РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2020, том 65, № 2, с. 107–117

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.396.67

ЗАМЕДЛЯЮЩАЯ СИСТЕМА ТИПА ДИАФРАГМИРОВАННЫЙ ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ВОЛНОВОД

© 2020 г. М. В. Давидович*

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, ул. Астраханская, 83, Саратов, 410012 Российская Федерация

**E-mail: davidovichmv@info.sgu.ru*

Поступила в редакцию 11.12.2018 г.
После доработки 11.12.2018 г.
Принята к публикации 10.01.2019 г.

Предложены быстрые и достаточно точные модели для замедляющих систем (ЗС) типа двойные сдвинутые гребенки в прямоугольном экране и ЗС типа петляющий волновод на основе вычисления проводимости диафрагм в прямоугольном волноводе (ПВ). Получена проводимость емкостной диафрагмы в ПВ при электрической и магнитной широких стенках. Также предложены многомодовые модели на основе функционалов электрического и магнитного типов. Модели позволяют корректно учитывать потери. Рассчитана дисперсия двойной гребенки и петляющего волновода с бесконечно тонкими стенками.

DOI: 10.31857/S0033849420020047

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В лампах бегущего волновода (ЛБВ) терагерцового (ТГц) диапазона перспективны ленточные электронные пучки большой ширины и малой толщины с токами порядка 0.1...1.0 А и более, которые должны проходить через узкие в одном из поперечных направлений каналы [1–6]. Для достижения приемлемой мощности в ТГц-микроэлектронике необходимы релятивистские ЛБВ (с анодным напряжением 20 кВ и более), поэтому высоких замедлений не требуется, и задача проектирования замедляющих систем (ЗС) состоит в увеличении рабочей полосы и сопротивления связи R_c. Перспективными и достаточно технологичными ЗС для этого являются широкие двусторонние гребенки с симметричными относительно осевой плоскости $x = 0$ и со сдвинутыми по оси z гребнями в прямоугольном экране [1–9]. На рис. 1а приведен вид такой ЗС со сдвигом гребенок и отношением их периодов 2 : 1, а на рис. 1в дан вид диафрагмированного волновода со сдвигом диафрагм на противоположных стенках на полпериода. Рис. 1б соответствует симметричной гребенке с конечной толщиной гребня. Сдвиг гребней на половину периода $d/2$ (см. рис. 1в) приводит к ЗС с плоскостью зеркальной симметрии, что существенно расширяет полосу. Анализ ЗС на основе коммерческих пакетов программ требует весьма больших ресурсов, что делает оптимизацию достаточно затруднительной [5]. Поэтому задача получения быстрых алгоритмов важна. Ранее ЗС типа одиночная гребенка с бесконечно тонкими гребнями в прямоугольном волноводе (ПВ) рассматривалась в ряде работ, например [10–12], где использовано разложение по пространственным гармоникам и сшивание в продольной плоскости. Метод также формулируется с использованием стационарных свойств функционала. В работах [7, 8] предложен метод периодически продолженных функций Грина (ФГ) ПВ и рассмотрен метод частичных областей (ЧО), приводящий к поверхностным интегральным уравнениям (ИУ) в продольных и поперечных сечениях. Модель и результаты расчета для двойной сдвинутой гребенки получены в работах [4, 6]. В них использован подход на основе разложения по пространственным гармоникам [10, 11] с учетом условия на ребре, что позволило получить быстрый алгоритм. Задача решена методом ЧО, приводящем к ИУ в продольном сечении. Для ЗС из сдвинутых гребенок (см. рис. 1а) несколько электродинамических моделей приведено в работе [9].

Цель данной работы – получение моделей на основе аналитических результатов, обладающих высокой точностью (существенно лучшей, чем у импедансных моделей типа [12, 13]) и меньшими вычислительными затратами, чем строгие модели типа [4, 6–9], а также получение быстрых и строгих алгоритмов, позволяющих учитывать потери. В работе использованы как импедансный, так и адмитансный подходы для получения ИУ и функ-

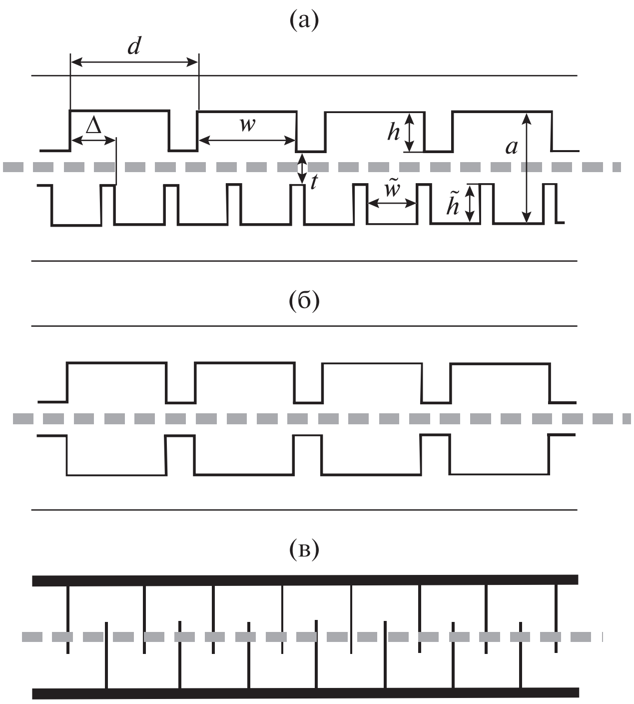

Рис. 1. Виды ЗС типа гребенка: а – двойная сдвинутая гребенка с отношением периодов 2 : 1; б – симметричная гребенка; в – двойная сдвинутая гребенка с бесконечно тонкими диафрагмами и с перекрытием канала (петляющий волновод).

ционалов двух типов: импедансных (относительно магнитного поля или поверхностной плотности тока на диафрагме), и адмитансных (относительно электрического поля в апертуре). Строгие модели получены для бесконечно тонких диафрагм, хотя метод с некоторыми усложнениями может быть распространен и на протяженные диафрагмы. Реально при учете диссипации считаем, что "бесконечно тонкая" диафрагма имеет толщину не менее нескольких скин-слоев.

