

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.874

### ИСКУССТВЕННЫЙ ДИЭЛЕКТРИК НА ОСНОВЕ ПРОВОДЯЩИХ ДИПОЛЕЙ

© 2020 г. И. М. Лагунов<sup>а</sup>, \*, В. И. Пономаренко<sup>а</sup><sup>а</sup>Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского,  
просп. акад. Вернадского, 4, Симферополь, 295007 Российская Федерация

\*E-mail: lagunov.igor@gmail.com

Поступила в редакцию 19.12.2018 г.

После доработки 19.12.2018 г.

Принята к публикации 10.09.2019 г.

На основе решения задачи дифракции проведен расчет дисперсии эффективной диэлектрической проницаемости структуры из решеток проводящих диполей, расположенных в диэлектрическом слое. Найдено, что дисперсия имеет релаксационный характер. Показана возможность изменять дисперсионную характеристику в широких пределах путем варьирования параметров структуры. Оценен характерный размер структуры, при котором адекватна процедура гомогенизации.

DOI: 10.31857/S0033849420030092

#### ВВЕДЕНИЕ

Применение композиционных материалов (КМ) на основе проводящих диполей в радиопоглощающих структурах позволяет влиять в широких пределах на их амплитудно-частотную характеристику путем варьирования длины диполей, их проводимости и концентрации, а также диэлектрической проницаемости связующего, в котором они распределены, что делает актуальной задачу расчета эффективной диэлектрической проницаемости (ЭДП) таких КМ [1–3]. Приближенные методы расчета ЭДП композиционных материалов обычно основаны на предположении о достаточной малости периода структуры по сравнению с длиной волны и усреднении поля по объему ячейки с включениями [4, 5]. Другой подход к расчету ЭДП, предложенный в [6], основанный на решении задачи дифракции, можно охарактеризовать как точный в той степени, в какой адекватна сама процедура гомогенизации. Этот подход применен в настоящей работе.

В отличие от [6], где рассмотрена простейшая поляризационно зависимая структура из диполей одного направления, в данной статье рассматривается поляризационно независимая структура, состоящая из одинаковых плоских решеток скрещенных диполей.

Цель данной работы – расчет ЭДП рассматриваемой структуры и исследование влияния ее параметров на дисперсионную зависимость ЭДП.

#### 1. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ

Рассмотрим одну решетку исследуемой структуры, изображенную на рис. 1. Период решетки по осям  $x$ ,  $y$  одинаков и равен  $2b$ , длина диполя равна  $2s$ , радиус  $r$  и проводимость  $\sigma$ . Такие решетки расположены одна над другой и находятся в слое диэлектрика толщиной  $d$  с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , который размещен на отражающей плоскости либо на полупространстве с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ . Плоская электромагнитная волна длиной  $\lambda$ , поляризованная вдоль оси  $y$ , падает на структуру нормально в направлении оси  $z$ .

С учетом периодичности и симметрии структуры, а также поляризации падающей волны, задача дифракции сводится к решению задачи рассеяния в эквивалентном волноводе – канале Флоке [7], стенки  $y = 0, b$  которого являются электрическими, а стенки  $x = 0, b$  – магнитными (рис. 2). Координаты решеток:  $z_n = h/2 + (n - 1)h$ , где  $n = 1, 2, \dots, k$  ( $k$  – число решеток),  $h = d/k$ . Плоскости симметрии решетки  $x = 0, b$  и  $y = 0, b$  “разрезают” диполи на полуцилиндры. Вследствие предполагаемого условия тонкости диполей  $r \ll s$  и нормальности электрического поля к электрическим стенкам прилегающие к ним элементы 1, 2 полуцилиндров практически не влияют на поле в волноводе, в отличие от элементов 3, 4, прилегающих к магнитным стенкам. В связи с этим учитывается лишь взаимодействие с полем в волноводе элементов 3, 4. Решение задачи рассеяния основано на разделении элементов 3, 4 на

