РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2020, том 65, № 3, с. 240-244

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 538.566.2;621.372.8

# СВЯЗАННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПЛАЗМОНОВ В ДВУХ ОДИНАКОВЫХ НАНОЦИЛИНДРАХ ИЗ СЕРЕБРА

© 2020 г. А. П. Анютин\*

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

> \**E-mail: anioutine@mail.ru* Поступила в редакцию 31.05.2018 г. После доработки 31.05.2018 г. Принята к публикации 11.06.2018 г.

Рассмотрена двумерная задача дифракции плоской поляризованной TM-волны на двух идентичных сплошных наноцилиндрах из серебра. Исследовано влияние диаметров цилиндров, расстояния между цилиндрами, потерь серебра и угла падения плоской волны на резонансы поперечника рассеяния такой структуры. Показано, что число максимумов поперечника рассеяния, их взаимное расположение и вырождение плазмонов зависят как от расстояния между цилиндрами, так и от величины их радиусов. Отмечено, что реальные потери серебра приводят к существенному уменьшению амплитуд мультипольных резонансов и их слиянию в общий максимум.

DOI: 10.31857/S0033849420030018

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Рассматривается двумерная задача дифракции плоской поляризованной ТМ-волны на структуре, состоящей из двух идентичных сплошных серебряных наноцилиндров в световом диапазоне длин волн 300 нм  $< \lambda < 900$  нм. Как известно, в этом диапазоне длин волн относительная диэлектрическая проницаемость ε, серебра отрицательна. Это приводит не только к существованию поверхностных волн (плазмонов), но и к их резонансам [1]. Такое свойство структур из благородных металлов было использовано в спектроскопии для создания сенсоров [1]. Отметим, что случаи одиночных структур из серебра (золота) исследовались в [2–6]. Двухэлементные (трехэлементные) структуры из серебряных цилиндров прямоугольного сечения рассмотрены в [3, 4], а для случая двух эллиптических цилиндров – в [7]. Случай двух сплошных или полых цилиндров из метаматериала рассматривался в [8].

Цель данной работы состоит в строгом электродинамическом исследовании особенностей резонансного рассеяния плоской волны светового диапазона длин волн в структуре, образованной двумя одинаковыми серебряными наноцилиндрами одинакового радиуса.

#### 1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Рассмотрим двумерную задачу дифракции плоской поляризованной электромагнитной *ТМ*-волны на структуре, состоящей из двух одинаковых диэлектрических (серебряных) цилиндров одинакового радиуса *a*, расположенных на расстоянии *d* между собой. Предполагается, что длина электромагнитной волны  $\lambda$  принадлежит световому диапазону  $\lambda \approx 300...900$  нм. Геометрия исследуемой задачи представлена на рис. 1. Диэлектрическую проницаемость серебра  $\varepsilon_c = \varepsilon' - i\varepsilon'' \equiv \text{Re}(\varepsilon_c) - i \text{Im}(\varepsilon_c)$ определяли путем аппроксимации кубичными сплайнами экспериментальных данных работы [10]. Зависимость действительной и мнимой частей относительной диэлектрической проницаемости серебра от длины волны  $\lambda$  представлена на



Рис. 1. Геометрия задачи.

рис. 2. Отметим, что использование результатов работы [10], так же как и аналитического представления диэлектрической проницаемость серебра  $\varepsilon_c$  в теории Друде-Зоммерфельда [1], накладывает ограничение на минимальный диаметр (2*a*) серебряных цилиндров min(2*a*)  $\ge$  10 нм, поскольку при 2*a* < 10 нм необходимо учитывать явление пространственной дисперсии [1].

Очевидно, что с точки зрения классической электродинамики речь идет о решении задачи дифракции плоской электромагнитной волны на двух цилиндрах из диэлектрика с потерями. Исследуем случай *ТМ*-поляризации, когда в электромагнитном поле присутствуют компоненты  $H_z(x, y), E_x(x, y), E_y(x, y)$ . Задача дифракции в этом случае сводится к нахождению скалярной функции  $U(x, y) = H_z(x, y)$ , а волновое поле падающей плоской волны задается выражением

$$U^{0}(x, y) = \exp(-ikx\cos\varphi_{0} - iky\sin\varphi_{0}),$$

где угол  $\phi_0$  определяет направление распространения волны. Используем гауссовскую систему физических единиц, зависимость от времени выбрана в виде  $\exp(i\omega t)$ .