1. БЫСТРАЯ ПРИБЛИЖЕННАЯ МОДЕЛЬ

Замедляющая система рис. 1 а может быть использована для управления полосой и повышения R_c. Для периодичности периоды гребенок кратные (для ЗС1 их отношение 2 : 1). Более мелкую гребенку можно рассматривать как импедансную поверхность [13], управляющую дисперсией и R_c. Области брегговских резонансов второй гребенки более высокочастотные, что и объясняет расширение полосы. ЗС, представленные на рис. 1а–1в, можно рассматривать как диафрагмированные прямоугольные волноводы (ПВ). Простые модели таких ЗС получаются для бесконечно тонких диафрагм, для которых R_c максимально. Пренебречь толщиной δ диафрагм вполне можно, если $\delta/d < 0.1$. Сдвинутые на $d/2$ гребенки (верхняя относительно нижней) обладают плоскостью скользящей симметрии. Это приводит к пересечению прямых и обратных дисперсионных ветвей при фазовом сдвиге $k_z d = \Psi = \pi$ и к существенному расширению полосы [3–6]. У симметричной гребенки (рис. 1б) при $\Psi = \pi$ возникает запрещенная зона [4]. В случае $h < a/2$ при сдвиге возникает перекрытие канала (рис. 1в). В этом случае двойная симметричная сдвинутая на $d/2$ гребенка с диафрагмами толщины $\delta = d/8$ есть ЗС типа петляющий волновод. В диафрагмах необходим пролетный канал (см. штриховые прямые на рис. 1а–1в). При меньших толщинах диафрагм ЗС также ведет себя как петляющий волновод с существенно большим замедлением, при этом толщину диафрагм-стенок желательно уменьшать. Это также ведет к увеличению R_c, поскольку увеличивается область пространства взаимодействия. По оси y ПВ имеет размер $b \gg a$, что приводит к низкочастотной отсечке при волновом числе $k_0 = k_y = \pi/b$. ЗС без отсечки в виде металлизированной сверху диэлектрической гребенки рассмотрена в работах [7, 8]. Для симметричной ЗС2 возможны решения с электрической и магнитной стенками в центре при $x = 0$. Первый случай эквивалентен одиночной гребенке в ПВ с половинным размером $a/2$ [14], а второй – одиночной гребенке в ПВ с половинным размером и с широкой магнитной стенкой. Первый случай имеет меньшую величину R_c и не интересен. Второй требует решения для диафрагмы, которое отсутствует в литературе и далее будет получено. Для моды в симметричной ЗС2 с магнитной стенкой в центре отсечка имеет место при $k_0 = \pi\sqrt{b^{-2} + a^{-2}}$. Она возбуждается высшей модой ПВ, поэтому более интересна ЗС3.

В приближенной модели рассматриваем бесконечно тонкие диафрагмы без диссипации и не учитываем взаимодействие по высшим затухающим (эванесцентным) модам. При существенном расстоянии между диафрагмами этим взаимодействием можно пренебречь. При уменьшении расстояния взаимодействие растет, и при соединении диафрагм в одну приводит к следующему результату: вместо суммарной проводимости $2y$ от двух диафрагм в схеме реально имеем проводимость одиночной диафрагмы y. Поэтому корректируем проводимости взаимодействующих на расстоянии Δ двух одинаковых диафрагм как $\tilde{y} = y\left(1 - \exp(-\alpha\Delta)/2\right)$, где $y = iB$ – проводимость одиночной диафрагмы. Величина α определяет затухание, и в качестве нее удобно взять коэффициент затухания первой высшей моды ПВ, например,

$$\alpha = |k_{z1}| = \sqrt{(\pi/a)^2 + (\pi/b)^2 - k_0^2}.$$

Физический смысл введенной поправки в том, что запасенная около отдельной диафрагмы реактивная мощность уменьшается в промежутке между двумя диафрагмами и делится между ними. Для периодических диафрагм этого нет. Строгая полевая модель приведена в конце работы. Она показывает, что в периодическом случае коррекция имеет другой вид. В случае $h < a/2$ при сближении диафрагм, расположенных на противоположных стенках, до нулевого расстояния проводимость каждой растет, поскольку апертура $s = a - h$ уменьшается до значения $s' = a/2 - h$ при $\Delta = 0$, при этом в зазоре возникает электрическая стенка. Если y_0 – нормированная проводимость такой диафрагмы, то коррекцию можно сделать в виде $\tilde{y} = y + (y_0 - y)\exp^{-\alpha\Delta}$. Модель не работает, когда $h > a/2$ (диафрагмы пересекаются). (Более строгая коррекция приведена далее.) Для моды в симметричной ЗС2 с магнитной стенкой в центре отсечка имеет место при $k_0 = \pi\sqrt{b^{-2} + a^{-2}}$.

Рассмотрим периодический диафрагмированный ПВ с LE-волнами [10, 14], для которых $E_y = 0$. Соответственно, вводим магнитный вектор Герца $\mathbf{\Pi}^m = \mathbf{y}_0\left(k_0/k^2\right)H_y$, $k = \sqrt{k_0^2 - k_y^2}$. Зависимости от y компонент E_x, H_y и E_z в виде множителей $\sin(k_y y)$ и в виде $\cos(k_y y)$ у компонент H_x, H_z опускаем. Тогда зависящие от x и z поля имеют вид

$$E_x(x,y) = \frac{ik_0 Z_0}{k^2}\frac{\partial H_y(x,z)}{\partial z},\quad E_z(x,y) = \frac{-ik_0 Z_0}{k^2}\frac{\partial H_y(x,z)}{\partial x}, \tag{1}$$

$$H_x(x,y) = \frac{k_y}{k^2}\frac{\partial H_y(x,z)}{\partial x},\quad H_z(x,y) = \frac{k_y}{k^2}\frac{\partial H_y(x,z)}{\partial z}. \tag{2}$$

Согласно (1) импеданс LE_{m1}-моды $\tilde{Z}_m = \left(k_0 k_{zm}/k^2\right)Z_0$, $Z_0 = (\mu_0/\varepsilon_0)^{1/2}$. Решение для регулярных по y неоднородностей ПВ следует из решения задачи для плоскопараллельного волновода (ППВ) (для которого $k_y = 0$) путем замены $k_0 \to k = k_{z0}$ [14], что справедливо только для плоских неоднородностей. Для них нормированные адмитансы пропорциональны $\tilde{Z}_0/\tilde{Z}_m = k/k_{zm}$ в ПВ и $Z_0/\tilde{Z}_m = k_0/k_{zm}$ в ППВ. Проводимость емкостной диафрагмы $y = iB$ с размером выступа h с центром апертуры при x_0 берем в виде $B = -(2ka/\pi)\ln[\sin(\pi h/(2a))\sin(\pi x_0/a)]$ [14]. Для нахождения проводимости симметричной емкостной диафрагмы с магнитной стенкой при $x = 0$ берем разложение H_y по функциям $\sin(k_{xm}x) \times$ $\times \exp(\pm ik_{zm}z)$, $k_{zm} = \sqrt{k_0^2 - k_{xm}^2 - k_y^2}$, $k_{xm} = (2m-1)/a$ с учетом условий излучения. Выражая компоненты полей из (1), (2) и сшивая по методике [14], получаем нормированную на импеданс $\tilde{Z}_1 = Z_0 k_0 k_{z1}/k^2$ моды LE_{11} входную проводимость $Y_{\text{in}} = (1-R)/(1+R) = 1 + iB$, где

$$B\sin(k_{x1}x)\int_{-t/2}^{t/2}E(x)\sin(k_{x1}x)\,dx = \int_{-t/2}^{t/2}K(x,x')E(x')\,dx', \tag{3}$$

$$K(x,x') = 4k_{z1}\sum_{m=2}^{\infty}|k_{zm}|^{-1}\sin(k_{xm}x)\sin(k_{xm}x'). \tag{4}$$

В (4) произошло сокращение на k_0/k^2. Вместо ИУ (4) можно использовать функционал

$$B = C/D = \int_0^{t/2}\int_0^{t/2}E(x)K(x,x')E(x')\,dx'dx \Bigg/ \left[\int_0^{t/2}E(x)\sin(k_{x1}x)\,dx\right]^2. \tag{5}$$