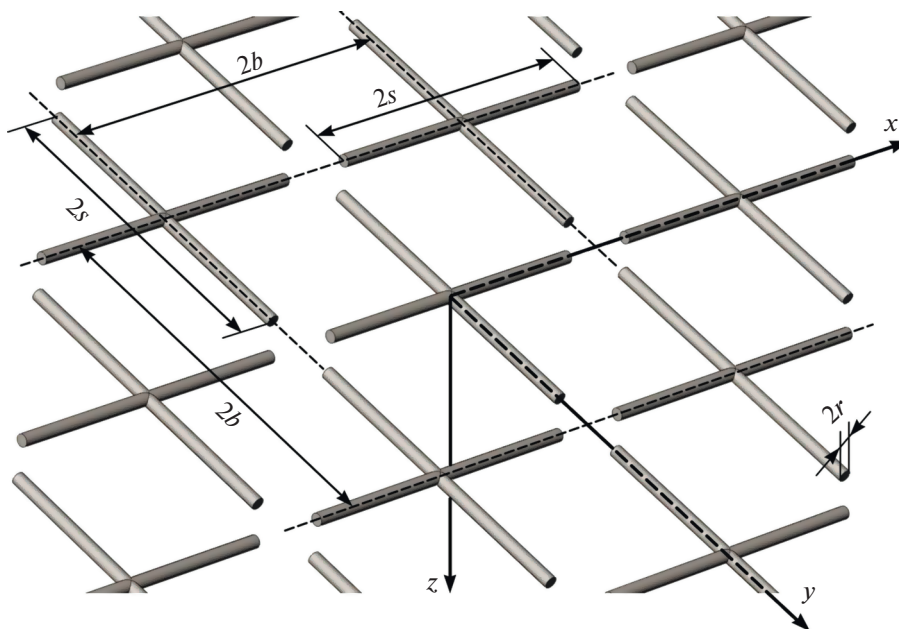


Рис. 1. Решетка проводящих диполей.

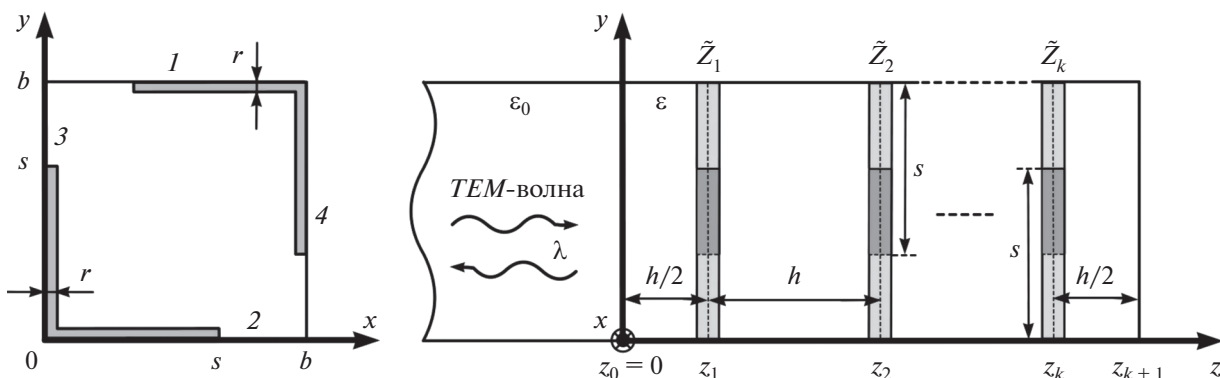


Рис. 2. К задаче рассеяния в эквивалентном волноводе.

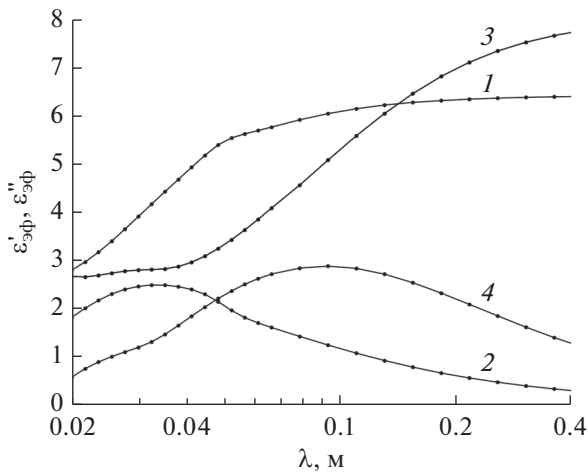
малые отрезки и решения задачи возбуждения эквивалентного волновода текущими по отрезкам элементарными токами [8], при этом учитывается, что ток в полуцилиндре вдвое меньше тока в диполе при одном и том же значении  $y$  – компоненты электрического поля на их поверхности. Решение практически не отличается от приведенного в [6].

