ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 538.566.2;621.372.8

ПЛАЗМОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ В КВАДРАТНОЙ И ПРЯМОУГОЛЬНОЙ НАНОПЛАСТИНАХ ИЗ БЛАГОРОДНЫХ МЕТАЛЛОВ

© 2020 г. А. П. Анютин*

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

> **E-mail: anioutine@mail.ru* Поступила в редакцию 21.05.2018 г. После доработки 21.05.2019 г. Принята к публикации 05.06.2019 г.

Рассмотрена двумерная задача дифракции плоской электромагнитной волны TM-типа на цилиндрической структуре из серебра или золота, контур поперечного сечения которой представляет собой квадрат или прямоугольник. В диапазоне длин волн 300 нм < λ < 900 нм строгим численным методом рассчитаны спектры поперечника рассеяния и диаграммы рассеяния. Исследовано влияние потерь среды, геометрических размеров структуры и угла падения плоской волны на поперечник рассеяния и диаграмму рассеяния. Показано, что реальные потери золота делают невозможным существование мультипольных резонансов при размерах пластины, существенно меньше длины волны. В случае серебряной пластины положение дипольного и наличие мультипольного резонансов зависит как от длины и толщины пластины, так и от угла падения плоской волны.

DOI: 10.31857/S0033849420020011

введение

Как известно, дифракция электромагнитных волн на наноструктурах из благородных металлов (серебра, золота) в световом диапазоне длин волн сопровождается как образованием поверхностных волн (плазмон-поляритонов), так существованием их резонансов. При этом интерес к исследованию свойств плазмон-поляритонов связан главным образом с высокой локализацией электромагнитного поля вблизи поверхности наноструктур, которая позволяет использовать их в субволновом и ближнепольном зондировании. Так, нанопровода из серебра и золота широко применяются в качестве сенсоров [1]. Отметим, что плазмонные резонансы в цилиндрических наноструктурах (нитях) с круглым сечением реализуются в ультрафиолетовой части спектра. Используя нанотрубки, можно сместить частоты плазмонных резонансов в видимую область светового диапазона [2, 3]. В работе [4] исследованы плазмонные резонансы в кварцевой нанонити. покрытой слоем золота переменной толщины в предположении, что границами оболочки являются круговые цилиндры со смещенными центрами. Различные геометрии оболочек из серебра и кварца, контуры поперечного сечения которых образованы круговыми или круговыми и эллиптическими цилиндрами рассматривались в работах [5-7].

Цель данной работы состоит в исследовании особенностей плазмонных резонансов в 2D-наноструктурах из серебра (золота) в случае, когда контур поперечного сечения структуры представляют собой квадрат (прямоугольник) с разными соотношениями сторон. Из близких по тематике работ отметим [8–11].

1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим двумерную задачу дифракции плоской электромагнитной линейно-поляризованной волны на двумерной цилиндрической диэлектрической структуре (пластине), поперечное сечение которой представляет собой квадрат (рис. 1а) или прямоугольник (рис. 1б). Плоская волна распространяется в направлении единичного вектора ($\cos \varphi_0$, $\sin \varphi_0$,0) и характеризуется следующими компонентами электромагнитного поля:

$$H_z^0 = \exp(-ikx\cos\varphi_0 - iky\sin\varphi_0),$$

$$E_x^0 = -\eta\sin\varphi_0\exp(-ikx\cos\varphi_0 - iky\sin\varphi_0), \quad (1)$$

$$E_y^0 = \eta\cos\varphi_0\exp(-ikx\cos\varphi_0 - iky\sin\varphi_0).$$

Зависимость от времени выбрана в виде $\exp(i\omega t)$, где $\omega = kc$ – круговая частота, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число свободного пространства, c –



Рис. 1. Геометрия задачи для квадратной (а) и прямоугольной (б) пластины.

скорость света в вакууме, λ — длина волны, $\eta = 120\pi$ Ом — волновое сопротивление вакуума.