В (5) учтена нечетность $E(x) = E_x(x,0)$ и нечетность ядра $K(x,x')$. Обозначим $\tau = \pi t/(2a)$, $\chi = \pi x/a$, $n = 2m - 1$. Для вычисления (5) используем замену Швингера $\sin(\chi) = \sin(\tau)\sin(\theta)$ [14], приводящую к распределению электрического поля в виде $E(x) = E_0\mathrm{tg}(\theta)\sqrt{1 - \sin^2(\tau)\sin^2(\theta)}$, удовлетворяющему условию на ребре. Это распределение можно использовать в (5) для непосредственного получения значения B. Приведенная замена преобразует интегрирование в интегралах (3) к области $-\pi/2 < \theta < \pi/2$, а в интегралах (5) – к области $0 < \theta < \pi/2$. Получим квазистатическое решение ИУ (3). Имеем

$$S(x,x') = \sum_{m=1}^{\infty}\frac{\sin(n\chi)\sin(n\chi')}{n} = \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\cos(n(\chi-\chi')) - \cos(n(\chi+\chi'))}{n}.$$

Используя формулу суммирования [15] и замену $\sin(y') = \sin(\pi t/(2a))\sin(\theta')$, получаем

$$4S(x,x') = \ln\left(\frac{\operatorname{tg}((\chi+\chi')/2)}{\operatorname{tg}((\chi-\chi')/2)}\right) =$$
$$= \ln\left(\frac{\sin(\chi)+\sin(\chi')}{\sin(\chi)-\sin(\chi')}\right) = \ln\left(\frac{\operatorname{tg}((\theta+\theta')/2)}{\operatorname{tg}((\theta-\theta')/2)}\right),$$
$$\sum_{m=2}^{\infty}\frac{\sin(k_{xm}\chi)\sin(k_{xm}\chi')}{|k_{zm}|} \approx \tag{6}$$
$$\approx \frac{a}{\pi}\left[\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\sin(n\theta)\sin(n\theta')}{n} - \sin(\theta)\sin(\theta')\right].$$

Используя (6) в ИУ (3), получаем приведенное квазистатическое решение $E(x)$ и квазистатическое значение проводимости

$$B = 4\pi^{-1}k_{z1}a\cos^2(\pi t/(2a))/\sin(\pi t/(2a)).$$

Для его уточнения подставим $E(x)$ в (5). Квадрат интеграла в знаменателе равен $D = E_0^2a^2\sin^4(\tau)/4$. Рассмотрим интеграл

$$I_n = \int_{-t/2}^{t/2}\frac{\sin(n\chi)\sin(\chi)\cos(\chi)}{\sqrt{\sin^2(\tau)-\sin^2(\chi)}}dx =$$
$$= \frac{2a}{\pi}\int_0^{\tau}\frac{\sin(n\chi)\sin(\chi)\cos(\chi)}{\sqrt{\sin^2(\tau)-\sin^2(\chi)}}d\chi. \tag{7}$$

Очевидно, числитель (5) равен

$$C = E_0^2\sum_{m=2}^{\infty}I_{2m-1}^2\Big/\sqrt{(2m-1)^2\pi^2/a^2-k^2}.$$

После замены $\sin(\chi) = \sin(\tau)\sin(\theta)$ и $\vartheta(\theta) = \arcsin(\sin(\tau)\sin(\theta))$ имеем интеграл

$$I_{2m-1} = 2(a/\pi)\sin(\tau)\times$$
$$\times\int_0^{\pi/2}\sin((2m-1)\vartheta(\theta))\sin(\theta)\,d\theta. \tag{8}$$

Для его вычисления воспользуемся формулой из работы [15, ф-ла (1.332.2)]:

$$\sin((2m-1)\vartheta) = (2m-1)\times$$
$$\times\sum_{k=0}^{m-1}\frac{(-1)^k\sin^{2k+1}(\vartheta)}{(2k+1)!}\prod_{l=1}^{k}\left[(2m-1)^2-(2l-1)^2\right].$$

В ней положим $\sin^{2k+1}(\vartheta) = \sin^{2k+1}(\tau)\sin^{2k+1}(\theta)$. Таким образом, получаем

$$I_{2m-1} = (2m-1)a\times$$
$$\times\sum_{k=0}^{m-1}\frac{(-1)^k(2k+1)!!\sin^{2k+2}(\tau)\sin^{2k+2}(\theta)}{(2k+1)!(2k+2)!!}\times \tag{9}$$
$$\times\prod_{l=1}^{k}\left[(2m-1)^2-(2l-1)^2\right].$$

Области применимости формул: для несимметричной и симметричной диафрагм соответственно

$$\pi/b < k_0 < \sqrt{\pi^2/a^2+\pi^2/b^2},$$
$$\sqrt{\pi^2/a^2+\pi^2/b^2} < k_0 < \sqrt{9\pi^2/a^2+\pi^2/b^2}.$$

В случае расположения одинаковых диафрагм на расстояниях $d/2$ в ПВ значения их проводимостей корректируем множителями, приведенными далее в разд. 3. Отметим, что симметричную диафрагму можно возбудить волной H_{10}, и тогда в центре ее апертуры возникает электрическая стенка [14]. Но симметричный электронный пучок ее не возбуждает, и мы это не рассматриваем. Для работы с симметричным пучком следует использовать трансформатор мод от H_{10} к LE_{11}.

В приближенной модели считаем, что в волновод периодически включены диафрагмы с проводимостями y_1, y_2, y_3. Это значит, что следующая за диафрагмой y_3 будет y_1. Одномодовое рассмотрение не различает наличие несимметричной диафрагмы на конкретной стенке ПВ, однако это делает наложение условия Флоке. Если $y_1 = y_2 = y_3$, то периодичность возможна, только если вторая диафрагма находится на противоположной стенке (иначе период будет $d/2$). Вводим расстояния между диафрагмами Δ_1, Δ_2 и $\Delta_3 = d - \Delta_1 - \Delta_2$ соответственно от первой до второй, от второй до третьей и от третьей до следующей. Перемножая нормированные матрицы передачи диафрагмы и отрезка волновода, получаем матрицу звена диафрагма-отрезок волновода

$$\hat{a}_n = \begin{bmatrix}\cos(k_{z1}\Delta_n) & i\sin(k_{z1}\Delta_n)\\ i\sin(k_{z1}\Delta_n)+y_n & -B_n\sin(k_{z1}\Delta_n)+\cos(k_{z1}\Delta_n)\end{bmatrix},$$