Отметим, что аналогичный подход был применен также в [9] при расчете радиопоглощающей структуры на основе проводящих сеток. В связи с этим, а также учитывая то, что приведенные в [6] расчетные формулы записаны для случая расположения диполя посередине между магнитными стенками, конечные расчетные формулы, относящиеся к исследуемой структуре, приведены в Приложении. Аналогично [6] ЭДП  $\epsilon_{эф} = \epsilon'_{эф} + i\epsilon''_{эф}$

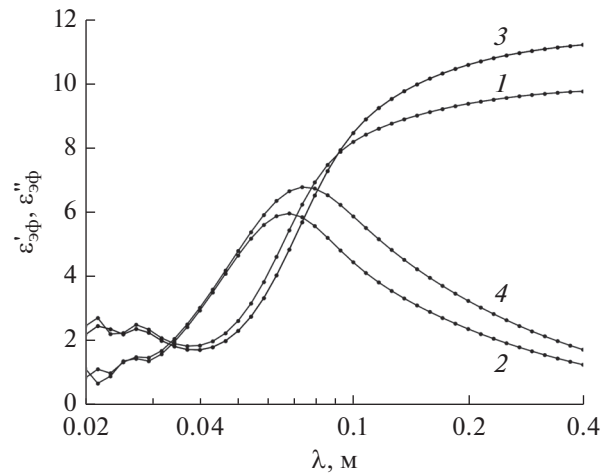
вычисляется по значениям комплексного коэффициента отражения (КО) при расположении структуры на электрическом и магнитном зеркале.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

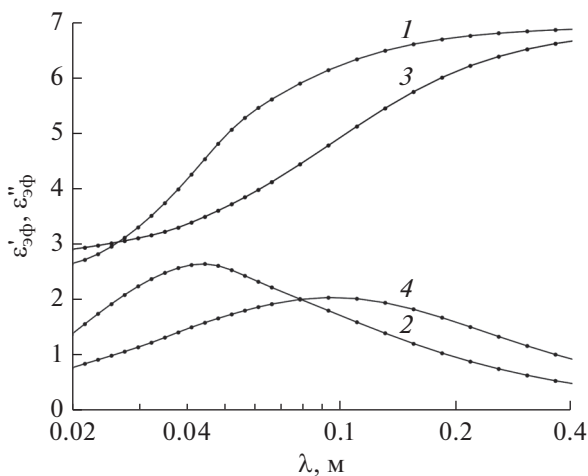
Расчеты проводились при  $d = 5$  мм и  $k = 5$ , поскольку при меньшем числе решеток точность гомогенизации уменьшается. Полагалось  $K = 25$ ,  $M = 30$ ,  $N = 70$ , где  $K$  – число разбиений полуцилиндров 3, 4 на элементарные отрезки,  $M$ ,  $N$  – числа учитываемых гармоник по осям  $x$ ,  $y$ , что оказалось достаточным для вычисления компонент комплексного КО с абсолютной точностью выше 0.002. Проводимость диполей при расчетах



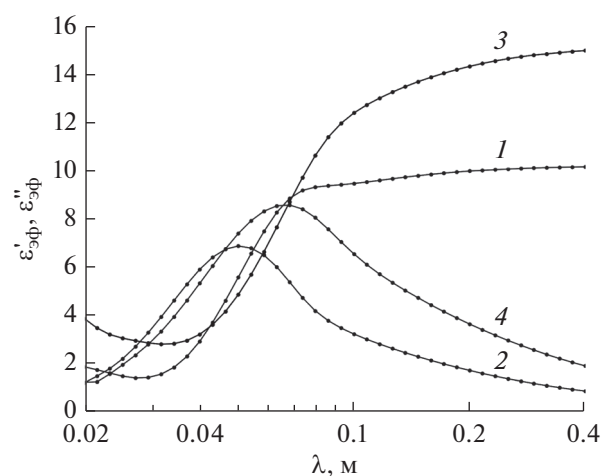
**Рис. 3.** Зависимость дисперсии ЭДП от периода структуры:  $b = 4$  мм,  $s = 3.5$  мм для  $\epsilon'_{\text{эф}}$  (1) и  $\epsilon''_{\text{эф}}$  (2);  $b = 8$  мм,  $s = 7$  мм для  $\epsilon'_{\text{эф}}$  (3) и  $\epsilon''_{\text{эф}}$  (4).