Для структуры, изображенной на рис. 16, контур поперечного сечения описывается формулой

$$(x/a)^{N} + (y/b)^{N} = 1,$$
 (2)

где $N \ge 1$ (например, при N = 18) и $a \ne b$. Если в (2) принять a = b, то формула (2) будет описывать границу структуры (диэлектрической пластины) с контуром поперечного сечения в виде квадрата (см. рис. 1а). Считается, что среда структуры представляет собой серебро (либо золото). При этом частотная зависимость относительной диэлектрической проницаемости $\varepsilon_c(\lambda) = \varepsilon' - i\varepsilon'' \equiv \text{Re}(\varepsilon_c) - i \text{Im}(\varepsilon_c)$ серебра (или золота $\varepsilon_s(\lambda)$) рассчитывалась на основе интерполяции экспериментальных данных работы [12] кубическими сплайнами. На рис. 2а представлена зависимость действительной и мнимой частей относительной диэлектрической проницаемости серебра. Аналогичные зависимости для случая золота изображены на рис. 2б.



Рис. 2. Зависимости действительной (*1*) и мнимой (*2*) частей относительной диэлектрической проницаемости серебра (а) и золота (б) от длины волны.

Пространственное распределение диэлектрической проницаемости для структур, изображенных на рис. 1, имеет вид

$$\overline{\varepsilon}(x,y) = \begin{cases} \varepsilon_{c,3}, & (x/a)^N + (y/b)^N < 1. \\ 1, & (x/a)^N + (y/b)^N > 1. \end{cases}$$
(3)

Исследование сформулированной задачи дифракции удобнее проводить, используя *z*-компоненту $U(x, y) = H_z(x, y)$ магнитного поля, так как краевая задача для функции U(x, y) является скалярной. Полное поле U(x, y), т.е. суперпозиция падающего и рассеянного полей, в кусочно-по-



Рис. 3. Распределение абсолютных значений невязки граничных условий вдоль контура серебряной пластины при a = 50, b = 5 нм.

стоянной среде (3) удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial y^2} + k^2 \overline{\varepsilon}(x,y) U(x,y) = 0.$$
(4)

Компоненты электрического поля могут быть выражены через функцию U(x, y)

$$E_{x}(x,y) = \frac{\eta}{ik\overline{\varepsilon}(x,y)} \frac{\partial U(x,y)}{\partial y},$$

$$E_{y}(x,y) = -\frac{\eta}{ik\overline{\varepsilon}(x,y)} \frac{\partial U(x,y)}{\partial x}.$$
(5)

На границах структуры должны быть непрерывны величины U и $\frac{1}{\overline{\epsilon}} \frac{\partial U}{\partial N}$, где $\frac{\partial U}{\partial N}$ – производная по направлению нормали к границе раздела сред.

Как уже отмечалось, полное поле вне пластины состоит из падающего (U^0) и рассеянного (U^s) полей. Падающее поле задано функцией

$$U^{0} = \exp(-ikx\cos\varphi_{0} - iky\sin\varphi_{0}).$$
 (6)

Рассеянное поле в цилиндрической системе координат (r, ϕ) , где $x = r \cos \phi$ и $y = r \sin \phi$, в дальней зоне $(kr \rightarrow \infty)$ должно удовлетворять условию излучения

$$U^{s} = \Phi(\varphi) \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} \exp\left(-ikr + i\frac{\pi}{4}\right), \tag{7}$$

где $\Phi(\phi)$ — диаграмма рассеяния.

Полное сечение рассеяния σ_s определяется формулой

$$\sigma_{S} = \frac{2}{\pi k} \int_{0}^{2\pi} |\Phi(\varphi)|^{2} d\varphi.$$
(8)



Рис. 4. Зависимость нормированного поперечника рассеяния от длины волны при угле падения $\phi_0 = 0$ плоской волны для серебряной пластины с параметрами: a = 50 нм и b = 50 (1), 25 (2), 12.5(3), 6.25 (4) и 5 нм (5).