Полное поле U(x, y) в кусочно-однородной среде удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial y^2} + k^2 \varepsilon(x,y) U(x,y) = 0, \quad (1)$$

где диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon(x, y)$  среды определяется выражением

$$\varepsilon(x,y) = \begin{cases} \varepsilon_c & \text{если } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} \le 1 \\ \text{или } \frac{(x-2a-d)^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} \le 1, \\ 1 & \text{если } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} > 1 \\ \text{или } \frac{(x-2a-d)^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} > 1 \end{cases}$$
(2)

для задачи, геометрия которой представлена на рис. 1.

Уравнение (1) необходимо дополнить условием непрерывности величин

$$U(x,y), \ \frac{1}{\varepsilon(x,y)} \frac{\partial U(x,y)}{\partial N}$$
 (3)

на границах цилиндров. В формуле (3) через *N* обозначена нормаль к границам цилиндров.

Полное поле вне цилиндров состоит из падаюшего  $U^0$  и рассеянного  $U^S$  полей

$$U = U^{0} + U^{S} \equiv U^{0} + U_{1}^{S} + U_{2}^{S}.$$
 (4)

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 65 № 3 2020



**Рис. 2.** Частотные зависимости действительной (*1*) и мнимой (*2*) частей относительной диэлектрической проницаемости серебра.

Рассеянное поле  $U^{S}$  в цилиндрической системе координат ( $x = r \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \varphi$ ) должно удовлетворять в дальней зоне условию излучения

$$U^{\rm S} \approx \Phi(\varphi) \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} \exp(-ikr + i\pi/4), \quad kr \to \infty, \quad (5)$$

где  $\Phi(\varphi)$  — диаграмма рассеяния структуры. Полное сечение рассеяния  $\sigma_s$  и сечение поглощения  $\sigma_a$  выражаются через решение краевой задачи (1)—(4) по формулам

$$\sigma_{S} = \frac{2}{\pi k} \int_{0}^{2\pi} \left| \Phi(\varphi) \right|^{2} d\varphi, \tag{6}$$

$$\sigma_a = \frac{1}{k} \operatorname{Im}\left( \oint_{S_1} \frac{\partial U}{\partial N} U^* ds + \oint_{S_2} \frac{\partial U}{\partial N} U^* ds \right).$$
(7)

Интегрирование в (7) проводится по внешним контурам цилиндров.

### 2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Численное решение краевой задачи проводилось модифицированным методом дискретных источников [11–13]. Точность численного решения оценивалась невязкой граничных условий  $\Delta$  в линейной норме на цилиндрах и во всех расчетах была не хуже, чем  $\Delta = 10^{-3}$ .

На рис. З изображены зависимости полных сечений рассеяния  $k\sigma_{s}$  от длины волны  $\lambda$  для струк-

туры с фиксированным значением радиуса ци-



**Рис. 3.** Влияние расстояния между цилиндрами на частотную зависимость нормированного поперечника рассеяния при радиусе цилиндров a = 25 нм и угле падения плоской волны  $\varphi_0 = 0$ : d = 1 (*I*), 2.5 (*2*), 5 (*3*), 10 (*4*) и 25 нм (*5*).

линдров a = 25 нм, угле падения плоской волны  $\phi_0 = 0$  и расстояниях между цилиндрами 1, 2.5, 5, 10 и 25 нм. Из рисунка видно, что число максимумов спектра сечения рассеяния  $k\sigma_s$ , их взаимное расположение, а также величина и расположение максимума зависят от расстояния между цилиндрами. Так, наибольший максимум спектра сечения рассеяния  $k\sigma_s$  у кривой 1 (что соответствует расстоянию между цилиндрами d = 1 нм) расположен при меньших значениях  $\lambda$ , чем два других побочных максимума. Такое же явление наблюдается и у кривых 2, 3. Однако для кривых 4 и 5 (что соответствует расстояниям между цилиндрами 10 и 25 нм) имеет место обратный эффект главный максимум находится при больших значениях  $\lambda$  (правее), чем другой побочный максимум. Также наблюдается и уменьшение числа максимумов, что свидетельствует о их вырождении.