**Рис. 4.** Зависимость дисперсии ЭДП от длины диполей:  $s = 8$  мм для  $\epsilon'_{\text{эф}}$  (1) и  $\epsilon''_{\text{эф}}$  (2);  $s = 8.5$  мм для  $\epsilon'_{\text{эф}}$  (3) и  $\epsilon''_{\text{эф}}$  (4).



**Рис. 5.** Зависимость дисперсии ЭДП от проводимости диполей:  $\sigma = 100000$  См для  $\epsilon'_{\text{эф}}$  (1) и  $\epsilon''_{\text{эф}}$  (2);  $\sigma = 50000$  См для  $\epsilon'_{\text{эф}}$  (3) и  $\epsilon''_{\text{эф}}$  (4).



**Рис. 6.** Зависимость дисперсии ЭДП от диэлектрической проницаемости матрицы:  $\epsilon = 3$  для  $\epsilon'_{\text{эф}}$  (1) и  $\epsilon''_{\text{эф}}$  (2);  $\epsilon = 4.5$  для  $\epsilon'_{\text{эф}}$  (3) и  $\epsilon''_{\text{эф}}$  (4).

полагалась близкой к проводимости графитированных волокон [10].

Было рассмотрено влияние различных параметров – периода структуры, длины и проводимости диполей, диэлектрической проницаемости связующего – на дисперсию ЭДП. Полученные результаты представлены на рис. 3–6.

На рис. 3 показано влияние на дисперсию ЭДП периода структуры с параметрами  $r = 5$  мкм,  $\epsilon = 3$ ,  $\sigma = 100000$  См. Видно, что увеличение вдвое размеров  $b$  и  $s$  привело к увеличению резонансной длины волны (РДВ), на которой максимальна

мнимая часть ЭДП, при этом максимальные значения компонент ЭДП возросли.

Влияние длины диполей на дисперсию ЭДП структуры с параметрами  $b = 9$  мм,  $r = 5$  мкм,  $\epsilon = 3$ ,  $\sigma = 100000$  См показано на рис. 4. Видно, что увеличение длины  $s$  привело к возрастанию компонент ЭДП и смещению РДВ в сторону более длинных волн.

Влияние проводимости диполей на дисперсию ЭДП структуры с параметрами  $b = 5$  мм,  $s = 4.5$  мм,  $r = 5$  мкм,  $\epsilon = 3$  показано на рис. 5. Видно, что уменьшение проводимости вдвое привело к уменьшению компонент ЭДП и увеличению РДВ.

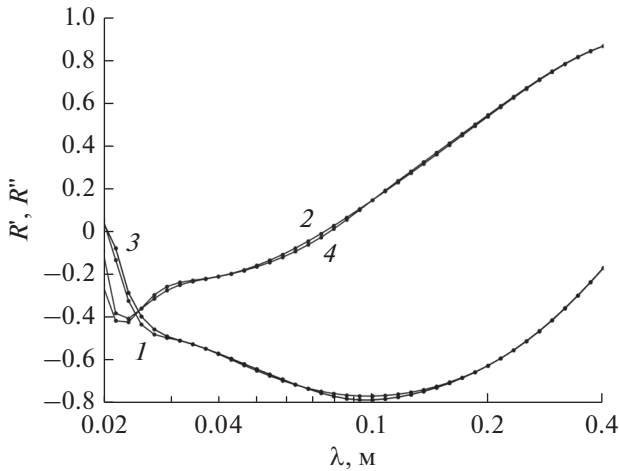


Рис. 7. Зависимость компонент комплексного КО от длины волны: при дифракционном расчете КО, расположенной на магнитном зеркале структуры для  $R'$  (1) и  $R''$  (2); для гомогенизированного слоя для  $R'$  (3) и  $R''$  (4).

Влияние диэлектрической проницаемости связующего на дисперсию ЭДП структуры с параметрами  $b = 6$  мм,  $s = 5.5$  мм,  $r = 5$  мкм,  $\sigma = 100\,000$  См показано на рис. 6. Видно, что увеличение  $\epsilon$  привело к возрастанию компонент ЭДП и смещению РДВ в сторону более длинных волн.