2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Численное решение сформулированной задачи проводилось модифицированным методом дискретных источников [13, 14]. При этом точность решения задачи контролировалась путем вычисления невязки δ граничных условий в линейной норме в точках, расположенных в середине между точками, где граничные условия выполняются точно (в таких точках граничные условия выполняются наихудшим образом [13]). Во всех приведенных ниже расчетах максимальная невязка граничных условий не превышает величину $\delta < 10^{-3}$. Пример типичного распределения невязки $\delta(n)$ вдоль контура (2) пластины из серебра (п – номер точки на контуре) представлен на рис. 3 (параметры контура (2) полагали следующими: N = 18, a = 50 нм, b = 5 нм).

Рассмотрим сначала поведение нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_s$ в зависимости от длины волны λ (во всех представленных ниже результатах λ изменяется в пределах 300 нм < λ < 600 нм для серебра и 300 нм $< \lambda < 900$ нм для золота) для случая серебряной пластины при различных углах падения ϕ_0 плоской волны.

На рис. 4 представлены результаты расчета нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_s$ для угла падения $\phi_0 = 0$, т.е. когда плоская волна падает ("освещает") на узкую часть пластины и распространяется вдоль ее широкой части. При этом кривая 1 соответствует случаю квадратной пла-



Рис. 5. Зависимость нормированного поперечника рассеяния от длины волны при $\varphi_0 = 0$, a = b = 50 нм, $\varphi_0 = 0$ и различных потерях серебра: Im(ε) = 0 (*1*), 0.1Im(ε_c) (*2*) и 0.001 Im(ε_c) (*3*).

стины, а кривые 2-5 – прямоугольной пластины с a = 50 нм и b = 25, 125, 6.25 и 5 нм. Из рисунка следует, что во всех случаях кривые 1-5 содержат два максимума, соотношение амплитуд которых изменяются при уменьшении толщины пластины. При этом максимумы лежат в диапазоне длин волн 320 нм < λ < 360 нм и практически мало изменяют свое положение.

Для понимания происхождения этих максимумов на рис. 5 приведены результаты расчета нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_s$ при a = b = 50 нм, $\phi_0 = 0$ и различных значениях мнимой части относительной диэлектрической проницаемости серебра, которые определяют потери среды. Из этого рисунка следует, что при малых значениях потерь среды (Im(ε) \leq Im(ε_c)) можно наблюдать как дипольный, так и мультипольные резонансы. Кроме того, видно, что для реальных значений Im(ε_c) у такой серебряной пластины первый (правый) максимум поперечника рассеяния $k\sigma_s$ соответствует дипольному резонансу, а второй (левый) максимум – результат слияния нескольких мультипольных резонансов.

Следует обратить внимание, что применение методики и результаты работы [14] вызывают серьезные сомнения для случая тонких нанопластин из благородных металлов. С одной стороны, это связано с тем, что толщина пластины 2b не должна быть меньше $2b \le 10$ нм, так как при толщине пластины 2b < 10 нм необходимо учитывать эффекты, связанные с пространственной дисперси-



Рис. 6. Зависимость нормированного поперечника рассеяния от длины волны при углах падения $\varphi_0 = \pi/4$ (а) и $\varphi_0 = \pi/2$ (б) плоской волны для серебряной пластины с параметрами: a = 50 нм и b = 50 (*I*), 25 (2), 12.5(3), 6.25 (4) и 5 нм (5).

ей, а при $2b \le 5$ нм — привлекать квантовую механику для описания взаимодействия электромагнитной волны с пластиной [1]. С другой стороны, при 2b > 10 нм имеет место достаточно сильное изменение поля поперек пластины, что принципиально не учитывается в методике работы [14]. Кроме того, заметим, что ссылка на работу [13] в качестве теста является некорректной, поскольку в ней отсутствуют соответствующие расчеты поперечника рассеяния на основе применения метода поверхностных интегральных уравнений, подтверждающие результат работы [14].

На рис. 6а и 6б представлены результаты расчета нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_s$ для углов падения плоской волны $\phi_0 = \pi/4$ и



Рис. 7. Зависимость нормированного поперечника рассеяния от длины волны при угле падения $\varphi_0 = \pi/4$ (а) и $\varphi_0 = \pi/2$ (б) плоской волны для золотой пластины с параметрами: a = 50 нм и b = 50 (*1*), 25 (*2*), 12.5 (*3*), 6.25 (*4*) и 5 нм (*5*).

