.В.* // РЭ. 2016. Т. 61. № 11. С. 1090.
- 16. Балакший В.И. // РЭ. 1984. Т. 29. № 8. С. 1610.
- 17. Котов В.М., Шкердин Г.Н., Григорьевский В.И. // РЭ. 2013. Т. 58. № 3. С. 256.
- 18. Котов В.М. Акустооптика. Брэгговская дифракция многоцветного излучения. М.: Янус-К, 2016.
- 19. Акустические кристаллы / Под ред. М.П. Шаскольской. М.: Наука, 1982.
- 20. Кизель В.А., Бурков В.И. Гиротропия кристаллов. М.: Наука, 1980.