Характер дисперсии ЭДП структуры, как видно из рис. 3–6, можно охарактеризовать как релаксационный [11], что согласуется с результатами, полученными ранее путем приближенных оценок [12].

На рис. 7 приведены зависимости компонент комплексного КО  $R = R' + iR''$  от длины волны для расположенной на магнитном зеркале структуры с параметрами  $b = 6$  мм,  $s = 5.5$  мм,  $r = 5$  мкм,  $\sigma = 100\,000$  См,  $\epsilon = 4.5$ , вычисленные из решения задачи дифракции (кривые 1, 2) и для однородного слоя с эффективной диэлектрической проницаемостью (кривые 3, 4). Видно, что при длинах волн, меньших приблизительно трех периодов структуры гомогенизация приводит к существенной ошибке вычисления КО, достигающей нескольких процентов. Приблизительно такая же ошибка имеет место при расположении структур на металлическом зеркале и на полупространстве с диэлектрической проницаемостью, равной проницаемости матрицы.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенное в [6] решение задачи дифракции нормально падающей электромагнитной волны на решетках из резистивных элементов применено к поляризационно независимой структуре на основе решеток скрещенных диполей в диэлектрическом слое, расположенном на отражающей плоскости или диэлектрическом

полупространстве. ЭДП структуры вычислялась по значениям комплексного КО от нее при расположении структуры на электрическом и магнитном идеальных отражателях. Найдено, что структура имеет дисперсию ЭДП релаксационного типа. Рассмотрено влияние параметров решетки на ЭДП и показана возможность их варьирования в широких пределах. При использовавшихся расчетных параметрах сопоставление решетке скрещенных диполей однородного слоя с эффективной диэлектрической проницаемостью дает абсолютную ошибку вычисления коэффициента отражения по амплитуде менее 0.002, если длина волны приблизительно в три раза превосходит период структуры.

Результаты расчетов применимы к другим диапазонам длин волн при соответствующем масштабировании геометрических размеров рассматриваемых структур.

### ПРИЛОЖЕНИЕ

Приведем конечные формулы для расчета КО плоской электромагнитной волны, нормально падающей на структуру из решеток проводящих диполей, расположенных в диэлектрическом слое. Длина волны больше или равна периоду структуры. Формулы применимы не только в рассмотренном случае одинаковых диполей, но и в случае, когда их длины, радиусы и проводимости различны. Принята единая нумерация элементарных отрезков (ЭО) всех решеток и единая нумерация мод всех типов эквивалентного волновода, причем *ТЕМ*-моду присвоен номер  $n = 1$ .

Приняты следующие обозначения:  $x_n, y_n, z_n$  – координаты середин элементарных отрезков диполей,  $n = 1, 2, \dots, \tilde{k}$ ,  $\tilde{k} = kK$ , где  $K$  – число разбиений диполя ЭО,  $k$  – число решеток;  $\delta_i = \frac{s_i}{2K}$  – половина длины ЭО,  $r_i$  – его радиус;  $d, \epsilon$  – толщина и относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрического слоя;  $\Gamma_n, W_n, \chi_{nx}, \chi_{ny}$  – постоянная распространения, волновое сопротивление и поперечные волновые числа моды Флоке с номером  $n$  в области  $z > 0$  (см. рис. 2),  $n = 1, 2, \dots, NG$ , где  $NG = 2MN + 1$  – число учитываемых мод, включая *ТЕМ*-, *E*- и *H*-моды;  $A_n$  – нормированные коэффициенты мод;

$$I_p^{(n)} = \int_{y_p - \delta_p}^{y_p + \delta_p} \cos(\chi_{ny} y) dy, \quad n = 1, 2, \dots, NG; \quad (\text{П.1})$$

$$C_p^{(n)} = -\frac{W_n |A_n|^2}{2|W_n|} I_p^{(n)}, \quad (\text{П.2})$$

$$B_p^{(m)} = \frac{1}{2} \sum_n C_p^{(n)} \cos(\chi_{nx} x_m) \cos(\chi_{ny} y_m) \times \\ \times [\exp(i\Gamma_n |z_p - z_m + r_m|) + \exp(i\Gamma_n |z_p - z_m - r_m|)], \quad (\text{П.3})$$