 $\phi_0 = \pi/2$, т.е. когда "освещены" обе грани пластины. Размеры серебряной пластины и нумерация кривых полагались аналогичными предыдущему случаю. Как следует из рисунков, поперечник рассеяния $k\sigma_s$ имеет один максимум (правый и главный), связанный с дипольным резонансом, и второй максимум (левый с существенно меньшим уровнем), который является результатом слияния мультипольных резонансов. Отметим, что положение главного максимума $k\sigma_s$ зависит от толщины пластины - с уменьшением толщины пластины он перемещается в сторону увеличенных значений λ. При этом максимумы поперечника рассеяния $k\sigma_s$ лежат в диапазоне длин волн 320 нм $< \lambda < 550$ нм, что значительно превышает случай падения плоской волны с углом $\phi_0 = 0$. Кроме того, сравнение



Рис. 8. Зависимость нормированного поперечника рассеяния от длины волны для серебряной (*1*) и золотой (*2*) пластин с параметрами a = 100 нм, b = 5 нм и угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/3$.

результатов, представленных на рис. ба и бб, показывает, что положения резонансов поперечника рассеяния $k\sigma_s$ для углов падения $\phi_0 = \pi/4$, $\phi_0 = \pi/2$ при одинаковых толщинах пластин практически совпадают.

Результаты расчета нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_s$ для золотой пластины и углов падения плоской волны $\phi_0 = \pi/4$ и $\phi_0 = \pi/2$ представлены на рис. 7а и 76. Размеры золотых пластин такие же, как и серебряных. Как видим, частотная зависимость поперечника рассеяния $k\sigma_s$ имеет только один максимум, определяемый дипольным резонансом. Уменьшение толщины пластины здесь, как и в случае серебряной пластины, приводит к аналогичному изменению положения поперечника рассеяния $k\sigma_s$ -смещению в область больших длин волн. Однако диапазон длин волн, в котором располагаются максимумы $k\sigma_s - 510$ нм $< \lambda < 640$ нм, меньше, чем в случае серебряной пластины.

Влияния материала пластины на частотную зависимость поперечника рассеяния $k\sigma_s$ представлено на рис. 8. На нем изображены результаты расчетов поперечника рассеяния $k\sigma_s$ для серебряной и золотой пластин с одинаковыми размерами a = 100 нм, b = 5 нм и угле падения плоской волны $\phi_0 = \pi/3$. Из рисунка следует, что для серебряной пластины имеет место ярко выраженные дипольный и один мультипольный резонансы. При этом у золотой пластины присутствует только дипольный резонанс. Различия в поведении частотной зависимости потерь серебра и зо-



Рис. 9. Пространственное распределение поля $U = H_z(x = 0, y)$ вдоль оси *у* для серебряной пластины с параметрами a = 50 нм, b = 5 нм, угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/4$ и фиксированной длине волны $\lambda = 367.27$ (*I*), 400 (*2*), 539 (*3*), 600 нм (*4*).

лота (см. кривые 2 рис. 2а и рис. 2б) объясняют такое поведение кривых.

На рис. 9 представлены результаты расчета пространственного распределения поля $U = H_z(x = 0, y)$ вдоль оси *у* для четырех длин волн $\lambda = 367.27, 400, 539$ и 600 нм. Геометрические размеры серебряной пластины a = 50 нм, b = 5 нм; угол падения плоской волны на пластину $\phi_0 = \pi/4$. Отметим, что при $\lambda \approx 400$ нм и $\lambda = 539$ нм имеют место локальные максимумы поперечника рассеяния. Из этого рисунка следует, что даже в случае относительно тонкой пластины (толщина 2a = 10 нм) в поперечном направлении наблюлается лостаточно сильное изменение поля, которое никак не может быть признано приблизительно постоянным. Это также ставит под сомнение использование интегрального уравнения, полученного на основе метода двусторонних граничных условий [14] для описания взаимодействия электромагнитных волн с "тонкими пластинами" из благородных металлов.