в которой $B_n = |y_n|$. Полная матрица периода ЗС $\hat{a} = \hat{a}_1\hat{a}_2\hat{a}_3$ связывает комплексные амплитуды $E_x(0) = E_x(d)\exp(i\Psi)$ и $Z_0H_y(0) = Z_0H_y(d)\times\exp(i\Psi)$ при $z = 0$ с такими же амплитудами $E_x(d)$ и $ZH_y(d)$ при $z = d$ компонент электрического и магнитного полей в этих поперечных сечениях. Условия Флоке явно наложены: $\Psi = k_zd$ – фазовый сдвиг на период. В результате получаем дисперсионное уравнение (ДУ) Флоке-Блоха в виде $\cos(\Psi) = X$ и его явное решение: $\Psi = \arccos(X) = -i\ln\left(X \pm \sqrt{X^2-1}\right)$, где $X = (a_{11}+a_{22})/2$. Решение $-\Psi$ также дается этой формулой, что означает взаимный переход (неразличимость) прямых и обратных волн в периодических недиссипативных ЗС подобно взаимно противоположным волнам в волноводе. Для выделения прямой волны периодичность ЗС должна быть нарушена введением либо источника, либо диссипации. Тогда движение энергии идет или в сторону от источника, или в сторону затухания волны. Волна прямая, если фаза движется также в сторону движения энергии, и обратная – в противном случае. Рассмотрим учет влияния конечной толщины диафрагмы. Пусть также на периоде имеем три диафрагмы с толщинами δ_n. Рассчитываем проводимость бесконечно тонкой диафрагмы y_n и выполняем корректировку $\tilde{y}_n$. Толстую диафрагму рассматриваем как две диафрагмы $\tilde{y}_n$, разделенные отрезком волновода с матрицей

$$\hat{a}_{\delta n}=\begin{bmatrix}\cos(\gamma_n\delta_n) & i\rho_n\sin(\gamma_n\delta_n)\\ i\rho_n^{-1}\sin(\gamma_n\delta_n) & \cos(\gamma_n\delta_n)\end{bmatrix}.$$

В ней ρ_n есть отношение волновых сопротивлений каналов ПВ.

2. БЫСТРЫЕ МНОГОМОДОВЫЕ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Рассмотрим получение строгих электродинамических моделей для диафрагм с одинаковыми высотами h и апертурами $s=a-h$ (в симметричном случае $2s=a-2h$). Интересен также более простой случай ППВ с диафрагмами. Для него зависимость от координаты y отсутствует, поэтому возможны другие представления полей, например, через одну компоненту $\Pi_x^e(x,z)$ электрического вектора Герца. Оно эквивалентно (1), (2), поскольку в обоих случаях ненулевыми компонентами являются E_x, E_z и H_y. Возможно и представление полей через одну продольную компоненту $\Pi_z^e(x,z)$ вектора Герца. Оно также приводит к ненулевым компонентам E_x, E_z, H_y и удобно при решении задачи о возбуждении ЗС. Однако при таком формальном представлении для компонент E_x и H_y выпадает член, не зависящий от координаты x (соответствующий T-волне), который следует добавлять (при возбуждении пучком он не возникает, однако участок такой ЗС можно запитать коаксиальной линией). Если рассматривать ПВ и добавлять одну пространственную вариацию по y в виде $\cos(\pi y/b)$ к соответствующим компонентам полей, то выбор представления (1), (2) становится однозначным: только он дает отсутствие компоненты E_y и малую величину H_x, т.е. малую y-компоненту поверхностного тока на диафрагме, что имеет место при возбуждении диафрагмированного ПВ симметричным по y пучком с плотностью тока $J_z(x,y,z)=J_z(x,z)\cos(\pi y/b)$. При больших $b\gg a$ указанное различие становится несущественным, а в пределе $b\to\infty$ пропадает. Случай ППВ реализуется при $k=k_0$.

В случае двух одинаковых бесконечно тонких диафрагм в ППВ берем разложение

$$H_y(x,z)=\sum_{m=0}^{\infty}\begin{pmatrix}\sin(k_{xm}x)\\ \cos(k_{xm}x)\end{pmatrix}\times \\ \times\left[\alpha_m\cos(k_{zm}z)+\beta_m\cos(k_{zm}(z-d))\right]. \quad (10)$$

Для симметричных диафрагм $k_{xm}=(2m-1)\pi x/a$, $m=1,2,\ldots$, $k_{zm}=\sqrt{k^2-k_{xm}^2}$, и выбираем синус (магнитная стенка при $x=0$). Для несимметричных диафрагм выбираем косинус и $k_{xm}=m\pi x/a$, $m=0,1,2,\ldots$, а отсчет x ведем от нижней стенки. Определяя $E_x(x,z)$ и коэффициенты разложения через $E_x(x,0)=E(x)$, $E_x(x,d)=E(x)\exp(-i\Psi)$, получаем ИУ (несимметричный случай)

$$\int_0^a K(x,x')E(x')dx'=\cos(\Psi)\int_0^a\tilde{K}(x,x')E(x')dx',$$
$$K(x,x')=\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\cos(k_{xm}x)\cos(k_{xm}x')}{\varepsilon_m k_{zm}\tan(k_{zm}d)}, \quad (11)$$
$$\tilde{K}(x,x')=\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\cos(k_{xm}x)\cos(k_{xm}x')}{\varepsilon_m k_{zm}\sin(k_{zm}d)}.$$

Здесь $\varepsilon_m=1+\delta_{m0}$. Если $E(x)$ есть решение ИУ (11), то фазовый сдвиг определяется как экстремум функционала

$$\cos(\Psi)= \\ =\int_0^a E(x)K(x,x')E(x')dx'\Big/\int_0^a E(x)\tilde{K}(x,x')E(x'). \quad (12)$$

В симметричном случае в ядра входят синусы, а пределы интегрирования симметричные. В этом случае используем $E(x)=E_0\mathrm{tg}(\theta)\sqrt{1-\sin^2(\tau)\sin^2(\theta)}$, а в несимметричном случае берем $E(x)$ из [14]. Интегрирование идет по апертуре $0\le x\le s$ или $-s\le x\le s$. Явная модель для Ψ и ЗС в рис. 1 также легко получается путем использования двух ЧО. В этом случае плоскости симметрии нет (плоскость симметрии зеркальная), поэтому используем несимметричное представление в первой области $(0<z<d/2)$:

$$H_y(x,z)=\sum_{m=0}^{\infty}\cos(k_{xm}x)\times \\ \times\left[\alpha_m\cos(k_{zm}z)+\beta_m\cos(k_{zm}(z-d/2))\right], \quad (13)$$

и аналогичное представление во второй области $(d/2<z<d)$:

$$H_y(x,z)=\sum_{m=0}^{\infty}\cos(k_{xm}x)\times \\ \times\left[\gamma_m\cos(k_{zm}z-d/2)+\delta_m\cos(k_{zm}(z-d))\right]. \quad (14)$$

Выражаем коэффициенты разложения через электрические поля на диафрагмах:

$$\alpha_m = \frac{-2k^2}{i\varepsilon_m Z_0 k_0 a k_{zm} \sin\left(k_{zm} d/2\right)} \int_h^a E_2(x) \cos\left(k_{xm} x\right) dx,$$

$$\beta_m = \frac{2k^2}{i\varepsilon_m Z_0 k_0 a k_{zm} \sin\left(k_{zm} d/2\right)} \int_0^s E_1(x) \cos\left(k_{xm} x\right) dx,$$

$$\gamma_m = \frac{-2k^2 \exp(-i\Psi)}{i\varepsilon_m Z_0 k_0 a k_{zm} \sin\left(k_{zm} d/2\right)} \int_0^s E_1(x) \cos\left(k_{xm} x\right) dx,$$

$$\delta_m = \frac{2k^2}{i\varepsilon_m Z_0 k_0 a k_{zm} \sin\left(k_{zm} d/2\right)} \int_h^a E_2(x) \cos\left(k_{xm} x\right) dx.$$