где  $B_p^{(m)}$  – среднее поле, создаваемое единичным током ЭО с номером  $p$  в середине ЭО с номером  $m$ ;

$$\beta_p^{(n)\pm} = C_p^{(n)} \cos(\chi_{nx} x_p) \exp(\mp i \Gamma_n z_p), \quad (\text{П.4})$$

где  $\beta_p^{(n)\pm}$  – амплитуда моды с номером  $n$ , создаваемой единичным током ЭО с номером  $p$ ;  $R_n^\pm, T_n^\pm$  – коэффициенты отражения и прохождения прямой и обратной моды с номером  $n$  на границе  $z = 0$ ,  $\alpha_n$  – коэффициент отражения по электрическому полю в плоскости  $z = d$ ;  $\tilde{Z}_p$  – импеданс ЭО с номером  $p$ , вычисляемый по формуле [6];

$$S_{nm}^\pm = \frac{1}{2} [\exp(\pm i \Gamma_n (z_m - r_p)) + \exp(\pm i \Gamma_n (z_m + r_p))] \cos(\chi_n y_m); \quad (\text{П.5})$$

$$F_{pn} = \frac{\beta_p^{(n)-} + \alpha_n \beta_p^{(n)+}}{1 - \alpha_n R_n^-}, \quad G_n = \frac{\delta_{n1} \alpha_n T_1^+}{1 - \alpha_n R_n^-}, \quad (\text{П.6})$$

где  $\delta_{n1}$  – символ Кронекера;

$$a_n = \sum_{p=1}^{\tilde{k}} F_{np} I_p + G_n, \quad (\text{П.7})$$

где  $I_p$  – ток ЭО с номером  $p$ ;

$$I_m \tilde{Z}_m = S_{1m}^+ T_1^+ + \sum_{p=1}^{\tilde{k}} I_p B_p^{(m)} - \sum_{p=1}^{\tilde{k}} I_p \left( \sum_n \beta_p^{(n)-} S_{nm}^- \right) + \sum_n a_n (S_{nm}^- + R_n^- S_{nm}^+); \quad (\text{П.8})$$

равенства (П.7), (П.8) образуют систему линейных алгебраических уравнений относительно то-

ков  $\{I_p\}$ ;  $R = R_1^+ + a_1 T_1^-$  – коэффициент отражения по амплитуде от исследуемой структуры;

$$\epsilon_{\text{эф}} = \frac{(R_1 - 1)(R_2 - 1)}{(R_1 + 1)(R_2 + 1)} \quad (\text{П.9})$$

– эффективная диэлектрическая проницаемость,  $R_1, R_2$  – коэффициенты отражения по электрическому полю при расположении структуры на металлическом зеркале ( $R_1$ ) и на магнитном зеркале ( $R_2$ ).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алимин Б.Ф. // Зарубежная радиоэлектроника. 1989. № 2. С. 75.
2. Hatakeyama K., Inui T. // IEEE Trans. 1984. V. Mag-20. № 5. P. 1261.
3. Виноградов А.П. Электродинамика композитных материалов. М.: Эдиториал УРСС, 2001.
4. Гуляев Ю.В., Лагарьков А.Н., Никитов С.А. // Вестник РАН. 2008. № 5. С. 438.
5. Belov P.A., Simovski C.R., Tretyakov S.A. // Phys. Rev. E. 2002. V. 66. № 3. P. 036610.
6. Пономаренко В.И., Лагунов И.М. Композиционные материалы: разработка и применение. Новосибирск: Изд. АНС “СибАК”, 2017. С. 112.
7. Ильинский А.С., Свешников А.Г. Прикладная электродинамика. М.: Высшая школа, 1977. С. 51.
8. Никольский В.В., Никольская Т.И. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука, 1989.
9. Пономаренко В.И., Лагунов И.М. // РЭ. 2017. Т. 62. № 7. С. 657.
10. Мелешко А.И., Половников С.П. Углерод, углеродные волокна, углеродные композиты. М.: САЙНС-ПРЕСС, 2007.
11. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986.
12. Пономаренко В.И. // Радиотехника. 1990. № 5. С. 82.