Рисунок 4 иллюстрирует влияние потерь серебра на зависимость полных сечений рассеяния  $k\sigma_s$  от длины волны  $\lambda$  для структуры с фиксированным значением радиуса цилиндров a = 25 нм, угле падения плоской волны  $\varphi_0 = 0$  и расстоянием между цилиндрами d = 2.5 нм. На рисунке представлен случай реальных потерь серебра, которые определяются значениями мнимой части относительной диэлектрической проницаемости серебра Im( $\varepsilon_c$ ) (см. рис. 2), и случай, когда мнимая часть относительной диэлектрической проницаемости серебра равна 0.001 Im( $\varepsilon_c$ ). Из этого рисунка следует, что при малых потерях серебра



**Рис. 4.** Влияние потерь серебра на частотную зависимость сечения рассеяния  $k\sigma_s$  для структуры при фиксированном значении радиуса цилиндров a = 25 нм, угле падения плоской волны  $\varphi_0 = 0$ , расстоянии между цилиндрами d = 2.5, в случае Im( $\varepsilon_c$ ) (кривая *I*) и 0.001Im( $\varepsilon_c$ )(кривая *2*).

наблюдаются как дипольный резонанс  $k\sigma_s$ (в окрестности  $\lambda \approx 384$  нм), так и мультипольные резонансы. Однако реальные потери серебра приводят не только к уменьшению амплитуд максимумов резонансов  $k\sigma_s$ , но к фактическому исчезновению мультипольных резонансов, так как они сливаются в один общий максимум.

На рис. 5а изображены зависимости полных сечений рассеяния kσ, от длины волны λ для структуры с фиксированным значением радиуса цилиндров a = 25 нм, угле падения плоской волны  $\phi_0 = -\pi/4$  и расстояниях между цилиндрами 1, 2.5, 5, 10 и 25 нм. Из рисунка видно, что здесь, как и в случае угла падения  $\phi_0 = 0$ , число максимумов спектра сечения рассеяния  $k\sigma_s$ , их взаимное расположение, а также величина и расположение максимума зависят от расстояния между цилиндрами. Отметим, что при расстоянии между цилиндрами d = 1 нм (кривая 1) наблюдаются хорошо выделенные три максимума  $k\sigma_s$ , при этом наибольший максимум спектра сечения рассеяния  $k\sigma_s$  расположен при меньших значениях  $\lambda$ , чем другие два максимума. Такое же явление отмечаем и при d = 2.5 нм (кривая 2). Однако при расстояниях между цилиндрами 5, 10 и 25 нм (кривые 3-5) наблюдается эффект уменьшения числа максимумов и их вырождения (фактическое исчезновение второго максимума у кривой 5).



**Рис. 5.** Влияние расстояния между цилиндрами на частотную зависимость нормированного поперечника рассеяния при радиусе цилиндров a = 25 нм, углах падения плоской волны  $\varphi_0 = -\pi/4$  (а) и  $-\pi/2$  (б) и различном расстоянии между цилиндрами: d = 1 (*I*), 2.5 (*2*), 5 (*3*), 10 (*4*) и 25 нм (5).

Аналогичные тенденции видны и на рис. 5б, который отличается от рис. 5а только величиной угла падения плоской волны  $\phi_0 = -\pi/2$ .

Таким образом, из результатов, представленных на рис. 3–5, следует, что у поперечника рассеяния  $k\sigma_s$  наблюдается эффект вырождения резонансов.

Рассмотрим теперь ситуацию, когда радикс цилиндров равен a = 75 нм, т.е. увеличен в три раза по отношению к рассмотренному выше случаю. Так, на рис. ба изображены зависимости полных сечений рассеяния  $k\sigma_s$  от длины волны  $\lambda$ 



**Рис. 6.** Зависимость нормированного поперечника рассеяния от частоты при радиусе цилиндров a = 75 нм, углах падения плоской волны  $\varphi_0 = 0$  (а),  $-\pi/4$  (б),  $-\pi/2$  (в) и различных расстояниях между цилиндрами: d = 2 (1), 7.5 (2), 15 (3), 30 (4) и 75 нм (5).