Сшивая компоненты (13), (14) на апертурах, имеем систему ИУ

$$\int_0^s K_{11}(x,x') E_1(x') dx' - \frac{(1+\exp(i\Psi))}{2} \int_h^a K_{12}(x,x') E_2(x') dx' = 0, \quad 0 < x < s, \tag{15}$$

$$-\frac{(1+\exp(-i\Psi))}{2} \int_0^s K_{21}(x,x') E_1(x') dx' + \int_h^a K_{22}(x,x') E_2(x') dx' = 0, \quad h < x < a, \tag{16}$$

в которую входят симметричные ядра:

$$K_{11}(x,x') = K_{22}(x,x') = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\cos\left(k_{xm} x\right) \cos\left(k_{xm} x'\right)}{\varepsilon_m k_{zm} \operatorname{tg}\left(k_{zm}\, d/2\right)},$$

$$K_{12}(x,x') = K_{21}(x,x') = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\cos\left(k_{xm} x\right) \cos\left(k_{xm} x'\right)}{\varepsilon_m k_{zm} \sin\left(k_{zm}\, d/2\right)}.$$

В силу однородности (15) и (16) общий множитель $2k^2/(ik_0 a Z_0)$ сокращен. В пренебрежении диссипацией решая эту систему методом Бубнова–Галеркина, получаем систему однородных алгебраических уравнений с эрмитовой матрицей. Ее определитель дает ДУ, из равенства нулю которого находятся действительные значения $\Psi = k_z d$. Для получения быстрого алгоритма возьмем поля на апертурах в виде $E_1(x) = \alpha E(x)$, $E_2(x) = \beta E(a-x)$, где $E(x)$ – распределение поля на одиночной диафрагме [14]. В результате вычисления определителя имеем ДУ

$$\cos^2(\Psi/2) = \frac{\int_0^s \int_0^s E(x) K_{11}(x,x') E(x') dx' dx \int_h^a \int_h^a E(a-x) K_{11}(x,x') E(a-x') dx' dx}{\left[\int_h^a E(a-x) \int_0^s K_{12}(x,x') E(x') dx' dx\right]^2}. \tag{17}$$

В общем случае (17) следует понимать как функционал и искать его стационарное значение при разложении функции $E(x)$ по базисным функциям. В интеграле знаменателя и в двойном интеграле числителя удобно сделать замену переменных $x'' = a - x$, $x''' = a - x'$, что приводит к единым пределам интегрирования $(0,s)$. При такой замене в сдвинутых ядрах имеем $\sin\left(k_{xm}(a + x'')\right) = (-1)^m \sin\left(k_{xm} x''\right)$. После замен лишние штрихи можно опустить. Двойной сдвиг не приводит к изменению ядра. В результате имеем

$$\cos(\Psi/2) = \pm \frac{\int_0^s \int_0^s E(x) K_{11}(x,x') E(x') dx' dx}{\int_0^s \int_0^s E(x) \tilde{K}_{12}(x,x') E(x') dx' dx}, \tag{18}$$

где тильда означает однократно сдвинутое ядро, т.е. наличие множителя $(-1)^m$ в сумме. Для получения быстрой модели осталось вычислить интеграл

$$I_m = \int_0^s E(x)\cos(k_{xm}x)\,dx = \\ = \int_0^s \frac{\sin(\pi x/a)\cos(m\pi x/a)\,dx}{\sqrt{[1-\cos(\pi x/a)][\cos(\pi x/a)-\cos(\pi s/a)]}}.$$

Заменой переменных $t = \cos(\pi x/a)$ он сводится к интегралу

$$I_m(t_s) = \frac{a}{\pi}\int_{t_s}^1 \frac{T_m(t)\,dt}{\sqrt{(1-t)(t-t_s)}} = \\ = \frac{a}{2}[P_m(t_s) + P_{m-1}(t_s)], \tag{19}$$

где $t_s = \cos(\pi s/a)$, $T_m(t)$ – полином Чебышева первого рода, P_m – полином Лежандра. Для вычисления (19) использована формула из [16, (2.18.1.1)]. Результат справа в (19) верен для $m \geq 1$. Для $m = 1$ имеем $I_m(t_s) = aB(1/2, 1/2)/\pi = a$ (формула из [17, (2.5.2.1)]). При $s = 0$ (перекрытие канала) формула (19) не применима. При $s = a$ (отсутствие диафрагм) $t_s = -1$, поэтому $I_m(-1) = 0$, $I_0(-1) = \pi$. В этом случае $\Psi = 0$.

Рассмотрим импедансный алгоритм, выразив коэффициенты в (13), (14) через H_y:

$$\alpha_m + \beta_m\cos(k_{zm}d/2) = \frac{2}{a\varepsilon_m}\int_0^a H_y^+(x,0)\cos(k_{xm}x)\,dx,$$

$$\alpha_m\cos(k_{zm}d/2) + \beta_m = \\ = \frac{2}{a\varepsilon_m}\int_0^a H_y^-(x,d/2)\cos(k_{xm}x)\,dx,$$

$$\gamma_m + \delta_m\cos(k_{zm}d/2) = \\ = \frac{2}{a\varepsilon_m}\int_0^a H_y^+(x,d/2)\cos(k_{xm}x)\,dx,$$

$$\gamma_m\cos(k_{zm}d/2) + \delta_m = \\ = \frac{2\exp(-i\Psi)}{a\varepsilon_m}\int_0^a H_y^-(x,0)\cos(k_{xm}x)\,dx.$$

Магнитное поле терпит скачок на диафрагмах с поверхностными плотностями тока в виде

$$j_{x1}(x) = H_y^-(x,-0) - H_y^+(x,+0),$$

$$j_{x2}(x) = H_y^-(x,d/2-0) - H_y^+(x,d/2+0).$$

В последнем соотношении мы воспользовались условием Флоке. В силу непрерывности E_x имеем $\alpha_m = -\delta_m$, $\gamma_m = -\exp(-i\Psi)\beta_m$. Подставим выражения H_y^- в приведенные соотношения и исключим интегралы с H_y^+:

$$\delta_m(1+\exp(i\Psi)) - 2\beta_m\cos(k_{zm}d/2) = \\ = \frac{2}{a\varepsilon_m}\int_0^a j_{x1}(x)\cos(k_{xm}x)\,dx,$$

$$\beta_m(1+\exp(-i\Psi)) - 2\delta_m\cos(k_{zm}d/2) = \\ = \frac{2}{a\varepsilon_m}\int_0^a j_{x2}(x)\cos(k_{xm}x)\,dx.$$

Имеем $\Delta_m = 4\left[\cos^2(\Psi/2) - \cos^2(k_{zm}d/2)\right]$ и

$$\delta_m = \frac{2}{a\varepsilon_m\Delta_m}\int_0^a [j_{x2}(x)(1+\exp(-i\Psi)) + 2j_{x1}(x)\cos(k_{zm}d/2)]\cos(k_{xm}x)\,dx, \tag{20}$$

$$\beta_m = \frac{2}{a\varepsilon_m\Delta_m}\int_0^a [2j_{x1}(x)\cos(k_{zm}d/2) + j_{x2}(x)(1+\exp(i\Psi))]\cos(k_{xm}x)\,dx. \tag{21}$$