Наконец, обсудим результаты расчета диаграмм рассеяния. На рис. 10 представлены результаты расчетов, иллюстрирующие влияние потерь серебра на диаграмму рассеяния серебряной пластины с параметрами a = 50 нм, угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/4$ на двух длинах волн — 396 и 539 нм. Как видим, потери сильнее сказываются на диаграмме рассеяния при мультипольном резонансе ($\lambda \approx 396$ нм), чем при дипольном резонансе ($\lambda \approx 539$ нм).

Рисунок 11 иллюстрирует влияние длины воны λ на диаграмму рассеяния серебряной пластины с параметрами a = 100 нм, b = 5 нм при угле паде-



Рис. 10. Диаграмма рассеяния серебряной пластины с параметрами a = 50 нм, b = 5 нм и угле падения плоской волны $\phi_0 = \pi/4$ на длине волны $\lambda \approx 396$ нм (1, 2) и $\lambda \approx 539$ нм (3, 4) в зависимости от потерь серебра: кривые 1 и $3 - 0.001 \text{Im}(\varepsilon_c)$, кривые $2 u 4 - \text{Im}(\varepsilon_c)$.

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 65 № 2 2020



Рис. 11. Диаграмма рассеяния серебряной пластины с параметрами a = 100 нм, b = 5 нм при угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/3$ в зависимости от длины волны: $\lambda = 490$ (1), 750 (2), 450 (3) и 800 нм (4).

ния плоской волны $\phi_0 = \pi/3$ на длинах волн $\lambda = 490$, 750, 450 и 800 нм. Видно, что изменение длины волны λ приводит формированию диаграмм рассеяния с различным числом ее максимумов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена дифракция плоской волны на цилиндрической 2D-структуре, представляющей собой квадратную или прямоугольную серебряную (золотую) пластину. Строгими численными метолами рассчитаны спектральные и пространственные характеристики рассеянного поля. Показано, что в малых по сравнению с длиной волн реальных структурах из золота присутствуют только дипольные резонансы плазмонов. Для серебряных пластин дипольный и "совокупный" квадрупольный резонанс наблюдается лишь при достаточно большой ее длине. Продемонстрировано влияние геометрических размеров пластины, угла падения плоской волны и ее длины волны на положения максимума поперечника рассеяния и диаграммы рассеяния.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет частичного бюджетного финансирования в рамках государственного задания (тема 0030-2019-0014) и при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-02-00654).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Климов В.В. Наноплазмоника. М.: Физматлит, 2009.
- Velichko E.A., Nosich A.I. // Opt. Lett. 2013. V. 38. № 23. P. 4978.
- 3. Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. // РЭ. 2015. Т. 60. № 9. С. 896.
- 4. Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. // РЭ. 2016. Т. 61. № 8. С. 757.
- 5. Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. // РЭ. 2017. Т. 62. № 1. С.35.
- 6. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. //* Изв. вузов. Радиофизика. 2017. Т. 60. № 7. С. 600.
- 7. Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. // РЭ. 2017. Т. 62. № 12. С. 1197.
- Giannini V., Sánchez-Gil J.A. // J. Opt. Soc. Am. A. 2007. V. 24. № 9. P. 2822.
- Søndergaard T. // Phys. Status Solidi (b). 2007. V. 244. P. 3448.
- Søndergaard T., Bozhevolnyi S.I. // Phys. Status Solidi (b), 2008. V. 245. P. 9.
- 11. *Shapoval O.V., Sauleau R., Nosich A.I.* // IEEE Trans. 2013.V. NT-12. № 3. P. 442.
- Johnson P.B., Christy R.W. // Phys. Rev. B. 1972. V. 6. № 12. P. 4370.
- Кюркчан А.Г., Минаев С.А., Соловейчик А.Л. // РЭ. 2001. Т. 46. № 6. С. 666.
- Anyutin A.P., Stasevich V.I. // J. Quantitative Spectroscopy and Radiation Transfer. 2006. V. 100. № 1–3. P. 16.