для структуры с фиксированным значением радиуса цилиндров a = 75 нм, угле падения плоской волны  $\phi_0 = 0$  и расстояниях между цилиндрами 2, 7.5, 15, 30 и 75 нм. Видно, что на кривой *I*, соответствующей расстоянию между цилиндрами d = 2 нм, имеется три четко выраженных и два слабо выраженных максимума  $k\sigma_s$ . При этом слабо выраженные максимумы  $k\sigma_s$  расположены по обе стороны главного максимума  $k\sigma_s$ . Увеличение расстояния *d* между цилиндрами приводит к тому, что побочные максимумы  $k\sigma_s$  сначала перемещаются на левую сторону главного максимума  $k\sigma_s$  (см. кривую 2), а затем поодиночке исчезают (см. кривые 3–5).

На рис. 6б представлены результаты расчетов той же зависимости при тех параметрах, но при угле падения плоской волны  $\varphi_0 = -\pi/4$ . Из рис. 6б видно, что кривая *l* содержит два четко выделенных максимума  $k\sigma_s$  и три слабо выраженных (побочных) максимума  $k\sigma_s$ , расположенных при  $\lambda < 352$  нм. Увеличение расстояния между цилиндрами *d* приводит к тому, что при  $d \ge 7.5$  нм сначала исчезают два побочных (кривые 2, 3), а затем и третий побочный максимум стремится к исчезновению (кривая 5).

Такие же тенденции можно наблюдать и на рис. 6в, где представлены рассчитанные графики рассматриваемой зависимости  $k\sigma_s$  при угле падения плоской волны  $\phi_0 = -\pi/2$ .

Таким образом, из результатов, изображенных на рис. 6а–6в, следует, что увеличение радиуса цилиндров вызывает увеличение числа побочных максимумов сечений рассеяния  $k\sigma_s$ , а увеличение расстояния между цилиндрами — их постепенное исчезновение.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследованы связанные колебания плазмонов, возбуждаемых при падении плоской поляризованной *ТМ*-волны светового диапазона длин волн, на структуру, состоящую из двух одинаковых сплошных серебряных нано цилиндров. Результаты исследования позволили сделать следующие выводы. Поперечник рассеяния для рассмотренных структур характеризуется резонансными свойствами в области длин волн  $330 \text{ нм} < \lambda < 550 \text{ нм}$ . Реальные потери серебра приводят к существенному уменьшению амплитуд мультипольных резонансов и к эффекту их слияния в один общий максимум. Положение максимумов поперечника рассеяния, их взаимное расположение и вырождение зависит как от расстояния между цилиндрами, так и величины их радиусов.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет частичного бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-0014 и частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-02-00654).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Климов В.В.* Наноплазмоника. М.: Физматлит, 2009.
- Sondergaard T., Bozhevolnyl S.I. // Phys. Stat. Sol. (b). 2008. V. 245. № 1. P. 9.
- 3. *Sondergaard T.* // Phys. Stat. Sol. (b). 2007. V. 244. № 10. P. 3448.
- 4. *Giannini V., Sánchez-Gil J.A.* // J. Opt. Soc. Am. A. 2007. V. 24. № 9. P. 2822.
- 5. Александров Д.В., Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. // Изв. вузов Радиофизика. 2017. Т. 60. № 2. С. 210.
- 6. Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. // РЭ. 2017. Т. 62. № 1. С. 67.
- 7. Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. // РЭ. 2017. Т. 62. № 12. С. 1197.
- Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. // РЭ. 2015. Т. 60. № 5. С. 513.
- 9. *Li K., Stockman M.I., Bergman D.J.* // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 91. № 22. P. 22401.
- Johnson P.B., Christy R.W. // Phys. Rev. B. 1972. V. 6. № 12. P. 4370.
- 11. Кюркчан А.Г., Минаев С.А., Соловейчик А.Л. // РЭ. 2001. Т. 46. № 6. С. 666.
- Anyutin A.P., Stasevich V.I. // J. Quantitative Spectroscopy and Radiation Transfer. 2006. V. 100. № 1–3. P. 16.
- Кюркчан А.Г., Смирнова Н.И. Математическое моделирование в теории дифракции с использованием априорной информации об аналитических свойствах решения. М.: ИД Медиа Паблишер, 2014.