Теперь можно найти поля на диафрагмах и апертурах:

$$E_{x1}(x) = \frac{ik_0Z_0}{k^2}\sum_{m=0}^{\infty}\beta_m k_{zm}\sin(k_{zm}d/2)\cos(k_{xm}x), \tag{22}$$

$$E_{x2}(x) = \frac{ik_0Z_0}{k^2}\sum_{m=0}^{\infty}\delta_m k_{zm}\sin(k_{zm}d/2)\cos(k_{xm}x). \tag{23}$$

С учетом (20) и (21) на диафрагмах они являются ИУ, если на них наложить импедансные условия $E_{x1}(x) = Zj_{x1}(x)$ и $E_{x2}(x) = Zj_{x2}(x)$. Здесь $Z = Z_0\rho = Z_s/2 = (1+i)R_s/2$, Z_s – поверхностный импеданс Леонтовича, а двойка возникла в силу двустороннего поверхностного тока на каждой диафрагме. Пусть первая диафрагма расположена в области $0 < x < h$, а следующая в области $a - h < x < a$. Интегралы следует брать по указанным областям, при этом $j_{x1}(x) = \alpha j_x(x)$, $j_{x2}(x) = \beta j_x(a-x)$. Хорошей аппроксимацией для функции $j_x(x)$, удовлетворяющей условию на ребре, служит функция $j_x(x) = \cos(\pi x/(2h))$. Используя ее, получаем систему уравнений

$$\alpha\left[\int_0^h \tilde{K}_{11}(x,x')\, j_x(x')dx' - \rho j_x(x)\right] + \beta(1+\exp(i\Psi)),$$

$$\int_{a-h}^{a} \tilde{K}_{12}(x,x')\, j_x(a-x')\, dx' = 0,$$

$$\alpha\int_0^h \tilde{K}_{21}(x,x')\, j_x(x')dx' + \beta\Bigg[(1+\exp(-i\Psi)) \times$$

$$\times \int_{a-h}^{a} \tilde{K}_{22}(x,x')\, j_x(a-x')\, dx' - \rho j_x(a-x)\Bigg] = 0.$$

В ней обозначены ядра:

$$\tilde{K}_{11}(x,x') = \tilde{K}_{21}(x,x') = \frac{2ik_0}{k^2 a}\times$$
$$\times\sum_{m=0}^{\infty}\frac{k_{zm}\sin(k_{zm}d)\cos(k_{xm}x)\cos(k_{xm}x')}{\varepsilon_m\Delta_m},$$

$$\tilde{K}_{22}(x,x') = \tilde{K}_{12}(x,x') = \frac{2ik_0}{k^2 a}\times$$
$$\times\sum_{m=0}^{\infty}\frac{k_{zm}\sin(k_{zm}d/2)\cos(k_{xm}x)\cos(k_{xm}x')}{\varepsilon_m\Delta_m}.$$

Проецируем эту систему уравнений на функции j_{x1}, j_{x2} (т.е. умножаем первое на $j_x(x)$ и интегрируем, а второе – на $j_x(a-x)$ и интегрируем). В силу произвольности α и β имеем ДУ в виде равенства нулю определителя второго порядка, из которого находится Ψ, при этом матричные элементы вычисляются аналитически. Указанный подход не позволяет явно определить фазовый сдвиг Ψ, поскольку он входит в Δ_m, что требует нахождения корней определителя (в общем случае комплексных). Однако если $k_0^2 < (m\pi/a)^2 + k_y^2$, $m \ge 1$, то $\Delta_m \approx -4\,\mathrm{ch}^2(|k_{zm}|d/2)$, и Ψ входит только в члены с $m = 0$. Для импедансной диафрагмы имеем однородную систему ИУ Фредгольма второго рода. В случае $\rho = 0$ получаем систему ИУ Фредгольма первого рода. Полученные алгоритмы быстрые, поскольку необходимо вычислять быстро сходящиеся ряды. Указанные ряды можно асимптотически суммировать, и тогда достаточно вычислять несколько их членов, т.е. ДУ приобретают аналитический вид. Указанные формулы для модели (22) и (23) можно получить, вычисляя определитель системы уравнений

$$\alpha\int_0^h j_x(x)\int_0^h\left[\tilde{K}_{11}(x,x') - \rho\right] j_x(x)\, dx'dx +$$
$$+\beta(1+\exp(i\Psi))\int_0^h j_x(x)\times$$
$$\times\int_0^h \tilde{K}_{22}(x,a-x')\, j_x(x')\, dx'\, dx = 0,$$

$$\alpha\int_0^h j_x(x)\int_0^h \tilde{K}_{11}(a-x,x')\, j_x(x)\, dx'dx +$$
$$+\beta(1+\exp(-i\Psi))\int_0^h j_x(x)\times$$
$$\times\int_0^h\left[\tilde{K}_{22}(a-x,a-x') - \rho\right] j_x(x')\, dx'\, dx = 0,$$

и входящие в него интегралы, выражающиеся через интеграл

$$\int_0^h \cos(\pi x/(2h))\cos(m\pi x/a)\, dx =$$
$$= \frac{2h\cos(m\pi h/a)}{\pi\left(1 - 4m^2h^2/a^2\right)}.$$

Рассмотрим метод ИУ на основе ФГ. Также расположим ось z на нижней стенке. Объемную плотность тока представим формально через поверхностную плотность тока на диафрагмах с помощью дельта-функций: $J_x(x,z) = j_{xl}(x)\delta(z-z_l)$, $l = 1,2,3$, $z_1 = 0$, $z_2 = d/2$, $z_3 = d$. Для поверхностной плотности тока пишем $j_{x1}(x) = \alpha\cos(\pi x/(2h))$, $j_{x2}(x) = \beta\cos(\pi(x-a)/(2h))$, $j_{x3}(x) = j_{x1}(x)\times$ $\times\exp(-i\Psi)$ соответственно для первой, второй и сдвинутой на период диафрагм. Компонента функции Грина G_{xx}, связывающая компоненту A_x вектор-потенциала с компонентой плотности тока J_x, имеет вид

$$G_{xx}(x,z|\,x',z') = \frac{2}{ad}\times$$
$$\times\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\cos(k_{xm}x)\cos(k_{xm}x')\exp\left(-i\tilde{k}_n(z-z')\right)}{(1+\delta_{m0})\left(k_{xm}^2+\tilde{k}_n^2-k_0^2\right)}, \quad (24)$$

где $k_{xm} = m\pi/a$, $\tilde{k}_n = k_z + 2n\pi/d$. Если экран не плоскопараллельный, а прямоугольный с размером b по оси y, то в (24) возникает еще одна сумма по функциям $\cos(k_{yl}y)\cos(k_{yl}y')$, с членом k_{yl}^2 в сумме знаменателя и множителем перед суммами $4/(abd)$. Здесь $k_{yl} = (2l-1)\pi/b$. Это соответствует симметричной (четной) по y волне, которая возбуждается симметричным электронным пучком.

В первом приближении можно взять только один член $\cos(k_{y1}y)\cos(k_{y1}y')$ в последней сумме, что соответствует замене $k_0^2 \to k^2$ в (24). Если электронный пучок имеет распределение $\cos(k_{y1}y)$, то удержание одного члена дает точный результат. Система ИУ имеет вид

$$E_x(x,0) = \alpha\rho\cos(\pi x/(2h)) = \frac{k_0^2+\partial_x^2}{ik_0}\times$$
$$\times\int_0^h\left[\alpha G_{xx}(x,0|x',0)+\beta G_{xx}(x,0|a-x',d/2)\right]\times \tag{25}$$
$$\times\cos(\pi x'/(2h))\,dx',$$

$$E_x(x,d/2) = \beta\rho\cos(\pi(a-x)/(2h)) =$$
$$= \frac{k_0^2+\partial_x^2}{ik_0}\int_0^h\left[\alpha G_{xx}(x,d/2|x',0)+\beta G_{xx}(x,d/2|a-x',d/2)\right]\cos(\pi x'/(2h))\,dx'. \tag{26}$$

Действие оператора перед интегралами дает множитель $k_0^2 - k_{xm}^2$, который модифицирует ядро указанных ИУ по сравнению с ФГ (24). Быстрый алгоритм получаем, проецируя (25) и (26) на введенные базисные функции поверхностной плотности тока. Он также требует нахождения комплексных корней определителя второго порядка, матричные элементы которого имеют аналитический вид. Здесь ищется комплексное значение $k_z = \Psi/d$. Соотношения упрощаются, а потери отсутствуют, если $\rho = 0$. Отметим, что если сшивать компоненты H_y с учетом их скачка в виде поверхностной плотности тока на диафрагмах, для модели ИУ (15), (16) также можно учесть потери. Только теперь соотношение $E_x = Zj_x$ следует использовать под интегралами на диафрагмах, а интегрирование вести по всему сечению. Если использовать два близко расположенных на расстоянии Δ одинаковых поверхностных тока, можно моделировать диафрагму конечной толщины Δ. При этом следует использовать импеданс Z_s. Поскольку он мал или при пренебрежении диссипацией нулевой, поле между лепестками мало́ и носит квазистатический характер. Для снижения размерности можно вводить фазовый сдвиг между указанными токами, связанный с толщиной и задаваемый множителем $\exp(-ik_{0z}\Delta)$. Получение строгой модели для толстых диафрагм требует использования компоненты G_{zz} и учета торцевой плотности j_z. Это сильно усложняет алгоритм. При малой толщине диафрагмы это влияние мало́, поскольку в средней точке ее торца $j_z = 0$, и влияние торца можно учесть как небольшое увеличение h.

3. ОДНОМОДОВАЯ МОДЕЛЬ С КОРРЕКЦИЕЙ

Одномодовая модель ЗС в виде диафрагм на одной широкой стенке имеет вид

$$\cos(\Psi) = X = \cos(k_{z0}d) - B\sin(k_{z0}d), \tag{27}$$

где B — нормированная (умноженная) на волновое сопротивление H_{10}-волны проводимость диафрагмы в ПВ. Отсутствие диафрагм ($B = 0$) означает $k_z = k_{z0}$. Фазовый сдвиг $\Psi = \pi$ получается на частоте, определяемой из уравнения $B\,\mathrm{tg}(k_{z0}\,d/2) = 1$, а сама частота определяется выражением

$$\omega = c\sqrt{\left[2\mathrm{arctg}(1/B)/d\right]^2 + (\pi/b)^2}.$$

Сравнивая (27) с (12), пишем (12) в форме

$$\cos(\Psi) =$$
$$= \frac{\cos(k_{z0}d) - \sin(k_{z0}d)\dfrac{4k_{z0}}{\pi^2}\displaystyle\sum_{m=1}^{\infty}\frac{I_m^2}{|k_{zm}|\,\mathrm{th}(|k_{zm}|d)}}{1 - \sin(k_{z0}d)\dfrac{4k_{z0}}{\pi^2}\displaystyle\sum_{m=1}^{\infty}\frac{I_m^2}{|k_{zm}|\,\mathrm{th}(|k_{zm}|d)}}. \tag{28}$$

Как видно, (28) соответствует (27), лишь если член с суммой перед синусом мал. Считая этот член существенно меньше, чем единица, имеем

$$\cos(\Psi) \approx \cos(k_{z0}d) - \sin(k_{z0}d)\times$$
$$\times\frac{4k_{z0}}{\pi^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{I_m^2}{|k_{zm}|\,\mathrm{th}(|k_{zm}|d)}. \tag{29}$$

В знаменателе значения $\mathrm{th}(|k_{zm}|d)$ при больших m близки к единице. Тогда в пределе $d \to \infty$ выражение (29) соответствует (27). Наименьшее значение имеет $\mathrm{th}\left(d\sqrt{(\pi/a)^2 + (\pi/b)^2 - k_0^2}\right)$. Если следующие значения почти равны единице, что имеет место при $\pi d/a \sim 1$, а основной вклад в B вносит первый член, то скорректированная проводимость есть $\tilde{B} = B/\mathrm{th}(|k_{z1}|d)$, что приводит к увеличению замедления. Если $k_{z0}d = \pi$ (диафрагмы в противофазе), то $\Psi = \pi$, что имеет место на частоте резонанса $\omega_r = c\sqrt{(\pi/d)^2 + (\pi/b)^2}$, когда в плоскости обеих диафрагмах находится электрическая стенка. В соответствии с ранее полученным результатом это может быть только при $B = \infty$, т.е. при отсутствии зазора s. Вместе с тем из $\Psi = \pi$ в (28) следует

$$1 = \operatorname{tg}\left(k_{z0}\,d/2\right)\frac{8k_{z0}}{\pi^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{I_m^2}{|k_{zm}|\operatorname{th}\left(|k_{zm}|\,d\right)},$$

что в сравнении с $\tilde{B}\operatorname{tg}\left(k_{z0}\,d/2\right) = 1$ дает $\tilde{B} = 2B/\operatorname{th}\left(|k_{z1}|\,d\right)$. Это и есть правильное скорректированное значение.

Рассмотрим теперь случай одинаковых диафрагм, включенных на расстояниях $d/2$ на разных стенках ПВ (см. рис. 1, 3). Одномодовая модель дает $\cos^2\left(\Psi/2\right) = Y$, где

$$Y = \left(\cos^2\left(k_{z0}\,d/2\right) - B\sin\left(k_{z0}\,d/2\right)\cos\left(k_{z0}\,d/2\right)\right) + \\ + \sin^2\left(k_{z0}\,d/2\right)B^2/4.$$

При $\Psi = \pi$ имеем $\operatorname{tg}\left(k_{z0}\,d/2\right) = 2/B$. Из уравнения (18) имеем

$$\cos\left(\Psi/2\right) = \pm\frac{\cos\left(k_{z0}\,d/2\right) - \sin\left(k_{z0}\,d/2\right)\dfrac{4k_{z0}}{\pi^2}\displaystyle\sum_{m=1}^{\infty}\frac{I_m^2}{|k_{zm}|\operatorname{th}\left(|k_{zm}|\,d/2\right)}}{1 + \sin\left(k_{z0}d\right)\dfrac{4k_{z0}}{\pi^2}\displaystyle\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^{m+1}I_m^2}{|k_{zm}|\operatorname{th}\left(|k_{zm}|\,d\right)}}.$$

Условие $\Psi = \pi$ дает $\operatorname{tg}\left(k_{z0}\,d/2\right) = \operatorname{th}\left(|k_{z1}|\,d/2\right)/B$. Сравнивая с предыдущим одномодовым результатом, получаем условие коррекции $\tilde{B} = 2B/\operatorname{th}\left(|k_{z1}|\,d/2\right)$. Частоту загиба (разрыва) дисперсионной характеристики при $\Psi = 2\pi$ можно получить из условия

$$\operatorname{tg}\left(k_{z0}\,d/4\right)\frac{8k_{z0}}{\pi^2}\sum_{m=1,3,5\ldots}^{\infty}\frac{I_m^2}{|k_{zm}|\operatorname{th}\left(|k_{zm}|\,d/2\right)} = 1.$$

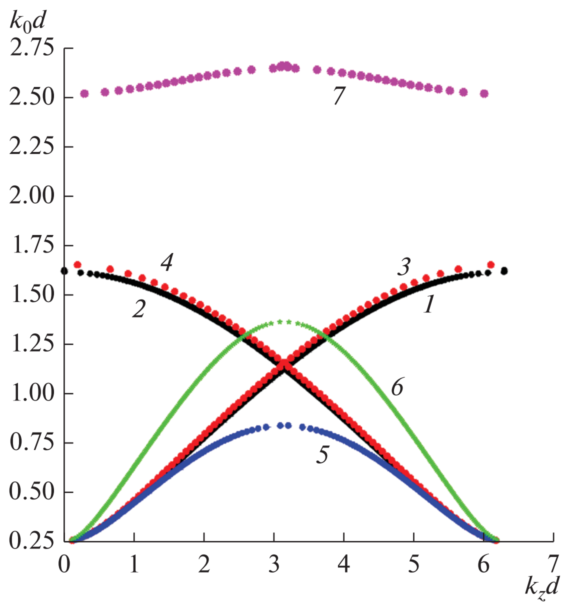

Рис. 2. Дисперсия ЗС3: прямая ветвь (кривые *1*, *3*) и обратная ветвь (*2*, *4*) при $h = 0.8a$ по строгой (*1*, *2*) и приближенной (*3*, *4*) моделям, а также дисперсия низшей моды симметричной ЗС с нулевой толщиной диафрагм и электрической стенкой в канале $t = 0.1a$ (*5*), $t = 0.2a$ (*6*), а также моды с магнитной стенкой (*7*) в канале $t = 0.3a$. Использованы параметры: $d/a = 0.8$, $b/a = 10$.

Также следует условие $\cos\left(k_{z0}\,d/4\right) = 0$, которое означает наличие электрической стенки при $d/2$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложены быстрые приближенные (одномодовые) модели для диафрагмированных ПВ и ППВ на основе вычисления проводимости диафрагм с приближенным учетом их взаимодействия по первой высшей моде, а также быстрые многомодовые модели импедансного и адмитансного типов. Модели учитывают все моды между диафрагмами и позволяют рассчитывать потери, а малое время счета связано с использованием функционалов и функций, достаточно точно удовлетворяющих строгим ИУ. Полученные результаты позволяют моделировать сдвинутые гребенки и ЗС типа петляющий волновод, обладающие зеркальной плоскостью симметрии и более широкой рабочей полосой. Строгие модели на основе функционалов типа (12), (18) могут быть получены для диафрагм конечной толщины. Это требует использования в два раза большего числа ЧО (двух для несдвинутых диафрагм и четырех для сдвинутых диафрагм), что несколько усложняет получаемые функционалы. При моделировании ЗС с диафрагмами конечной толщины методом ФГ удобно использовать соответствующие каждой границе два близко расположенных лепестка поверхностного тока с наложением на каждом из них импедансных условий. Получены формулы коррекции, для которых соответствие приближенной и многомодовой моделей лучше, поскольку учтено взаимодействие между диафрагмами по первой высшей моде. На рис. 2 приведены результаты моделирования на основе приближенной модели с проводимостями и на основе функционала (18). Результаты показывают возможность использовать быстрые приближенные модели для оптимизации и получения приближенных конфигураций ЗС, которые затем следует уточнять по строгим моделям. В быстрых моделях следует использовать коррекцию. Взаимодействие диафрагм приводит к тому, что поле в зазоре несколько отличается от использованного квазистатического решения Швингера для одиночной диафрагмы. Однако это отличие не должно приводить к существенному отличию полученных строгих функционалов от приведенных. Тем не менее, полученные функционалы можно использовать в строгих алгоритмах с применением большого числа разложений E_x на апертурах и j_x на диафрагмах. Но такие модели уже не являются быстрыми и сложны для определения комплексных корней k_z с высокой точностью.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Алехин Ю.В., Апин М.П., Бурцев А.А. и др.* Сверхширокополосные лампы бегущей волны. Исследование в СВЧ-, КВЧ- и ТГЧ-диапазонах. Внедрение в производство. М.: Радиотехника, 2016.
2. *Carlsten B.E.* // Phys. Plasmas. 2002. V. 9. № 12. P. 5088.
3. *Shin Y.-M., Barnett L.R., Luhmann N.C.* // Appl. Phys. Lett. 2008. V. 93. № 22. P. 221504.
4. *Рожнёв А.Г., Рыскин Н.М., Каретникова Т.А. и др.* // Изв. вузов. Радиофизика. 2013. Т. 56. № 8–9. С. 601.
5. *Deng G., Chen P., Yang J., Yin Z., Ruan J.* // J. Comput. Electron. 2015. V. 15. № 2. P. 634.
6. *Каретникова Т.А., Рожнев А.Г., Рыскин Н.М. и др.* // РЭ. 2016. Т. 61. № 1. С. 54.
7. *Бушуев Н.А., Давидович М.В., Шиловский П.А.* // Изв. Сарат. ун-та. Новая серия. Сер. Физика. 2012. Т. 12. Вып. 2. С. 64.
8. *Давидович М.В., Бушуев Н.А.* // Антенны. 2014. № 8. С. 49.
9. *Давидович М.В.* Замедляющая система “двойная сдвинутая импедансная гребенка” // ЖТФ. 2019. Т. 89. Вып. 2. С. 280.
10. *Самохин Г.С., Силин Р.А.* // Электрон. техника. Сер. 1. “Электроника СВЧ”. 1973. Вып. 5. С. 3.
11. *Самохин Г.С., Силин Р.А.* // Электрон. техника. Сер. 1. “Электроника СВЧ”. 1973. Вып. 6. С. 11.
12. *Силин Р.А., Сазонов В.П.* Замедляющие системы. М.: Сов. радио, 1966.
13. *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988.
14. *Левин Л.* Современная теория волноводов. М.: Изд-во иностр. лит., 1954.
15. *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов, и произведений. М.: Физматгиз, 1962.
16. *Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. Специальные функции. М.: Наука, 1983.
17. *Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. М.: Наука, 1981.